Metode Numerik (A)

Regresi: Analisa Regresi Non-Linier dan Implementasinya

oleh: Kelompok 4

Nama Anggota Kelompok:

- Gede Bagus Raka Negara (202331142)
- Michael Christia Putra (202331203)
- Rhizieq Reflian Al Farouqh (202331207)

DAFTAR ISI

Apa itu regresi?

Regresi itu merupakan suatu metode statistik yang digunakan untuk memahami hubungan antara satu variabel dependen (yang diprediksi) dengan satu atau lebih variabel independen (yang memengaruhi). Regresi ini dapat dibagi menjadi 2 jenis utama, yaitu regresi terbagi menjadi dua jenis utama: regresi linear dan regresi non-linear. Regresi linear digunakan ketika hubungan antar variabel dapat direpresentasikan oleh garis lurus, sedangkan regresi non-linear digunakan saat hubungan antar variabel bersifat melengkung atau kompleks, tidak bisa dijelaskan oleh persamaan linear sederhana.

01: Pelanjaran dan Analisa Regresi

Pendahuluan: Langkah Awal dalam Analisa Regresi

Langkah Analisa Regresi

Langkah paling fundamental dalam setiap analisis regresi, baik lanjar maupun nirlanjar, adalah visualisasi data.

- **Penggambaran Data:** Langkah pertama adalah membuat diagram pencar (scatter plot) untuk memetakan titik-titik data (x,y) pada diagram kartesian. Di mana x adalah peubah bebas dan y adalah peubah terikat.Strategic planning

Langkah Analisa Regresi

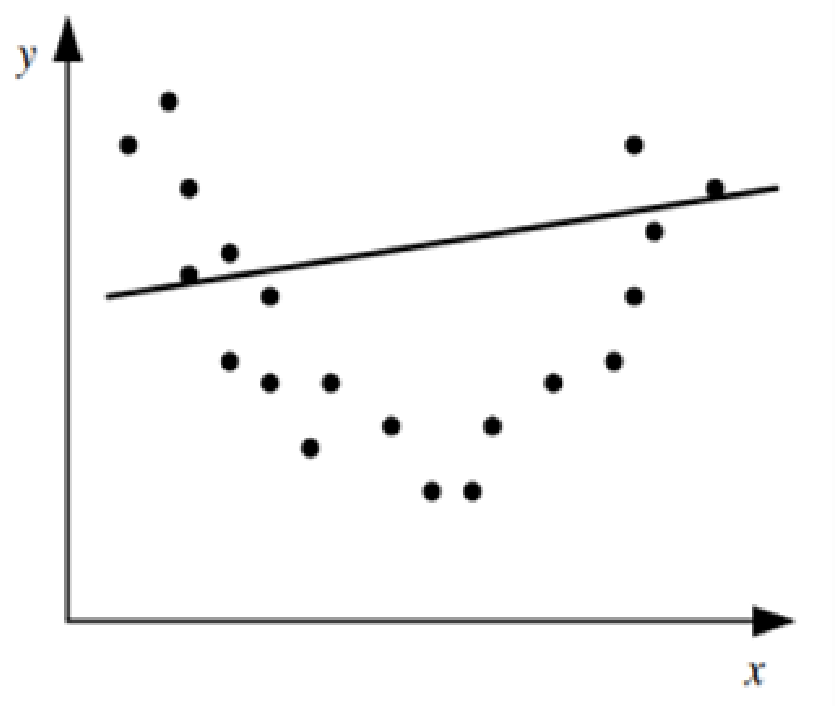
- **Inspeksi Visual:** Tujuan utama dari penggambaran ini adalah untuk memeriksa pola hubungan antara kedua peubah secara visual. Dari pola yang terbentuk, kita bisa mulai mengidentifikasi apakah model yang paling sesuai adalah model lanjar (linear) atau nirlanjar (non-linear).

- **Pemilihan Fungsi:** Visualisasi ini sangat membantu dalam memilih fungsi hampiran yang paling tepat untuk mencocokkan (fitting) sebaran data.

