

Tarea 1
Diplomado en Tecnologías Cuánticas
Módulo: Métodos de Simulación Computacional para Sistemas Cuánticos

1. Realizar un estudio con el polinomio de interpolación (I), ajuste por secciones (II) y ajuste por mínimos cuadrados (III) de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = 2 \cos(x) + \sin(2x) + \sqrt{x}$, para $0 \leq x \leq \pi$, con un espaciamiento regular en el intervalo y un espaciamiento aleatorio (revisar como funciona un generador de números aleatorios) para un número de puntos $n = 8, 16, 32$.
 - b) Realizar la misma exploración que en a) pero ahora con la función:
 $f(x) = 2 \cos(\pi x) + \sin(2\pi x) + \sqrt{\pi x}$, para $0 \leq x \leq 1$.

Nota 1: Para el ajuste por mínimos cuadrados pueden usar una base de funciones ortogonales que elijan o una combinación de bases.

Nota 2: Es necesaria una comparación gráfica de los resultados, que comenten sobre los errores y lo que observan para cada uno de los tratamientos funcione o no funcione.

Nota 3: Comparar entre a) y b) [con espaciamiento regular y aleatorio], así como hacer las observaciones pertinentes de la convergencia, errores, etc.

2. Estudiar el modelo de la cadena XX-Z para diferentes números de sitios $N > 3$ y observar el comportamiento de la transición de fase cuántica calculando la magnetización ($m_z = \frac{\langle \sum_{i=1}^N \sigma_i^z \rangle}{N}$) como función del cociente $g = J_x/J_z, g \in \mathbb{R}$. La cadena XX-Z es:

$$H = J_x \sum_{i=1}^{N-1} \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x + J_x (\sigma_0^x \sigma_N^x) + J_z \sum_i \sigma_i^z$$

Nota 1: Elegir una escala relevante para hacer las gráficas como función de “g” y “1/g”.

Nota 2: Comentar sobre el comportamiento conforme aumenta el número de sitios N .

Nota 3: Investigar sobre la solución exacta de este modelo y comparar los resultados de sus simulaciones con la literatura.

3. Estudiar el modelo de Bose-Hubbard en una dimensión con condiciones periódicas para diferentes números de sitios $N > 3$, calcular las fluctuaciones por sitio como función de $g = t/U$.

Nota 1: Elegir una escala relevante para hacer las gráficas como función de “g” y “1/g”.

Nota 2: Comentar sobre el comportamiento conforme aumenta el número de sitios N .

Nota 3: Investigar sobre la solución numérica de este modelo en 1D y comparar los resultados de sus simulaciones con la literatura.

Fecha de entrega: 30 de Mayo de 2024, 23:59 h.