Proposition d'Appel à Projet : Exploration de la Fractalité et des Flux Entropiques

Equipe HumaNuma & Collaborateurs

May 15, 2025

Contexte et Objectifs

Les systèmes fractals et granulaires présentent des comportements non conventionnels en matière de diffusion thermique, d'écoulement de fluides et de dynamique entropique. Ces propriétés émergent souvent de leur géométrie complexe et multi-échelle, qui défie les modèles classiques basés sur des hypothèses de continuité et de linéarité.

Dans le cadre de notre modèle principal, nous explorons un formalisme reliant la granularité, la fractalité universelle, et la conservation entropie-énergie à travers les hypothèses suivantes :

- H1 : Granularité multi-échelle La structure fondamentale des systèmes est discrète, imposant des transitions dynamiques entre échelles.
- **H2**: Fractalité universelle Les systèmes fractals obéissent à des lois de scalabilité qui influencent leurs dynamiques locales et globales.
- **H3**: Conservation entropie-énergie Les flux d'énergie et d'entropie sont régis par une loi de conservation adaptée aux structures fractales et granulaires.

Ce projet s'inscrit dans une double perspective :

- 1. Validation expérimentale : Tester les prédictions issues du modèle en étudiant des matériaux fractals et granulaires. Cela inclut l'identification de déviations significatives par rapport aux lois classiques de diffusion et d'écoulement.
- 2. Support au développement théorique : Utiliser les résultats expérimentaux pour affiner le formalisme du modèle principal et explorer ses applications dans des contextes physiques plus larges (thermodynamique, dynamique des fluides, cosmologie, etc.).

En particulier, ce travail vise à établir une méthodologie robuste pour caractériser les effets fractals et granulaires dans des systèmes accessibles à l'échelle humaine. Cette approche servira de support à des applications ultérieures dans des domaines variés, tout en renforçant les fondations théoriques de notre modèle.

Objectifs Scientifiques

- 1. Explorer les dynamiques d'entropie et d'énergie dans des systèmes fractals : À travers des matériaux tels que les aérogels, les roches poreuses, et les structures fractales imprimées en 3D.
- 2. **Tester les prédictions théoriques :** Quantifier les écarts à la diffusion classique (loi de Fourier, écoulement laminaire) dans des systèmes fractals.
- 3. **Développer un modèle précis :** Intégrer les résultats expérimentaux pour affiner le cadre théorique reliant la fractalité aux flux entropiques.

Plan de Travail

Caractérisation des Matériaux

La première étape du projet consiste à sélectionner et caractériser des matériaux fractals ou granulaires présentant des propriétés physiques adaptées aux objectifs expérimentaux. Cette caractérisation permettra de quantifier les paramètres essentiels, tels que la dimension fractale (d_f) , la porosité, et la distribution des échelles.

Matériaux Envisagés

- 1. **Aérogels :** Structures ultra-légères avec une porosité élevée (jusqu'à 99%) et une structure interne fractale.
 - Avantage : Les aérogels présentent une faible conductivité thermique, rendant les déviations par rapport à la diffusion classique facilement mesurables.
 - Exemples : Aérogels de silice, utilisés dans l'isolation thermique.
- 2. Roches Poreuses : Roches naturelles comme la pierre ponce ou le grès, qui possèdent des structures fractales sur plusieurs échelles.
 - Avantage : Matériaux disponibles, robustes, avec une fractalité bien documentée dans la littérature géophysique.
 - Exemples : Pierre ponce (structure hautement poreuse), grès (utilisé pour l'étude des flux dans des réservoirs naturels).
- 3. Matériaux Imprimés en 3D : Réseaux artificiels avec une géométrie fractale contrôlée.
 - Avantage : Possibilité de contrôler précisément les paramètres géométriques et de créer des échantillons reproductibles.
 - Exemples : Réseaux de Voronoï ou géométries auto-similaires imprimées en résine.

Techniques de Mesure Associées

Pour chaque matériau, les techniques suivantes permettront de caractériser les propriétés physiques essentielles :

1. Dimension Fractale (d_f) :

- *Technique*: Analyse d'images par tomographie X ou microscopie électronique à balayage (SEM).
- Justification : Ces techniques permettent de reconstruire la structure 3D des matériaux et de calculer d_f par des méthodes comme l'analyse de boîtes (boxcounting).
- Application : Confirmation de la fractalité dans les aérogels et roches poreuses.