Keterbatasan Regresi Lanjar

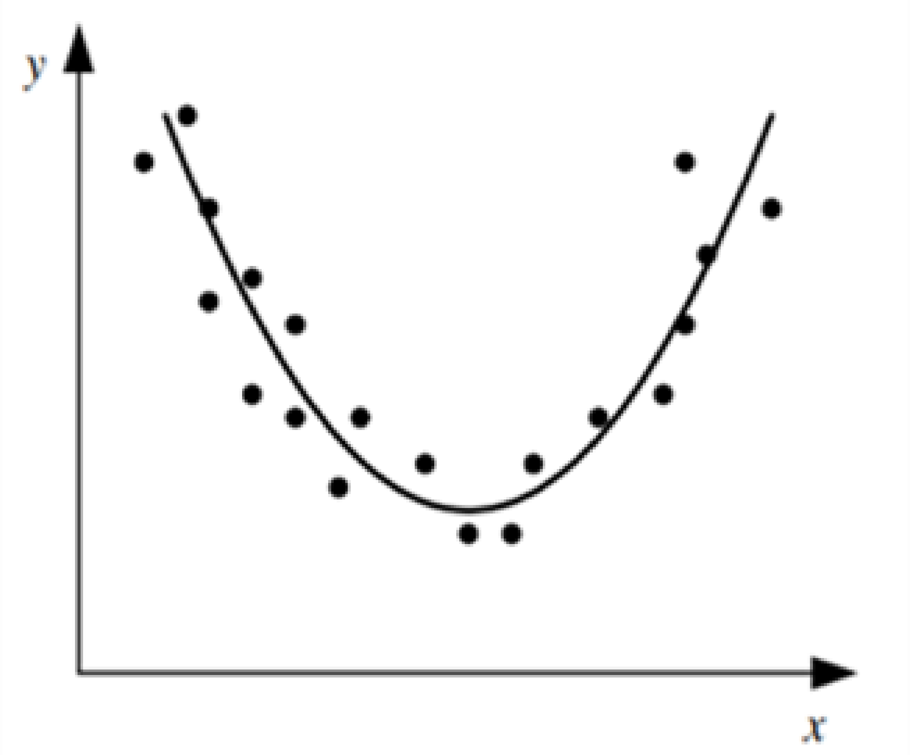
- **Grafik Kiri (Model Lanjar)**

  Garis lurus gagal mendefinisikan pola data



- **Grafik Kanan (Model Nirlanjar)**

  Untuk garis fungsi kuadratik terbukti jauh lebih baik dalam menghampiri titik-titik data



02: Macam Fungsi Nirlanjar

Berikut adalah beberapa model fungsi nirlanjar yang umum digunakan beserta cara melakukan **pelanjaran (linearization)**

Macam Fungsi Nirlanjar

1. **Persamaan Pangkat Sederhana**

2. **Model Eksponensial**

3. **Persamaan laju pertumbuhan Jenuh**

Persamaan Pangkat Sederhana

Misalkan kita akan mencocokkan data dengan fungsi

$y = Cx^b$

Lakukan pelanjaran sebagai berikut:

