JIMP2 Projekt 2025

Dokumentacja implementacyjna - C

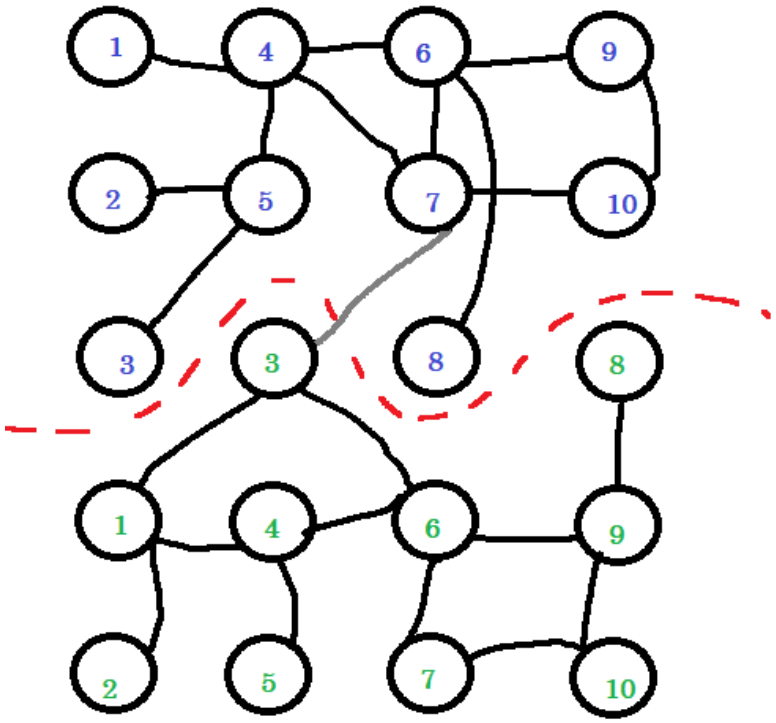
Michał Ludwiczak, Łukasz Leśniak
GR3

25 marca 2025

Spis treści

1 Cel projektu

Celem projektu jest stworzenie aplikacji w języku C, dokonującej podziału grafu na określoną przez użytkownika lub domyślną liczbę 2 równych części z zachowaniem wybranego lub, ponownie, domyślnego 10-procentowego marginesu różnicy. Liczba wierzchołków w powstałych częściach grafu nie powinna się różnić o więcej niż zadany margines procentowy, a liczba przeciętych krawędzi pomiędzy wynikowymi częściami grafu powinna być jak najmniejsza. Wyjściem programu ma być plik tekstowy lub binarny. Użytkownik ma mieć możliwość wskazać wyjście programu, a więc plik tekstowy lub binarny, zawierający wynik działania programu, oraz dane wejściowe, które mogą być wykorzystane ponownie w kolejnym działaniu programu.



Rysunek 1: Przykładowy graf podzielony na 2 równe części

2 Algorytm

Niestety znalezienie optymalnego podziału grafu należy do klasy problemów NP-trudnych. Dla grafu o n wierzchołkach istnieje aż $2^{n-1} - 1$ możliwych sposobów na bisekcję (wyraźnego podziału na 2 grafy). [1] Przy tego typu problemie nie możemy po prostu sprawdzić wszystkich możliwości i wybrać najlepszej z nich - jest to problem optymalizacji kombinatorycznej. W związku z tym opracowano wiele algorytmów zachłannych, metod przybliżonych i heurystyk, które pozwalają na uzyskanie satysfakcjonujących rozwiązań w praktyce. W naszym programie zdecydowaliśmy się użyć algorytmu spektralnego, który wykorzystuje własności spektralne macierzy Laplace'a grafu. Na podstawie spektrum grafu, które opisuje strukturę jego strukturę, graf możemy podzielić w efektywny i satysfakcjonujący sposób, minimalizując liczbę przeciętych krawędzi.

2.1 Macierz Laplace'a

W podejściu spektralnym do podziału grafu kluczową rolę odgrywa macierz Laplace'a [2]. Wzór na Laplacian klasyczny definiuje się jako:

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$$

gdzie:

- L to **macierz Laplace'a** grafu,
- D to **macierz stopni** to macierz diagonalna, w której elementy na diagonali d_{ii} odpowiadają stopniowi wierzchołka i, czyli liczbie krawędzi, które są z nim bezpośrednio połączone (w przypadku pętli krawędź liczy się podwójnie)
- A to **macierz sąsiedztwa** grafu, gdzie elementy a_{ij} są równe 1, jeśli istnieje krawędź między wierzchołkami i i j, oraz 0 w przeciwnym przypadku.

2.2 Wektory własne

Następnym krokiem jest obliczenie $k = p-1$ (gdzie p to liczba części, na które graf ma być podzielony) najmniejszych wektorów własnych, nie wliczając pierwszego zerowego. Dla bisekcji będzie to tylko jeden wektor, drugi najmniejszy - wektor Fiedlera. Wektory własne macierzy Laplace'a grafu przechowują informacje o połączeniach pomiędzy wierzchołkami. Istnieje metoda Lanczosa [3], którą można zastosować na macierzy Laplace'a, gdyż jest to macierz symetryczna, a więc również i hermitowska. Generuje ona ortonormalną bazę przestrzeni Kryłowa oraz przekształca macierz Laplace'a do macierzy trójdiagonalnej T. Z wartości i wektorów własnych tej uproszczonej macierzy i bazy Kryłowa można obliczyć przybliżenia wartości i wektorów własnych oryginalnej macierzy.