2. Porosité et Distribution des Pores :

- *Technique*: Porosimétrie par intrusion de mercure ou adsorption d'azote (BET).
- Justification: Ces méthodes mesurent directement la taille et la distribution des pores, des paramètres critiques pour les flux de fluide.
- Application : Comparaison entre les échelles de pores dans les roches naturelles et les aérogels.

3. Propriétés Thermiques :

- *Technique*: Mesures de conductivité thermique par méthode du fil chaud ou analyse thermique différentielle (ATD).
- Justification : Ces techniques quantifient directement la conductivité thermique, essentielle pour évaluer les effets fractals sur la diffusion.
- Application : Identification des écarts aux prédictions de la loi de Fourier dans les aérogels.

4. Imagerie Multi-Échelle:

- Technique : Microscopie multi-échelle (optique, électronique, et tomographie X).
- Justification : Permet d'étudier la continuité des structures à différentes échelles et de valider la scalabilité fractale.
- Application : Validation expérimentale de la transition entre granularité (H1) et fractalité (H2).

Lien avec le Modèle

La caractérisation des matériaux sert de base au protocole expérimental en établissant des paramètres mesurables pour chaque matériau étudié. Les dimensions fractales (d_f) et les propriétés physiques mesurées (porosité, conductivité) permettront de tester quantitativement les prédictions théoriques de notre modèle principal, notamment les échelles de diffusion $(S(t) \propto t^{\alpha})$ et les dynamiques de flux $(J \propto r^{d_f-1})$.

Exemple d'expérience possible

Choix du Matériau

Après une analyse approfondie, les **aérogels de silice** ont été retenus comme substrat optimal pour nos expériences. Ces matériaux nanoporeux présentent une structure fractale bien caractérisée, une porosité élevée et des propriétés thermiques remarquables, les rendant idéaux pour étudier les phénomènes de diffusion thermique et d'écoulement de fluides dans des milieux fractals.

Caractérisation du Substrat

Pour une compréhension précise des propriétés de l'aérogel de silice, les techniques suivantes seront employées :

1. Analyse de la Structure Fractale :

- Microscopie Électronique à Balayage (MEB): Permet l'observation de la microstructure et la détermination de la dimension fractale via des méthodes d'analyse d'image.
- Tomographie aux Rayons X : Offre une reconstruction tridimensionnelle de la structure interne, essentielle pour évaluer la complexité fractale et la distribution des pores.

2. Mesure de la Porosité et de la Taille des Pores :

• Porosimétrie par Adsorption de Gaz (méthode BET) : Fournit des informations sur la surface spécifique et la distribution de la taille des pores, cruciales pour comprendre les mécanismes de diffusion.

3. Caractérisation des Propriétés Thermiques :

• Méthode du Fil Chaud Transitoire : Utilisée pour mesurer la conductivité thermique de l'aérogel, donnée essentielle pour modéliser les transferts de chaleur.

Description des Expériences

1. Étude de la Diffusion Thermique

• Objectif : Observer comment la structure fractale de l'aérogel influence la propagation de la chaleur et identifier les déviations par rapport à la loi de Fourier classique.

• Protocole:

- 1. Préparation : Échantillons d'aérogel de dimensions standardisées, équipés de thermocouples à différentes positions pour une mesure précise de la température.
- 2. Procédure:
 - (a) Appliquer une impulsion thermique contrôlée sur une face de l'échantillon.
 - (b) Enregistrer l'évolution temporelle des températures aux différents points de mesure.

(c) Répéter l'expérience en variant les conditions aux limites (e.g., température ambiante, humidité) pour étudier leur impact.

• Analyse:

- Comparer les profils de température mesurés avec les prédictions du modèle classique de diffusion.
- Identifier et quantifier les anomalies éventuelles, attribuables à la structure fractale de l'aérogel.

2. Étude de l'Écoulement de Fluide

• Objectif : Examiner comment la porosité et la structure fractale de l'aérogel affectent la perméabilité et les caractéristiques d'écoulement, en comparant les résultats aux modèles de Darcy classiques.

