

# O R EM AMBIENTE HPC





Laboratório Nacional de Computação Científica - LNCC

Kary Ocaña (karyann@lncc.br)
Micaella Coelho (micaella@lncc.br)

5° Edição - Fevereiro de 2020

## SUMÁRIO

- → Arquitetura, "HPC", Supercomputadores e o Santos Dumont
- → Introdução ao R
- ◆ O que é o R? Por que usar R? E por que utiliza-lo em ambientes HPC?
- → Carregar o módulo R no supercomputador (Santos Dumont, SD)
  - ◆ Instalar um pacote R no SD. Submetendo um *script* para o SD
- → Família apply
- → Pacotes de paralelismo no R
  - Análogos à famíla apply (parallel, snow)
  - foreach e seus *backends* paralelos (foreach, doParallel, doSnow)
- → Benchmark
- → Melhorando o código R, boas práticas
- → Estudo de caso: Paralelismo de tarefas
  - ◆ "Machine Learning" e Model-R
- → Considerações finais

### AVISOS

- Horário do curso:
  - Início: 13:30
    - Coffee break: 15:15
  - Final: 16:30
- Clonar repositório do curso:
  - git clone <u>https://github.com/Micaella/R\_HPC</u>

# SUPERCOMPUTADOR

#### O QUE É UM SUPERCOMPUTADOR?

- Envolve um sistema que trabalha com o máximo desempenho potencial de qualquer computador, atualmente chegando a 5.1 *Petaflops* (5.1 10<sup>15</sup> operações aritméticas de ponto flutuante por segundo)
- Recursos de computação concentrados de múltiplos sistemas de computador trabalhando em paralelo
- Utilizado para processamento de problemas **maciçamente complexos** ou carregados de dados
- Exemplos de casos de uso incluem genômica, proteômica, meteorologia, astronomia e assim por diante.

#### SUPERCOMPUTADORES

https://www.top500.org/



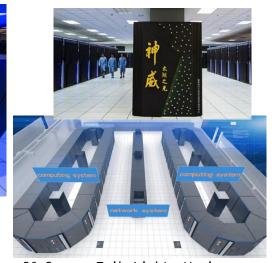
1º Summit, Oak Ridge National Laboratory, EUA (novembro 2019).

Sunway Taihulight

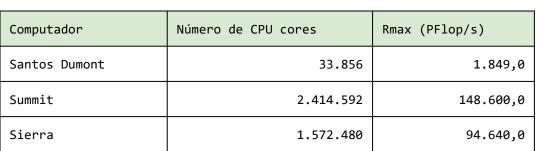


2º Sierra, Lawrence Livermore National Laboratory (LLNL), EUA (novembro 2019).

93,014,6



3º Sunway TaihuLight, Wuxi, China (novembro 2019).



10.649.600



193º Supercomputador Santos Dumont, Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC), Petrópolis.

#### UM SUPERCOMPUTADOR É SEMPRE UM SUPERCOMPUTADOR?



Cray-1, considerado um supercomputador em 1975.



iPhone 6.

COMPUTADOR DESEMPENHO	
Nome	flops
megaflop	10 <sup>6</sup>
gigaflop	10 <sup>9</sup>
teraflop	1012
petaflop	10 <sup>15</sup>
exaflop	10 <sup>18</sup>
zettaflop	10 <sup>21</sup>
yottaflop	10 <sup>24</sup>

-Cray-1: 160

Megaflops/s
-iPhone6: 7 Gigaflps/s

iPhone 6 ~20x mais
rápido do que o Cray-

1!!!

#### O SUPERCOMPUTADOR SANTOS DUMONT

- MoBull solução para datacenter baseada em containers
- Plug & Boot
- 2 containers com 28 racks 42U
- Arquitetura de cluster de propósito geral



Supercomputador Santos Dumont, LNCC, Petrópolis.

- O Santos Dumont possui 18.144 núcleos de CPU, distribuídos em 756 nós computacionais
  - ✓ Thin nodes:
    - o 504 nós totalizando 12.096 núcleos de CPU
    - o 64 GB de memória RAM por nó
  - ✓ Hybrid nodes:
    - o 252 nós totalizando 6.048 núcleos de CPU
    - o 64 GB de memória RAM por nó
    - o Aceleradores do tipo Nvidia K40 (GPU) e Intel Xeon Phi 7120
  - ✓ Fat node (MESCA):
    - o 1 nó totalizando 240 núcleos de processamento
    - o 6 TB de memória RAM

#### O SUPERCOMPUTADOR SANTOS DUMONT



- Com o *upgrade* o Santos Dumont ganhou 2 novos módulos:
- Supercomputador Santos Dumont, LNCC, Petrópolis.

- ✓ 1x Célula Seguana X1000 CPU
- ✓ Total: 282 nodes
- ✓ Cada node possui:
- ✓ 2x Intel Xeon Gold 6252 (24c @ 2.1Gz)
- **✓** 384Gb ou 768Gb de RAM
- **✓** 1x 960GB SSD.
- ✓ 1x Infiniband EDR;
- ✓ 1x GbE for Management

- ✓ 1x Célula Sequana X1000 GPU
- ✓ Total: 94 nodes
- ✓ Cada node possui:
- ✓ 2x Intel Xeon Gold 6252 (24c @ 2.1Gz)
- ✓ 384Gb de RAM
- ✓ 4x NVIDIA Volta V100 GPU
- **✓** 1x 960GB SSD.
- ✓ 1x Infiniband EDR;
- ✓ 1x GbE for Management

## CURSOS - EDIÇÃO VERÃO E INVERNO



O LNCC

COORDENAÇÕES

#### Programa de Verão 2020

E-mail: verao@lncc.br

#### Tipo de evento:

Programa de Verão



\*\* O prazo de inscrição foi estendido até o dia 31 de janeiro de 2020 às 13h. \*\*

A 18ª. Edição do Programa de Verão do LNCC acontecerá de 03 fevereiro a 06 de março de 2020 Escola Supercomputador SDumont - 03 a 07/02/2020

Jornada em Ciência de Dados - 10 a 14/02/2020

XIII Encontro Acadêmico de Modelagem Computacional - 17 a 20/02/2020

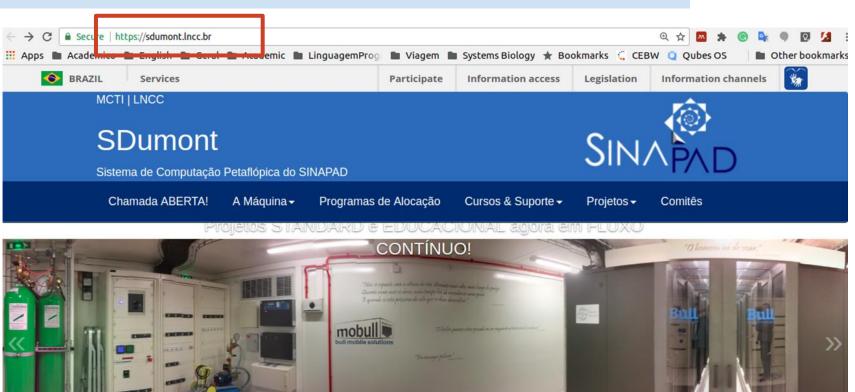
Iornada em e-Biodiversidade - 17 a 20/02/2020

Jornada de Iniciação Científica e Tecnológica - 21/02/2020

VI Encontro em Modelagem Matemática do Crescimento Tumoral - 04 a 06/03/2020



#### O SUPERCOMPUTADOR SD - SUBMISSÃO DE PROPOSTAS



# 0 QUE É R?

# O QUE É O R?

- → Desenvolvido a partir da linguagem S pelos estatísticos **Ross Ihaka** e **Robert Gentleman** da Universidade de Auckland (Nova Zelândia) em 1995
- → Objetivo inicial era desenvolver um programa estatístico de <u>domínio</u> <u>público</u>, ou seja, com o código aberto e disponível para toda comunidade (Free Software Foundation's GNU General Public License GPL)
- → Atualmente, o R é muito mais do que um ambiente estatístico...
  - ◆ Linguagem interpretável e de propósito geral
  - ◆ Uma das linguagens mais utilizadas em "Big Data"
- → Fornece uma saída mínima e armazena o resultado em um objeto que pode ser <u>integrado a outras funções</u>
  - Encadeamento de tarefas

