Probabilité d’un flush dans la première ronde du jeu *Balatro*

kgs457

19 pages

Table de matières

Introduction

Dans la première ronde du jeu vidéo *Balatro*, avec les paramètres de base, 8 cartes vous sont distribuées venant d'un paquet régulier de 52 cartes. L'objectif du jeu est de posséder une main parmi vos 8 cartes, ayant des contraintes spécifiques afin de scorer assez pour passer à la prochaine ronde. Il y a plusieurs mains, mais pour ce projet, j'ai limité les mains à seulement des flushs, puisque je me suis rendu compte que cette main est dominante lorsque je joue.

Pour posséder un flush, il faut avoir au moins 5 cartes de la même famille (cœur, carreau, trèfle ou pique) parmi les 8 cartes qui vous sont distribuées. Si vous n'aviez pas un flush, vous avez l'option de faire jusqu'à 3 rejets. À chaque rejet, vous pouvez enlever 1 à 5 cartes de votre main afin de les remplacer par une quantité équivalente de cartes venant du même paquet. Avec ces règlements en tête, une question m'est venue à l'esprit: Quelles sont les chances de posséder un flush dans la première ronde de *Balatro*?

Notez que l'explication du jeu a été simplifier pour faciliter la compréhension de l'exploration.

Stratégie

La manière que le jeu sera joué est en vérifiant si la main de début contient un flush. Sinon, je commence mon premier rejet : J'enlève autant de cartes possibles (max de 5) qui ne font pas partie de la famille la plus fréquente (la famille ciblé). Une fois que les cartes sont rejetées, je vérifie à nouveau s'il y a un flush. Si ce n'est toujours pas le cas, je procède au deuxième rejet, encore en enlevant autant de cartes possibles qui ne sont pas la famille ciblée. S'il n'y a pas de flush dans ma main de 8 après 3 rejets, le jeu est considéré comme une perte.

Probabilité d’un flush au départ

Pour commencer, ça aiderait d’identifier la probabilité de commencer avec différentes possibilités de cartes dans la main de départ.

J’ai débuté par créer une formule pour calculer la probabilité de tirer exactement a cartes de piques, b cartes de cœurs, c cartes de trèfles et d cartes de carreaux.

$$P_{tirer}: \mathbb{N}^4 \to \mathbb{R}$$

$$P_{tirer}(a,b,c,d) = \frac{\binom{13}{a}\binom{13}{b}\binom{13}{c}\binom{13}{d}}{\binom{52}{a+b+c+d}}$$

Cependant, j’ai réalisé que cette formule toute seul n’est pas très utile. Ce qui m’intéresse est la probabilité que la famille la plus fréquente apparaisse x fois dans la main de départ. Pour faire cela, j’ai additionné P_{tirer} avec toutes les permutations possibles de a, b, c et d avec certaines restrictions:

1) $\max(a,b,c,d) = x$, puisque je veux que la famille la plus répété soit répété x foix.
2) $a,b,c,d \in \mathbb{N}$, puisque tu peux seulement piger un nombre entier de cartes
3) $a+b+c+d = 8$, puisque la main de départ doit comporter d’exactement 8 cartes

Avec ces contraints en place, voici la formule pour calculer la probabilité d’avoir x cartes de la même famille dans la main de depart (ou après 0 rejet, d'où vient la notation d’exposant 0):

$$x \in \mathbb{N}$$

$$P^0_{exacte}(x) = \sum_{\substack{\max(a,b,c,d)=x \\ a,b,c,d \in \mathbb{N} \\ a+b+c+d=8}} P_{tirer}(a, b, c, d)$$

Il est difficile de calculer cette formule à la main, alors j'ai créé un script pour faire cette tâche:

```python
from math import comb

def P_tirer(a, b, c, d):
    # NOTE: comb est la fonction combinaison
    return (comb(13, a) * comb(13, b) * comb(13, c) * comb(13, d)) / comb(52, a + b + c + d)

def P0_exacte(x):

    sum_ = 0

    # a, b, c, d prenne tous les permutations possibles entre les entiers de 0 à 8
    # (9 à été écrite car les boucles sont exclusives)
    # Alors, condition (2) est satisfaite
    for a in range(9):
        for b in range(9):
            for c in range(9):
                for d in range(9):

                    # Assure que condition (1) et condition (3) sont satisfaites
                    if a + b + c + d == 8 and max(a, b, c, d) == x:
                        sum_ += P_tirer(a, b, c, d)

    return sum_
```