• Protocole:

1. Préparation : Saturer l'aérogel avec un fluide de viscosité connue (e.g., eau distillée).

2. Procédure:

- (a) Appliquer une différence de pression constante à travers l'échantillon.
- (b) Mesurer le débit volumique du fluide en sortie sur une période déterminée.
- (c) Répéter l'expérience en modifiant la viscosité du fluide et la pression appliquée pour étudier leur influence.

• Analyse:

- Calculer la perméabilité apparente de l'aérogel.
- Comparer les résultats aux prédictions du modèle de Darcy et identifier les écarts potentiels dus à la structure fractale.

Problèmes Potentiels et Solutions Proposées

- Fragilité de l'Aérogel : Sa nature délicate peut compliquer la manipulation et l'installation des capteurs.
 - Solution : Développer des protocoles de manipulation spécifiques et utiliser des supports adaptés pour minimiser les risques de dommages.
- Influence de l'Humidité : L'aérogel est sensible à l'humidité, ce qui peut altérer ses propriétés.
 - Solution : Réaliser les expériences dans des environnements à humidité contrôlée et, si nécessaire, pré-conditionner les échantillons.
- Précision des Mesures Thermiques : Les faibles variations de température nécessitent des instruments de haute précision.
 - Solution : Utiliser des thermocouples de haute sensibilité et calibrer régulièrement les instruments de mesure.

Lien avec le Modèle Théorique

Les données expérimentales obtenues permettront de tester les prédictions de notre modèle concernant les effets de la fractalité sur les processus de diffusion thermique et d'écoulement de fluides. En particulier, nous chercherons à vérifier si les anomalies observées correspondent aux déviations prévues par rapport aux lois classiques, validant ainsi les hypothèses H1 (granularité multi-échelle) et H2 (fractalité universelle) de notre modèle.

Modélisation et Analyse

Cadre Théorique Classique

Dans les matériaux homogènes, la **conduction thermique** est généralement décrite par la *loi de Fourier*, qui stipule que le flux de chaleur \mathbf{q} est proportionnel au gradient de température ∇T :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$$

où λ représente la conductivité thermique du matériau. Cette relation conduit à l'équation de la chaleur en régime transitoire :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T)$$

où ρ est la densité massique et c_p la capacité thermique massique du matériau [fourier'law].

Modélisation des Matériaux Fractals et Granulaires

Les matériaux présentant des structures fractales ou granulaires dévient souvent de ce comportement classique en raison de leur hétérogénéité et de leur complexité géométrique. Dans ces milieux, la diffusion thermique peut être *anormale*, caractérisée par des comportements *superdiffusifs* ou *sous-diffusifs*.

Pour modéliser ces phénomènes, des approches basées sur des équations aux dérivées fractionnaires sont parfois employées, permettant de capturer les effets de mémoire et les interactions à longue portée inhérents aux structures fractales [anomalous'heat].

Limites des Modèles Existants

Les modèles classiques, tels que la loi de Fourier, supposent une homogénéité et une isotropie du milieu, ce qui n'est pas le cas dans les matériaux fractals ou granulaires. Cette simplification conduit à des prévisions inexactes des comportements thermiques dans ces milieux complexes [fourier'law].

Les modèles plus avancés, intégrant des dérivées fractionnaires ou des descriptions multi-échelles, bien qu'efficaces pour capturer certains aspects des phénomènes observés, présentent des défis en termes de complexité mathématique et de paramétrisation précise. De plus, la validation expérimentale de ces modèles reste limitée, en raison de la difficulté à mesurer avec précision les propriétés thermiques dans des structures aussi complexes [anomalous heat].

Approche Proposée

Notre modèle vise à intégrer la granularité multi-échelle et la fractalité universelle pour fournir une description unifiée des phénomènes de diffusion thermique dans les matériaux complexes. En incorporant explicitement les caractéristiques géométriques et topologiques des structures fractales et granulaires, nous cherchons à développer un formalisme capable de prédire avec précision les comportements thermiques observés expérimentalement.

Cette approche permettra de surmonter les limitations des modèles actuels en offrant une meilleure correspondance entre les prévisions théoriques et les données expérimentales, tout en fournissant un cadre plus intuitif pour comprendre les mécanismes sous-jacents aux phénomènes de diffusion dans les matériaux complexes.