#### POR QUE USAR O R?

Além da vantagem de software livre, o R também apresenta:

- Multiplataforma (Linux, macOS, Windows, ...)
- Manipulação de dados eficaz e facilidade de armazenamento
- Uma série de operadores para cálculos com arranjos, especialmente matrizes
- Extensa, coerente e integrada coleção de ferramentas intermediárias para análise de dados
- Instalações gráficas para análises de dados e exibição tanto direta no computador quanto para cópia permanente (impressões)
- Linguagem que inclui condições, *loops*, funções recursivas definidas pelo usuário e instalações de entradas e saídas
- Possibilidade de criar e compartilhar pacotes

#### R NO TERMINAL

```
h karyocana — R — 80×24
karvocana@Karvs-MacBook-Air ~ % R
R version 3.6.1 (2019-07-05) -- "Action of the Toes"
Copyright (C) 2019 The R Foundation for Statistical Computing
Platform: x86_64-apple-darwin18.6.0 (64-bit)
R is free software and comes with ABSOLUTELY NO WARRANTY.
You are welcome to redistribute it under certain conditions.
Type 'license()' or 'licence()' for distribution details.
 Natural language support but running in an English locale
R is a collaborative project with many contributors.
Type 'contributors()' for more information and
'citation()' on how to cite R or R packages in publications.
Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
'help.start()' for an HTML browser interface to help.
Type 'q()' to quit R.
```

- → Os comandos em R podem ser digitados após o prompt de comando
- → Para finalizar uma sessão utiliza-se a função q() 'quit'

Acessando R via terminal. Janela de comando ou console.

#### INSTALAÇÃO DO AMBIENTE INTEGRADO DO R, O RSTUDIO

- → O RStudio consiste numa ambiente integrado de desenvolvimento
  - ◆ Inclui um console
  - ◆ Editor de *syntax-highlighting*
  - ◆ Ferramentas para gráficos
  - ◆ Debugging
  - ◆ Gerenciador de *workspace*
  - **♦** ...

#### O RSTUDIO

#### Workspace

#### Editor de código

Console

```
File Edit Code View Plots Session Build Debug Profile Tools Help
🔾 🕶 🖃 🔒 🚔 Go to file/function 🔛 🕶 Addins 🕶
                                                                                                                                                                                                                                          Rroject: (None)
 ② Untitled3* × ② Untitled2* × ② Untitled4 × ② Parameters.R ×
                                                                                                                                                                              Environment History
  🗇 🖒 💹 📙 🗌 Source on Save 🛚 🔍 🌽 🕶 📙 🔻
                                                                                                                                                Run 🖦 🕽 Source 🗸 🖫

☐ Import Dataset ▼ 

                                                                                                                                                                                                                                              ≡ List - ©
   1 - # -----
                                                                                                                                                                               Global Environment •
    2 # === Configurations ===
                                                                                                                                                                              Values
   3 - # -----
    4 nameExp = "GSE62232"
                                                                                                                                                                                dirR_raw
                                                                                                                                                                                                    "Data/CEL/"
    5 orgAnnot = "org.Hs.eg.db"
                                                                                                                                                                                dirW
                                                                                                                                                                                                    "/home/quelopes/Development-house/ProgramaVeraoINCA-20...
    6 GPL = "GPL570.txt"
                                                                                                                                                                                GPL
                                                                                                                                                                                                    "GPL570.txt"
                                                                                                                                                                              ○ infoExp
                                                                                                                                                                                                   List of 4
    8 # --- Experiment Information ---
                                                                                                                                                                                method
                                                                                                                                                                                                    "mas5"
    9 overalDesign = "HCC liver tumors corresponding to 81 patients. In all cases, tumor samples were frozen (-80°C) after hepatic resection at diagnosis. Normal liver samples were
                                                                                                                                                                                                    "GSE62232"
                                                                                                                                                                                nameExp
      platName = "[HG-U133_Plus_2] Affymetrix Human Genome U133 Plus 2.0 Array"
    11 platAccess = "GPL570"
                                                                                                                                                                                orgAnnot
                                                                                                                                                                                                    "org.Hs.eg.db"
                                                                                                                                                                                overalDesign
                                                                                                                                                                                                    "HCC liver tumors corresponding to 81 patients. In all...
   13 infoExp = list(overalDesign=overalDesign,platName=platName,platAccess=platAccess,namesExp=nameExp)
                                                                                                                                                                                platAccess
                                                                                                                                                                                platName
                                                                                                                                                                                                    "[HG-U133_Plus_2] Affymetrix Human Genome U133 Plus 2._
   15 # --- write the results ---
   16 dirW = paste(getwd(),"/Results/",sep="")
   18 # --- normalization ---
   19 method = "mas5"
   20 # or "rma"
   21 dirR_raw = paste("Data/CEL/",sep="")
                                                                                                                                                                               Files Plots Packages Help Viewer
                                                                                                                                                                              On New Folder O Delete → Rename More →
   23 # --- e-set ---
                                                                                                                                                                                A Home > Development-house > GeNNet
   24 pheno = read.table(paste("Data/",nameExp,".csv",sep=""),head=T,sep=",")
                                                                                                                                                                                                                                    Modified
   27 mat_annot = read.table(paste("Annotation/",GPL,sep=""),header=T,sep="\t",quote = "",fill=TRUE)
                                                                                                                                                                               ☐ ☐ Annotation
   29 - # -----
                                                                                                                                                                               ☐ ☐ DataGraph
   30 # === GERAL SETTING ===
                                                                                                                                                                               Dockerfile
   31 - # -----
                                                                                                                                                                                                                          6.1 KB
                                                                                                                                                                                                                                   Oct 12, 2017, 3:43 PM
   32 # --- limma ---
                                                                                                                                                                               GennetShiny
   33 FDR = 0.05 #threshold
                                                                                                                                                                               GSE62232
  34 (Untitled) $
                                                                                                                                                                                import.cql
                                                                                                                                                                                                                         2 KB
                                                                                                                                                                                                                                    Oct 12, 2017, 3:43 PM
  Console ~/Development-house/ProgramaVeraoINCA-2018/
                                                                                                                                                                       -0

☐ Module-A

   Natural language support but running in an English locale
                                                                                                                                                                               Parameters.R
                                                                                                                                                                                                                         1.3 KB
                                                                                                                                                                                                                                    Oct 12, 2017, 3:43 PM
                                                                                                                                                                                README.md
                                                                                                                                                                                                                                    Oct 12, 2017, 3:43 PM
 R is a collaborative project with many contributors.
 Type 'contributors()' for more information and
                                                                                                                                                                                 shiny-server.sh
                                                                                                                                                                                                                         192 B
                                                                                                                                                                                                                                    Oct 12, 2017, 3:43 PM
  'citation()' on how to cite R or R packages in publications.
  Type 'demo()' for some demos, 'help()' for on-line help, or
 'help.start()' for an HTML browser interface to help.
 Type 'q()' to quit R.
   nameExp = "GSE62232"
  > orgAnnot = "org.Hs.eg.db"
  > overalDesign = "HCC liver tumors corresponding to 81 patients. In all cases, tumor samples were frozen (-80°C) after hepatic resection at diagnosis. Normal liver samples were used
  as reference samples. Comparative gene expression analysis was done using Affymetrix U133plus v2 array (GPL570)"
 > platName = "[HG-U133_Plus_2] Affymetrix Human Genome U133 Plus 2.0 Array"
  > platAccess = "GPL570"
  ·infoExp = list(overalDesign=overalDesign,platName=platName,platAccess=platAccess,namesExp=nameExp)
 > dirW = paste(getwd(),"/Results/",sep="")
  > method = "mas5"
  > dirR_raw = paste("Data/CEL/",sep="")
```

Gráficos e arquivos

Exemplo do ambiente RStudio.

