

1 Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Формы записи задач ЛП.

Определение 1. Задачу ЗЛП, представленную в виде $f = C_1X_1 + C_2X_2 + \dots + C_nX_n \xrightarrow{?} \max(\min)$, $x = (x_1, \dots, x_n) : x_i \geq 0, i = \overline{1, n}$

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

называется *канонической ЗЛП*.

Algorithm 1 Приведение ЗЛП к каноническому виду

- 1: **if** $f \rightarrow \max$ **then**
- 2: Заменить f на $-f$ и минимизировать: $f \rightarrow \min$.
- 3: **end if**
- 4: **for** каждого ограничения $i = 1, 2, \dots, m$ **do**
- 5: **if** $R_i = \leq$ **then**
- 6: Добавить неотрицательную дополнительную переменную $s_i \geq 0$:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n + s_i = b_i.$$

- 7: **else if** $R_i = \geq$ **then**
- 8: Вычесть неотрицательную дополнительную переменную $s_i \geq 0$:

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n - s_i = b_i.$$

- 9: **end if**
 - 10: **end for**
 - 11: **for** каждой переменной $x_j, j = 1, 2, \dots, n$ **do**
 - 12: **if** x_j не ограничена по знаку **then**
 - 13: Заменить x_j на $x_j^+ - x_j^-$, где $x_j^+ \geq 0, x_j^- \geq 0$.
 - 14: **end if**
 - 15: **end for**
-

Виды задач линейного программирования (ЛП)

1. Общего вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m_1} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{m_1 + 1, m_2} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \quad i = \overline{m_2 + 1, m} \end{array} \right.$$

2. Неотрицательных переменных

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m_1} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{m_1 + 1, m} \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{array} \right.$$

3. Стандартная форма

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{array} \right.$$

4. Каноническая форма

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1, m} \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{array} \right.$$

5. Матричная стандартная форма

$$\left\{ \begin{array}{l} f = (c, x) \rightarrow \max \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{array} \right.$$