Prédictions et Validations Expérimentales

Équation Principale du Modèle

Notre modèle repose sur l'équation fondamentale suivante, qui intègre la granularité multi-échelle et la fractalité universelle des matériaux étudiés :

$$\frac{\partial}{\partial t}(E + TS) + \nabla \cdot (F + J) = \Phi$$

où:

- E représente l'énergie totale (cinétique, potentielle, interne, etc.),
- TS est la contribution entropique, avec T la température et S l'entropie,
- F et J sont les flux locaux d'énergie et d'entropie respectivement,
- Φ désigne les sources ou puits externes.

Cette équation traduit la conservation conjointe de l'énergie et de l'entropie dans des systèmes ouverts, en tenant compte des interactions complexes à différentes échelles.

Impact sur la Modélisation des Matériaux

L'introduction de cette équation modifie notre approche de la modélisation des matériaux fractals et granulaires. Contrairement aux hypothèses d'homogénéité et d'isotropie des modèles classiques, notre modèle considère explicitement les hétérogénéités structurelles et les interactions multi-échelles. Cela permet de mieux capturer les phénomènes de diffusion anormale observés expérimentalement dans ces matériaux.

Amendements aux Lois de Fourier et de la Chaleur

La loi de Fourier classique, qui décrit la conduction thermique par :

$$\mathbf{q} = -\lambda \nabla T$$

avec \mathbf{q} le flux de chaleur et λ la conductivité thermique, suppose une relation linéaire entre le flux de chaleur et le gradient de température. Cependant, dans les matériaux fractals ou granulaires, cette relation peut être non linéaire en raison des chemins de conduction complexes et des effets de piégeage.

Nous proposons de modifier cette loi en introduisant un terme dépendant de la structure fractale du matériau :

$$\mathbf{q} = -\lambda_{\text{eff}}(T, x)\nabla T$$

où $\lambda_{\text{eff}}(T,x)$ est une conductivité thermique effective, fonction de la température et de la position, reflétant la complexité structurelle du matériau.

De plus, l'équation de la chaleur en régime transitoire devient :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_{\text{eff}}(T, x) \nabla T) + S_{\text{gen}}$$

où $S_{\rm gen}$ représente un terme de génération de chaleur, incluant les effets des interactions multi-échelles et des anomalies de diffusion.

Amendements au Modèle de Darcy

La **loi de Darcy** classique, décrivant l'écoulement d'un fluide dans un milieu poreux, est donnée par :

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla P$$

avec \mathbf{v} la vitesse d'écoulement, k la perméabilité du milieu, μ la viscosité dynamique du fluide, et ∇P le gradient de pression.

Dans les matériaux fractals et granulaires, la perméabilité k n'est pas constante mais dépend de la structure multi-échelle du milieu. Nous proposons donc une perméabilité effective $k_{\text{eff}}(x)$, fonction de la position, pour capturer cette variabilité :

$$\mathbf{v} = -\frac{k_{\text{eff}}(x)}{\mu} \nabla P$$

Cette modification permet de mieux représenter les écoulements complexes observés dans ces matériaux, où les chemins de percolation et les effets de confinement influencent significativement la dynamique des fluides.

Prédictions Théoriques

Le modèle prédit plusieurs comportements anormaux, directement liés à la structure fractale et à la granularité multi-échelle des matériaux étudiés. Ces prédictions se distinguent nettement des lois classiques, telles que celles de Fourier et de Darcy.

Diffusion Thermique:

• Régime sous-diffusif : La propagation de la chaleur suit une loi anormale :

$$T(x,t) \sim t^{\alpha}$$
, avec $\alpha < 1$

où α dépend de la dimension fractale (d_f) du matériau. Cela reflète un ralentissement de la diffusion thermique par rapport au modèle classique.

• Conductivité thermique effective réduite :

$$\lambda_{\text{eff}} \propto d_f^{\beta}, \quad \text{avec } \beta < 1$$

Une fractalité élevée diminue la conductivité effective, en raison des chemins de conduction complexes.

• Anisotropie locale : Des variations locales dans la structure fractale créent des gradients thermiques non conventionnels.

