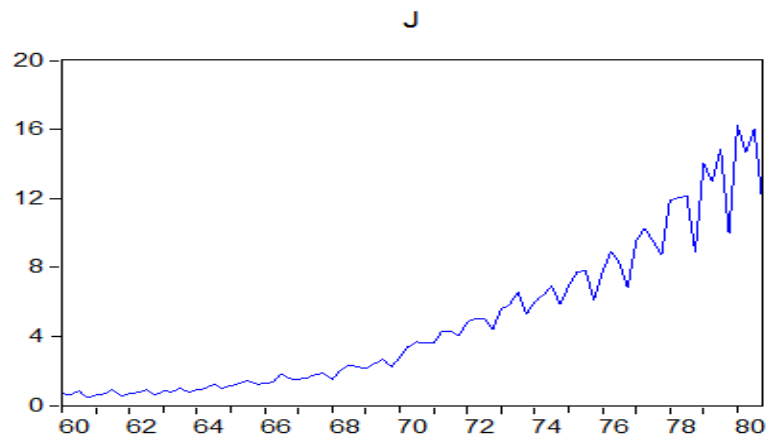


Εμπειρικό παράδειγμα υποδείγματος ARIMA

Στην ενότητα αυτή εφαρμόζεται η μεθοδολογία των Box-Jenkins για τη μελέτη της σειράς Johnson για την περίοδο 1961:1-1980:4. Στο παρακάτω διάγραμμα παρουσιάζονται οι τιμές της σειράς στο χρόνο. Βασικό χαρακτηριστικό της σειράς είναι η ανοδική τάση, αλλά και η αυξανόμενη διακύμανση της σειράς στο χρόνο, κυρίως στο διάστημα 1974-1980.

Διάγραμμα 1: Χρονοσειρά Johnson



Πριν από την ανάλυση της χρονολογικής σειράς είναι αναγκαίος ο έλεγχος στασιμότητάς της. Σε μια στάσιμη στοχαστική διαδικασία (πχ χρονολογική σειρά), οι επιδράσεις μιας τυχαίας διαταραχής φθίνουν σταδιακά με το πέρασμα του χρόνου, ενώ σε μία μη στάσιμη διαδικασία, μια τυχαία διαταραχή επιφέρει μόνιμες επιδράσεις στις τιμές της σειράς στο χρόνο, με αποτέλεσμα να μην μπορεί να προβλεφθεί με ακρίβεια. Ο έλεγχος στασιμότητας έχει ως αρχική υπόθεση H_0 την υπόθεση ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας (μη στασιμότητας), έναντι της εναλλακτικής H_1 περί στάσιμης χρονολογικής σειράς.

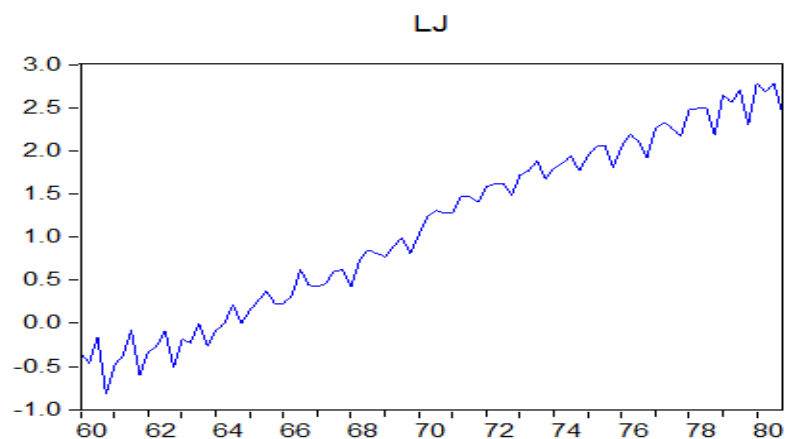
Από τα αποτελέσματα του ελέγχου στασιμότητας της σειράς Johnson (J) παρατηρούμε ότι σε επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας $\alpha=0.05$ δεν απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση ($p\text{-value}=1.00$) και επομένως η σειρά δεν είναι στασιμη (Πίνακας 1). Η ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας (μη στασιμότητα) οφείλεται στο γεγονός ότι η σειρά παρουσιάζει ανοδική τάση με αυξανόμενη στο χρόνο διακύμανση. Για το λόγο αυτό είναι χρήσιμο να μετασχηματίσουμε την αρχική μας σειρά χρησιμοποιώντας λογαριθμικό μετασχηματισμό. Στο παρακάτω διαγραμμα

παρουσιάζεται η μετασχηματισμένη χρονοσειρά του λογαρίθμου της Johnson (LJ). Παρατηρούμε ότι η σειρά φαίνεται να παρουσιάζει ανοδική τάση αλλά με σχετικά σταθερές αποκλίσεις γύρω από την τάση αυτή.

