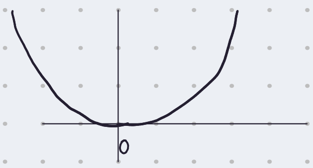
Funkce

- funkce na množině $A \in \mathbb{R}$ je předpis, který $\forall$ číslu z množiny A přiřadí právě jedno $\mathbb{R}$. množina A se nazývá DEFINIČNÍ OBOR

(Př) $S = \pi r^2$

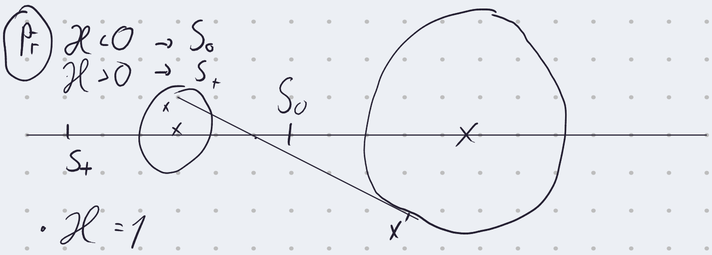
$f := y = \pi x^2$

x	-4	0	$1{,}5$	4	6
y	$50{,}27$	0	$22{,}21$	$50{,}27$	$113{,}1$



(Př) $\varkappa < 0 \rightarrow S_0$

$\varkappa > 0 \rightarrow S_+$



- $\varkappa > 0$ → zvětšujeme (vzor < obraz)
- $\varkappa < 0$ → zmenšujeme (vzor > obraz)
- $\varkappa = 1$ → zůstává stejné (vzor = obraz)

- $\varkappa = 1$

$r_x = r_1$

(Př) $h: y = \frac{5-x}{x+2}$

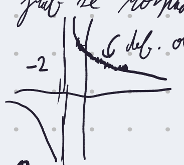
$x \in \langle -1; 5 \rangle$

- tabulka ⇓

- co by se stalo: $x \in \langle -2; 5 \rangle$

$\frac{5+2}{-2+2} = \frac{7}{0}$! -2 nemůžeme zahrnout

- graf se rozpadne:

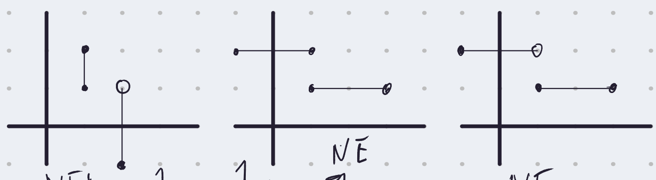


Graf funkce

- def: Graf funkce f ve zvolené soustavě souřadnic Oxy v rovině je množina $\forall$ bodů $X[x, f(x)]$ kde $x \in$ def. obor f

1.8 - přiřadit předpis

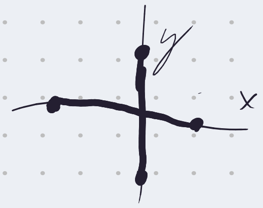
1.12 - rozhodněte, co je grafem funkce a co ne



NE pro 1x právě 1y

Obor hodnot ● [

obor hodnot funkce f je množina $\forall y \in \mathbb{R}$ ke kterým $\exists$ aspoň jedno x z $D(f)$ tak že $y = f(x)$ ↳ kdyby více: $y = x^2$



Definiční obor ●

$\forall$ přípustná x, které můžeme do $f(x)$ dosadit x tak, aby dávala

20/1.11 - vybrané příklady

- $f_1: y = \frac{1}{x}$

  $x \neq 0 \rightarrow \forall \mathbb{R}$ kromě 0

  $\rightarrow D_{f_1} = \mathbb{R} - \{0\}$

  $\rightarrow D = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

Patří 2,4 do oboru hodnot f: $y = \frac{5x+3}{x-2} \rightarrow x \neq 2 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow$ L2E!

- obor hodnot = y

$2{,}4 = \frac{5x-3}{x-2}$

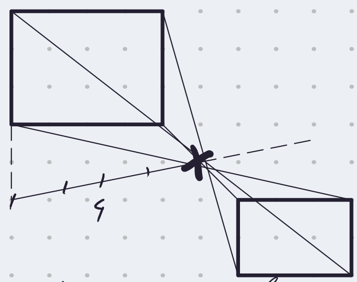
$2{,}4x - 4{,}8 = 5x - 3$

$-2{,}6x = 7{,}8 \;/ :(-3)$

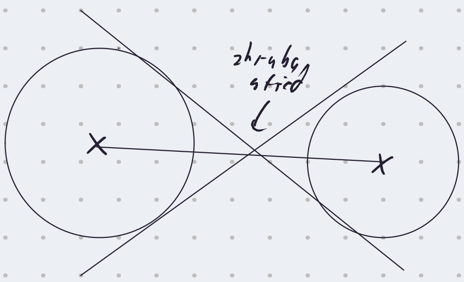
$\underline{\underline{x = -3}}$

Co bylo na prověrce

(1) sestrojte stejnolehlost $\varkappa = -3/5$



(2) sestrojte tečny obou kružnic s průsečíkem na úsečce $S_1 S_2$



Todo 1.74 a) b) (c)