Écoulement Fluidique:

• Régime de percolation anormal : La vitesse d'écoulement est décrite par une relation non linéaire :

$$v \sim (\nabla P)^{\gamma}$$
, avec $\gamma > 1$

Cela reflète les chemins irréguliers suivis par le fluide dans la structure fractale.

• Perméabilité effective dépendante de l'échelle :

$$k_{\rm eff} \propto d_f^{\eta}$$
, avec $\eta < 1$

Les pores les plus petits dominent la résistance au flux, réduisant la perméabilité globale.

• Effets de piégeage : Des régions mortes dans le réseau poreux peuvent temporairement piéger le fluide, ralentissant globalement l'écoulement.

Couplage Thermique-Fluidique: Les gradients de température dans l'aérogel de silicium influencent la distribution des flux fluidiques, en particulier dans des zones où des phénomènes d'évaporation ou de condensation se produisent.

Validation Expérimentale

Pour valider ces prédictions, plusieurs expériences seront menées en utilisant des techniques adaptées aux matériaux fractals, telles que l'aérogel de silicium. Les validations incluront :

Diffusion Thermique:

- Mesure de la conductivité thermique effective : La méthode du fil chaud transitoire sera utilisée pour déterminer λ_{eff} et son lien avec la dimension fractale.
- Analyse des profils temporels : Les variations de température seront mesurées pour extraire α et confirmer le régime sous-diffusif.
- Imagerie thermique : Des cartes thermiques haute résolution permettront d'observer les gradients anisotropes.

Écoulement Fluidique:

- Mesure du débit : En appliquant une pression contrôlée, la relation débit-pression $(Q \text{ vs } \Delta P)$ sera mesurée pour extraire γ et observer les régimes non linéaires.
- Observation des effets de piégeage : Des expériences avec des fluides colorés ou fluorescents mettront en évidence les zones de piégeage dans la structure.

Couplage Thermique-Fluidique: Des expériences combinées, où un gradient thermique est appliqué pendant l'écoulement d'un fluide, permettront d'étudier les interactions entre la diffusion thermique et l'écoulement fluidique.

Résultats Attendus

Les propriétés physiques de l'aérogel de silice, optimisées pour une porosité de $\phi = 70\%$, offrent un cadre idéal pour tester les prédictions de notre modèle. En tenant compte d'une perméabilité typique de $k \approx 6 \times 10^{-13} \, \mathrm{m}^2$, les résultats attendus sont détaillés ci-dessous.

Diffusion Thermique:

• Conductivité thermique effective : La conductivité thermique effective est réduite par rapport aux matériaux homogènes, en raison de la fractalité du réseau. En utilisant une dimension fractale typique de $d_f = 2, 3$ et un facteur d'amplification fractal $\beta \approx -0, 2$, nous prévoyons :

$$\lambda_{\text{eff}} = \lambda \cdot d_f^{\beta}, \quad \lambda_{\text{eff}} \approx 0,011 \,\text{W/m·K}.$$

• Régime sous-diffusif: La propagation thermique est plus lente que dans les matériaux conventionnels, caractérisée par un exposant de diffusion thermique $\alpha \approx 0,6$. Cela reflète un ralentissement significatif de la diffusion.

Écoulement Fluidique:

• Perméabilité effective : En tenant compte de la fractalité ($\eta = -0, 3$), nous prévoyons une perméabilité effective réduite par rapport à la valeur nominale :

$$k_{\text{eff}} = k \cdot d_f^{\eta}, \quad k_{\text{eff}} \approx 5, 1 \times 10^{-13} \,\text{m}^2.$$

• Régime de percolation anormal : La relation entre le débit (Q) et le gradient de pression (∇P) devient non linéaire, caractérisée par un exposant $\gamma \approx 1,4$. Ce comportement reflète les chemins irréguliers suivis par le fluide dans le matériau poreux.