J'ai seulement considéré les valeurs de a, b, c et d plus petit ou égale à 8. Cela est le cas puisque trivialement, $(a + b + c + d = 8) \wedge (a, b, c, d \in \mathbb{N}) \Rightarrow \max(a, b, c, d) \leq 8$.

Bref, je suis capable de calculer $P^0_{exacte}(x)$, la probabilité que la famille la plus fréquente soit d'éxactement x après 0 réjet. Également, j'ai calculé $P^0_{min}(x)$, la probabilité que la famille la plus fréquente soit au minimum x après 0 réjet. Cela était fait en prenant la somme de $P^0_{exacte}(x)$ pour toute les valeurs supérieur ou égale à x, calculé à l'aide d'Excel.

x	$P^0_{exacte}(x)$ (%)	$P^0_{min}(x)$ (%)
0	0,000	100,00
1	0,000	100,00
2	4,919	100,00
3	57,266	95,081
4	30,852	37,816
5	6,252	6,964
6	0,676	0,712
7	0,036	0,036
8	0,001	0,001

*Les résultats ont été arrondies à la centième près

Donc, les chances de posséder 5 cartes ou plus de la même famille immédiatement (après avoir faite 0 rejets) est d'environ 6,96%; qui est la chance d'un flush.

De plus, je m'attendais à que $P^0_{min}(x) = 100\%$ lorsque $x \in \{0,1,2\}$, donc j'ai utilisé cela comme vérification. J'avais cette attente puisque dans le pire des cas, les premières 4 cartes seront tous de la famille différente, et aussi de toutes les familles possibles. Alors, lorsqu'on ajoute la cinquième carte, elle doit nécessairement créer une famille dupliquée.

Probabilité d’un flush au premier rejet

Supposant que vous avez tiré une main où la famille la plus fréquente se retrouve dans votre main x foix, quelle est la probabilité de tiré y cartes qui sont de la même famille après 1 rejet ? Voici comment j’ai répondu à cette question :

Soit $r_1 = \min(5,\ 8 - x)$, la quantité de cartes rejetés le premier rejet et soit $y \in \mathbb{N}$, le nombre de carte désiré obtenu après le premier rejet. On note que $y \leq 5$ puisque tu peux rejeter un maximum de 5 cartes à la fois.

État du paquet avant le rejet :

$$Cartes\ désirées = 13 - x$$

Quantité de cartes désirés restants dans le paquet.

$$Cartes\ indésirées\ = 13 \cdot 3 - 8 + x = 31 + x$$

Quantité de cartes indésirés restants dans le paquet. Pour expliquer, initialement, il y a 13×3 cartes indésirables (puisque qu’il y a 4 familles de 13 et une famille n’est pas incluse). Ensuite, 8 cartes sont enlevées du paquet, alors j’ai soustrait 8. Cependant, parmi ces 8 cartes, il y en a x qui sont des cartes désirables, que je ne veux pas compter dans la soustraction. Alors, il faut additionner x.

$$Cartes\ restants = 52 - 8 = 44$$

Cartes totales restants dans le paquet.

Cartes tirés après le rejet :

$Cartes\ désirées\ tirées = y$

Quantité de cartes désirées qui sont tirées lors du rejet.

$Cartes\ indésirées\ tirées = r_1 - y$

Quantité de cartes indésirées qui sont tirées lors du rejet.

$Cartes\ tirées\ = r_1$

Quantité totale de cartes tirés lors du rejet.

Donc, nous pouvons définir $P^1_{exacte}(x, y)$, les chances de tirer y cartes dans le premier rejet qui sont de la même famille des x cartes dans la main de début.

$$P^1_{exacte}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\binom{Cartes\ désirées}{Cartes\ désirées\ tirées}\binom{Cartes\ \ indésirées}{Cartes\ indésirées\ tirées}}{\binom{Cartes\ restants}{Cartes\ tirées}}\ si\ Cartes\ indésirées\ tirées \geq 0 \\ 0\ si\ Cartes\ indésirées\ tirées < 0 \end{cases}$$

$$P^1_{exacte}(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\binom{13-x}{y}\binom{31+x}{r_1-y}}{\binom{44}{r_1}}\ si\ r_1 - x \geq 0 \\ 0\ si\ \ r_1 - x < 0 \end{cases}$$

À l’aide de cette fonction, j’ai inséré toutes les paires de x et y pour créer un tableau afin d’obtenir les différents scenarios possibles après le premier rejet:

Probabilité de tirer au moins y cartes de la même famille en possédant déjà x, avec $P^1_{exacte}(x, y)$

		x								
		0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	15.645%	18.543%	21.854%	25.622%	38.571%	53.911%	70.402%	86.364%	100.000%
	1	37.665%	39.735%	41.447%	42.703%	43.392%	38.055%	27.378%	13.636%	0.000%
	2	32.284%	30.143%	27.631%	24.795%	15.779%	7.611%	2.220%	0.000%	0.000%
	3	12.246%	10.048%	8.022%	6.199%	2.166%	0.423%	0.000%	0.000%	0.000%
	4	2.041%	1.459%	1.003%	0.657%	0.093%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
	5	0.119%	0.073%	0.043%	0.023%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
Somme		100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%

Également, comme vérification, j'ai additionné les valeurs de chaque colonne, en m'attendant obtenir 100%. Cela est le cas puisque chaque colonne sont tous mutuellement exclusifs (par exemple, la famille la plus répété ne peux pas être d'exactement 2 et 3 en même temps). En effet, si vois choisissez n'importe quelle colonne, un des valeurs de y sera nécessairement réaliser, puisque j'ai créé le tableau en mettant toutes les valeurs possibles de y. Donc, la somme de chaque colonne devrait être 100%.

Notez que $x + y$ represente le nombre de cartes de la famille la plus frequente que vous possédez dans votre main. Alors, si $x + y \geq 5$, un flush peux se faire jouer. Pour cette raison, j'ai trouvé que c'était plus logique de représenter le pourcentage de tirer au moins y cartes (comme faite pour le rejet 0):

Probabilité de tirer au moins y cartes de la même famille cartes après en posséder x, avec $P^1_{min}(x, y)$

	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%	100.000%
	1	84.355%	81.457%	78.146%	74.378%	61.429%	46.089%	29.598%	13.636%	0.000%
	2	46.690%	41.723%	36.699%	31.675%	18.037%	8.034%	2.220%	0.000%	0.000%
	3	14.405%	11.579%	9.067%	6.880%	2.259%	0.423%	0.000%	0.000%	0.000%
	4	2.159%	1.531%	1.045%	0.681%	0.093%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
	5	0.119%	0.073%	0.043%	0.023%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%

Cela était faite avec Excel mais peux se faire exprimer avec la formule suivante :

$$P^1_{min}(x, y) = \sum_{y\prime=y}^{\infty} P^1_{exacte}(x, y')$$

Notez qu'il existe un y'_0 telle que $P^1_{min}(x, y') = 0$ pour $y' \geq y'_0$. Alors, j'ai utilisé infinie comme limite supérieur pour simplifier la notation.

Finalement, j'ai fait un dernier changement au tableau pour faciliter l'analyse des données; rappelez-vous que $P^1_{min}(x, y)$ est calculé en supposant que x cartes ont été pigés. Ainsi, toutes les cellules contiennent des pourcentages qui sont conditionnelles, puisque je suppose que la famille la plus répété se trouve x foix dans votre main de début. Je veux plutôt les pourcentages inconditionnels minimums : $P^1_{i\_min}(x, y)$. Dite différemment, $P^1_{i\_min}(x, y)$ est la chance de piger exactement x cartes et un minimum de y cartes. Pour calculer la fonction, j'ai multiplié chaque cellule par $P^0_{exacte}(x)$. Ceci est fait puisque selon la formule de probabilité conditionnelle,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B)$$

Alors,

$$P_{i\_min}^{1}(x,y) = P_{exacte}^{0}(x) \cdot P_{min}^{1}(x,y)$$

Après ce changement de faite, voici le diagramme final :

Probabilité inconditionnelle de tirer au moins y cartes de la même famille après en posséder x, avec $P_{imin}^{1}(x,y)$

	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	0.000%	0.000%	4.919%	57.266%	30.852%	6.252%	0.676%	0.036%	0.001%
	1	0.000%	0.000%	3.844%	42.593%	**18.952%**	2.881%	0.200%	0.005%	0.000%
	2	0.000%	0.000%	1.805%	**18.139%**	5.565%	0.502%	0.015%	0.000%	0.000%
	3	0.000%	0.000%	**0.446%**	3.940%	0.697%	0.026%	0.000%	0.000%	0.000%
	4	0.000%	**0.000%**	0.051%	0.390%	0.029%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%
	5	**0.000%**	0.000%	0.002%	0.013%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%

Pour calculer les chances d'un flush dans le premier rejet, j'ai fait l'addition de toutes les cellules telle que $x + y = 5$. Mais, j'ai exclu la rangé où $y = 0$, car je veux la probabilité d'un flush en supposant que tu n'a pas fait un flush dans la main de début. J'ai mis les cellules additionnées en gras sur l'image au-dessus.

$$\sum_{\substack{x+y=5 \\ y\neq 0}} P_{i\_min}^{1}(x,y) \approx 37{,}537\%$$

Donc, la probabilité d'avoir un flush après un rejet est d'environ 37,537%.

Probabilité d'un flush au deuxième rejet

Si un flush n'a encore pas été atteint, la main de 8 cartes a maintenant $x + y$ cartes de la famille visée et nous cherchons la probabilité de tirer z cartes de la même famille. Pour trouver cette probabilité, j'ai fait des calcules ayant des similarités avec celles pour $P_{exacte}^{1}(x,y)$:

Soit $r_2 = \min(5, 8 - x - y)$, la quantité de cartes rejetés pour le deuxième rejet et soit

$z \in \mathbb{N}, z \leq 5$.

État du paquet avant le rejet :

$$Cartes\ désirées = 13 - x - y$$

$$Cartes\ indésirées = 13 \cdot 3 - 8 + x - r_1 + y = 31 + x - r_1 + y$$

$$Cartes\ restants = 52 - 8 - r_1 = 44 - r_1$$

Cartes tirées après le rejet :

$$Cartes\ désirées\ tirées = z$$

$$Cartes\ indésirées\ tirées = r_2 - z$$

$$Cartes\ tirées\ = r_2$$

Alors, avec la même formule démontrer au premier rejet,

$$P^2_{exacte}(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{\binom{13-y-x}{z}\binom{31+y+x}{r_2-z}}{\binom{44-\mathrm{r}_1}{r_2}}\ si\ r - z \geq 0 \\ 0\ si\ r_2 - z < 0 \end{cases}$$

J'ai encore refait les mêmes tableaux en utilisant la fonction $P^2_{exacte}(x,y,z)$ cette fois ci. Cependant, j'ai réalisé que $P^2_{exacte}(x,y,z)$ prend 3 paramètres, alors sa sera difficile de créer un tableau en deux dimensions pour démontrer toutes les possibilités de 3 variables.

Alors, pour réduire la quantité de dimensions, j'ai créé une rangé avec les paires des valeurs x, y qui ne sont pas des flushes ($x + y \leq 4$) mais qui ont la potentielle d'être un flush ($x \geq 2$). Ce dernier n'est techniquement pas obligatoire, mais elles réduits beaucoup la quantité des données puisqu'elle assure que je néglige plusieurs pourcentages nuls, créant un graphique plus lisible.

Voici comment j'ai recueilli les paires possibles :

Paires possibles

	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	0	(0, 0)	(1, 0)	(2, 0)	(3, 0)	(4, 0)	(5, 0)	(6, 0)	(7, 0)	(8, 0)
	1	(0, 1)	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)	(7, 1)	(8, 1)
	2	(0, 2)	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)	(7, 2)	(8, 2)
	3	(0, 3)	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)	(7, 3)	(8, 3)
	4	(0, 4)	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)	(7, 4)	(8, 4)
	5	(0, 5)	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)	(7, 5)	(8, 5)

Soit P les paires possibles

$$P = \{(x, y) | x + y \leq 4 \wedge x \geq 2\}$$

$$= \{(2,0), (3,0), (4,0), (2,1), (3,1), (2,2)\}$$

Un tableau lisible peut maintenant se faire créer en utilisant les P et les valeurs de z possibles. J'ai fait des étapes similaires pour le premier rejet pour trouver $P^2_{i\_min}(x, y, z)$. Sauf cette foix si, la probabilité conditionnelle est $P^1_{i\_exacte}(x, y)$ qui est égale à $P^1_{exacte}(x, y) \cdot P^0_{exacte}(x)$.

Probabilité inconditionnelle de différents scenarios possibles au deuxième rejet, avec $P^2_{i\_min}(x, y, z)$

	(x, y)	(2, 0)	(3, 0)	(4, 0)	(2, 1)	(3, 1)	(2, 2)
z	0	1.075%	14.673%	11.900%	2.039%	24.454%	1.359%
	1	0.891%	11.646%	**7.803%**	1.618%	**16.306%**	**0.906%**
	2	0.471%	**5.594%**	2.535%	**0.777%**	5.443%	0.302%
	3	**0.135%**	1.403%	0.355%	0.195%	0.787%	0.044%
	4	0.018%	0.162%	0.016%	0.022%	0.037%	0.002%
	5	0.012%	2.159%	1.416%	0.042%	5.980%	0.018%

Ainsi, la probabilité de faire un flush dans le deuxième rejet est exprimé comme la suivante (les cellules additionnées sont encore en gras) :

$$\sum_{x+y+z=5} P_{i\_min}^{2}(x,y,z) = 31{,}521\%$$

Probabilité d'un flush au n^e rejet

En calculant la probabilité pour les rejets 1 et 2, j'étais capable d'observer un motif. Alors, pour généraliser les calculs, et réduire l'effort de créer de créer des tableaux en Excel, j'ai créé une formule pour calculer la probabilité de tirer exactement x_n cartes après n rejets.

x_0 est la quantité de cartes avec la famille la plus fréquente à la main de commencement. x_1 est la quantité de cartes obtenue dans la premiere rejet qui sont de la même famille des cartes x_0. Cela continue jusqu'à x_n.

$$n \in \mathbb{N}$$

$$P_{EXACTE}^{n}(x_0, x_1, \dots, x_n) \colon \mathbb{N}^{n+1} \to \mathbb{R}$$

Soit $r(m) = \min(5{,}8 - \sum_{i=0}^{m} x_i)\,; m \in \mathbb{Z}^{+}$ (quantité de cartes rejetés pour le m^e rejet)

État du paquet avant le rejet:

$Cartes\ désirées = 13 - \sum_{i=0}^{n-1} x_i$

Quantité de cartes désirées restants dans le paquet.

$Cartes\ indésirées = 31 + x_0 - \sum_{i=1}^{n-1}(r(i) - x_i)$

Quantité de cartes indésirées restants dans le paquet. Pour expliquer, initialement, nous commençons avec 39 cartes indésirables (13×3). De suite, il y a 8 cartes d'enlevés du paquet, alors j'ai soustrait 8, d'où vient le 31. Mais il y a x_0 qui a été compter, malgré que ce soit la quantité de cartes désirées. Pour compenser, d'additionne x_0. Similairement, pour chaque rejet, $r(i)$ cartes sont enlevés du paquet, alors je soustrais $r(i)$. Mais parmi $r(i)$, tu reçois x_i cartes désirables, alors pour compenser, il faut soustraire x_i de moins (ou additionner x_i).

$$Cartes\ restants = 44 - \sum_{i=1}^{n-1} r(i)$$

Quantité de cartes totaux restants dans le paquet. Pour expliquer, tu commences avec 52. Dans la 0e rejet, il y a 8 cartes d'enlevés. Pour tous les rejets qui suivent, $r(i)$ cartes se font enlevés du paquet.

Cartes tirées après le rejet:

$$Cartes\ désirées\ tirées = x_n$$

$$Cartes\ indésirées\ tirées = r(n) - x_n$$

$$Cartes\ restants\ tirées = r(n)$$

Alors,

$$P_{EXACTE}^{n}(x_0, x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \dfrac{\binom{Cartes\ désirées}{Cartes\ désirées\ tirées}\binom{Cartes\ indésirées}{Cartes\ indésirées\ tirées}}{\binom{Cartes\ restants}{Cartes\ restants\ tirées}}\ si\ Cartes\ indésirées\ tirées \geq 0\ et\ n > 1 \\ P_{exacte}^{0}(x_1)\ si\ n = 1 \\ 0\ si\ Cartes\ indésirées\ tirées < 0\ et\ n > 1 \end{cases}$$

$$P^n_{EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} \dfrac{\binom{13-\sum_{i=0}^{n-1} x_i}{x_n}\binom{31+x_0-\sum_{i=1}^{n-1}(r(i)-x_i)}{r(n)-x_n}}{\binom{44-\sum_{i=1}^{n-1} r(i)}{x_n}} si\ r(n) - x_n \geq 0\ et\ n > 0 \\ P^0_{exacte}(x_1)\ si\ n = 0 \\ 0\ si\ r(n) - x_n < 0 \end{cases}$$

Pour trouver $P^n_{I\_EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_n)$, les chances d'obtenir exactement x_n, x_{n-1}, … et x_0 cartes, j'ai décomposé la fonction de manière récursive.

Pour débuter,

$$P^n_{I\_EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_n)$$
$$= P^{n-1}_{I\_EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_{n-1}) \cdot P^n_{EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_n)$$

Et encore, je peux exprimer $P_{I\_EXACTE}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$, de la même manière, en substituant n pour $n-1$:

$$P^{n-1}_{I\_EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$$
$$= P^{n-2}_{I\_EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_{n-2}) \cdot P^{n-1}_{EXACTE}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$$

Cette décomposition se répète jusqu'à tant que nous arrivons au cas de base, $P_{I\_EXACTE}(x_0)$, qui est égale à $P_{EXACTE}(x_0)$. Donc, voici la formule finale :

$$P^n_{I\_EXACTE}(x_0, x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=i}^{n} P^i_{EXACTE}(x_0, x_1, \dots x_i)$$

Finalement, $P_{flush}(n)$ est la probabilité de faire un flush pour n rejets. Pour la calculer, il faut additionner tous les arguments possibles pour $P^n_{I\_EXACTE}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ qui font des flushs. Mais cela doit être faite de manière mutuellement exclusive. Alors, pour enlever les valeurs où que tu gagnes dans les rejets d'avant, il faut que la somme de tous les x sauf la dernière soit moins que 5. Alors,

$$P_{flush}(n) = \sum_{\substack{x_0+x_1+\cdots+x_{n-1}<5 \\ x_0+x_1+\cdots+x_n\geq 5}} P^i_{\text{I\_EXACTE}}(x_1, x_2, \dots, x_i)$$