## INSTALAÇÃO DE PACOTES

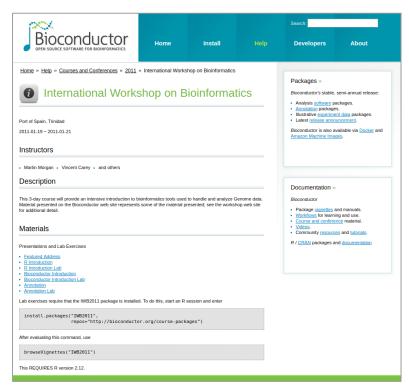
- → Uma outra vantagem do R é o uso de pacotes que o torna altamente extensível
- → Pacotes são **bibliotecas** para funções gerais ou áreas de estudo específicas
- → Um conjunto de pacotes é incluído com a instalação do R
- → Outros pacotes estão disponíveis em repositórios de pacotes como o CRAN (The Comprehensive R Archive Network, CRAN), Bioconductor ou mesmo no github



#### REPOSITÓRIO DE PACOTES DO R



Página inicial do CRAN.



Página inicial do Bioconductor.

#### O PACOTE DEVTOOLS

unlink("devtools.zip")

O pacote **devtools** não apenas facilita o processo para <u>desenvolver</u> pacotes R, mas também fornece outra maneira de <u>distribuir</u> pacotes R.

```
Mac/Linux:
devtools::install_github("hadley/devtools")
Windows:
library(devtools)
build_github_devtools()
#### Restart R before continuing ####
install.packages("devtools.zip", repos = NULL)
# Remove the package after installation
```

#### ANTES DE COMEÇARMOS...DICAS PRECIOSAS



- → As funções em R são sempre acompanhadas por parênteses ()
- → Verifique seu diretório atual e se necessário altere-o
  - getwd()
  - setwd('/home/aluno/Dados')
- → Em caso de dúvida help('sqrt') ou ?sqrt ou help.search('sqrt')

→ O buscador <a href="http://www.rseek.org/">http://www.rseek.org/</a> restringe a busca para os sites que possuem conteúdo relacionado apenas à linguagem R

# POR QUE USAR O R EM HPC?

### POR QUE USAR R?

O conhecimento sobre MPI, SOCKET, C, C++ e Fortran podem ser barreiras para grande parte dos estatísticos que lidam com cálculos estatísticos intensivos e estão tentando acelerar os cálculos implementando algoritmos paralelos.

## POR QUE USAR R?

- → Muitos problemas de análise computacional estatística envolvem avançados algoritmos com conjunto de dados (datasets) com grande número de parâmetros necessários para ser estimado. Tarefas embaraçosamente paralelas (muitos cálculos executáveis separados e independentes entre si).
  - ◆ Análise de sequência de DNA em bioinformática
  - ◆ Bootstrap
  - ◆ Redes neurais
  - ◆ Validação cruzada (cross-validation)

#### CRAN: CONJUNTO DE PACOTES ESPECÍFICOS

#### CRAN Task Views

CRAN task views aim to provide some guidance which packages on CRAN are relevant for tasks related to a certain topic. They give a brief overview of the included packages and can be automatical packages should be included (or excluded) - and they are not meant to endorse the "best" packages for a given task.

- . To automatically install the views, the cty package needs to be installed, e.g., via install.packages("ctv") and then the views can be installed via install, views or update, views (where the latter only installs those packages are not installed and up-to-date), e.g., ctv::install.views("Econometrics") ctv::update.views("Econometrics")
- . The task views are maintained by volunteers. You can help them by suggesting packages that should be included in their task views. The contact e-mail addresses are listed on the individual task . For general concerns regarding task views contact the ctv package maintainer.

#### Topics

Bayesian Inference Bayesian

ChemPhys Chemometries and Computational Physics ClinicalTrials Clinical Trial Design, Monitoring, and Analysis Cluster Analysis & Finite Mixture Models Cluster

DifferentialEquations Differential Equations Distributions Probability Distributions Econometrics Econometrics

Environmetrics Analysis of Ecological and Environmental Data

ExperimentalDesign Design of Experiments (DoE) & Analysis of Experimental Data

**ExtremeValue** Extreme Value Analysis **Empirical Finance** Finance Functional Data Analysis FunctionalData

Genetics Statistical Genetics Graphic Displays & Dynamic Graphics & Graphic Devices & Visualization Graphics

HighPerformanceComputing High-Performance and Parallel Computing with R

Machine Learning Machine Learning & Statistical Learning

Medical Image Analysis MedicalImaging

MetaAnalysis Meta-Analysis MissingData Missing Data ModelDeployment Model Deployment with R Multivariate Multivariate Statistics Natural Language Processing Natural Language Processing

NumericalMathematics Numerical Mathematics OfficialStatistics Official Statistics & Survey Methodology Optimization Optimization and Mathematical Programming Pharmacokinetics Analysis of Pharmacokinetic Data

Phylogenetics Phylogenetics, Especially Comparative Methods Psychometrics Psychometric Models and Methods

ReproducibleResearch Reproducible Research Robust Statistical Methods Robust SocialSciences Statistics for the Social Sciences Spatial Analysis of Spatial Data

Spatio Temporal Handling and Analyzing Spatio-Temporal Data

Survival Analysis Survival **TimeSeries** Time Series Analysis Web Technologies and Services WebTechnologies gR

gRaphical Models in R



#### CRAN: MATERIAL SOBRE R HPC

CRAN Task View: High-Performance and Parallel Computing with R

Maintainer: Dirk Eddelbuettel

Contact: Dirk.Eddelbuettel at R-project.org

Version: 2018-02-07

URL: <a href="https://CRAN.R-project.org/view=HighPerformanceComputing">https://CRAN.R-project.org/view=HighPerformanceComputing</a>

This CRAN task view contains a list of packages, grouped by topic, that are useful for high-performance computing (HPC) with R. In this context, we are defining 'high-performance computing' rather loosely as just about anything related to pushing R a little further: using compiled code, parallel computing (in both explicit and implicit modes), working with large objects as well as profiling.

Unless otherwise mentioned, all packages presented with hyperlinks are available from CRAN, the Comprehensive R Archive Network.

Several of the areas discussed in this Task View are undergoing rapid change. Please send suggestions for additions and extensions for this task view to the <u>task view maintainer</u>.

Suggestions and corrections by Achim Zeileis, Markus Schmidberger, Martin Morgan, Max Kuhn, Tomas Radivoyevitch, Jochen Knaus, Tobias Verbeke, Hao Yu, David Rosenberg, Marco Enea, Ivo Welch, Jay Emerson, Wei-Chen Chen, Bill Cleveland, Ross Boylan, Ramon Diaz-Uriarte, Mark Zeligman, Kevin Ushey, Graham Jeffries, Will Landau, and Tim Flutre (as well as others I may have forgotten to add here) are gratefully acknowledged.

Contributions are always welcome, and encouraged. Since the start of this CRAN task view in October 2008, most contributions have arrived as email suggestions. The source file for this particular task view file now also reside in a GitHub repository (see below) so that pull requests are also possible.

The ctv package supports these Task Views. Its functions install.views and update.views allow, respectively, installation or update of packages from a given Task View; the option coreOnly can restrict operations to packages labeled as *core* below.

Direct support in R started with release 2.14.0 which includes a new package parallel incorporating (slightly revised) copies of packages multicore and snow.

#### Escola Supercomputador



#### UTILIZANDO O R NO SANTOS DUMONT

#### CARREGAR O MÓDULO R NO SANTOS DUMONT

\$ module load R/3.5.2\_openmpi\_2.0\_gnu

É com esse módulo é que os exemplos estão funcionando, mas existem outros módulos e outras versões.

Use \$ module avail para ver todos os módulos disponíveis.





IMPORTANTE!!! DIRECIONAR PARA O SCRATCH

#### CD \$SCRATCH

**Scratch**: Estrutura montada a partir do diretório /scratch. Utilizado para armazenar todos os arquivos que serão utilizados durante a execução de um *job* (*scripts* de submissão, executáveis, dados de entrada, dados de saída etc).