- funkce je dána
  - funkčním předpisem
  - grafem fce
  - tabulkou hodnot

dá se převádět

Př: urči obor hodnot

a) $f: y = \frac{13}{x^2 - 3x + 2}$ → $x^2 - 3x + 2 \neq 0$

$(x-2) \cdot (x-1) \neq 0$

$x_1 \neq 2 \quad x_2 \neq 1$

$D_f = \mathbb{R} - \{2, 1\}$

V jmenovateli nesmí být nula

c) $f: y = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

Odmocňovat můžu pouze nezáporné číslo

$x^2 - 5x + 6 \geq 0$

$(x-2)(x-3) \geq 0$

NB: 2, 3

	$(-\infty;2\rangle$	$\langle 2;3\rangle$	$\langle 3;\infty)$
x-2	−	+	+
x-3	−	−	+
	+	−	+

$x \in (-\infty; 2\rangle \cup \langle 3; \infty)$

$\underline{D_f} = (-\infty; 2\rangle \cup \langle 3; \infty)$

e) e: $y = \sqrt{\dfrac{x+3}{5-x}}$ → $\dfrac{x+3}{5-x} \geq 0$ → $x \neq 5$

$\dfrac{x+3}{5-x} \geq 0$

NB: 5 −3 → ? $(-\infty;-3)\langle -3,5\rangle\langle 5;\infty)$?

NE! v jmenovateli by byla 0

→

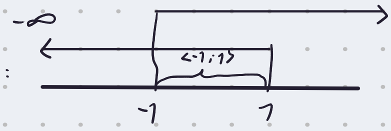
	$(-\infty;-3)$	$\langle -3;5)$	$(5;+\infty)$
$x+3$	−	+	+
$5-x$	+	+	−
	−	+	−

→ $D_e = \langle -3;5)$

b) b: $y = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{x+1}$ → $x \geq -1$ → $x \in \langle -1;\infty)$

→ $x \leq 1$ → $x \in (-\infty;1\rangle$

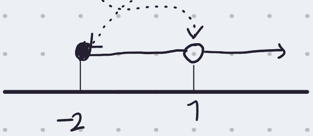
→ $D_b = (-\infty;1\rangle \cap \langle -1;\infty)$:
$= \langle -1;1\rangle$



f) f: $y = \dfrac{1}{x-1} + \sqrt{x+2}$

$x-1 \neq 0$ $\quad$ $x+2 \geq 0$

$x \neq 1$ $\wedge$ $x \geq -2$



$D(f) = \langle -2;1) \cup (1;\infty)$

K prověrce: 1.14; g, h, i, j

1.14 u: $y = \dfrac{2}{x^2+1}$

a) Definiční obor

$x^2+1 \neq 0$

$x^2 \neq -1$

NENASTANE! → $D_u = \mathbb{R}$

b) $u(0), u(3), u(-7), u(1{,}5$

$u(0) = 2$

$u(3) = 1/5$

$u(-7) = 1/25$

$u(1{,}5) = \dfrac{2}{3{,}25} = \dfrac{8}{13}$

c) které z čísel −4; 0; 1; 8; patří do $D(u)$?

VŠECHNA!

g)

$x^2-7x+12 \geq 0$ $\wedge$ $x^2-2x-3 \neq 0$

$(x-3)(x-4) \geq 0$ $\quad$ $x(x-2) \neq 3$

TODO

nb: 3, 4

$(-\infty;3\rangle$	$\langle 3;4\rangle$	$\langle 4;\infty)$	
−	+	+	$(x-3)$
−	−	+	$(x-4)$
+	−	+	

$(-\infty;3\rangle \cup \langle 4;\infty)$

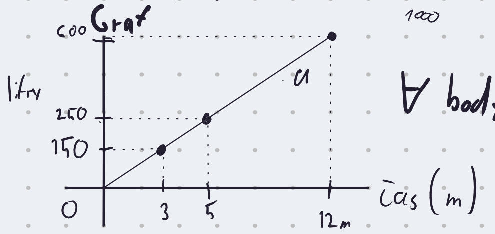
LINEÁRNÍ FUNKCE

Motivace: Cisterna, 50 l za minutu

Tabulka

doba čerpání (min)	1	2	3	5	12	20	26
množství nafty (l)	50	100	150	250	600	~~200~~ 1000	1300

