

1 Примеры задач оптимизации в экономике

Рассмотрим транспортную задачу. Предположим, что фирма имеет n магазинов, в которые поступает товар, хранимый на m складах. Известна стоимость c_{ij} перевозки товара с i -го склада в j -й магазин, количество a_i единиц товара на i -ом складе и заказанный объём b_j товара для доставки в j -й магазин. Требуется составить план перевозок товара со складов в магазины так, чтобы суммарная стоимость перевозок была минимальной.

Обозначим через x_{ij} количество товара, которое планируется перевезти с i -го склада в j -й магазин. Тогда стоимость перевозки этого товара составит $c_{ij}x_{ij}$, а общая стоимость перевозок будет равна:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$$

Магазины должны быть обеспечены товаром в точном соответствии с заказом. Поэтому планируемые объёмы перевозок должны удовлетворять условиям:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}$$

Однако с любого склада нельзя вывести товара больше, чем там его находится. Следовательно, должны выполняться условия:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = \overline{1, m}$$

Объединяя перечисленные условия с условием неотрицательности количества товара: $x_{ij} \geq 0$, $i = \overline{1, m}$, $j = \overline{1, n}$, получим постановку задачи оптимизации.

Необходимо отметить, что задача имеет решение только в том случае, когда сумма заказов не превышает количества товара на складах:

$$\sum_{j=1}^n b_j \leq \sum_{i=1}^m a_i$$