Página do supercomputador Santos Dumont: http://sdumont.lncc.br/

#### PACOTES INSTALADOS GLOBALMENTE

- Vários pacotes já encontram-se instalados, inclusive os comentados no minicurso.
- Alguns deles:
  - o bigmemory
  - o doMPI
  - o doParallel
  - o doSNOW
  - o foreach
  - o microbenchmark
  - o parallel
  - o rbenchmark
  - o snow
  - o snowfall
- Para ver a lista completa, use a função installed.packages()

#### INSTALAÇÃO DE PACOTES NO SANTOS DUMONT

Se desejar usar um pacote não instalado, é possível fazer uma instalação local de um pacote da seguinte maneira:

- 1. Crie um diretório no scratch para manter os pacotes
  - o mkdir /scratch/projeto/usuario/R
- 2. Instale os pacotes no diretório criado
  - o R -e "install.packages('raster', repos='http://cran.rstudio.com/',
    lib='/scratch/projeto/usuario/R')"
- 3. Use a variável de ambiente R\_LIBS\_USER para indicar o path do diretório com os pacotes
  - o export R\_LIBS\_USER='/scratch/projeto/usuario/R'

#### SCRIPT DE SUBMISSÃO

#### Do Santos Dumont

#!/bin/sh

#SBATCH --nodes=2

#SBATCH --ntasks-per-node=20

#SBATCH -p treinamento\_gpu

#SBATCH -J nome\_do\_job

**#SBATCH** --exclusive

#source /scratch/app/modulos/intel-psxe-2016.2.062.sh

#module load openmpi/icc/2.0.4.2 module load R/3.5.2\_openmpi\_2.0\_gnu

#module load R/3.3.1\_intel

# Suprime aviso sobre uso de fork()

export OMPI\_MCA\_mpi\_warn\_on\_fork=0

ulimit -s 10240

EXEC=\${1}

\$EXEC

#### INSTALAÇÃO DE PACOTES NO SANTOS DUMONT

Da documentação oficial:

The library search path is initialized at startup from the environment variable 'R\_LIBS' (which should be a colon-separated list of directories at which R library trees are rooted) followed by those in environment variable 'R\_LIBS\_USER'. Only directories which exist at the time will be included.

#### INSTALAÇÃO DE PACOTES NO SANTOS DUMONT

 Também é possível modificar .libPaths() manualmente dentro de um script:

```
>.libPaths(c('/scratch/projeto/usuario/minha_library', .libPaths()))
```

• Útil para testar outras versões de pacotes já instalados, sem perder a instalação anterior.

## FAMÍLIA APPLY

# FUNÇÃO APPLY

- Usada para aplicar uma função às linhas ou colunas de uma matriz
- O retorno é um vetor ou *array*
- Exemplo

4

[4,]

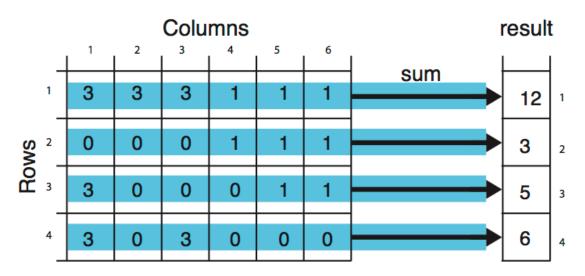
8 12

16

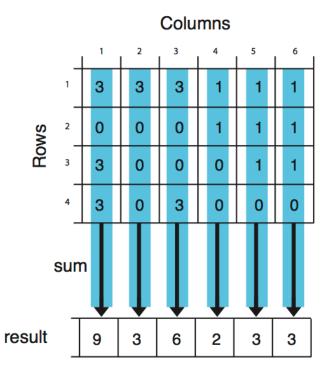
```
> # Aplica min() às linhas
> apply(m, 1, min)
[1] 1 2 3 4

> # Aplica max() às colunas
> apply(m, 2, max)
[1] 4 8 12 16
```

result<-apply(mat,1,function(x) sum(x))
 resut<-apply(mat,1,sum)</pre>



result<-apply(mat,2,function(x) sum(x))
 result<-apply(mat,2,sum)</pre>



• Execute apply.R para ver apply() em ação.

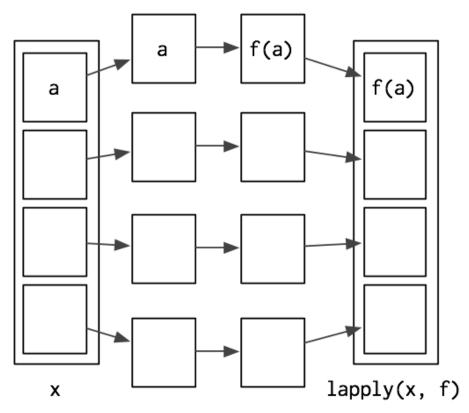
- Gere uma matriz 100 por 100 de números aleatórios e encontre o menor valor de cada linha e de cada coluna.
- Dica: funções runif() e min().

- Aplica uma função à cada elemento de uma lista • Retorna sempre uma lista
- Exemplo

```
> x <- list(a = 1, b = 1:10, c = c("Olá", "Mundo"))</pre>
```

- > x
- \$a  $\lceil 1 \rceil 1$
- \$b [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- \$c [1] "Olá" "Mundo"

```
> # Aplica a função length() a cada elemento
> lapply(x, FUN = length)
$a
[1] 1
$b
[1] 10
$c
[1] 2
```



Do livro Advanced R de Hadley Wickham

Veja lapply() em ação em lapply.R

- Gere uma lista com 3 elementos...
  - 10 números aleatórios
  - o uma matriz 4 x 4
  - Uma string
- e gere uma lista de 3 elementos em que cada elemento terá as dimensões de cada um dos objetos listados acima

- Aplica uma função à cada elemento de uma lista
- Retorna um vetor ou matriz ao invés de uma lista
- Exemplo
- > x <- list(a = 1, b = 1:10, c = c("Olá", "Mundo"))</pre>

- > x
- \$a  $\lceil 1 \rceil 1$
- \$b
- [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- \$c [1] "Olá" "Mundo"

- Considere o uso de sapply() no lugar de unlist(lapply())
- > unlist(lapply(x, FUN=length))
  a b c
  1 10 2

sapply() pode retornar uma matriz se a função aplicada retornar vetores de mesmo tamanho

```
> estados <- function(x) sample(state.name, 3)</pre>
```

```
> sapply(1:4, FUN=estados)
```

```
[,1] [,2] [,3] [,4]
[1,] "Kentucky" "Oregon" "Nebraska" "Oregon"
[2,] "West Virginia" "Hawaii" "Louisiana" "Kansas"
[3,] "Iowa" "Minnesota" "Oregon" "Tennessee"
```

Veja sapply() em ação em sapply.R

- Gere uma lista com 3 elementos...
  - 10 números aleatórios
  - o uma matriz 4 x 4
  - Uma string
- e gere **um vetor** de 3 elementos em que cada elemento terá as dimensões de cada um dos objetos listados acima

- mapply() é a versão multivariável de sapply().
- Ela aplica a função aos primeiros elementos das estruturas de dados, depois aos segundos, aos terceiros e assim por diante.
- A função deve aceitar múltiplos argumentos.
- Retorna vetor ou matriz sempre que possível.
- Se não, retorna lista.