$y = Cx^b \quad \Leftrightarrow \quad ln(y) = ln(C) + b\, ln(x)$

Definisikan

$Y = ln(y); \quad a = ln(C); \quad X = ln(x)$

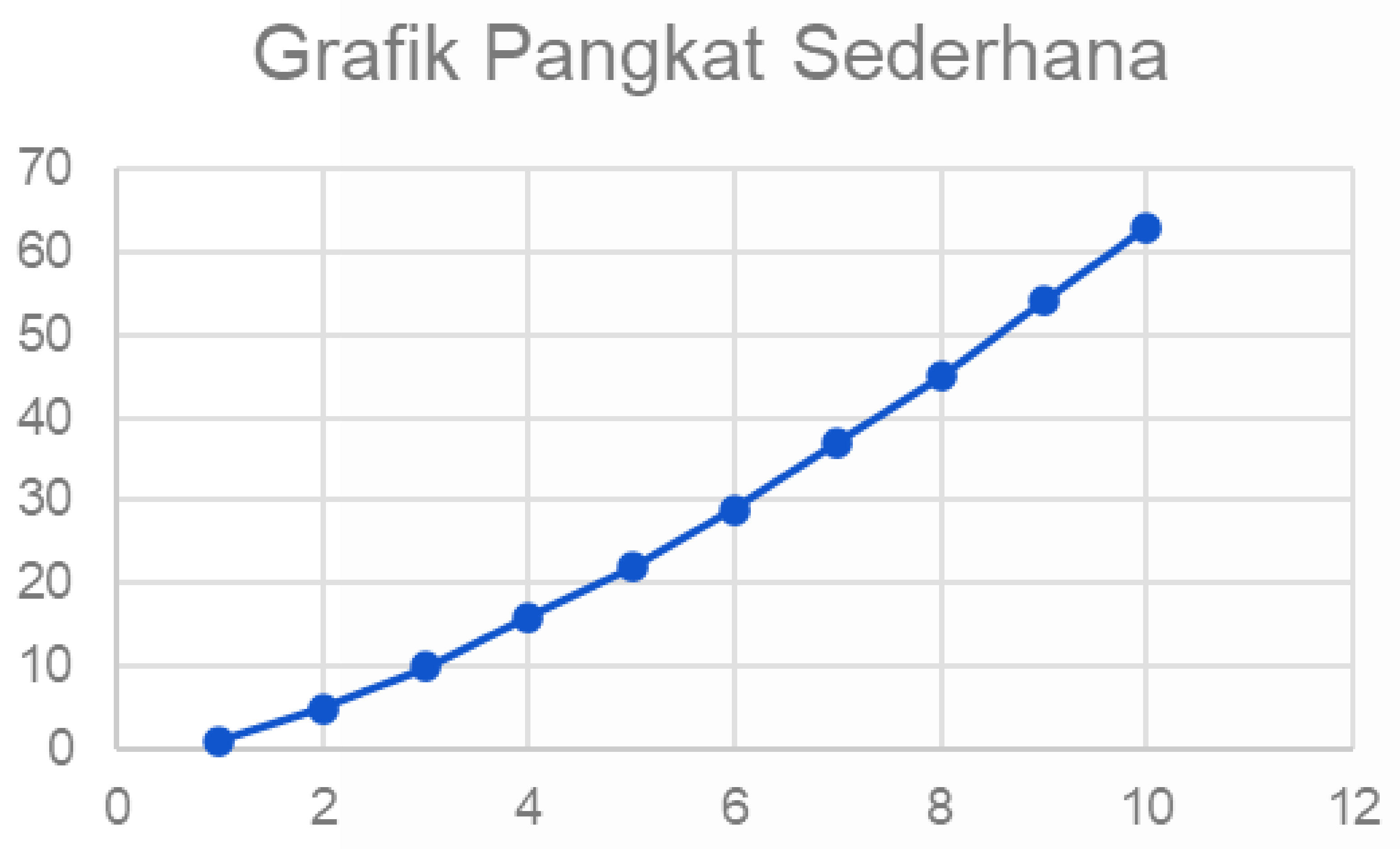
Persamaan regresi lanjarnya adalah:

$Y = a + bX$

Lakukan pengubahan dari (x_i, y_i) menjadi $(ln(x_i), ln(y_i))$, lalu hitung a dengan cara regresi lanjar. Dari persamaan $a = ln(C)$, kita dapat mer nilai

$C = e^a$

Sulihkan nilai b dan C ke dalam persamaan pangkat $y = Cx^b$.



Persamaan Pangkat Sederhana

$$y = Cx^b$$

$$Log\ y = Log\ C + Log\ x^b$$

$$Log\ y = Log\ C + b. Log\ x$$

$$Y = a + bX$$

Model Eksponensial

Misalkan kita akan mencocokkan data dengan fungsi

$$y = Ce^{bx}$$

Lakukan pelanjaran sebagai berikut:

