12.

$$\begin{vmatrix} \cdots \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} a_{1j_1} a_{2j_2} \cdots a_{nj_n}$$

又每项为1 ∴ $\begin{vmatrix} \cdots \end{vmatrix} = \sum_{j_1 j_2 \cdots j_n} (-1)^{\tau(j_1 j_2 \cdots j_n)} = 0$

~~由排列性质 经过一对换后奇偶性改变~~

实际上为了排列 $j_1 j_2 \cdots j_n$ 的奇排列数目等于偶排列数目 $= \sum_{j_1 \cdots j_n \text{为偶排列}} (-1)^{\tau(j_1 \cdots j_n)} + \sum_{j_1 \cdots j_n \text{为奇}} (-1)^{\tau(j_1 \cdots j_n)}$

$= l - k = 0$ (使奇排列相等)

∴ $l = k$.

14. 2)

原式 $= \begin{vmatrix} 2(x+y) & 2(x+y) & 2(x+y) \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$

$= 2(x+y)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$.

$= 2(x+y)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ y & x & x-y \\ x+y & -y & -x \end{vmatrix}$.

$= 2(x+y)\left[-x^2 + (x-y)\cdot y\right]$

$= -2(x+y)\left[x^2 - xy + y^2\right]$.

$= -2(x^3+y^3)$

4) 原式 $= 10\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

$= 10\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & -2 & -1 \\ 4 & -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$.

$= 10\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

$= 10\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \\ -4 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -40\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 160$

5)

原式 $= \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 1 \\ 0 & 0 & y & 1 \\ y & y & y & 1-y \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y & 0 \\ y & y & y & -y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -x & 0 & 1 \\ 0 & 0 & y & 1 \\ y & y & y & 1 \end{vmatrix}$.

$= x^2y^2 + \begin{vmatrix} x & 0 & 0 & 1 \\ -x & -x & 0 & 0 \\ -x & 0 & y & 0 \\ y-x & y & y & 0 \end{vmatrix}$

$= x^2y^2 + \begin{vmatrix} -x & -x & 0 \\ -x & 0 & y \\ y-x & y & y \end{vmatrix}$

$= x^2y^2 + \begin{vmatrix} -x & -x & 0 \\ -y & -y & 0 \\ y-x & y & y \end{vmatrix}$

$= x^2y^2 + 0 = x^2y^2$.

15. 证

原式 $= 2\begin{vmatrix} b+c & a+c & -c \\ b_1+c_1 & a_1+c_1 & -c_1 \\ b_2+c_2 & a_2+c_2 & -c_2 \end{vmatrix}$

$= 2\begin{vmatrix} b & a & -c \\ b_1 & a_1 & -c_1 \\ b_2 & a_2 & -c_2 \end{vmatrix}$

$= 2\begin{vmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix}$

17. 1) 原式 $= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & -1 & -5 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & -2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 1$.

3) 多找次行变换

-48

P66