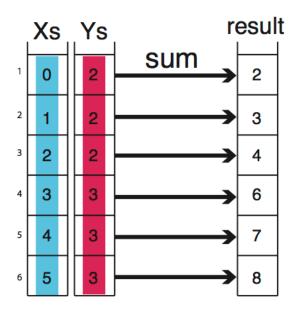
```
> # Retorna um vetor de 5 elementos com
> # sum(1, 5, 1) na 1ª posição,
> # sum(2, 4, 2) na 2ª posição,
> # sum(3, 3, 3) na 3ª posição,
> # sum(4, 2, 4) na 4ª posição e
> # sum(5, 1, 5) na 5ª posição.
```

- > mapply(sum, 1:5, 5:1, 1:5)
- [1] 7 8 9 10 11

 $\lceil 1 \rceil 4$ 

```
> # Faz rep(1, 4), rep(2, 3), rep(3, 2), rep(4, 1)
> # Nesse caso, só é possível retornar uma lista
> mapply(rep, 1:4, 4:1)
\lceil \lceil 1 \rceil \rceil
[1] 1 1 1 1
[[2]]
\lceil 1 \rceil 2 2 2
[[3]]
\lceil 1 \rceil 3 3
[[4]]
```

result<-mapply(function(x,y) sum(x,y),Xs,Ys)
 result<-mapply(sum,Xs,Ys)</pre>



Veja mapply() em ação em mapply.R

- Gere 2 vetores
  - O X: um com números de 1 a 10
  - O Y: um com números de 10 a 1
- e gere **um vetor** de 10 elementos em que cada elemento será o resultado de X[1]^Y[1], X[2]^Y[2] ... X[10]^Y[10]

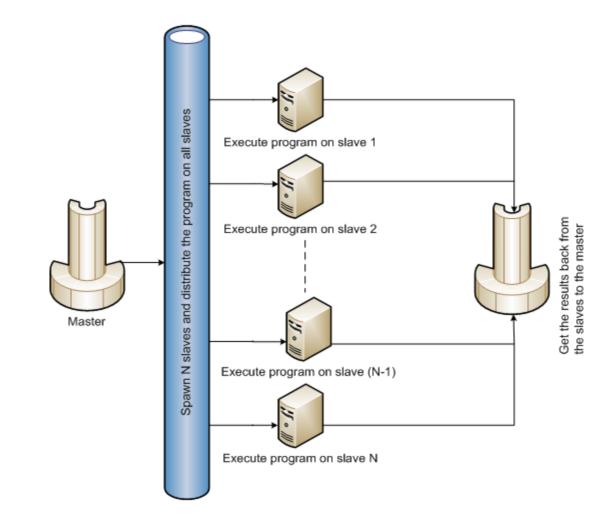
#### PACOTES DE PARALELISMO

- Disponível na instalação base do R desde a versão
   2.14.0.
- Baseado nos pacotes snow e multicore.
- Fornece substitutos para a maioria das funções desses pacotes.

O processamento com o pacote parallel segue o seguinte modelo:

- a. M processos workers são iniciados
- b. Os dados necessários para completar a tarefa são enviados para cada worker
- c. A tarefa é dividida em M pedaços de tamanho aproximadamente iguais e eles são enviados para os workers
- d. Espera-se até que todos os workers completem suas tarefas
- e.Os passos b-d são repetidos para as tarefas seguintes
- f. Os processos workers são terminados

- Esse modelo é implementado em funções que são as contrapartes paralelas para as funções da família apply, possibilitando o processamento de cada elemento do vetor/lista de entrada em um core diferente.
- Um modelo ligeiramente diferente é dividir a tarefa em  $M_1>$  M pedaços, enviar os primeiros M pedaços para os workers e repetidamente aguardar um worker terminar e enviar o pedaço restante.
  - "Balanceamento de carga" (load balancing)



- Para iniciar os processos workers, use a função makeCluster()
  - Ela recebe por parâmetro o número de workers e o tipo de comunicação entre eles
- Para encerrar os workers, use a função stopCluster()
  - Ela recebe por parâmetro o objeto criado via makeCluster()

```
# Cria um cluster de 4 workers com comunicação MPI
cl <- makeCluster(4, type = "MPI")
# Faz trabalho em paralelo</pre>
```

# Para os workers
stopCluster(cl)

## FUNÇÃO PARAPPLY

- parApply() é análoga à apply()
- A diferença no uso é o 1° argumento: ele deve ser o objeto cluster criado via makeCluster()
- parRapply() é oferecida como conveniência: ela opera automaticamente nas linhas
- parCapply() é oferecida como conveniência: ela opera automaticamente nas colunas
- A documentação cita que parRapply() e parCapply() podem ser mais eficientes que parApply() em algumas situações

## FUNÇÃO PARAPPLY

• Execute parApply.R para ver parApply() em ação.

#### sbatch exemplo.sbatch ./parApply.R

- Gere uma matriz 100 por 100 de números aleatórios e encontre o menor valor de cada linha e de cada coluna.
- Dica: funções runif() e min().
- Faça isso num cluster de 10 workers.

## FUNÇÃO PARLAPPLY

- parLapply() é análoga à lapply()
- Também deve receber o objeto cluster criado via makeCluster() via 1º parâmetro
- Retorna sempre uma lista
- Possui uma versão com balanceamento de carga: parLapplyLB()
  - Use-a quando aplicar a função a diferentes elementos da lista de entrada levar tempos muito diferentes
  - Adiciona overhead de comunicação

# FUNÇÃO PARLAPPLY

Veja parLapply() em ação em parLapply.R

- Gere uma lista com 3 elementos...
  - o 10 números aleatórios
  - uma matriz 4 x 4
  - Uma string
- e gere uma lista de 3 elementos em que cada elemento terá as dimensões de cada um dos objetos listados acima.
- Faça isso num cluster de 3 workers.

## FUNÇÃO PARSAPPLY

- parSapply() é análoga à sapply()
- Também deve receber o objeto cluster criado via makeCluster() via 1º parâmetro
- Retorna um vetor ou matriz
- Possui uma versão com balanceamento de carga: parSapplyLB()
  - Use-a quando aplicar a função a diferentes elementos da lista de entrada levar tempos muito diferentes
  - Adiciona overhead de comunicação

## FUNÇÃO PARSAPPLY

- Veja parSapply() em ação em parSapply.R
- Gere uma lista com 3 elementos...
  - o 10 números aleatórios
  - Uma matriz 4 x 4
  - Uma string
- Gere um vetor de 3 elementos em que cada elemento terá as dimensões de cada um dos objetos listados acima
- Faça isso num cluster de 3 workers.

## FUNÇÃO CLUSTERMAP

- clusterMap() é análoga à mapply()
- Também deve receber o objeto cluster criado via makeCluster() via 1º parâmetro.
- A função chamada deve receber múltiplos argumentos.
- Retorna sempre uma lista, ao contrário de mapply()

## FUNÇÃO CLUSTERMAP

Veja clusterMap() em ação em clusterMap.R

- Gere 2 vetores
  - O X: um com números de 1 a 10
  - O Y: um com números de 10 a 1
- Gere **uma lista** de 10 elementos em que cada elemento será o resultado de X[1]^Y[1], X[2]^Y[2] ... X[10]^Y[10]
- Faça isso num cluster de 10 workers.

### FUNÇÃO CLUSTEREXPORT

- clusterExport() faz a(s) variável(is) do mestre passadas por parâmetros disponíveis aos processos workers.
- Um vetor de *strings* com os nomes das variáveis a serem disponibilizadas devem ser passadas por parâmetro, não as variáveis em si.
- Exemplo
- > expoente <- 3
- > clusterExport(cl, "expoente")

## FUNÇÃO CLUSTEREXPORT

- Veja os efeitos de clusterExport() em clusterExport.R
- Comente a linha...

clusterExport(cl, "expoente")

e teste novamente. O que aconteceu? Por quê?

## FUNÇÃO CLUSTERCALL

- clusterCall() chama uma função em cada worker do cluster,
   com argumentos idênticos.
- Os argumentos **são avaliados no mestre** e seus valores são transmitidos aos *workers* que executam a função.

## FUNÇÃO CLUSTEREVALQ

- clusterEvalQ() avalia uma expressão literal em cada worker do cluster.
- É uma versão paralela de evalq()
- Disponibilizada como conveniência: chama clusterCall(cl, evalq, expr) para cada worker.
- Muito usada para carregar um pacote nos workers: clusterEvalQ(cl, library(PACOTE))

#### FUNÇÕES CLUSTEREVALQ E CLUSTERCALL

• Execute <a href="clusterEvalQ.R">clusterEvalQ.R</a> para ver a diferença entre clusterEvalQ() e clusterCall().