$$y = Ce^{bx} \Leftrightarrow ln(y) = ln(C) + bx\, ln(e)$$

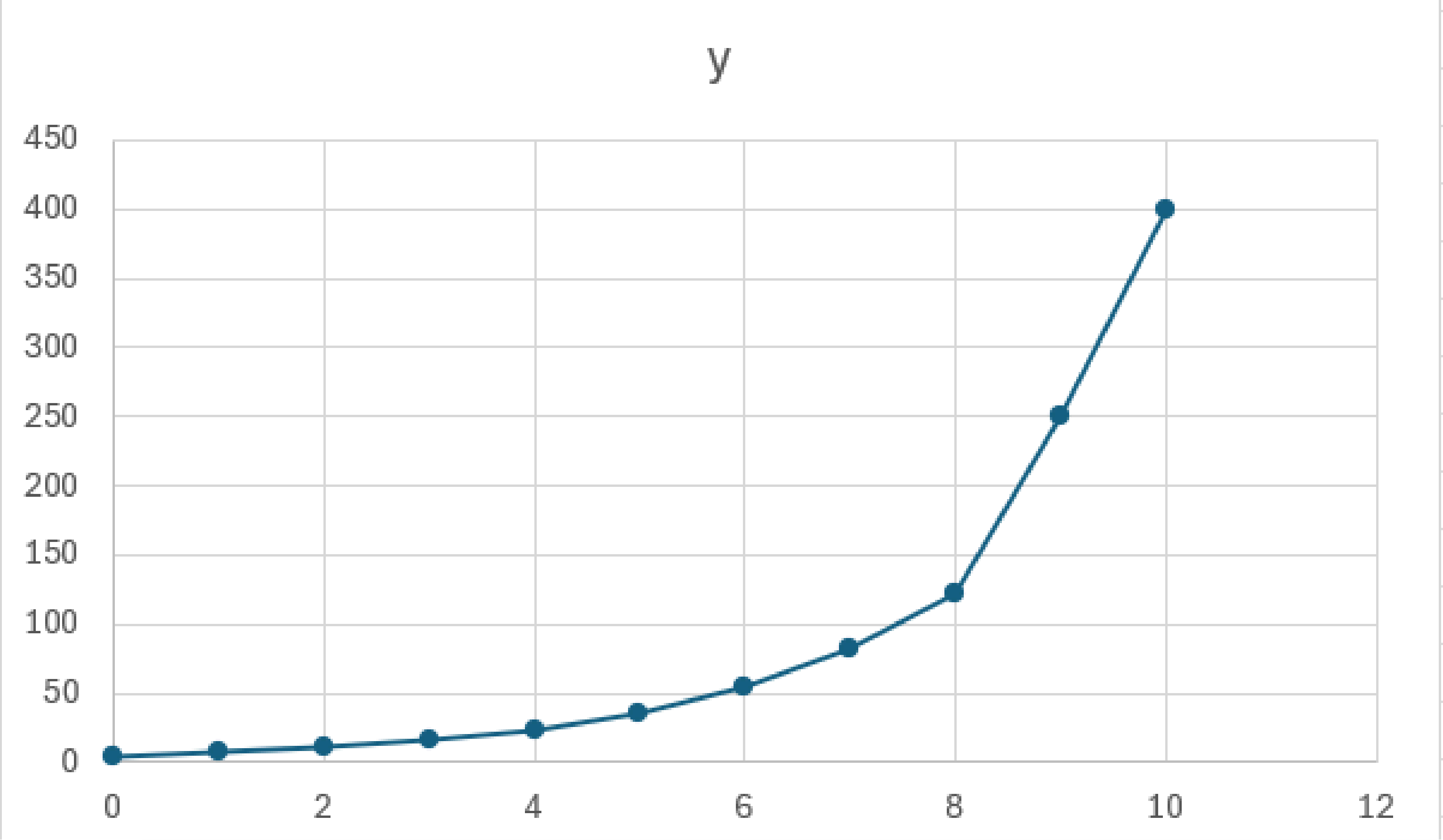
$$\Leftrightarrow ln(y) = ln(C) + bx \text{ (ingat: } ln(e) = 1)$$

Definisikan

$$Y = ln(y); \quad a = ln(C); \quad X = x$$

Persamaan regresi lanjarnya:

$$Y = a + bX$$



Lakukan pengubahan dari (x_i, y_i) menjadi $(x_i, ln(y_i))$, lalu hitung a dan b dengan cara regresi lanjar.

