

# 1 Примеры задач оптимизации в геометрии

## 1.1 Пример 1

Рассмотрим задачу определения сторон прямоугольника, вписанного в окружность радиуса  $R$  и имеющего наибольшую площадь  $S$ :

Известно, что площадь прямоугольника равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними:

$$S = 2R^2 \sin \phi$$

Эта площадь будет наибольшей при  $\sin \phi = 1$  или при  $\phi = \pi/2$ . Отсюда получаем, что искомый прямоугольник — это квадрат со стороной  $\sqrt{2}R$  площади  $2R^2$ .

Сформулируем данную задачу в виде задачи оптимизации. Выберем параметрами оптимизации длины сторон квадрата:  $a$  и  $b$ . Тогда ограничение на параметры следует из теоремы Пифагора.

$$\begin{cases} S = ab \rightarrow \max \\ a^2 + b^2 = 4R^2 \\ a > 0, \quad b > 0 \end{cases}$$