Πίνακας 1: Έλεγχος Στασιμότητας της χρονοσειράς Johnson

Null Hypothesis: J has a unit root Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	2.197968	1.0000
Test critical values:	1% level	-4.076860
	5% level	-3.466966
	10% level	-3.160198
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Διάγραμμα 2: Χρονοσειρά λογαρίθμου της Johnson



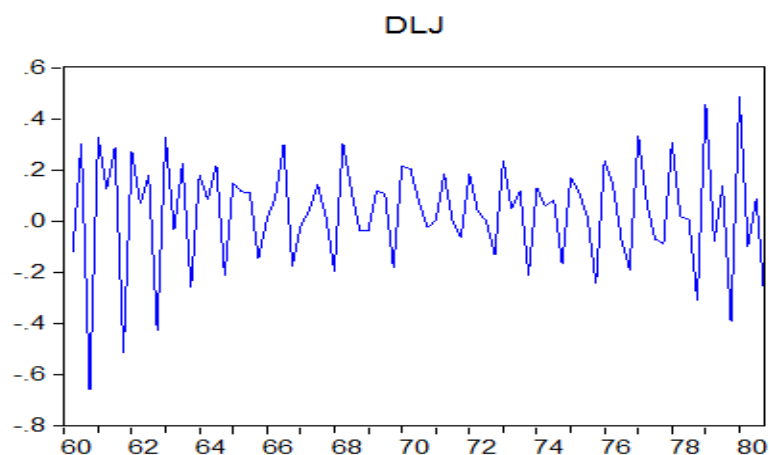
Ο έλεγχος στασιμότητας της μετασχηματισμένης σειράς LJ (Πίνακας 2) δείχνει ότι δεν απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση ($p\text{-value}=0.9311$) και επομένως η σειρά δεν είναι στασιμη. Επομένως είναι απαραίτητο να χρησιμοποιήσουμε τις πρώτες διαφορές του λογαρίθμου της Johnson προκειμένου να δημιουργήσουμε μια στασιμή σειρά κατάλληλη για ανάλυση με τη χρήση της διαδικασίας Box-Jenkins και των υποδειγμάτων ARMA.

Πίνακας 2: Έλεγχος Στασιμότητας της χρονοσειράς LJ

Null Hypothesis: LJ has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.216306	0.9311
Test critical values:	1% level	-3.514426
	5% level	-2.898145
	10% level	-2.586351
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Στο παρακάτω διάγραμμα (Διαγραμμα 3) παρουσιάζεται η σειρά των πρώτων διαφορών του λογαρίθμου των τιμών της Johnson (DLJ) στο χρόνο. Παρατηρούμε ότι λόγω των πρώτων διαφορών η σειρά κινείται γύρω από το μηδέν με σχετικά σταθερές αποκλίσεις. Ο έλεγχος στασιμότητας που παρουσιάζεται στον Πίνακα 3 δείχνει ότι η σειρά DLJ είναι στασιμη, αφού απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση της μη στασιμότητας ($p\text{-value}=0.0001$). Επομένως, μπορούμε να αναλύσουμε την σειρά των πρώτων διαφορών του λογαρίθμου της Johnson με ARMA υποδείγματα, εφαρμόζοντας την διαδικασία Box-Jenkins.

Διάγραμμα 3: Χρονοσειρά των πρώτων διαφορών του λογαρίθμου της Johnson



Πίνακας 3: Έλεγχος Στασιμότητας της χρονοσειράς DLJ

Null Hypothesis: DLJ has a unit root Exogenous: Constant Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=11)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-22.95206	0.0001
Test critical values: 1% level	-3.514426	
5% level	-2.898145	
10% level	-2.586351	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.		

