

1. (10 分) 若存在 (b, v, r, k, λ) -BIBD, 则 (1) $\lambda(v-1)$ 能被 $k-1$ 整除;

(2) $\lambda v(v-1)$ 能被 $k(k-1)$ 整除。

2. (10 分) (1) 若某两人拒绝相邻而坐, 则 12 个人围圆周就座有多少种方式?

(2) 某同学要在 7 天内安排 50 小时的工作时间, 而且每天至少工作 5 小时, 则共有多少种安排方案?

3. (13 分) (1) 求 $(1+2x^4-3x^8)^{10}$ 中 x^{20} 的系数。

(2) 在一局排球比赛中, 双方最终比分是 25:11, 比赛过程中没有出现 6 平的比分, 求有多少种可能的比分纪录?

排球规则?

4. (12 分) 一名实验员在 50 天里每天至少做一次实验, 实验总次数不超过 75。证明一定存在连续的若干天, 他正好做了 24 次实验。

鸽巢原理

5. (10 分) 在 $n \times m$ 的棋盘上放置 k 个互相不构成攻击的车的方法数是 $F_k(n, m)$, 证明: $F_k(n, m) = F_k(n-1, m) + (m-k+1)F_{k-1}(n, m)$ 。

$F_{k-1}(n-1, m)$

有序

6. (12 分) 求自然数 50 的分拆数, 要求每个分部量不超过 3 (提示: 生成函数)。

有序

考虑顺时针

7. (15 分) 把 $1, 2, \dots, n$ 排成一圈, 令 $f(n)$ 表示没有相邻位置上的数字恰好是自然顺序 (即 $i(i+1)$) ($i=1, \dots, n-1$) 的圆排列数, 求 $f(n)$ 。

8. (18 分) 一个圆等分成 6 个扇形, 用红、黄、蓝三色对这 6 个扇形着色 (可旋转, 不可翻转),

旋转

(1) 有多少种着色方案?

(2) 每种颜色恰好使用 2 次的方案有多少种?