2.3 Klasteryzacja

Po otrzymaniu macierzy zawierającej wartości k wektorów własnych należy podzielić graf na p części. Te wartości są traktowane jako punkty w przestrzeni k-wymiarowej odpowiadające poszczególnym wierzchołkom. Stosuje się algorytm klasteryzacji, aby podzielić te wierzchołki na grupy, a tym samym podzielić graf na części. W naszym programie algorytmem klasteryzacji jest centroidów / k-średnich (k-means) [4]. Wierzchołki w tych samych cześciach są ze sobą bardziej powiązane niż te, które są w innych częściach, co gwarantuje satysfakcjonujący podział.

2.4 Wynik

Po otrzymaniu poszczególnych części z wierzchołkami modyfikuje się macierz sąsiedztwa A wstawiając 0 w pola oznaczające krawędzie pomiędzy wierzchołkami przynależącymi do różnych grup. W ten sposób otrzymuje się nową macierz sąsiedztwa, która zawiera już podzielony graf. Macierz sąsiedztwa jest już gotowa do przetworzenia i wypisania na plik wyjściowy.

3 Flagi i argumenty

Program jest uruchamiany z linii poleceń i obsługuje następujące flagi:

<plik_wejściowy>
input
Ścieżka do pliku wejściowego zawierającego opis grafu.
Wymagane jako pierwszy argument

-p `<liczba_części>`
parts
Określa liczbę części, na które ma zostać podzielony graf.
Domyślnie: 2

-m `<margines>`
margin
Określa dopuszczalny margines procentowy różnicy w liczbie wierzchołków między częściami.
Domyślnie: 10%

-o `<plik_wyjściowy>`
output
Określa ścieżkę do pliku wyjściowego, w którym zostaną zapisane wyniki.
Domyślnie: output.txt lub output.bin (w zależności od formatu)

-f `<format_pliku_wyjściowego>`
format
Określa format pliku wyjściowego: `txt` dla pliku tekstowego lub `bin` dla pliku binarnego.
Domyślnie: txt

4 Szczegóły implementacyjne

4.1 Struktura plików

W projekcie obowiązuje poniższa struktura plików:

```
JIMP2-Projekt-2025-C/
├── src/
├── include/
├── input/
├── output/
├── docs/
├── obj/
├── Makefile
└── .gitignore
```

- `src/`
  Przechowywanie plików źródłowych (.c).

- `include/`
  Przechowywanie plików nagłówkowych (.h).
- `input/`
  Przechowywanie plików wejściowych (.csrrg).
- `output/`
  Przechowywanie plików wyjściowych (.txt, .bin).
- `docs/`
  Przechowywanie dokumentacji.
- `obj/`
  Przechowywanie plików wynikowych kompilacji typu object (.o). Folder ten jest tworzony i kasowany przez Makefile.
- `Makefile`
  Organizacja kompilacji programu.
- `.gitignore`
  Przechowywanie listy wyjątków - plików/folderów, które git powinien zignorować.

4.2 Moduły

- `main.c - plik główny`
  Wywołanie modułów w odpowiedniej kolejności.
  Parsowanie argumentów, wczytanie grafu z pliku wejściowego, utworzenie macierzy sąsiedzywa i macierzy Laplace'a, obliczenie wektorów własnych, klasteryzacja i podział grafu, wypisanie wyniku do pliku wyjściowego. Parsowanie argumentów, Wczytanie grafu, Przeprowadzenie podziału, Zapis wyniku.
- `config.h / config.c`
  Obsługa argumentów.
- `input.h / input.c`
  Wczytywanie grafu z pliku, reprezentacja grafu - macierz sąsiedztwa.
- `mat_vec.h / mat_vec.c`
  Odpowiedzialny za wektory, macierze oraz operacje na nich, w tym za utworzenie macierzy Laplace'a.
- `eigenvalues.h / eigenvalues.c`
  Implementacja algorytmu Lanczosa i obliczanie wartości wektorów własnych macierzy Laplace'a.
- `clusterization.h / clusterization.c`
  Implementacja algorytmu k-means do podziału grafu. Podział grafu.
- `output.h / output.c`
  Zapisanie wyniku w pliku wyjściowym w odpowiednim formacie.

4.3 Struktury

- `Config`
  Przechowywanie informacji podanych przez użytkownika wsadowo.

```c
// Struktura do przechowywania ustawień
typedef struct
{
    int parts;
    int margin;
    char *input_file;
    char *output_file;
    char *format;
} Config;
```

- `Input`
  Przechowywanie informacji pobranych z pliku wejściowego. Informacje te są później wykorzystywane m.in. do utworzenia macierzy sąsiedztwa.

```c
// Struktura do przechowywania danych z pliku wejściowego
typedef struct
{
    FILE *in;
    int max_vertices;
    int *vertices_groups;
    size_t g_count;
    int *vertices_ptrs;
    size_t p_count;
    int v_count;
    size_t len;
} