Università degli Studi di Verona

DIPARTIMENTO DI INFORMATICA
Corso di Laurea Triennale in Informatica

Appunti di fisica II

Riassunto del corso di elettromagnetismo
e raccolta di formule utili per l'esame

A cura di:
Michele Martini

Corso tenuto da:
Prof. Claudia Daffara

Anno Accademico 2017–2018

Indice

Introduzione **v**

1 Elettrostatica nel vuoto **1**
1.1 La carica elettrica 1
1.2 Forza di Coulomb e campo elettrostatico 2
1.2.1 Energia e potenziale elettrostatico 4
1.2.2 Teorema di Gauss 7

2 Elettrodinamica **11**
2.1 Conduzione elettrica 11

3 Magnetostatica **13**

A Esercizi **14**
A.1 Elettrostatica 14
A.1.1 Superficie sferica con distribuzione superficiale 14

B Costanti fisiche **17**

C Costanti dielettriche e magnetiche **18**

Elenco delle figure

1.1 Attrazione/repulsione tra due cariche 2
1.2 Linee di campo di $\vec{E}$. 4

2.1 Segno della corrente elettrica secondo la convenzione. 12

Elenco delle tabelle

B.1 Principali costanti fisiche. 17

C.1 Costante dielettrica relativa e permeabilità magnetica relativa di alcune sostanze. 18

Introduzione

Il presente scritto non vuol essere una formale dispensa per il corso di fisica II, bensì una semplice raccolta di appunti presi a lezione, sistemati e migliorati nella forma e nel contenuto.

Verranno dunque presentati gli argomenti nello stesso ordine con il quale sono stati affrontati durante le ore in università, introducendo come prime grandezze fisiche la carica elettrica ed il potenziale, che forniranno una solida base per poter argomentare adeguatamente l'elettrostatica nel vuoto.
Proseguiremo successivamente trattando l'elettrodinamica, il magnetismo ed infine, unendo le nozioni apprese da ambo le parti, si chiuderà il cerchio trattando quindi l'elettromagnetismo.
Nota: gli argomenti verranno studiati quasi unicamente in forma integrale, approfondendo solo in taluni momenti la natura locale dei fenomeni analizzati.

La maggior parte dei fenomeni che studieremo verrà introdotta da cenni storici ed, eventualmente, dall'esperimento che ne ha segnato l'effettiva scoperta. Questo metodo può rivelarsi utile per vari motivi, tra i quali:

1. memorizzare più facilmente i passi scientifici fondamentali su cui si basa l'odierno elettromagnetismo;

2. osservare come e con quale scopo si progettano veri e propri esperimenti di fisica;

3. scoprire qualche nuovo, interessante aneddoto per fare colpo sulle ragazze.

Nella speranza che questo piccolo fascicolo possa esservi di qualche utilità,
vi auguro *buona lettura!*

Capitolo 1

Elettrostatica nel vuoto

Nel corso dei secoli, grazie all'impegno ed agli importanti studi di innumerevoli personaggi, siamo giunti a racchiudere le nostre attuali conoscenze fisiche dell'universo in un unico modello, denominato *"modello standard"*. Secondo la teoria da esso descritta, esistono 4 interazioni fondamentali, ovvero:

- forza di gravità;
- forza elettromagnetica;
- forza nucleare forte;
- forza nucleare debole.

Il MS ci dice inoltre che ognuna di esse agisce tramite un *campo*; in questo capitolo studieremo il *campo elettrico*. Tuttavia, per motivi che saranno più chiari solo nei capitoli successivi del libretto, lo studieremo in una situazione particolare, ovvero in condizioni *stazionarie* (o *statiche*). [1]

1.1 La carica elettrica

Con svariati esperimenti, taluni anche molto semplici, si può facilmente osservare che ogni materiale può essere elettrizzato tramite strofinio, contatto o induzione

[1] Fenomeni non influenzati dal tempo

elettrica. Ciò permise di supporre l'esistenza di una proprietà intrinseca della materia. Quest'ultima è la *carica elettrica*, e si misura in *Coulomb* $[C]$.[2]

Un'importante caratteristica della carica consiste nel fatto che sia quantizzata, infatti ha sempre valore multiplo di e.[3] La carica di un materiale può essere inoltre positiva o negativa, e possiamo osservare quanto segue:

- cariche con segno concorde si respingono;
- cariche con segno discorde si attraggono.

