Dynamic Mechanism-Design

Michael Füg und Philip Zilke

25. Februar 2016

Aufbau des Vortrages

Die Hauptansätze:

- Dynamische private Informationen und statische Allokationen
- Dynamische Allokationen und statische private Informationen

Modelrahmen

Modellrahmen ist Zwei-Personen Spiel:

- Verkäufer
  - Verkauft unteilbares Gut
  - Slegt Mechanismus Γ fest
- Käufer
  - Bewertet Gut durch $\theta > 0$
  - θ erst nach Aktzeptieren des Mechanismus Γ bekannt
  - Erhält aber vorher Signal τ, welches mit θ korreliert ist

Mathemtische Modellierung

Sei im Folgenden für das Signal τ

- Kommulierte Verteilung $G(\tau)$
- Positive Dichte $g(\tau)$
- Trägermenge $[\underline{\tau}, \bar{\tau}]$

Sei im Folgenden für die Bewertung θ

- Kommulierte Verteilung $F(\theta \mid \tau)$
- Korrespondierende Dichte $f(\theta \mid \tau)$
- Trägermenge $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ mit $0 \leq \underline{\theta} < \bar{\theta}$ für alle $\tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$

Annahmen

Wir setzen im Folgenden voraus, dass

- Trägermenge von $F(\theta \mid \tau)$ ist $[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ für alle $\tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}], 0 \leq \underline{\theta} < \bar{\theta}$
- Trägermenge von $F(\theta \mid \tau)$ unabhängig von τ
- $f(\theta \mid \tau) > 0$ für alle $\tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$ und $\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$
- $F(\theta \mid \tau)$ und $f(\theta \mid \tau)$ sind stetig differenzierbar in τ
- Für die Familie $F(\cdot \mid \tau)$ mit $\tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$ gilt

$$\delta F(\theta \mid \tau)/\delta\tau < 0 \; für \; alle \; \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \tag{FOSD}$$

Dynamischer direkter Mechanismus

Definition

Ein dynamischer direkter Mechanismus besteht aus den beiden Funktionen

$$q : [\underline{\tau}, \bar{\tau}] \times [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \to [0, 1] \quad \textit{und} \quad t : [\underline{\tau}, \bar{\tau}] \times [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \to \mathbb{R}.$$

Zwei wesentliche Hauptänderungen:

1. Verwende nun das kartesische Produkt $[\underline{\tau}, \bar{\tau}] \times [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$
2. ?

Ein-Personen-Entscheidungsproblem

Optimale Entscheidung ist das Paar $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2)$ mit

- $\sigma_1 : [\underline{\tau}, \bar{\tau}] \to [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$ (Report ex ante Typ τ)
- $\sigma_2 : [\underline{\tau}, \bar{\tau}] \times [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \times [\underline{\tau}, \bar{\tau}] \to [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ (Report ex post Typ θ)

?

Proposition

Für jeden dynamischen Mechanismus Γ *und jede optimale Käuferstrategie* σ *in* Γ *gibt es einen direkten Mechanismus* Γ' *und eine optimale Käuferstrategie* $\sigma = (\sigma_1', \sigma_2')$ *so dass gilt:*

i) Die Strategie σ *genügt*

$$\sigma_1'(\tau) = \tau \; \forall \tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}] \quad \textit{und} \quad \sigma_2'(\tau, \theta, \tau) = \theta \; \forall \theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}], \tau \in [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$$

ii) Wenn der Käufer seine optimale Strategie spielt, dann ist für alle $(\tau, \theta) \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}] \times [\underline{\tau}, \bar{\tau}]$ *die Wahrscheinlichkeit* $q(\tau, \theta)$ *und die Auszahlung* $t(\tau, \theta)$ *unter* Γ' *identisch mit der Wahrscheinlichkeit eines Kaufes und der erwarteten Auszahlung unter* Γ*.*

...

...