Dari persamaan $a = ln(C)$, kita dapat menghitung nilai $C = e^a$. Sulihkan nilai b dan C ke dalam persamaan eksponensial $y = Ce^{bx}$.

Model Eksponensial

$$y = Ce^{bx}$$

$$Ln\, y = Ln\, C + Ln\, e^{bx}$$

$$Ln\, y = Ln\, C + b.x.Ln\, e$$

$$e_{loge} = 1$$

$$Ln\, y = Ln\, C + b.x.1$$

$$Y = a + bX$$

Pertumbuhan Jenuh

Misalkan kita akan mencocokkan data dengan fungsi

$$y = \frac{Cx}{d + x}$$

Lakukan pelanjaran sebagai berikut:

$$y = \frac{Cx}{d + x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{d}{C}\frac{1}{x} + \frac{1}{C}$$

Definisikan

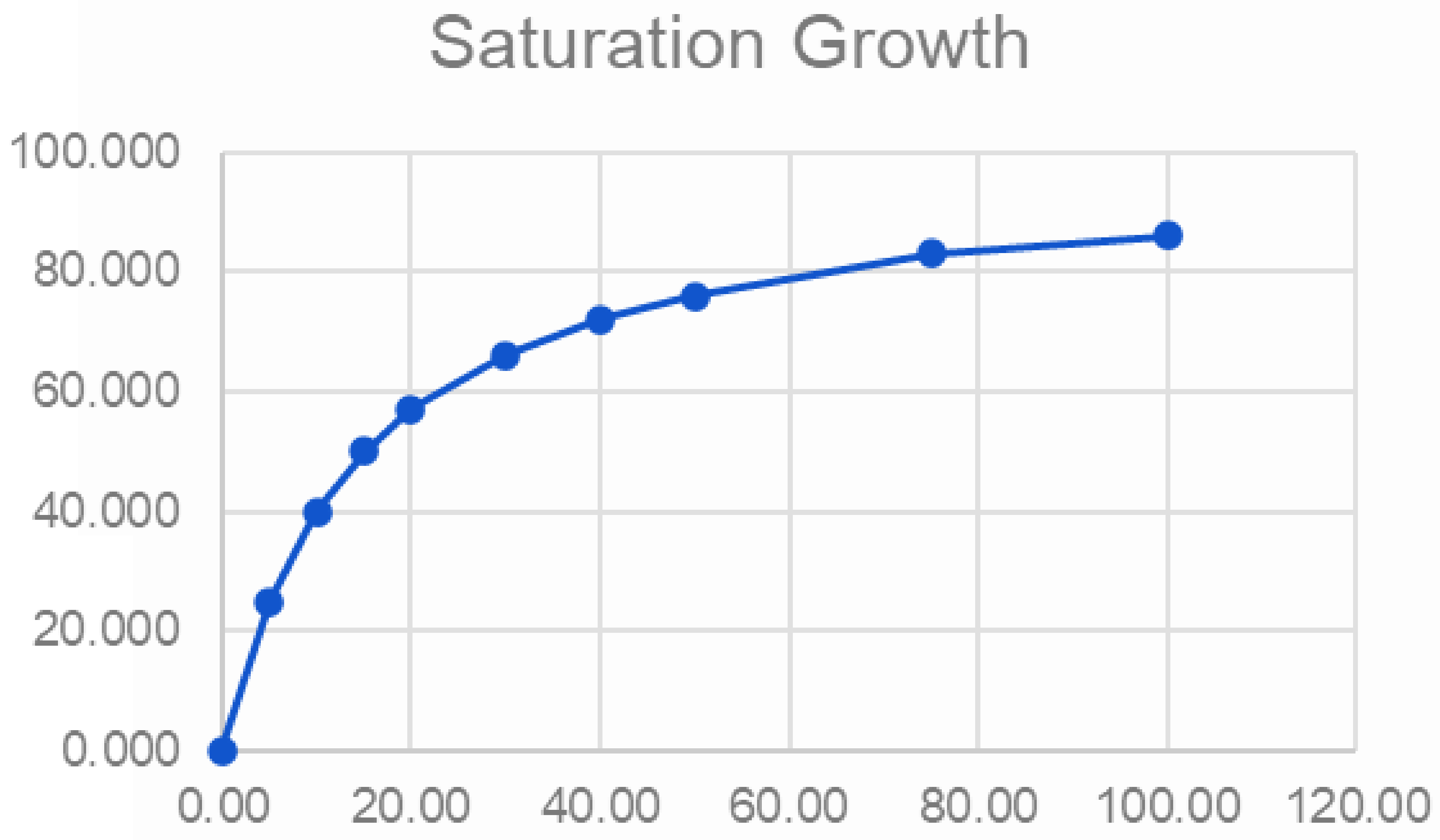
$$Y = 1/y$$
$$a = 1/C$$
$$b = d/C$$
$$X = 1/x$$