### FUNÇÃO CLUSTERAPPLY

- clusterApply() recebe uma sequência de argumentos (vetor ou lista) e uma função.
- Chama a função com o 1° elemento da sequência como parâmetro da função no 1° worker do cluster, o 2° elemento da sequência como argumento da função no 2° worker do cluster e assim por diante.

### FUNÇÃO CLUSTERAPPLY

- 0 tamanho da lista de argumentos deve ser menor ou igual
   à quantidade de workers no cluster.
  - Existe uma versão com balanceamento de carga, clusterApplyLB(), que não possui essa limitação.
- Retorna sempre uma lista.
- Muito parecida com parLapply(), mas não retorna uma lista nomeada.

 Exercício: substitua parLapply() por clusterApply() em parLapply.R

### FUNÇÃO CLUSTERSPLIT

- clusterSplit() divide uma sequência em pedaços.
- Retorna um pedaço para cada worker em um cluster.
- Cada pedaço traz elementos consecutivos.
- Retorna sempre uma lista.
- Toda a computação é feita no mestre.

### FUNÇÃO CLUSTERSPLIT

```
• Exemplo
> # cluster com 4 workers
clusterSplit(cl, 1:8)
[[1]]
[1] 1 2
[[2]]
[1] 3 4
[[3]]
[1] 5 6
[[4]]
```

[1] 7 8

### FUNÇÃO CLUSTERSPLIT

- Usada para fatiar uma entrada em partes iguais a serem processadas pelos workers.
- É importante dividir seu trabalho de forma a reduzir o *overhead* de comunicação.
- Veja isso na prática em clusterSplit.R

### FUNÇÃO DETECTCORES

- detectCores() tenta retornar a quantidade de cores da máquina.
- Pode ser útil para descobrir que quantidade de workers criar.
- Não muito útil em clusters.

#### FUNÇÃO CLUSTERSETRNGSTREAM

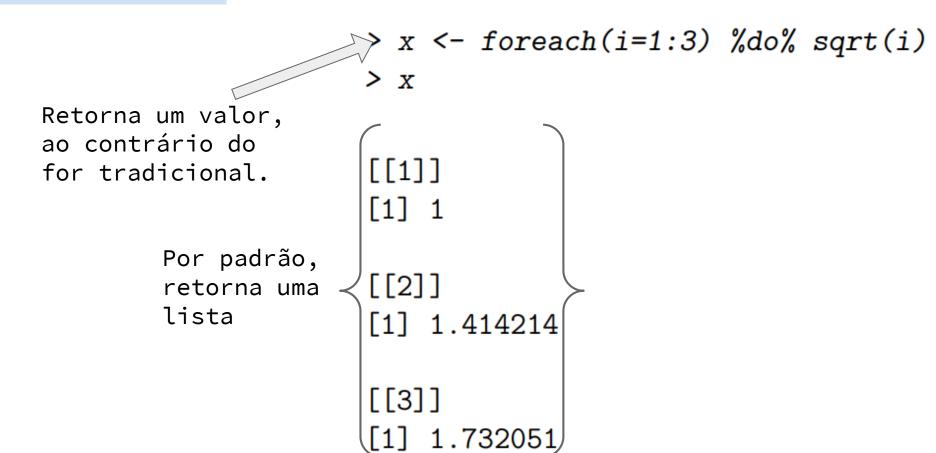
- clusterSetRNGStream() configura a seed do gerador de números aleatórios.
- Use para garantir reprodutibilidade em execuções em paralelo.
- Execute clusterSetRNGStream.R múltiplas vezes para testar.

#### CORRESPONDÊNCIA APPLY - PARALLEL

apply()	parApply()
apply(,1,)	parRapply()
apply(,2,)	parCapply()
lapply()	<pre>parLapply() / parLapplyLB()</pre>
sapply()	<pre>parSapply() / parSapplyLB()</pre>
mapply()	clusterMap()
evalq()	clusterEvalQ()
set.seed()	clusterSetRNGStream()

#### FOREACH

- Oferece suporte a uma construção de loop que permite iterar sobre elementos de uma coleção, sem o uso de uma variável contadora explícita.
- Usado pelo seu valor de retorno, não pelos seus efeitos colaterais.
- Permite execuções em paralelo após o registro de um backend paralelo.



É possível especificar uma função para combinar a saída



- $> x \leftarrow foreach(i=1:3, .combine='c') %do% exp(i)$
- > x

[1] 2.718282 7.389056 20.085537

Se a expressão retorna um vetor, é possível combiná-los numa matriz.



```
> x <- foreach(i=1:4, .combine='cbind') %do% rnorm(4)
> x
```

result.1 result.2 result.3 result.4
[1,] 1.351555 0.6232773 1.3019642 0.4170242
[2,] -1.032726 1.5233215 -1.6029630 -0.8573203
[3,] 1.399842 -0.1439332 0.1347221 0.2907462
[4,] 1.343903 1.7250600 1.4653007 0.2795696

- Para fazer execuções em paralelo é necessário registrar um backend paralelo.
- Alguns disponíveis:
  - o doMC
  - doSNOW
  - doParallel

```
library(foreach)
library(doParallel)
cl<-makeCluster(...)</pre>
registerDoParallel(cl)
foreach(...) %dopar% {
       # instruções
stopCluster(cl)
```

A instrução muda para **%dopar**%

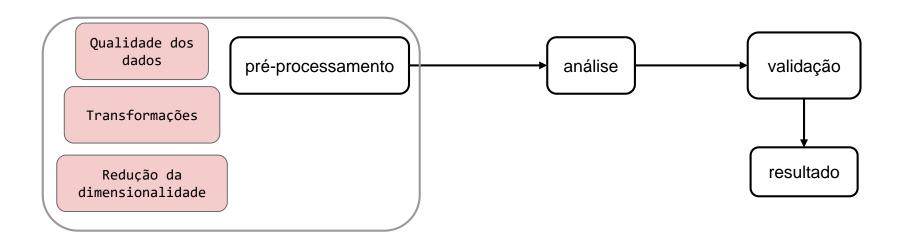
- Execute doParallel.R para ver foreach() em ação.
- Meça o tempo de execução de...

Com a técnica empregada em clusterSplit.R

• Troque o operador **%dopar**% por **%do**% e meça novamente.

#### BENCHMARK NO R

#### FLUXO DE TAREFAS EM CIÊNCIA DE DADOS



- ★ Etapas comuns em várias áreas das ciências experimentais
- ★ Muitos scripts em R fazem uso desse encadeamento de atividades/tarefas
- ★ Gargalos computacionais: do maior para o menor

#### EXEMPLO 1: FUNÇÃO SYS.TIME (R-BASE)

```
do_lm = function(value){
    X <- matrix(rnorm(value), 100, 10)
    y <- X %*% sample(1:10, 10) + rnorm(100)
    b <- lm(y ~ X + 0)$coef
}

start_time <- Sys.time()
do_lm(1000)
end_time <- Sys.time()

print(end_time - start_time)

## Time difference of 0.00741148 secs</pre>
```

Execute o script t1\_bench\_sys-time.R

#### EXEMPLO 2: FUNÇÃO SYSTEM.TIME (R-BASE)

```
do_lm = function(value) {
    X <- matrix(rnorm(value), 100, 10)
    y <- X %*% sample(1:10, 10) + rnorm(100)
    b <- lm(y ~ X + 0)$coef
}

system.time({do_lm(1000)})

## user system elapsed
## 0.002 0.000 0.002</pre>
wall clock time
```