Graf



$\forall$ body na přímce

Pokud je grafem přímka, je grafem přímka

Předpis

$a: y = 50x$

Dělení

- tabulka + graf

$f: y = x$

x	0	5
y	0	5

$g: y = 0{,}3x$

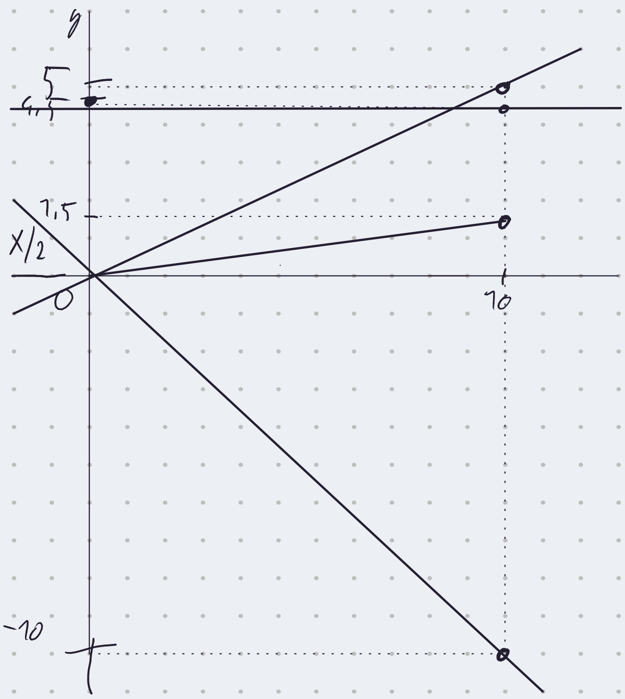
x	0	5
y	0	1,5

$h: y = -2x$

x	0	5
y	0	-10

$n: y = 4{,}5 + (0 \cdot x)$

x	0	5
y	4,5	4,5



pokud $b \neq 0$ → prochází počátkem →

Přímá úměrnost

Opakování

- $y = \sqrt{121 - x^2}$ → $121 - x^2 \geq 0$

$11^2 - x^2 \geq 0$

$(11 - x) \cdot (11 + x) \geq 0$

nb.: $11, -11$ →

	$(-\infty; -11)$	$\langle -11; 11 \rangle$	$\langle 11; \infty)$
$11 - x$	+	+	−
$11 + x$	−	+	+
	−	+	−

$x \in \langle -11; 11 \rangle$

$D = \langle -11; 11 \rangle$

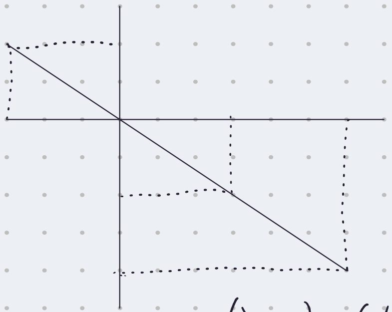
$y = \dfrac{2x - 3}{\underbrace{\sqrt{121 - x^2}}_{\geq 0}} \} \neq 0$ → $x \neq 0$ →

→ $x \in \langle -11; 11 \rangle$ → $D = \cancel{\langle -11; 0)} \cup (0; 11 \rangle$

$= (-11; 11)$

$b: -\frac{2}{3}x$

x	3	6	-3
y	-2	-4	-2



$(\geq 0) \wedge (\neq 0)$

$y = \frac{6-2x}{\underbrace{\sqrt{5-4x^2}}_{\neq 0}}$

$5 - 4x^2 > 0$

$(\sqrt{5}-2x)(\sqrt{5}+2x) > 0$

nb: • $\sqrt{5}-2x=0$

$\sqrt{5} = 2x$

NB: $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$

• $\sqrt{5}+2x=0$

$\sqrt{5} = -2x \quad /:2$

$-x = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad / \cdot (-1)$

NB: $x = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

$D_f = \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}; \frac{\sqrt{5}}{2}\right)$

