Fernfachhochschule Schweiz
Zürich | Basel | Bern | Brig
Mitglied der SUPSI

Algorithmen und Datenstrukturen
HS 12/13

Übungsblatt 2

Aufgabe 1

a) Realisieren Sie die Multiplikation von zwei ganzen Zahlen $n_1, n_2 \geq 0$ mit einer Registermaschine, ohne die im Buch angegebenen Befehle MULT und CMULT zu verwenden. Vor der Berechnung stehen die Zahlen n_1 und n_2 im Rechenspeicher an den Stellen C_0 und C_1. Das Ergebnis soll in C_2 abgespeichert werden.

b) Gegeben sei eine Registermaschine mit dem folgenden Programm

```
1 CLOAD 0
2 STORE 2
3 LOAD 2
4 MULT 2
5 STORE 3
6 LOAD 1
7 SUB 3
8 If c0 = 0 GOTO 12
9 LOAD 2
10 CADD 1
11 GOTO 2
12 END
```

Geben Sie die Folge der Konfigurationen an, die bei der Abarbeitung des Programms beginnend mit (1, 0, 15, 0, 0, ...) entsteht (Beschränkung auf die ersten vier Speicherregister.). Bestimmen Sie die von der Registermaschine durch Ausgabe im ersten bzw. im zweiten bzw. dritten bzw. vierten Speicherregister berechneten einstelligen Funktionen.

Aufgabe 2

Erklären Sie den Unterschied zwischen O(1) und O(2).

Aufgabe 3

Für welche Werte gilt $10n \lg n > 2n^2$?

Aufgabe 4

Schreiben Sie ein rekursives Programm zur Berechnung der grössten Zahl, die kleiner oder gleich $\log_2 n$ ist. Hinweis: $\log_2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ ist um eins kleiner als $\log_2 n$. Verwenden Sie dabei **keine** vorgefertigte Logarithmusfunktion (z. B. aus java.lang.Math).

Aufgabe 5

Auf einem Hochleistungsrechner werden regelmässig vier Algorithmen mit folgenden Laufzeitkomplexitäten ausgeführt:

- $log_2 n$
- n
- n^3
- 2^n

Auf dem vorhandenen Rechner kann mit jedem dieser Algorithmen ein Problem der Grösse n = 2000 innerhalb einer Stunde gelöst werden.

Nun soll ein neuer Rechner angeschafft werden, der in gleicher Zeit doppelt so viele Instruktionen abarbeitet. Was ist die maximale Problemgrösse n (für alle vier Algorithmen), die bewältigt werden kann, wenn weiterhin nur eine Stunde zur Verfügung steht?

Aufgabe 6

Betrachten Sie die folgenden drei (in Pseudocode angegebenen) Prozeduren und bestimmen Sie die Laufzeit (d. h. den Wert von counter am Ende der Ausführung) als Funktion von n. Geben Sie zusätzlich mit der O-Notation jeweils die obere Schranke an. Begründen Sie Ihre Behauptung. Hinweis: Versuchen Sie zuerst, die korrekte Formel durch Abzählen zu finden. Validieren Sie die gefundene Lösung sodann, indem Sie die Schleifen programmieren.

a)
```
PROCEDURE matrixmult(n: INTEGER) =
VAR i, j, k, counter: INTEGER;
BEGIN
          counter := 0;
          FOR i := 1 TO n DO
            FOR j := 1 TO n DO
              C[i, j] := 0;
              FOR k := 1 TO n DO
                C[i, j] := C[i, j] + A[i, k] * B[k, j];
                counter++;
              END;
           END;
         END;
END matrixmult;
```

b)
```
PROCEDURE veryodd(n: INTEGER) =
VAR i, j, x, y, counter: INTEGER;
BEGIN
          counter := 0;
          FOR i := 1 TO n DO
            IF odd(i) THEN
              FOR j := i TO n DO
                x := x+1 ;
                counter++;
              END;
            ELSE
              FOR j := 1 TO i DO
                y := y+1 ;
                counter++;
              END;
            END;
END veryodd;
```

c)
```
PROCEDURE mystery(n: INTEGER) =
VAR i, j, k, counter: INTEGER ;
BEGIN
          FOR i := 1 TO n-1 DO
            FOR j := i+1 TO n DO
              FOR k := 1 TO j DO
```

```
                    counter++;
                  END ;
                END ;
          END mystery ;
```

Aufgabe 7

Ein Bonbonglas ist mit Lakritz- und Karamell-Zeltli gefüllt. Außerdem liegt neben dem Glas eine "Wundertüte", die mit enorm viel Lakritz gefüllt ist. Der folgende Vorgang soll nun solange ausgeführt werden, bis nur noch eine Süssigkeit im Glas übrig ist:

- Entnehmen Sie zwei beliebige Süssigkeiten aus dem Glas.
- Falls beide Zeltli die gleiche Geschmacksrichtung haben, essen Sie beide auf und füllen ein Lakritz aus der daneben liegenden Tüte in das Glas.
- Haben Sie ein Lakritz und ein Karamell gezogen, dürfen Sie nur das Lakritz naschen. Das Karamell-Zeltli müssen Sie wieder in das Glas zurücklegen.
- Falls weniger als zwei Süssigkeiten im Glas sind, terminiert der Vorgang.

a) Terminiert dieser Vorgang? Wenn ja, welche Aussage kann allgemein über die letzte im Glas zurückbleibende Süssigkeit getroffen werden?

b) Nehmen Sie an, es existieren nur N Lakritz und kein Karamell-Zeltli im Glas. Wie viele Lakritz müsssen Sie essen, bis das Glas leer ist?

c) Gesetzt den Fall, es befinden sich zu Anfang des Versuchs gleich viele Lakritz und Karamell-Zeltli im Glas. Können Sie eine Aussage dazu treffen, wie häufig Sie eines der beiden essen müssen? Falls nicht, können Sie angeben, wie viele Sie mindestens und wie viele Sie höchstens essen müssen?