Το πρώτο στάδιο της διαδικασίας Box-Jenkins αφορά την ταυτοποίηση του υποδείγματος που προσαρμόζεται καλύτερα στη σειρά των πρώτων διαφορών των λογαριθμικών τιμών της Johnson (DLJ). Η ταυτοποίηση πραγματοποιείται με τη μελέτη των διαγραμμάτων της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης και μερικής αυτοσυσχέτισης. Εάν υπάρχει κάποια μορφή εξάρτησης στη χρονοσειρά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα υπόδειγμα ARMA για την ανάλυσή της. Συχνά οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές υποδειγματοποιούνται μέσω ενός μικτού υποδείγματος που είναι συνδυασμός μιας αυτοπαλίνδρομης συνιστώσας (AR) και ενός κινητού μέσου όρου (MA).

- Αυτοπαλινδρομο υπόδειγμα βαθμού p [AR(p)] χρησιμοποιούμε αν η μερική αυτοσυσχέτιση μηδενίζεται μετά από την p υστέρηση και η απλή συσχέτιση φθίνει γεωμετρικά.
- Υπόδειγμα κινητών μέσων βαθμού q [MA(q)] χρησιμοποιούμε αν η αυτοσυσχέτιση μηδενίζεται μετά από την q υστέρηση και η μερική αυτοσυσχέτιση φθίνει γεωμετρικά.
- Αν και οι δύο αυτοσυσχετίσεις προσεγγίζουν το μηδέν χωρίς κάποιο από τα προαναφερθέντα σχήματα τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον συνδυασμό τους, δηλαδή υπόδειγμα ARMA

Οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης ρ_k σε χρονική υστέρηση k μας δείχνουν ποια είναι η συσχέτιση των παρατηρήσεων της σειράς που απέχουν k περιόδους. Παίρνουν τιμές

μεταξύ -1 και 1, και μας δείχνουν την εξάρτηση που υπάρχει μεταξύ των τιμών της σειράς. Συγκεκριμένα,

- Αν $\rho_k = 0$, δεν υπάρχει συσχέτιση
- Αν $\rho_k \rightarrow 1$, υπάρχει θετική συσχέτιση
- Αν $\rho_k \rightarrow -1$, υπάρχει αρνητική συσχέτιση.

Η στατιστική συνάρτηση Q χρησιμοποιείται για τον έλεγχο της συνδυαστικής υπόθεσης ότι όλοι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης μέχρι και την υστέρηση m είναι μηδέν και ορίζεται ως εξής:

$$Q = N \sum_{k=1}^m \hat{\rho}_k^2$$

Αν η τιμή της στατιστικής συνάρτησης είναι μεγαλύτερη από την κρισιμη τιμή απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση ότι όλοι οι συντελεστές αυτοσυσχέτισης είναι μηδέν.

Με βάση τη θεωρία που αναπτύξαμε παραπάνω και το διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων που ακολουθεί (Διαγραμμα 4) παρατηρούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική αυτοσυσχέτιση σε χρονική υστέρηση ένα (lag 1), το οποίο σημαίνει ότι μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα υπόδειγμα MA(1) για την ανάλυση της σειράς DLJ. Αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχουν και σε άλλες χρονικές υστερίσεις σημαντικές αυτοσυσχετίσεις αλλά επιλέγουμε ένα MA(1) υπόδειγμα λόγω της σημαντικής αυτοσυσχέτισης σε χρονική υστέρηση ένα.

Διάγραμμα 4: Διαγραμμα αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων των
πρώτων διαφορών του λογαρίθμου της Johnson (DLJ)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
**** .	**** .	1 -0.507	-0.507	22.100	0.000
. .	** .	2 0.067	-0.255	22.492	0.000
*** .	***** .	3 -0.403	-0.705	36.803	0.000
. *****	. **	4 0.731	0.265	84.582	0.000
*** .	. *	5 -0.367	0.161	96.741	0.000
. .	. *	6 -0.004	-0.111	96.742	0.000
** .	. .	7 -0.251	-0.014	102.61	0.000
. ****	. *	8 0.557	0.107	131.84	0.000
** .	. .	9 -0.279	0.046	139.28	0.000
. .	. *	10 -0.010	0.120	139.29	0.000
** .	. .	11 -0.218	-0.033	143.94	0.000
. ****	. .	12 0.451	-0.028	164.10	0.000
** .	. .	13 -0.213	0.040	168.67	0.000
. .	. *	14 -0.042	-0.078	168.85	0.000
. *	. .	15 -0.151	-0.041	171.23	0.000
. **	. .	16 0.346	-0.038	183.87	0.000
. *	. .	17 -0.143	-0.038	186.05	0.000
. *	. .	18 -0.079	-0.065	186.73	0.000
. *	. .	19 -0.086	-0.020	187.56	0.000
. **	. .	20 0.275	0.015	196.01	0.000
. *	. .	21 -0.102	0.023	197.21	0.000
. *	. *	22 -0.066	0.103	197.72	0.000
. *	. .	23 -0.089	0.009	198.64	0.000
. **	. *	24 0.256	0.086	206.50	0.000
. *	. .	25 -0.121	-0.001	208.30	0.000
. *	. *	26 -0.067	-0.115	208.86	0.000
. .	. .	27 -0.026	0.064	208.94	0.000
. **	. *	28 0.221	0.092	215.20	0.000
. *	. *	29 -0.097	0.077	216.43	0.000
. *	. .	30 -0.125	-0.041	218.51	0.000
. .	. .	31 0.042	0.005	218.75	0.000
. *	. .	32 0.168	0.017	222.64	0.000
. *	** .	33 -0.149	-0.219	225.78	0.000
. .	. .	34 -0.057	-0.049	226.25	0.000
. .	. .	35 0.045	-0.023	226.55	0.000
. *	. .	36 0.183	0.022	231.56	0.000

Το δεύτερο στάδιο της διαδικασίας Box-Jenkins αφορά την εκτίμηση του υποδείγματος MA(1) με τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (LS). Στον Πίνακα 4 παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις του υποδείγματος MA(1). Στην πρώτη στήλη του πίνακα περιγράφονται οι μεταβλητές του υποδείγματος. Στη δεύτερη στήλη δίνεται η εκτίμηση των παραμέτρων του υποδείγματος (Coefficient), ενώ στην τρίτη το τυπικό σφάλμα (Std. Error) των παραμέτρων.

Πίνακας 4: Εκτίμηση του υποδείγματος MA(1) της σειράς DLJ

Dependent Variable: DLJ				
Method: Least Squares				
Sample (adjusted): 1960Q2 1980Q4				
Included observations: 83 after adjustments				
Convergence achieved after 8 iterations				
MA Backcast: 1960Q1				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.040051	0.002714	14.75513	0.0000
MA(1)	-0.851227	0.054221	-15.69910	0.0000
R-squared	0.476610	Mean dependent var	0.033667	
Adjusted R-squared	0.470148	S.D. dependent var	0.210213	
S.E. of regression	0.153016	Akaike info criterion	-0.892751	
Sum squared resid	1.896518	Schwarz criterion	-0.834466	
Log likelihood	39.04917	Hannan-Quinn criter.	-0.869335	
F-statistic	73.76018	Durbin-Watson stat	2.196182	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted MA Roots	.85			

Διαιρώντας την εκτίμηση του συντελεστή με το τυπικό του σφάλμα λαμβάνουμε την τιμή της στατιστικής t που δίνεται στην τέταρτη στήλη του πίνακα ($t\text{-statistic} = \text{coefficient}/\text{std.error}$). Οι τιμές της συνάρτησης t χρησιμεύουν στον έλεγχο της στατιστικής σημαντικότητας των συντελεστών του υποδείγματος, δηλαδή στο κατά πόσο η αληθινή τιμή της παραμέτρου στον πληθυσμό *διαφέρει ή όχι στατιστικά σημαντικά από το μηδέν*. Η μηδενική υπόθεση μηδέν θα απορρίπτεται αν η απόλυτη

τιμή της στατιστικής συνάρτησης t που υπολογίζουμε είναι μεγαλύτερη από την κρισιμη τιμή ή αν το επίπεδο σημαντικότητας α είναι μεγαλύτερο από το παρατηρούμενο επίπεδο σημαντικότητας (p-value).

Διάγραμμα 5: Διαγραμμα αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων του MA(1) υποδείγματος

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. * .	. * .	1 -0.128	-0.128	1.4107	
. * .	. * .	2 -0.088	-0.107	2.0912	0.148
. * .	. * .	3 -0.129	-0.160	3.5607	0.169
. *****	. *****	4 0.724	0.709	50.396	0.000
. * .	. .	5 -0.135	-0.043	52.039	0.000
. * .	. * .	6 -0.126	-0.104	53.504	0.000
. * .	. *	7 -0.066	0.105	53.904	0.000
. *****	. .	8 0.554	0.056	82.731	0.000
. * .	. .	9 -0.141	-0.051	84.636	0.000
. * .	. .	10 -0.167	-0.064	87.343	0.000
. * .	. * .	11 -0.115	-0.188	88.637	0.000
. ***	. * .	12 0.396	-0.072	104.24	0.000
. * .	. .	13 -0.132	0.009	106.00	0.000
. * .	. * .	14 -0.185	-0.069	109.49	0.000
. * .	. .	15 -0.093	0.028	110.39	0.000
. **	. .	16 0.316	0.054	120.88	0.000
. * .	. .	17 -0.102	0.019	122.00	0.000
. * .	. .	18 -0.182	0.032	125.59	0.000
. .	. *	19 -0.039	0.103	125.76	0.000
. **	. .	20 0.268	0.028	133.79	0.000
. * .	. .	21 -0.079	-0.012	134.50	0.000
. * .	. .	22 -0.157	0.012	137.35	0.000
. .	. * .	23 -0.062	-0.162	137.81	0.000
. **	. .	24 0.221	-0.053	143.66	0.000
. * .	. * .	25 -0.094	-0.086	144.74	0.000
. * .	. * .	26 -0.133	-0.076	146.92	0.000
. .	. *	27 -0.006	0.124	146.92	0.000
. *	. .	28 0.183	0.005	151.21	0.000
. * .	. * .	29 -0.135	-0.114	153.60	0.000
. * .	. * .	30 -0.206	-0.126	159.23	0.000

Το τρίτο στάδιο της μεθοδολογίας Box-Jenkins αφορά τον διαγνωστικό έλεγχο καταλοίπων του υποδείγματος MA(1) που έχει εκτιμηθεί στο δεύτερο στάδιο. Από το διάγραμμα 5, όπου παρουσιάζεται το διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων παρατηρούμε ότι υπάρχει στατιστικά σημαντική αυτοσυσχέτιση και μερική αυτοσυσχέτιση σε χρονική υστέρηση τέσσερα (lag 4), το οποίο οφείλεται στο ότι αναλύουμε τριμηνιαία δεδομένα (ύπαρξη εποχικότητας) και επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα υπόδειγμα MA(1)-AR(4) για την ανάλυση της σειράς DLJ.

Πίνακας 5: Εκτίμηση του υποδείγματος MA(1)-AR(4) της σειράς DLJ

Dependent Variable: DLJ Method: Least Squares Sample (adjusted): 1961Q2 1980Q4 Included observations: 79 after adjustments Convergence achieved after 12 iterations MA Backcast: 1961Q1				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.041637	0.006476	6.429120	0.0000
AR(4)	0.767900	0.064881	11.83543	0.0000
MA(1)	-0.857174	0.054119	-15.83882	0.0000
R-squared	0.817720	Mean dependent var		0.037293
Adjusted R-squared	0.812923	S.D. dependent var		0.194917
S.E. of regression	0.084306	Akaike info criterion		-2.071484
Sum squared resid	0.540175	Schwarz criterion		-1.981505
Log likelihood	84.82362	Hannan-Quinn criter.		-2.035436
F-statistic	170.4705	Durbin-Watson stat		1.663771
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.94	.00-.94i		
Inverted MA Roots	.86			

Στον Πίνακα 5 παρουσιάζονται οι εκτιμήσεις του υποδείγματος MA(1)-AR(4). Παρατηρούμε ότι οι παράμετροι του υποδείγματος είναι στατιστικά σημαντικοί. Ωστόσο για να είναι αξιόπιστος ο έλεγχος υποθέσεων των παραμέτρων του υποδείγματος θα πρέπει να ισχύουν οι υποθέσεις που αφορούν τα κατάλοιπα του υποδείγματος MA(1)-AR(4) που εκτιμήσαμε. Δηλαδή, θα πρέπει τα κατάλοιπα να είναι ασυσχέτιστα, ομοσκεδαστικά και να ακολουθούν κανονική κατανομή. Παρακάτω παρουσιάζονται οι διαγνωστικοί έλεγχοι των καταλοίπων.