Paramètre	Symbole	Valeur Prévue
Conductivité thermique effective	$\lambda_{ ext{eff}}$	$\approx 0,011\mathrm{W/m\cdot K}$
Exposant de diffusion thermique	α	$\approx 0,6$
Perméabilité effective	k_{eff}	$\approx 5,1 \times 10^{-13} \mathrm{m}^2$
Exposant de non-linéarité de l'écoulement	γ	$\approx 1,4$

Table 1: Prédictions des paramètres modélisés pour l'aérogel de silice ($\phi=70\%,\ k=6\times10^{-13}\,\mathrm{m}^2$)

Synthèse des Prédictions:

Interprétation : Ces prédictions indiquent des écarts significatifs par rapport aux lois classiques (Fourier pour la conduction thermique et Darcy pour l'écoulement fluidique). Les comportements anormaux, tels que les régimes sous-diffusifs (α) et la non-linéarité fluidique (γ), reflètent la structure fractale et granulaire de l'aérogel de silice. Ces résultats sont facilement mesurables dans des expériences bien contrôlées.

Points Clés:

- 1. **Porosité et perméabilité optimales :** Les valeurs de $\phi = 70\%$ et $k = 6 \times 10^{-13}$ m² garantissent des écarts significatifs tout en restant dans une plage expérimentale réaliste.
- 2. **Prédictions précises et quantifiées :** Les paramètres α , β , γ , et η permettent une validation directe du modèle.
- 3. **Utilisation expérimentale :** Le tableau offre une synthèse claire des résultats attendus pour comparaison avec des données mesurées.

Calendrier

- Mois 1-3 : Préparation des matériaux et caractérisation fractale.
 - Synthèse et ajustement des aérogels de silice avec une porosité optimale ($\phi = 70\%$).
 - Caractérisation initiale des propriétés physiques : dimension fractale (d_f) , conductivité thermique (λ) , et perméabilité (k).
 - Validation de la structure fractale via des techniques d'imagerie avancées (ex. : microscopie électronique).

• Mois 4-8 : Réalisation des tests expérimentaux.

- Mise en place des tests de diffusion thermique pour mesurer λ_{eff} et extraire l'exposant sous-diffusif (α) .
- Réalisation d'expériences fluidiques pour déterminer les relations débit-pression $(Q \text{ vs } \Delta P)$ et évaluer l'exposant de non-linéarité (γ) .
- Études combinées de couplage thermique-fluidique, incluant l'analyse des interactions entre les gradients thermiques et les flux fluidiques.

• Mois 9-12 : Analyse des données et publication des résultats.

- Analyse quantitative des données expérimentales pour valider ou ajuster les prédictions du modèle.
- Comparaison avec les lois classiques (Fourier, Darcy) et exploration des écarts mesurés.
- Rédaction et soumission d'articles scientifiques décrivant les résultats et implications théoriques.

Partenariats et Collaboration

Ce projet sera conduit en collaboration avec l'équipe MMOI du Laboratoire de Physique des Solides d'Orsay, bénéficiant de leur expertise en :

- Matériaux complexes, avec un focus sur les propriétés fractales et poreuses.
- Mesures expérimentales de haute précision (température, pression, flux).
- Analyse multi-échelle et modélisation numérique.

D'autres collaborations pourraient inclure des laboratoires spécialisés dans l'analyse des aérogels et des techniques de microscopie avancée.

Budget Prévisionnel

• Matériaux et équipements : Aérogels de silice optimisés, capteurs de température/pression, dispositifs pour tests fluidiques et thermiques (estimé : 20k€).

• Personnel:

- Postdoctorant (1 an): 45k€.

- Option alternative : Doctorant (3 ans) : 45k€/an.
- Analyse et modélisation : Acquisition de logiciels spécialisés pour la simulation fractale et l'analyse expérimentale (estimé : 5k€).

Conclusion

Ce projet constitue une opportunité unique pour explorer les effets de la fractalité et de la granularité sur les flux thermiques et fluidiques. En combinant modélisation théorique et validation expérimentale, il vise à :

- Affiner nos connaissances des processus hors équilibre dans les matériaux complexes.
- Révéler de nouvelles propriétés physiques aux interfaces entre thermodynamique classique et physique multi-échelle.
- Développer des applications pratiques, notamment dans l'ingénierie thermique et les systèmes fluidiques avancés.

Les résultats pourraient avoir un impact significatif, non seulement dans la compréhension des systèmes fractals, mais également dans leur intégration future dans des technologies appliquées. Nous anticipons des retombées à la fois théoriques et pratiques, reliant physique fondamentale et ingénierie.