Execute o script t2\_bench\_systemTime.R

#### EXEMPLO 3: PACOTE RBENCHMARK

- Wrapper do systems.time()
- Mais funcionalidades
- Retorno como data.frame

#### Execute o script

t3\_bench\_rbenchmark.R

```
library(rbenchmark)
benchmark("lm" = {
            X < -matrix(rnorm(1000), 100, 10)
            y <- X %*% sample(1:10, 10) + rnorm(100)
            b \leftarrow lm(v \sim X + 0) scoef
          "pseudoinverse" = {
            X < -matrix(rnorm(1000), 100, 10)
            y <- X %*% sample(1:10, 10) + rnorm(100)
            b <- solve(t(X) %*% X) %*% t(X) %*% v
          "linear system" = {
            X \leftarrow matrix(rnorm(1000), 100, 10)
            y <- X %*% sample(1:10, 10) + rnorm(100)
            b <- solve(t(X) %*% X, t(X) %*% y)
          replications = 1000,
          columns = c("test", "replications", "elapsed", "relative",
                       "user.self", "sys.self")
```

```
test replications elapsed relative user.self sys.self
## 3 linear system
                                          1.000
                                                    0.272
                                                             0.000
                          1000
                                 0.272
## 1
                          1000
                                1.386
                                          5.096
                                                    1.373
                                                             0.012
                                 0.285
                                          1.048
## 2 pseudoinverse
                          1000
                                                    0.284
                                                             0.000
```

#### EXEMPLO 4: PACOTE MICROBENCHMARK

- Mais funcionalidades
  - o ggplot2
- Permite inserir funções criadas pelo usuário
- Resultado das funções devem retornar valores iguais

#### Execute o script

#### t4\_bench\_microbenchmark.R

```
## Unit: milliseconds

## expr min lq mean median uq max

## lm 335.73504 344.59359 365.34562 353.33344 387.12642 426.62201

## pseudoinverse 47.61561 50.06029 61.59383 52.35680 59.71544 109.18576

## linear system 28.24556 31.32272 40.82109 32.58404 35.16226 87.50643

## neval cld

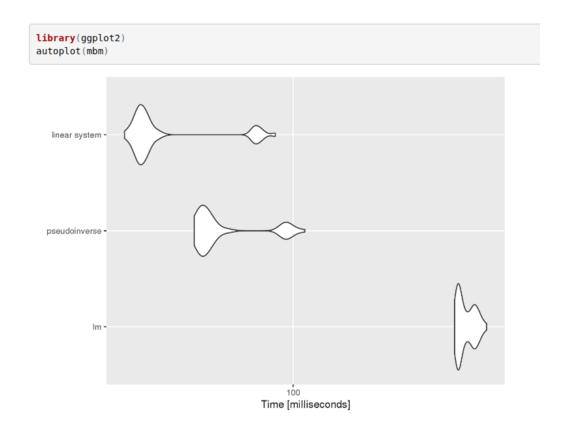
## 100 c

## 100 b

## 100 a
```

```
library (microbenchmark)
set.seed(2017)
n <- 10000
p <- 100
X <- matrix(rnorm(n*p), n, p)
y <- X %*% rnorm(p) + rnorm(100)
check for equal coefs <- function(values){</pre>
  tol <- 1e-12
  max error <- max(c(abs(values[[1]] - values[[2]]),</pre>
                       abs(values[[2]] - values[[3]]),
                       abs(values[[1]] - values[[3]])))
  max error < tol
mbm \leftarrow microbenchmark("lm" = \{ b \leftarrow lm(y \sim X + 0) \} coef \},
                "pseudoinverse" = {
                  b <- solve(t(X) %*% X) %*% t(X) %*% y
                "linear system" = {
                  b <- solve(t(X) %*% X, t(X) %*% y)
                1.
                check = check for equal coefs)
mbm
```

#### EXEMPLO 4: PACOTE MICROBENCHMARK



#### BOAS PRÁTICAS NA ESCRITA DO CÓDIGO

 Pequenas alterações no código R podem ter grandes efeitos no tempo de execução das funções



#### EXEMPLO 1: UM LOOP INEFICIENTE

```
system.time({
    for (i in 1:nrow(df)) {
        if ((df[i, 'col1'] + df[i, 'col2'] + df[i, 'col3'] + df[i, 'col4']) > 4) { # verifica se o num e > 4
            df[i, 5] <- "greater_than_4"
        } else {
            df[i, 5] <- "lesser_than_4"
        }
    }
})

## user system elapsed
## 603.174 18.983 623.079</pre>
```

Execute o script speedupWithoutPar.R

#### EXEMPLO 2: UTILIZANDO UMA ESTRUTURA PRE ALOCADA

```
output <- character (nrow(df)) # inicializa um vetor de saida
system.time({
  for (i in 1:nrow(df)) {
    if ((df[i, 'col1'] + df[i, 'col2'] + df[i, 'col3'] + df[i, 'col4']) > 4) {
     output[i] <- "greater than 4"
   } else {
     output[i] <- "lesser than 4"
  df$output})
   user system elapsed
##
   23.062 0.002 23.073
```

#### EXEMPLO 3: VERIFICANDO DETERMINADA CONDIÇÃO FORA DO LOOP

```
output <- character (nrow(df))
condition <- (df$col1 + df$col2 + df$col3 + df$col4) > 4 # verifica a condicao fora do loop
system.time({
 for (i in 1:nrow(df)) {
   if (condition[i]) {
      output[i] <- "greater than 4"
    } else {
      output[i] <- "lesser than 4"</pre>
 df$output <- output
##
     user
            system elapsed
             0.000 0.091
     0.091
```

#### EXEMPLO 4: UTILIZANDO O WHICH

```
system.time({
  want = which(rowSums(df) > 4)
  output = rep("less than 4", times = nrow(df))
  output[want] = "greater than 4"
})
```

#### EXEMPLO 5: USANDO O IFELSE

```
system.time({
   output <- ifelse ((df$col1 + df$col2 + df$col3 + df$col4) > 4, "greater_than_4", "lesser_than_4")
   df$output <- output
})

## user system elapsed
## 0.092 0.010 0.102</pre>
```

## MELHORANDO O CÓDIGO R, BOAS PRATICAS

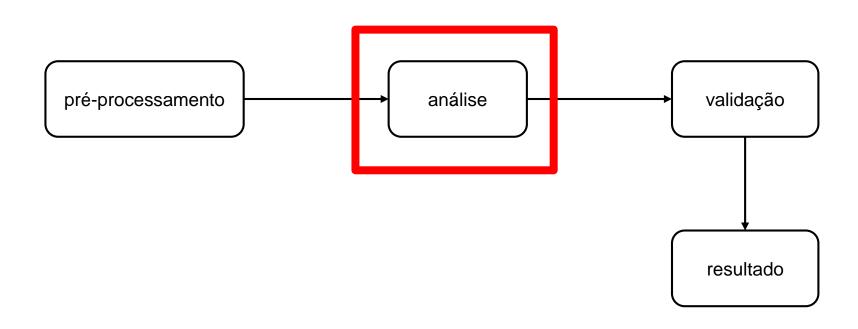
#### BOAS PRÁTICAS NA ESCRITA DO CÓDIGO

- Comente o código para que esse torne legível aos demais colaboradores e até mesmo para você.
- Seja claro, conciso e significativo ao criar o nome das variáveis
  - o Geralmente nome de variáveis: substantivos e nomes de funções: verbos
- Seja explícito sobre os requisitos e dependências do seu código
- Identifique e separe componentes distintos no seu código -> modularize!!!
- Use um estilo consistente no seu código.
  - Exemplo: nomeie todas as matrizes com algo terminando em \_mat

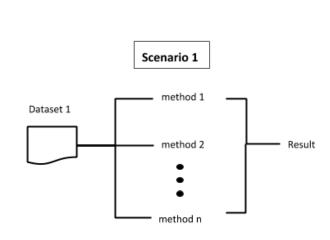
#### BOAS PRÁTICAS - OUTRAS DICAS

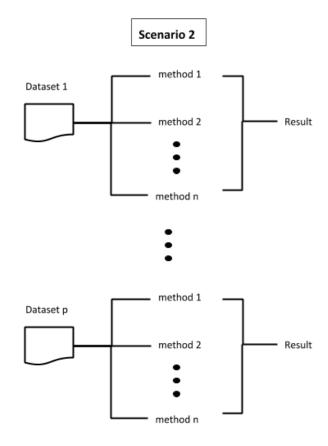
- Remova objetos não utilizados e que carregam a memória.
  - o use rm()
  - Não salve o workspace
- Sempre que possível, utilize estruturas que consumam menos memória. Por exemplo, data.table
- Utilize controle de versão quando você compartilha o código
  - o Ex: Github, Gitlab, ...