Διάγραμμα 6: Διαγραμμα αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων του MA(1)-AR(4) υποδείγματος

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. *.	. *.	1	0.160	0.160	2.0892
. *.	. *.	2	0.144	0.122	3.8233
* . .	* . .	3	-0.100	-0.146	4.6660 0.031
* . .	* . .	4	-0.116	-0.104	5.8193 0.054
.	5	-0.029	0.041	5.8933 0.117
.	6	-0.024	-0.006	5.9450 0.203
. *.	. *.	7	0.206	0.196	9.7028 0.084
. *.	. . .	8	0.108	0.048	10.744 0.097
. . .	* . .	9	-0.058	-0.165	11.047 0.137
*	10	-0.086	-0.051	11.737 0.163
*	11	-0.156	-0.050	14.023 0.122
. . .	. *.	12	0.063	0.132	14.404 0.155
* . .	* . .	13	-0.116	-0.141	15.707 0.152
.	14	0.022	-0.058	15.753 0.203
. . .	* . .	15	-0.063	-0.076	16.149 0.241
.	16	-0.019	0.036	16.183 0.302
.	17	0.007	0.069	16.189 0.370
* . .	* . .	18	-0.080	-0.069	16.862 0.395
. *.	. . .	19	0.117	0.071	18.314 0.369
.	20	0.057	0.058	18.666 0.413
.	21	-0.007	-0.040	18.671 0.478
.	22	-0.045	-0.043	18.894 0.529
.	23	-0.053	0.010	19.209 0.572
.	24	0.043	0.013	19.420 0.619
.	25	0.005	0.042	19.423 0.676
. *.	. *.	26	0.150	0.097	22.134 0.571

Διάγραμμα 7: Διαγραμμα αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων των τετραγώνων των καταλοίπων του MA(1)-AR(4) υποδείγματος

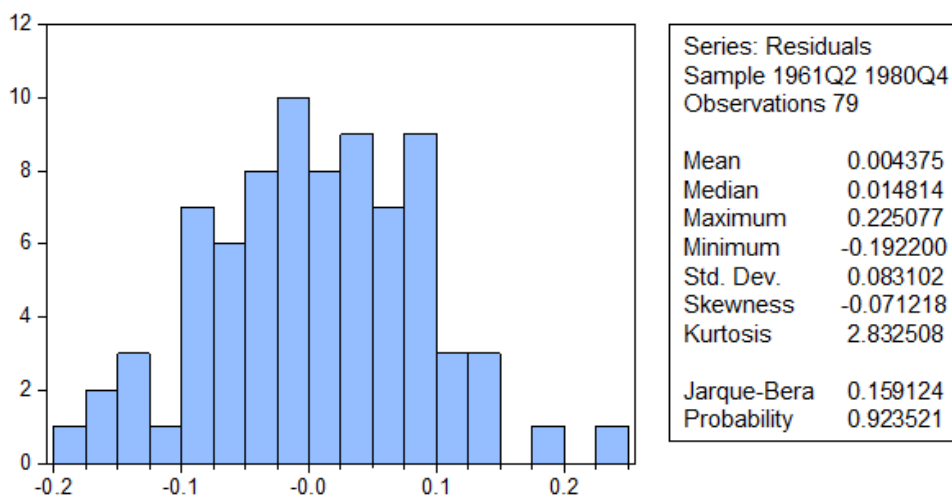
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
. .	. .	1 0.049	0.049	0.1968	
. *.	. *.	2 0.190	0.188	3.2093	
. .	. .	3 -0.008	-0.026	3.2151	0.073
. *.	. *.	4 0.142	0.111	4.9237	0.085
.* .	.* .	5 -0.105	-0.116	5.8856	0.117
. .	.* .	6 -0.061	-0.101	6.2104	0.184
. *.	. *.	7 0.126	0.190	7.6195	0.178
. .	. .	8 0.038	0.032	7.7494	0.257
. *.	. *.	9 0.169	0.152	10.374	0.168
. .	.* .	10 -0.045	-0.071	10.561	0.228
. *.	. .	11 0.109	-0.005	11.688	0.231
. .	. .	12 0.022	0.069	11.734	0.303
. .	. .	13 0.004	-0.040	11.736	0.384
.* .	.* .	14 -0.152	-0.134	14.009	0.300
. *.	. *.	15 0.074	0.098	14.553	0.336
. .	.* .	16 -0.042	-0.067	14.735	0.396
. .	. .	17 -0.007	0.004	14.741	0.470
. .	. .	18 -0.057	-0.038	15.079	0.519
.* .	.* .	19 -0.112	-0.203	16.406	0.495
.* .	. .	20 -0.070	-0.037	16.935	0.528
. .	. .	21 -0.044	0.057	17.148	0.580
. .	. .	22 -0.030	-0.023	17.247	0.637
.* .	.* .	23 -0.137	-0.071	19.402	0.559
. .	. .	24 0.069	0.023	19.959	0.586
.* .	. .	25 -0.073	-0.045	20.589	0.606
.* .	.* .	26 -0.116	-0.102	22.204	0.567

