

Homework 4

00957016 高敬庭

Requirement a

- degree 7 -- original system

1	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0.2	0.04	0.008	0.0016	0.00032	6.4e-05	1.28e-05	1.25
1	0.4	0.16	0.064	0.0256	0.01024	0.004096	0.0016384	1.66557
1	0.6	0.36	0.216	0.1296	0.07776	0.046656	0.0279936	2.45801
1	0.8	0.64	0.512	0.4096	0.32768	0.262144	0.209715	4.16114
1	1	1	1	1	1	1	1	8
1	1.2	1.44	1.728	2.0736	2.48832	2.98598	3.58318	16.4991
1	1.4	1.96	2.744	3.8416	5.37824	7.52954	10.5414	34.3947
1	1.6	2.56	4.096	6.5536	10.4858	16.7772	26.8435	69.9161
1	1.8	3.24	5.832	10.4976	18.8957	34.0122	61.222	136.5
1	2	4	8	16	32	64	128	255
1	2.2	4.84	10.648	23.4256	51.5363	113.38	249.436	456.466
1	2.4	5.76	13.824	33.1776	79.6262	191.103	458.647	785.538
1	2.6	6.76	17.576	45.6976	118.814	308.916	803.181	1304.54
1	2.8	7.84	21.952	61.4656	172.104	481.89	1349.29	2098.34

Requirement b and c

```

-----
Gaussian new system :
1      1      1  0.999997      1  0.999999      1      1
QR Method new system :
1      1      1  0.999999      1  0.999999      1      1
QR Method original system :
1      1      1      1      1      1      1      1
-----
---Gaussian with degree 7 on new system---
Two Norm : 4.44322e-06
Inf Norm : 2.8143e-06
-----
---QR Method with degree 7 on new system---
Two Norm : 2.31352e-06
Inf Norm : 1.46692e-06
-----
---QR Method with degree 7 on original system---
Two Norm : 5.76572e-10
Inf Norm : 3.64609e-10
-----

```

Requirement d

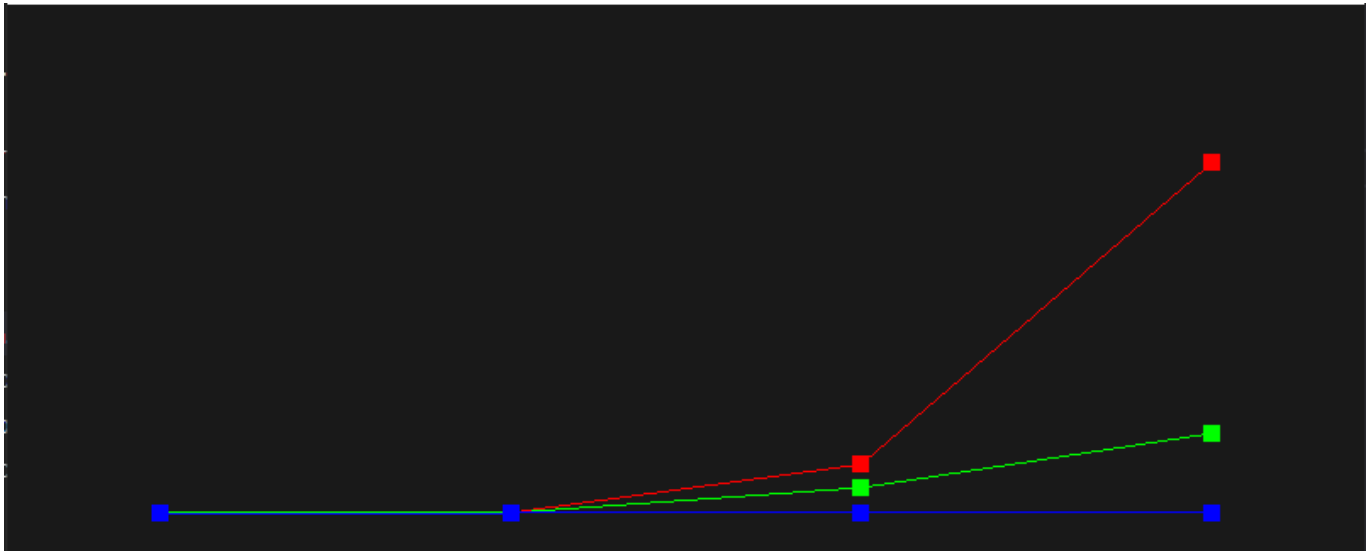
在我的結果中，我觀察到只要degree減少，相同方法的誤差值就會減少，相反的，只要degree提升，誤差就會增加，其中新系統的誤差永遠會比原始系統的誤差大。

```
-----  
---Gaussian with degree 5 on new system---  
Two Norm : 5.19089e-11  
Inf Norm : 3.47704e-11  
-----  
---QR Method with degree 5 on new system---  
Two Norm : 1.57131e-09  
Inf Norm : 1.06167e-09  
-----  
---QR Method with degree 5 on original system---  
Two Norm : 4.63846e-13  
Inf Norm : 3.31069e-13  
-----
```