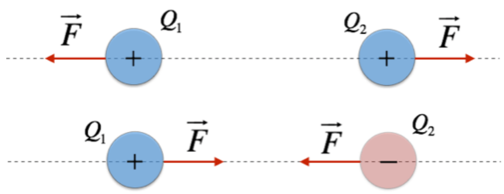


Figura 1.1: Cariche discordi di attraggono, cariche concordi si respingono.

Alla luce di ciò, possiamo finalmente pensare ad esperimenti pratici (con "proprietà intrinseche" si ragiona poco, ma con le forze è tutta un'altra storia!).

1.2 Forza di Coulomb e campo elettrostatico

La forza repulsiva/attrattiva che si verifica tra corpi "carichi" (analizzeremo in dettaglio tale termine in seguito) ha particolari caratteristiche, che furono studiate in modo appofondito da Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) nel suo famoso esperimento eseguito con la bilancia di torsione.
Sappiamo che:

- $F \propto q_1 q_2$
- $F \propto \frac{1}{r^2}$
- F centrale

[2]Grandezza derivata: $1A = 1C/1s$
[3]Carica di un elettrone $(1,6022 \times 10^{-19} C)$

Partendo da tali osservazioni, possiamo definire la forza di Coulomb.

DEFINIZIONE 1.1 - LEGGE DI COULOMB.
Due cariche si attraggono o si respingono con una forza che agisce lungo la congiungente i centri dei due corpi, con intensità direttamente proporzionale alle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza.

$$\vec{F}_{1,2} = K\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}\vec{u}_{1,2}, \quad \text{con } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \tag{1.1}$$

Nella definizione della forza di Coulomb incontriamo inoltre, per la prima volta, la costante ε_0, [4] la quale ci accompagnerà in quasi ogni formula che analizzeremo.

Vale il principio di sovrapposizione: la forza agente tra due cariche non viene influenzata da eventuali altre forze presenti nel sistema ed agenti sulle medesime cariche. Con questa premessa risulta più che umano analizzare un sistema di N cariche puntiformi.

$$\vec{F}_{tot_{q_0}} = \sum_1^N \vec{F}_{i_0} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_1^N \frac{q_i q_0}{r_{i,0}^2}\vec{u}_{i,0}} = \frac{q_1 q_0}{4\pi\varepsilon_0 r_{1,0}^2}\vec{u}_{1,0} + \cdots$$

$$\vec{F}_{tot_{q_0}} = \frac{\mathbf{q_0}}{4\pi\varepsilon_0}\sum_1^N \frac{q_i}{r_{i,0}^2}\vec{u}_{i,0}$$

$$\vec{F}_{tot_{q_0}} = q_0 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_1^N \frac{q_i}{r_{i,0}^2}\vec{u}_{i,0} = q_0 \cdot \vec{E}(\vec{r})$$

DEFINIZIONE 1.2 - CAMPO ELETTROSTATICO.
Il campo elettrostatico $\vec{E}(\vec{r})$ è definito come la forza per unità di carica alla quale è soggetta una carica puntiforme q_0 se posta in posizione $\vec{r}$.

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}}{q_0}} \tag{1.2}$$

Tale campo è dunque una *proprietà dello spazio*. La sua unità di misura è $[V/m]$ (oppure, ricavandola dalla formula: $[N/C]$).

[4] ε_0: permittività elettrica del vuoto $(8,8541 \times 10^{-12} F/m)$.

Le linee di campo escono dalle cariche positive, dette *"sorgenti"*, ed entrano nelle cariche negative, dette *"pozzi"*. Sia linee di campo di $\vec{E}(\vec{r})$ sia le linee di forza della $\vec{F}$ di Coulomb sono radiali, con centro nella sorgente del campo, e dunque parallele tra loro.

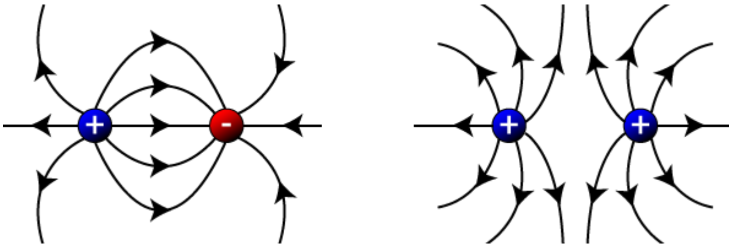


Figura 1.2: Linee di campo di $\vec{E}$.

1.2.1 Energia e potenziale elettrostatico

La forza elettrostatica è *conservativa*, quindi:

- $\exists U \mid W = -\Delta U$;
- il lavoro che compie lungo un qualsiasi percorso chiuso è nullo;
- il lavoro per spostare un corpo da un punto A ad un punto B dipende solo dalle posizioni iniziale e finali, non dalla traiettoria.

Posta una carica positiva Q nell'origine e una carica q_0 in un punto A, il lavoro per spostare q_0 da A ad un punto B e l'energia elettrostatica delle due cariche si calcolano come segue:

$$\vec{F}_{el.st.}(r) = q_0 \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$$

$$\begin{aligned} W_{AB} &= \int_{AB} \vec{F}_{el.st.} \cdot d\vec{s} = \int_{AB} \frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, \vec{u}_r \, d\vec{s} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\, dr \\ &= -\frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\bigg|_{r_A}^{r_B} = -\frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_B} + \frac{q_0 Q}{4\pi\varepsilon_0 r_A} = -\Delta U \end{aligned}$$

$$\boxed{U = \frac{q_0 q_1}{4\pi\varepsilon_0 r} + \text{cost}} \tag{1.3}$$

Se poniamo $U(\infty) = 0$, allora $U = \Delta U = U(\vec{r}) - U(\infty)$.
Perciò, ricordando la prima delle 3 definizioni di forza conservativa, possiamo definire U come:

- il lavoro del campo necessario per allontanare le cariche a distanza infinita;
- l'opposto del lavoro necessario a una forza esterna per portare una carica da distanza infinita dentro al sistema.

Riassumendo, da evidenze sperimentali siamo riusciti a trovare una forza (*Forza di Coulomb* $F_{el.st.}$), dalla quale abbiamo astratto un'ulteriore grandezza, detta *campo elettrostatico* $E_{el.st.}$, che non dipende dalla carica interessata dalla forza, bensì solo dalla sua posizione. In seguito, abbiamo fornito la definizione di *energia potenziale* U. Analogamente, possiamo dunque astrarre la carica dalla formula dell'energia potenziale e definire una nuova proprietà dello spazio, il *potenziale del campo elettrostatico*.

$$\begin{array}{ccc} \vec{F}_{el.st.} & \longrightarrow & U \\ \Downarrow & & \Downarrow \\ \vec{E}_{el.st.}(\vec{r}) & & V(\vec{r}) \end{array}$$

DEFINIZIONE 1.3 - POTENZIALE DEL CAMPO ELETTROSTATICO.
Il potenziale elettrostatico si definisce come l'energia potenziale elettrostatica per unita di carica. La sua unità di misura è il *Volt* $[V]$ ed il suo valore è definito a meno di una costante.

$$\boxed{V \triangleq U/q} \tag{1.4}$$

Data la definizione di potenziale, si evince facilmente quanto segue:

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} = -W_{\text{per carica di campo unitaria da A a B}} \tag{1.5}$$

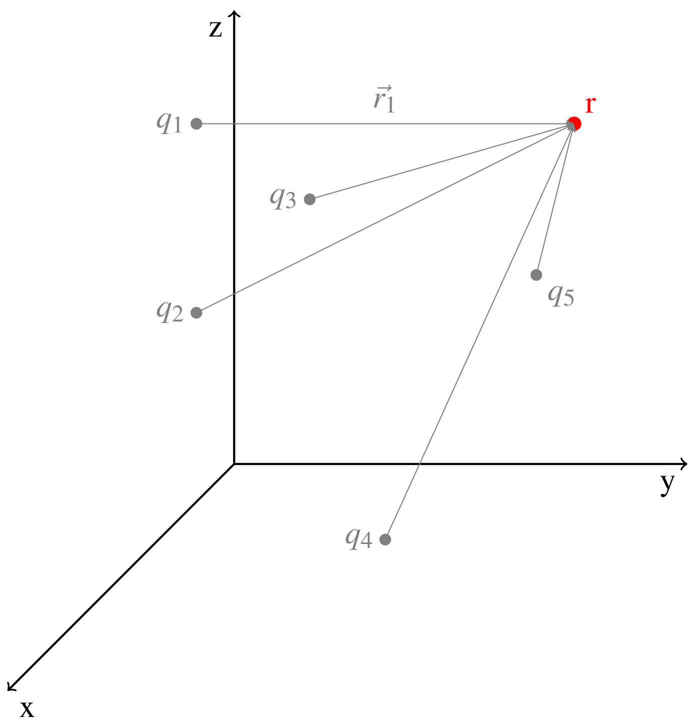
Il potenziale elettrostatico è definito a meno di una costante. Perciò, grazie all'equazione 1.5, come abbiamo già visto per l'energia potenziale, ponendo $V(\infty) = 0$

possiamo definire $V(\vec{r})$ come il lavoro necessario ad una forza esterna al campo per portare una carica *unitaria* (**non** "di prova") da distanza infinita dentro al sistema.

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

Il campo elettrostatico punta *sempre* verso potenziali *decrescenti*.

Vediamo come calcolare il potenziale in $\vec{r}$ quando abbiamo una *distribuzione discreta* (q_i, con $i = 1, 2, \ldots, N$).



Dato che $\vec{E} = \sum \vec{E}_i$, possiamo facilmente notare che $V = \sum V_i$.
Perciò, con un sistema di N cariche puntiformi, otteniamo:

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \frac{q_i}{r_i} \tag{1.6}$$

Se passiamo invece da una distribuzione discreta ad una *distribuzione continua*, dobbiamo distinguere 3 tipi di distribuzioni.

Prima di tutto, ricordando che $\sum \rightarrow \int$, possiamo dire:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$
$$q_i \longmapsto dq \longrightarrow \lambda\, dl \mid \sigma\, dS \mid \rho\, dV$$

Di conseguenza il potenziale si calcolerà come segue:

$$\lambda\, dl \Rightarrow V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\lambda}{r} dl \quad \text{(distribuzione lineare)}$$
$$\sigma\, dS \Rightarrow V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\sigma}{r} dS \quad \text{(distribuzione superficiale)}$$
$$\rho\, dV \Rightarrow V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho}{r} dV \quad \text{(distribuzione volumetrica)}$$

1.2.2 Teorema di Gauss

Prima di poter affrontare questo importante teorema, che useremo poi nel 90% degli esercizi, ci occorrono alcune nozioni di base:

- flusso attraverso una superficie;
- angolo solido.

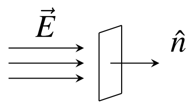
Il *flusso elementare* del campo attraverso dS è definito come segue:

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

(ricordando che $d\vec{S} = dS \cdot \hat{n}$)

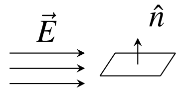
Il valore del flusso dipende dalla direzione del campo elettrico e della superficie, ovvero della sua normale, ed in particolare dall'angolo che si forma tra essi.
Il flusso avrà perciò il seguente valore:

- Superficie perpendicolare al campo ($\vec{E} /\!/ \hat{n}$):



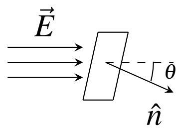
$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$$

- Superficie parallela al campo ($\vec{E} \perp \hat{n}$):



$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$$

- Superficie forma un angolo $\theta \neq k\frac{\pi}{2}$ con il campo:



$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS \cdot \cos\theta$$

Da queste osservazioni possiamo finalmente arrivare ad una definizione più precisa del flusso.

DEFINIZIONE 1.4 - FLUSSO DEL CAMPO ELETTRICO.
Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie S è dato da

$$\phi(\vec{E}) = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \qquad [\phi] = V \cdot m \tag{1.7}$$

Prendiamo ora in considerazione una superficie chiusa qualsiasi S al cui interno poniamo una carica puntiforme q. Guardando una porzione infinitesima di S, calcoliamo che il flusso attraverso essa è il seguente:

$$d\phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \vec{u}_r \cdot \hat{n} \cdot dS \Rightarrow \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \boxed{\frac{\vec{u}_r \cdot \hat{n} \cdot dS}{r^2}} \tag{1.8}$$

La parte di formula evidenziata nella 1.8 indica l'*angolo solido* $d\Omega$, ed è importante in quanto il flusso dipende dall'angolo solido, *non* dalla superficie.

$$\phi = \int_S d\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_S d\Omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot 4\pi = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\phi = \frac{q}{\varepsilon_0}} \tag{1.9}$$

Con il risultato dell'equazione 1.9, che ci indica mostra il flusso del campo $\vec{E}$, generato da una carica puntiforme q, attraverso una superficie chiusa, possiamo studiare il caso di una distribuzione discreta di cariche puntiformi come segue.

Ricordando che con distribuzioni discrete abbiamo

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

Calcoliamo il flusso ϕ

$$\phi = \int_S d\phi = \int_S \sum \vec{E}_i \, dS \Rightarrow \boxed{\phi = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}}$$

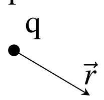
Abbiamo finalmente tutti gli strumenti per vedere e comprendere la seconda delle *equazioni di Maxwell*.

DEFINIZIONE 1.5 - TEOREMA DI GAUSS.
Il flusso del campo elettrico attraverso una qualsiasi superficie chiusa è pari alla somma algebrica delle cariche interne diviso la costante dielettrica del vuoto.

$$\boxed{\phi(\vec{E}) = \oint_{\substack{S \\ \text{chiusa} \\ \text{qualunque}}} \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{interna}}}{\varepsilon_0}} \tag{1.10}$$

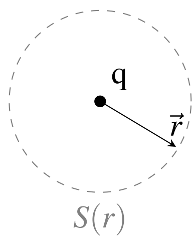
Il teorema di Gauss è *generale*, non è valido solo per il campo elettrostatico, bensì anche per il campo elettrico in condizioni *non stazionarie*!

Usiamolo per calcolare il campo $\vec{E}_{el.st.}$ di una carica q, giusto per vedere come funziona nella situazione più semplice. Consideriamo quindi una carica, q, ed un punto dove calcolare il campo, $\vec{r}$.



$\vec{E}(\vec{r})$?

A questo punto osserviamo una cosa molto importante: siamo in condizioni di *simmetria sferica*. Dato che, per usare il teorema di Gauss, dobbiamo scegliere una superficie chiusa qualunque, questo semplice indizio ci consente di semplificarci la vita usando $S_{\text{Gauss}} = \text{sfera}$.



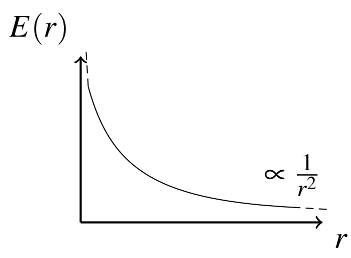
Applichiamo quindi il teorema:

$$\phi(\vec{E}) = \oint_{S(\vec{r})} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oint_{S(\vec{r})} E \cdot dS \; (\vec{u}_r \text{ e } \hat{n} \text{ sono paralleli} \Rightarrow \vec{u}_r \cdot \hat{n} = 1)$$

$$E(\vec{r}) \cdot \oint_{S(\vec{r})} dS = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}}$$

Direzione: radiale. Verso: q^+ uscente, q^- entrante



Fare riferimento all'esercizio A.1.1 per un esempio completo riguardo al calcolo di E e V.

Capitolo 2

Elettrodinamica

In questo capitolo studieremo i fenomeni elettrici in condizioni *non stazionarie*, introducendo la *corrente elettrica* e studiandone il comportamento nei conduttori.

2.1 Conduzione elettrica

All'interno dei metalli, gli elettroni di valenza sono liberi di muoversi e non sono legati ad un atomo specifico. Energia cinetica media di tali cariche è data dall' *"agitazione termica"*:

$$\begin{aligned} \overline{E}_K &= 3K\frac{T}{2} \\ &= \frac{1}{2}m\overline{v}^2 \end{aligned} \tag{2.1}$$

La v presente in 2.1 è la *velocità termica* delle particelle: ha direzione casuale e misura circa $1,2 \times 10^5 m/s$.[1]

Se immergiamo il metallo in un campo $\vec{E}$ generiamo un moto ordinato nella nuvola di elettroni, detto *velocità di deriva*: essa ha una direzione ben precisa ed una velocità generalmente molto più bassa rispetto a quella termica (una differenza di svariati ordini di grandezza!).
Tale moto ordinato è chiamato *"conduzione elettrica"* o *"corrente"*.

[1] In un conduttore con temperatura $300K$.

DEFINIZIONE 2.1 - CORRENTE.
Moto ordinato degli elettroni di un conduttore. Considerando un conduttore di sezione S percorso da corrente, l'intensità di quest'ultima si misura in *Ampere* $[A]$ e si definisce come la quantità di carica dQ che attraversa la superficie S in un intervallo di tempo dt:

$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt}} \tag{2.2}$$

Per convenzione e ragioni storiche si indica con segno positivo il verso di moto delle cariche positive.

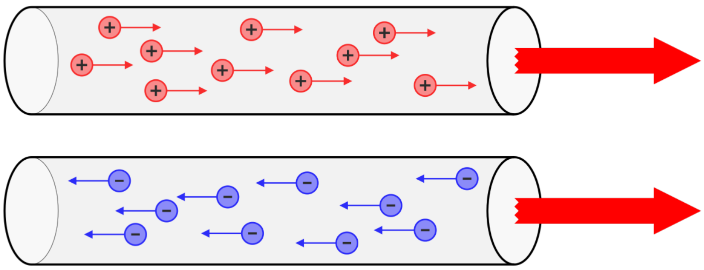


Figura 2.1 Segno della corrente elettrica secondo la convenzione.

Conoscendo l'intensità di corrente I che scorre in un conduttore, data una superficie S, possiamo ricavarne la *densità di corrente* $\vec{J}$.

$$I = \int_{\text{sup}} \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$$\overbrace{n \cdot e \cdot \vec{v} \cdot d\vec{S}}^{\text{Flusso attraverso la superficie}} = \frac{dq}{dt} \;, \quad \text{dove } n = \frac{\#\text{ elettroni}}{\text{volume}}$$

$$\boxed{\vec{J} = n \cdot e \cdot \vec{v}} \qquad \boxed{J = \frac{I}{\Sigma}} \tag{2.3}$$

Capitolo 3

Magnetostatica

Evidenze osservate nei vari esperimenti:

- alcuni materiali (composti da magnetite) possono attirare altri materiali (ferrosi);
- alcuni materiali si orientano lungo una direzione privilegiata;
- i fenomeni attrattivi/repulsivi di cui sopra si manifestano sui bordi ($\vec{F}$ localizzata);
- *non esistono cariche magnetiche isolate*. Coulomb tentò di riprodurre lo stesso esperimento della bilancia di torsione, ma senza alcun risultato;
- se spezzo un magnete, ottengo due nuovi magneti: esistono solo dipoli magnetici;
- *esperimento di Ørsted* permise di scoprire che le correnti sono sorgenti del campo magnetico;
- ad Ampere dobbiamo la scoperta che queste sono le *uniche* sorgenti del campo magnetico.

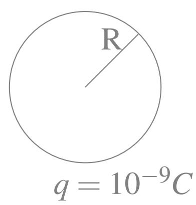
Appendice A

Esercizi

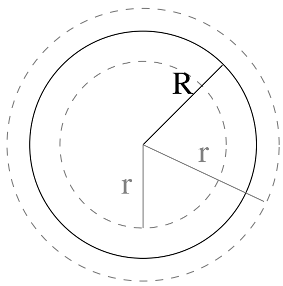
A.1 Elettrostatica

A.1.1 Superficie sferica con distribuzione superficiale

Consideriamo una distribuzione superficiale di carica $q = 10^{-9}C$ su una superficie sferica di raggio $R = 5cm$. Vogliamo conoscere $E(\vec{r})$ e $V(\vec{r})$ ovunque nello spazio (dentro e fuori la sfera).



Dato che stiamo studiando una superficie sferica, possiamo usare come S_{Gauss} una sfera. Prendiamone dunque una di raggio r ed applichiamo il teorema.



Per Gauss:

$$\phi(\vec{E}) = \oint_{S(r)} = E(r) \cdot \oint_{S(r)} dS = E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

da cui:

$(r < R)$ La somma delle cariche interne alla superficie di Gauss (raggio r) è nulla, ovvero $q = 0$. Da ciò ricaviamo che:

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{0}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = 0$$

$(r > R)$ La somma delle cariche interne alla superficie di Gauss è data dalla carica q distribuita sulla superficie della sfera di raggio R, perciò:

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$(r = R)$ In particolare, possiamo dire che appena fuori dalla superficie della sfera di raggio R, il campo misurato è pari a:

$$E(R) \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(R) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \text{ con } \sigma = \frac{q}{\text{sup.sfera}}$$

Per precisione e completezza, calcoliamo anche la densità di carica superficiale σ.

$$\sigma = \frac{q}{S} = \frac{q}{4\pi R^2} = \frac{10^{-9}}{4\pi 25 \cdot 10^{-4}} \approx 8 \cdot 10^{-6} C/m^2$$

Studiamo ora il potenziale del campo. Dato che esso è definito a meno di una costante, decidiamo di considerare come costante $V(\infty) = 0$.

Possiamo calcolare la differenza di potenziale come segue:

$$\Delta V = V(r_2) - V(r_1) = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr$$

$$\left. \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \right|_{r_1}^{r_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} - \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r_1}} \longrightarrow \text{(cost)}$$

Il potenziale in $r > R$ in questo modo risulta:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \text{cost}$$

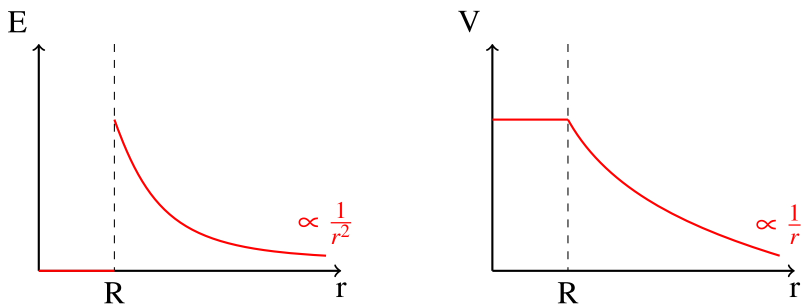
Non siamo convinti? Ricalcoliamo ricordando di porre $V(\infty) = 0$:

$$V(r) = V_\infty - \int_\infty^r E(r) \cdot dr = 0 - \int_\infty^r \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Il potenziale in $r < R$ rimane invariato in quanto, per l'assenza di campo E, $\Delta V = 0$:

$$\Delta V = 0 \longrightarrow V = cost \longrightarrow V(r) = V(R) \quad \text{per } r < R$$

Mostriamo graficamente l'andamento del campo elettrostatico e del potenziale.



Appendice B

Costanti fisiche

Tabella B.1: Principali costanti fisiche.

Costante fisica	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità della luce nel vuoto	c	$299\,792\,458$	$m\,s^{-1}$
Costante di Plank	h	$6,6260 \times 10^{-34}$	$J\,s$
Carica dell'elettrone	e	$1,6022 \times 10^{-19}$	C
Massa dell'elettrone	m_e	$9,1094 \times 10^{-31}$	kg
Costante dielettrica del vuoto	ε_0	$8,8542 \times 10^{-12}$	$F\,m^{-1}$
Permeabilità magnetica del vuoto	μ_0	$12,5664 \times 10^{-7}$	$N\,A^{-2}$
Costante di Boltzman	k	$1,3807 \times 10^{-23}$	$J\,K^{-1}$
Numero di Avogadro	N_A	$6,0221 \times 10^{-23}$	mol^{-1}

Appendice C

Costanti dielettriche e magnetiche

Tabella C.1: Costante dielettrica relativa e permeabilità magnetica relativa di alcune sostanze.

(a) *Costanti dielettriche relative di alcune sostanze.*

Materiale	Costante dielettrica relativa [ε]
Vuoto	1
Aria secca	$1,00059$
Elio	$1,00087$
Acqua	80
Glicerina	43
Benzene	$3,1$
Carta	$3,5$
Polistirolo	$2,6$
Bachelite	$4,9$

(b) *Permeabilità magnetica relativa di alcune sostanze.*

Materiale	Permeabilità magnetica relativa [μ]
Vuoto	1
Oro	$0,999964$
Argento	$0,999974$
Rame	$0,9999902$
Acqua	$0,9999912$
Aria	$1,0000004$
Platino	$1,000360$
Ferro	$5,50$
Permalloy	$25,00$