Με βάση τα διαγράμματα 6 και 7, όπου παρουσιάζεται το διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των καταλοίπων (διάγραμμα 6) και το διάγραμμα αυτοσυσχετίσεων των τετραγώνων των καταλοίπων (διάγραμμα 7) παρατηρούμε ότι δεν υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα του υποδείγματος, όπως επίσης δεν υπάρχει και αυτοσυσχέτιση στα τετράγωνα των καταλοίπων, και επομένως δεν υπάρχει πρόβλημα ετεροσκεδαστικότητας στα κατάλοιπα. Τέλος, ο έλεγχος της κανονικότητας των καταλοίπων μπορεί να πραγματοποιηθεί με την στατιστική των Jarque and Bera (JB-statistic):

$$JB = n \left[\frac{SK^2}{6} + \frac{(KU - 3)^2}{24} \right]$$

όπου SK είναι ο συντελεστής ασυμμετρίας και KU είναι ο συντελεστής κύρτωσης. Η στατιστική JB ακολουθεί την κατανομή χ^2 με 2 βαθμούς ελευθερίας. Μεγάλες τιμές του στατιστικού JB οδειγούν στο συμπέρασμα ότι απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση της κανονικότητας. Από το διάγραμμα 8 παρατηρούμε ότι η τιμή της συνάρτησης JB είναι σχετικά μικρή (0.159), και το αντίστοιχο p-value του ελέγχου είναι 0.92. Άρα η μηδενική υπόθεση της κανονικότητας δεν απορρίπτεται. Οπότε τα κατάλοιπα του MA(1)-AR(4) υποδείγματος είναι ασυσχέτιστα, ομοσκεδαστικά και κανονικά και επομένως το υπόδειγμα στο οποίο καταλήξαμε είναι ένα αξιόπιστο υπόδειγμα για να προσαρμόσουμε στα δεδομένα που αναλύουμε.

Διάγραμμα 8: Έλεγχος κανονικότητας των καταλοίπων του MA(1)-AR(4) υποδείγματος



Με βάση τα αποτελέσματα του Πίνακα 5, το υπόδειγμα MA(1)-AR(4) που εκτιμήθηκε μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$DLJ_t = \delta + u_t \quad \text{ή}$$

$$u_t = \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_4 u_{t-4} + \varepsilon_t$$

$$DLJ_t = 0.041 + u_t$$

$$u_t = -0.857\varepsilon_{t-1} + 0.767u_{t-4}.$$

Όπως παρατηρούμε επό τον Πίνακα 5, οι παράμετροι του υποδείγματος είναι στατιστικά σημαντικοί και ο συντελεστής προσδιορισμού (R-squared) είναι αρκετά υψηλός (0.8177), που σημαίνει ότι το 81.77% της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής (DLJ) ερμηνεύεται από το υπόδειγμα MA(1)-AR(4).

Στην εργασία αυτή παρουσιάστηκαν οι βασικές αρχές της ανάλυσης χρονοσειρών με βάση την μεθοδολογία Box-Jenkins και έγινε πρακτική εφαρμογή της μεθοδολογίας αυτής σε πραγματικά δεδομένα που αφορούν την χρονοσειρά Johnson.