Persamaan regresi lanjarnya:

$$Y = a + bX$$

Lakukan pengubahan dari (x_i, y_i) menjadi $(1/x_i, 1/y_i)$, lalu hitung a dan b dengan cara regresi lanjar.

Dari persamaan $a = 1/C$, kita dapat menghitung nilai $C = 1/a$.
Dari persamaan $b = d/C$, kita dapat menghitung $d = bC$.
Sulihkan d dan C ke dalam persamaan laju pertumbuhan jenuh $y = Cx/(d+x)$.



03: Contoh Analisis Regresi

Berikut contohnya :

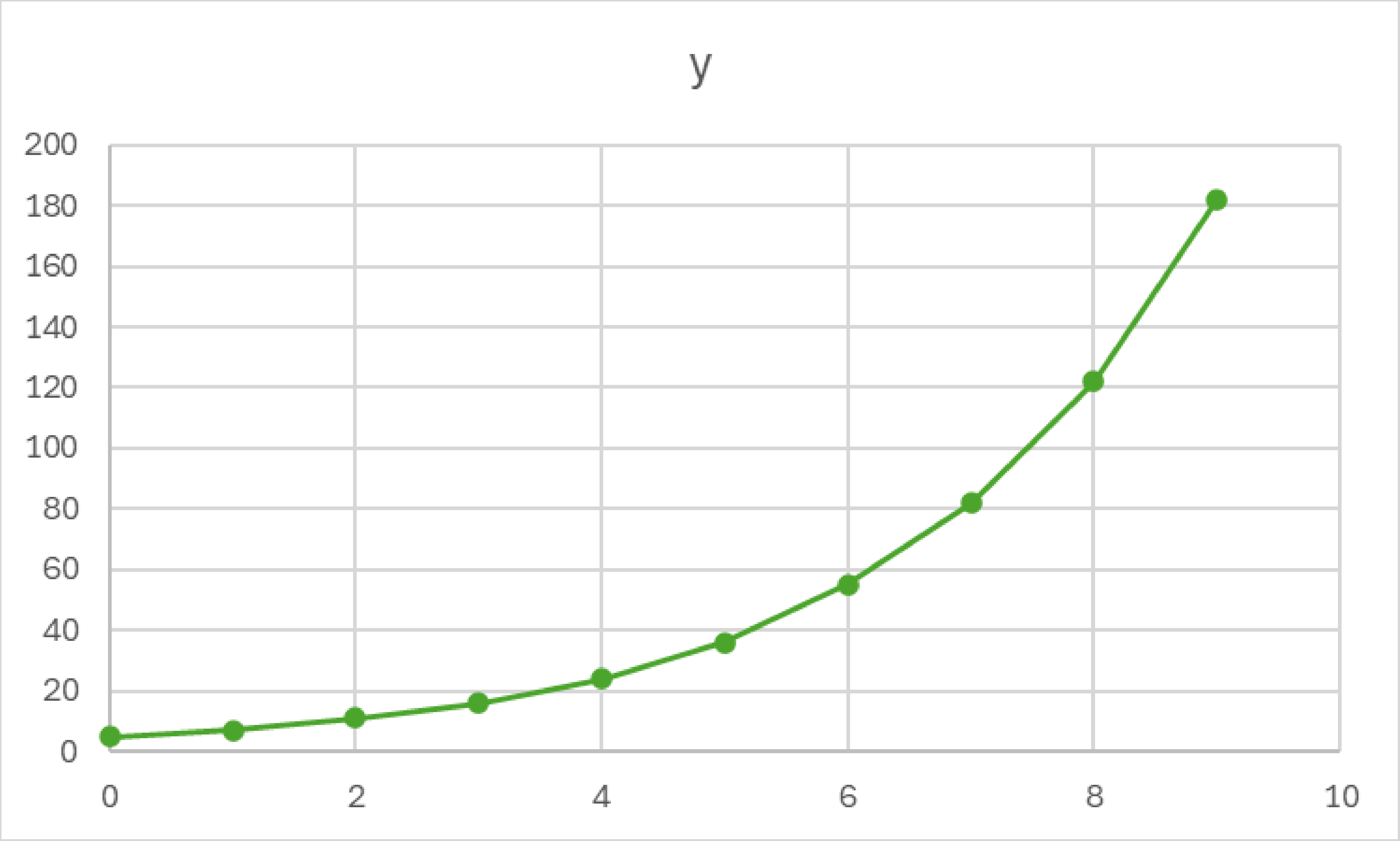
Contoh 1.