Probabilité de différents mains 3 rejets

J'ai codé une fonction pour calculer $P_{flush}(n)$ puisque c'est long à faire à la main. Comme vérification, j'ai calculé $P_{flush}(1)$ et $P_{flush}(2)$ et j'ai comparer les résultats avec les nombres déjà calculés, qui étaient la même. Après avoir faite cette validation, j'ai fait le calcul pour le troisième rejet:

$$P_{flush}(3) \approx 16{,}111\%$$

Probabilité d'un flush finale

Pour calculer probabilité de jouer un flush, je peux considérer chaque rejet comme différents évènements. Puisque tu peux seulement gagner en un parmi les 3 rejets (ou dans la main de départ), ils sont tous des évènements incompatibles. Alors je peux utiliser la formule suivante pour calculer la probabilité totale d'un flush:

$$P(\,A \cap B \cap C \cap D) = \; P(A) + P(B) + P(C) + P(D)$$

$$P_{totale} = \; P_{flush}(0) + P_{flush}(1) + P_{flush}(2) + P_{flush}(3)$$

$$P_{totale} \approx (6{,}964 + 37{,}537 + 31{,}521 + 16{,}111)\% P_{totale} \approx 92{,}133\%$$

$$P_{totale} \approx 92{,}133\%$$

Vérification

J'ai déjà mentionné quelques petites vérifications que j'ai fait au long de mes calculs, mais une vérification plus fiable sera de coder une simulation du jeu afin de comparer les résultats expérimentaux collectés avec les valeurs théoriques.

Après avoir coder la simulation, il y avait plusieurs moments ou que les résultats n'étaient pas les mêmes que celles mathématiques. Cela signifie que soit le code est mal, ou les mathématiques sont mal (ou les deux). Puisque j'étais plus confiant avec les calculs mathématiques, j'ai débogué le code en premier. J'ai trouvé plusieurs petites erreurs d'inattentions. Par exemple, il n'y avait pas une limite sur la quantité de cartes rejetés au lieu de 5 cartes seulement. Il y avait plusieurs autres petites fautes, mais par la fin, j'était capable d'avoir des résultats semblables après avoir faite 1 million de simulations :

n	$P_{flush}(n)$ (%)	Probabilité simulé (%)	Difference (%)
0	6,964	6,965	-0,001
1	37,537	37,478	0,059
2	31,521	31,589	-0,068
3	16,111	16,090	0,021
Probabilité totale d'un flush	92,133	92,122	

*Les pourcentages sont arrondis à la centième près

Les signes des différences varient, qui est un bon signe qu'il n'y a pas d'erreur systématique dans le code.

Autres analyse et source d’erreurs

La recherche contienne une erreur de validité puisque lorsque je demande la question « quelles sont les chances de scorer avec purement des flushs dès la première main dans la première ronde de Balatro? », il est sous attendu que ça se fait en jouant de manière optimale. Cependant, la stratégie utilisée pour les calculs n'est pas optimale. Pour élaborer, avec la stratégie considérée, la famille ciblée pour le flush pour tout le jeu est celui la plus fréquente dans la main de début. Cela n’est pas toujours la meilleure manière de jouer, puisque tu peux changer de cible dans le milieu du jeu. Par exemple, ma première main peut être la suivant : AAABBCCD. Dans ce cas, la famille A sera visé. Mais, après le premier rejet, cette situation est possible : AAABBBBB. Dans ce cas, le jeu est déjà terminé puisqu’un flush est possible; mais avec les calculs, je continue à chercher d’autres A. Il y a deux raisons principales pour laquelle je n’ai faits les calculs avec la stratégie optimale : la différence est assez négligeable et ça augmente la taille de l’exploration. Si j’avais plus de temps, ou si la différence entre la stratégie choisie et la stratégie optimale était plus dramatique, j’aurait considéré faire les calcules avec la stratégie optimale.

En tant d’erreur de source d’erreur de fiabilité, il y avait un grand nombre de simulations, alors il est fort probable que mes données théoriques sont correctes selon la loi des grands nombres.

Conclusion

Les chances de faire un flush dans la première ronde *Balatro,* avec les configurations de base, est d’approximativement 92,133%, qui est assez élevée. De plus, 6,964%, 37,537%, 31,521% et 16,111% sont les chances de faire un flush dans lorsque le jeu débute et après 1, 2 et 3 rejets respectivement. Avoir une haute chance de faire un flush est logique, puisque si le jeu est créé de manière balancer, le joueur devrait pouvoir scorer dans la première ronde sans trop compter sur la chance.