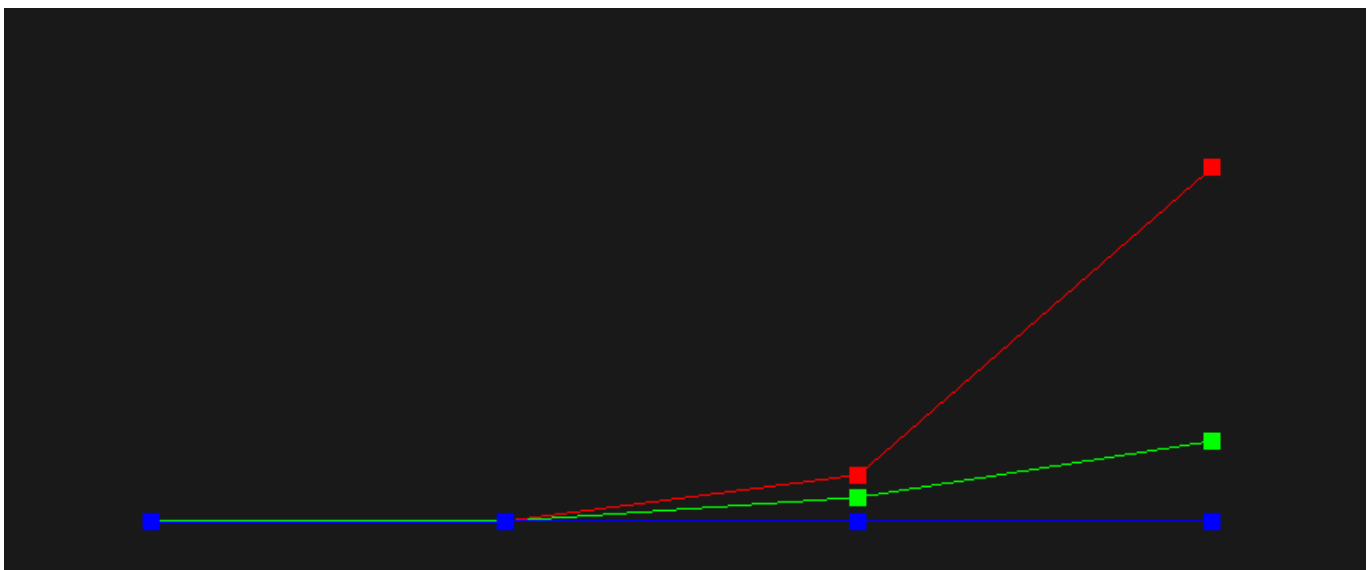
```
-----  
---Gaussian with degree 6 on new system---  
Two Norm : 2.15914e-08  
Inf Norm : 1.52875e-08  
-----  
---QR Method with degree 6 on new system---  
Two Norm : 1.52748e-08  
Inf Norm : 1.07965e-08  
-----  
---QR Method with degree 6 on original system---  
Two Norm : 9.48472e-12  
Inf Norm : 6.69909e-12  
-----
```

```
-----  
---Gaussian with degree 8 on new system---  
Two Norm : 3.20494e-05  
Inf Norm : 2.13156e-05  
-----  
---QR Method with degree 8 on new system---  
Two Norm : 7.28472e-06  
Inf Norm : 4.85019e-06  
-----  
---QR Method with degree 8 on original system---  
Two Norm : 4.11537e-09  
Inf Norm : 2.73401e-09  
-----
```

根據圖中的數據繪製出的Two Norm關係圖



根據圖中的數據繪製出的Infinite Norm關係圖



- Red : Gaussian new system
- Green : QR Method new system
- Blue : QR Method original system

關係圖的x軸代表degree, y軸代表誤差, 將誤差normalize到[0,1], 可以看到三種作法在degree低的時候誤差不明顯, 但是當degree增加的時候Gaussian的誤差會比QR Method來的大, 而且新系統算出來的誤差會比原始系統的來的大。

Requirement e

- QR Method > Gaussian
- Original System > new System

為了測試穩定性, 將多項式的degree提升後做測試, 由於計算過程中會產生計算誤差, 所以可以知道degree提升帶來的誤差也會提升, 以degree為10舉例, 可以看到新系統由於又經過一次數值計算, 所以誤差會比舊系統來的大, 其中雖然QR Method在degree < 8 的情況下會比Gaussian來的準, 但是只要超過7之後QR的誤差反而比Gaussian來的大, 我認為應該是因為系統不準確所以導致結果更不准, 如果將degree再進一步提升到15, 則發現Gaussian的誤差增長又超越了QR, 從圖中可以看出來Gaussian的誤差增長速度明顯快過於其他兩種情況, 所以我認為QR還是相較於Gaussian穩定, 而原始系統下的QR則非常穩定, 即便系統誤差提高, 其結果影響也沒有太大。

```
-----  
---Gaussian with degree 10 on new system---  
Two Norm : 0.125408  
Inf Norm : 0.0787727  
-----  
---QR Method with degree 10 on new system---  
Two Norm : 0.675835  
Inf Norm : 0.424557  
-----  
---QR Method with degree 10 on original system---  
Two Norm : 4.46577e-08  
Inf Norm : 2.81646e-08  
-----
```