Carilah hubungan antara x dan y pada tabel menggunakan metode regresi

x	y
0	5
1	7
2	11
3	16
4	24
5	36
6	55
7	82
8	122
9	182

Contoh 1.

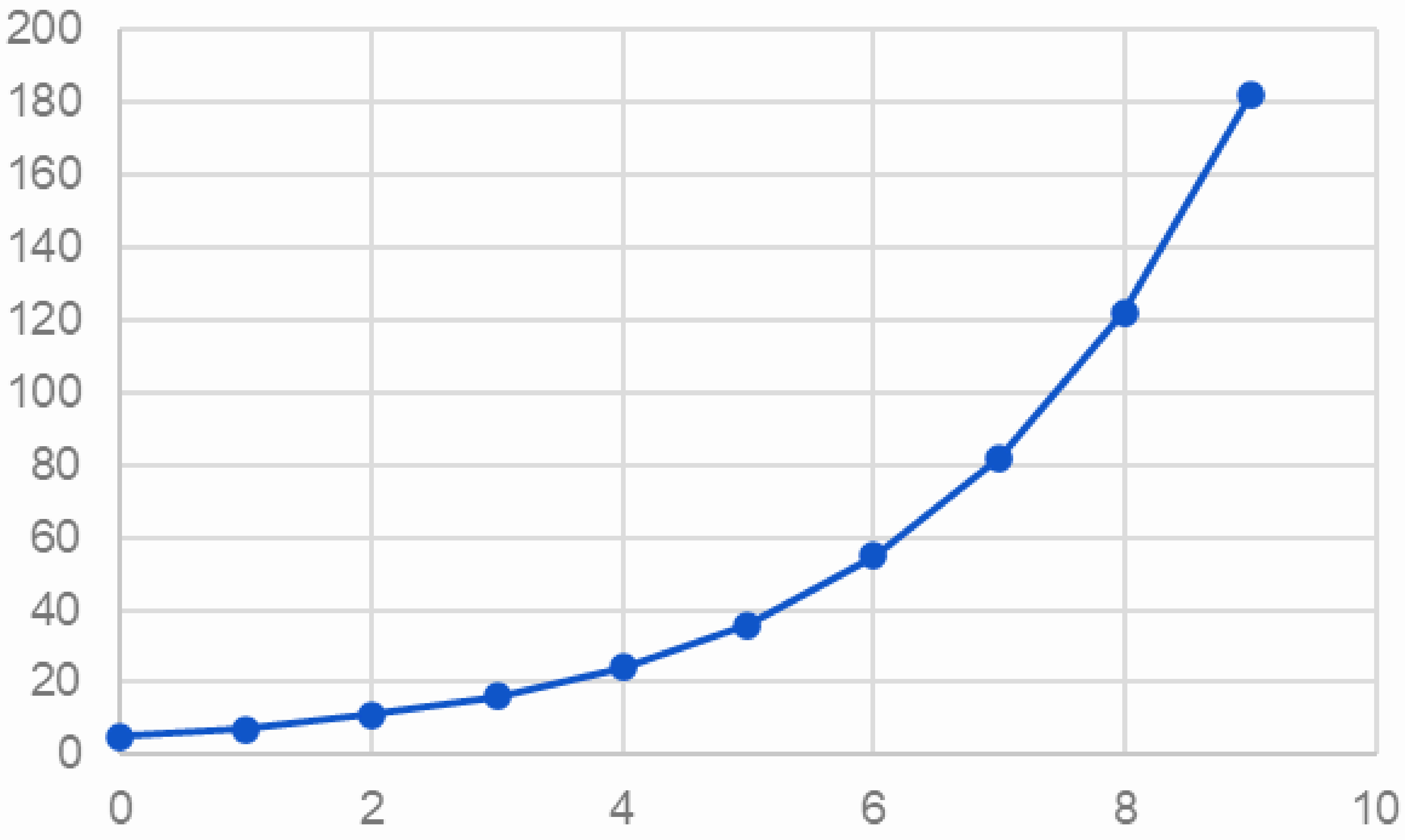
Pemetaan persebaran data dengan scatter plot