Natočení LF

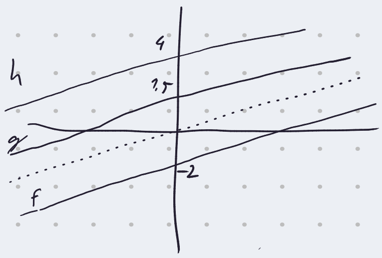
násobek u argumentu určuje náklon

Črtej

$f: y = 0{,}3x - 2$

$g: y = 0{,}3x + 1{,}5$

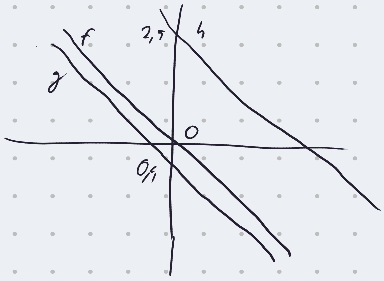
$h: y = 0{,}3x + 4$



$f: y = -x$

$g: y = -x - 0{,}4$

$h: y = -x + 2{,}5$



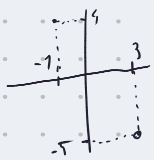
Posun

argument b posouvá přímku nahoru a dolů

Formálně

- tvar $y = ax + b$
- $a, b \in R$
- $a = 0 \rightarrow y = b \rightarrow$ Konstantní
- $b = 0 \rightarrow y = ax \rightarrow$ přímá úměrnost

28/2.3 $h(3) = -5$; $h(-1) = 4$



$-5 = 3a + b$

$-\ \ 4 = -a + b$

$-9 = 4a$

$a = -\frac{9}{4}$

$-5 = -\frac{27}{4} + b$

$-\frac{20}{4} = -\frac{27}{4} + b \quad / + \frac{27}{4}$

$\frac{7}{4} = b$

$y = -\frac{9}{4}x + \frac{7}{4}$

Zákonitost

pro LF platí: když $x_1 \neq x_2$ a $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$

Př.: $y=\sqrt{80+2x-x^2}$ jaký je D_f

$y=\sqrt{-x^2+2x+80}$

$-x^2+2x+80 \geq 0$

$-(x^2-2x-80) \geq 0$

$x^2-2x-80 \leq 0 \quad /\cdot(-1)$

$(x-10)(x+8) \leq 0$

$-(x-10)(x+8) \geq 0$

$\rightarrow$ NB: $10, -8$

	$(-\infty;-8)$	$\langle -8;10)$	$\langle 10;\infty)$
$-(x-10)$	+	+	−
$-(x+8)$	+	−	−
	+	−	+

On

AHOJ Jak se máš MICHALE

- $y=\dfrac{x^2-25x}{4x^3-9x} \longrightarrow 4x^3-9x \neq 0$

$x(4x^2-9) \neq 0$

$x(2x-3)(2x-3) \neq 0$

1. 2. 3.

1. $x \neq 0$
2. $2x \neq 3$, $x \neq \frac{3}{2}$
3. $2x+3 \neq 0$, $2x \neq -3$, $x \neq -\frac{3}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{-\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\}$

g) sestav předpis

$g(1,5) = -2$

$g(1,5) = 6$

$y = ax+b$

$-2 = 1,5a + b$

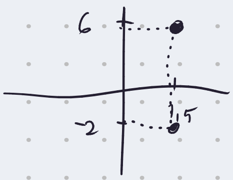
$-\ 6 = 1,5a + b$

$-8 = 0$

$\rightarrow \emptyset$ Nemá řešení

$\rightarrow$ fce g není fce, protože v jednom x má více y

- graf:



LF $y=ax+b$ je rostoucí když $a>0$

— " — klesající $a<0$

— " — konstantní $a=0$

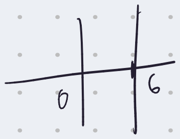
Rostoucí & Klesající F

Funkce f se nazývá **rostoucí**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in$ $\in D_f$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$.
Funkce f se nazývá **klesající**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in$ $\in D_f$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$.

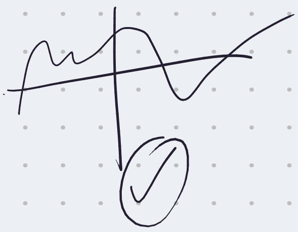
Funkce f se nazývá **prostá**, právě když pro všechna $x_1, x_2 \in$ $\in D_f$ platí: Je-li $x_1 \neq x_2$, pak $f(x_1) \neq f(x_2)$.

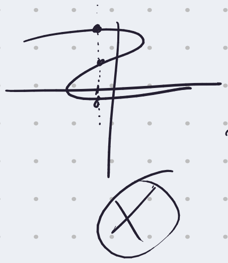
Je-li funkce rostoucí, pak je prostá.
Je-li funkce klesající, pak je prostá.

- $x = 6$
  - není funkce, ale graf lze nakreslit



- Jsou to funkce?





3 hodnoty pro jedno x