

1 Примеры задач оптимального проектирования

(оптимизация в проектировании технических устройств)

Рассмотрим задачу проектирования бака горючего в виде прямого кругового цилиндра заданного объёма V , будем минимизировать количество стали.

В качестве параметров оптимизации выберем радиус R и высоту H цилиндра. Тогда затраты материала на изготовление бака будут определять площадь его поверхности. Ограничением будет объём бака:

$$\begin{cases} 2\pi R(H + R) \rightarrow \min \\ \pi R^2 H = V \\ R > 0, \quad H > 0 \end{cases}$$

Выразим H через R :

$$H = \frac{V}{\pi R^2}$$

Подставим в целевую функцию и получим задачу минимизации функции одного переменного:

$$S(R) = 2\frac{V}{R} + 2\pi R^2$$

Вычислим производную и приравняем её к нулю:

$$S'(R) = -2\frac{V}{R^2} + 4\pi R = 0$$

$$R_* = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$$

Зная R_* , найдём второй параметр:

$$H_* = \frac{V}{\pi R_*^2} = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}} = 2R_*$$

Получили, что цилиндрический бак горючего будет иметь наименьшую площадь поверхности в том случае, когда его высота совпадает с диаметром его основания.