x	y
0	5
1	7
2	11
3	16
4	24
5	36
6	55
7	82
8	122
9	182

Contoh 1.

Pendefinisian fungsi :



Model Eksponensial

Model Pangkat Sederhana

Contoh 1.

x	y	Y=ln y	X2	X.Y
0	5	1,609438	0	0
1	7	1,94591	1	1,94591
2	11	2,397895	4	9,591581
3	16	2,772589	9	24,9533
4	24	3,178054	16	50,84886
5	36	3,583519	25	89,58797
6	55	4,007333	36	144,264
7	82	4,406719	49	215,9292
8	122	4,804021	64	307,4573
9	182	5,204007	81	421,5245
45	540	33,90948	285	1266,103

Dengan model eksponensial :

$$b = \frac{n(\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$b = \frac{10(185.8485) - (45)(33.9094)}{10(285) - (45)^2}$$

$$b = \frac{1858.485 - 1525.923}{2850 - 2025}$$

$$b = \frac{332.562}{825} = \mathbf{0.4031}$$

$$a = \frac{\Sigma Y - b(\Sigma X)}{n}$$

$$a = \frac{33.9094 - (0.4031)(45)}{10}$$

$$a = \frac{33.9094 - 18.1395}{10}$$

$$a = \frac{15.7699}{10} = \mathbf{1.5770}$$

$$C = e^{1.5770} = \mathbf{4.8404}$$

Jadi, persamaan model eksponensial yang lebih akurat adalah:

$$y = 4.8404 \cdot e^{0.4031x}$$

Contoh 2.

Dengan model pangkat sederhana :

x	y	X =Ln(X	Y = Ln(Y	X^2	XY
1	7	0	1,9459101	1	0
2	11	0,693147	2,3978953	4	1,662094
3	16	1,098612	2,7725887	9	3,046
4	24	1,386294	3,1780538	16	4,405718
5	36	1,609438	3,5835189	25	5,767451
6	55	1,791759	4,0073332	36	7,180177
7	82	1,94591	4,4067192	49	8,57508
8	122	2,079442	4,804021	64	9,989681
9	182	2,197225	5,2040067	81	11,43437
45	535	12,80183	32,300047	285	52,06057

$$C = e^{1.4864} = \mathbf{4.4211}$$

$$y = 4.4211 \cdot x^{1.4781}$$

Hitung Nilai a dan b

Sekarang kita gunakan total yang sudah didapat. Ingat,

- **Menghitung b:**

$$b = \frac{n(\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$b = \frac{9(52.0612) - (12.8017)(32.3000)}{9(22.3480) - (12.8017)^2}$$

$$b = \frac{468.5508 - 413.4949}{201.132 - 163.8835}$$

$$b = \frac{55.0559}{37.2485} = \mathbf{1.4781}$$

- **Menghitung a:**

$$a = \frac{\Sigma Y - b(\Sigma X)}{n}$$

$$a = \frac{32.3000 - (1.4781)(12.8017)}{9}$$

$$a = \frac{32.3000 - 18.9221}{9}$$

$$a = \frac{13.3779}{9} = \mathbf{1.4864}$$

Thanks!
and Enjoy It:)

Kelompok 4