#### ESTUDO DE CASO: PARALELISMO DE TAREFAS



#### PARALELISMO DE TAREFAS - POSSÍVEIS CENÁRIOS

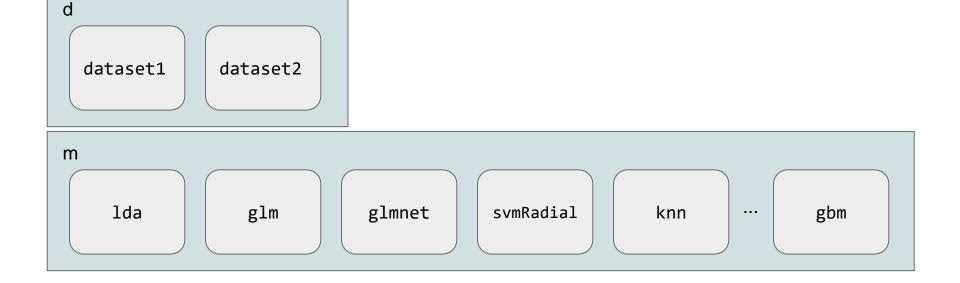




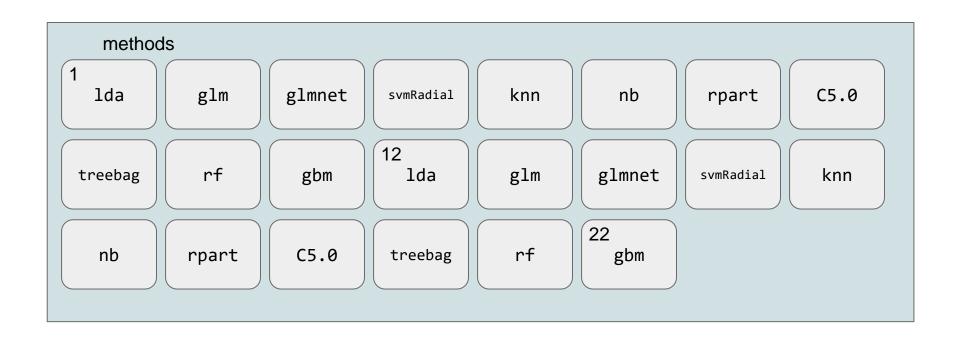
#### EXEMPLO DE MÉTODOS EM MACHINE LEARNING

- → Classificação binária
- → Conjunto de dados extraído do UCI ML repository
  - ◆ Pima Indians dataset
    - Dados clínicos sobre o surgimento de diabetes após um período de 5 anos
  - ◆ Câncer de mama
- → Utiliza o pacote caret
  - ◆ Fornece uma interface amigável para vários algoritmos diferentes em ML e ferramentas úteis para avaliar e comparar modelos
- → Exemplo extraído e adaptado a partir de: How to Evaluate Machine Learning
  - Algorithms with R
    - https://machinelearningmastery.com/evaluate-machine-learning-algorithms-with-r/

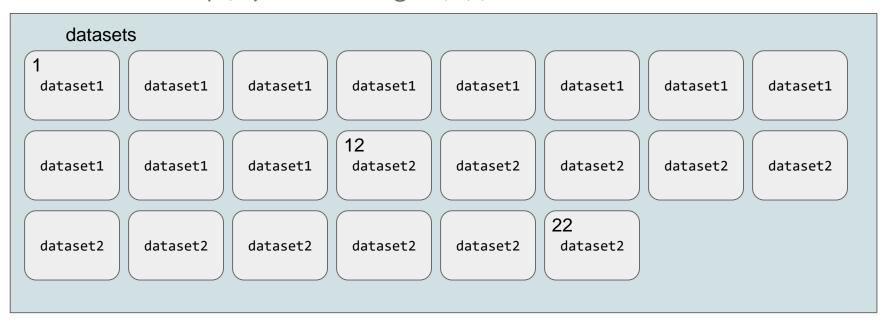
```
d <- list(dataset1, dataset2)
m <- c('lda', 'glm', 'glmnet', 'svmRadial', 'knn', 'nb',
'rpart', 'C5.0', 'treebag', 'rf', 'gbm')</pre>
```



methods <- rep(m, length(d))</pre>



datasets <- rep(d, each=length(m))</pre>



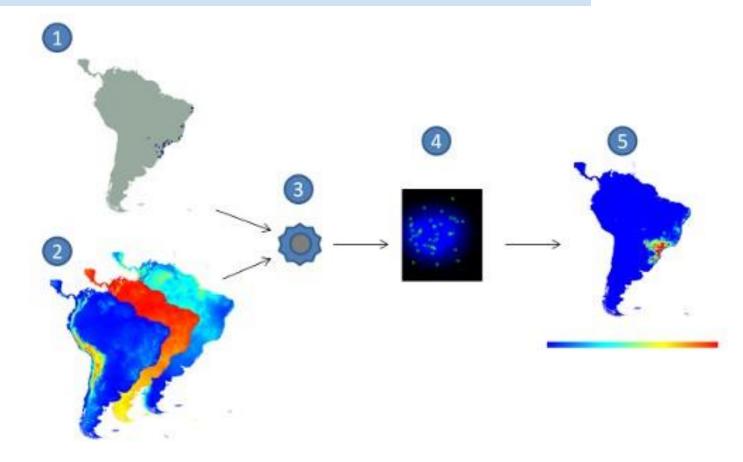
Worker 1	lda	dataset1
Worker 2	glm	dataset1
Worker 3	glmnet	dataset1
Worker 4	svmRadial	dataset1

. . .

Worker 19	C5.0	dataset2
Worker 20	treebag	dataset2
Worker 21	rf	dataset2
Worker 22	gbm	dataset2

#### ESTUDO DE CASO: MODEL R

### MODEL-R: MODELAGEM DE NICHOS ECOLÓGICOS



#### OUTROS FRAMEWORKS (NÃO COBERTOS NESTE MÓDULO)

- → Big data
  - ◆ SparkR (R + Apache Spark), Rhipe
  - ◆ HadoopR
  - ◆ bigmemory, ff
  - Data management
    - DBMS: MySQL, PostgreSQL, RNeo4j
- → GPU
  - ◆ gpuR, gputools
- → Computação em grid: multiR
- → Bibliotecas científicas como RcpEigen, RcppArmadillo

#### REFERÊNCIAS, APOSTILAS, CURSOS, ...

#### Apostilas

- Introdução ao R nas Ciências da Vida: https://quelopes.github.io
- CRAN Task View: High-Performance and Parallel Computing with R: https://cran.rproject.org/web/views/HighPerformanceComputing.html
- Curso introdutório de R: http://statmath.wu.ac.at/~schwendinger/HPC/
- R em HPC: http://www.glennklockwood.com/data-intensive/r/on-hpc.html
- Benchmarking in R: http://www.alexejgossmann.com/benchmarking\_r/

#### Códigos

- https://github.com/eddelbuettel/ctv-hpc
- https://github.com/glennklockwood/paraR

#### Cursos online

#### Via coursera:

- R Programming (Johns Hopkins University): https://www.coursera.org/learn/r-programming
- Statistics with R Specialization (Duke University): https://www.coursera.org/specializations/statistics

#### Referências bibliográficas

- State of the Art in Parallel Computing with R. Journal of Statistical Software. August 2009, Vol. 31(1).
- A Survey of R Software for Parallel Computing. American Journal of Applied Mathematics and Statistics. 2014, Vol. 2(4), pg. 224-230.
- Parallel R. (Book). Q. Ethan McCallum e Stephen Weston. 2012. O'reilly.

# FIM! OBRIGADA

Adaptado do curso RforHPC/LNCC de 2019 do Guilherme Gall e Raquel L. Costa