
Résumé — La plupart des schémas numériques reposent sur une discrétisation du domaine de calcul. Cependant, si la génération de maillages simpliciaux est très développée depuis plus d’un demi-siècle, celle de quadrilatères ou d’hexaèdres pose plus de problèmes. L’objectif de cette thèse est d’apporter de nouvelles solutions pour améliorer les performances lors de la résolution numérique d’équations aux dérivées partielles en étudiant une méthode de génération de maillages quadrilatéraux basée sur des champs de croix.

Notre approche repose sur l’alignement d’un champ de croix donné par rapport au bord du domaine de calcul, suivi du partitionnement de ce dernier en régions à quatre côtés que l’on maillera ensuite en quadrilatères. Cela permet de générer un maillage structuré par bloc conservant le positionnement des singularités du champ de croix initial. Cette méthode a d’abord été présentée pour les domaines simplement connexes, puis généralisée aux domaines non-simplement connexes. Elle nous permet de gérer les domaines constitués de plusieurs matériaux ainsi que les points singuliers de bord qui en pratique, permettent de délimiter des portions de la frontière du domaine pour prendre en compte des conditions aux limites mixtes dans le cadre des simulations numériques. Dans un second temps, nous mettons en place la discrétisation de la méthode sur des maillages triangulaires, puis nous proposons une généralisation à des surfaces courbes dans l’espace.

Mots clés : Champ de croix, maillage quadrilatéral, maillage en bloc structuré, points singuliers, domaine non-simplement connexe.

Abstract — Most numerical schemes rely on discretizing the computational domain. However, while the generation of simplicial meshes has been well developed for over half a century, that of quadrilaterals or hexahedra poses more challenges. The objective of this thesis is to provide new solutions to enhance performance in the numerical solution of partial differential equations by studying a method for generating quadrilateral meshes based on cross fields.

Our approach is based on aligning a given cross field with the boundary of the computational domain, followed by partitioning it into regions with four sides, which are then meshed into quadrilaterals. This allows us to generate a block-structured mesh that preserves the positioning of singularities in the initial cross field. This method was first presented for simply connected domains and then generalized to non-simply connected domains. It enables us to handle domains consisting of multiple materials as well as boundary singular points, which in practice allow delineation of portions of the domain boundary to accommodate mixed boundary conditions in numerical simulations. Furthermore, we extend the discretization of the method to triangular meshes and propose a generalization to curved surfaces in space.

Keywords : Cross field, quadrilateral mesh, structured block mesh, singular points, non-simply connected domain.
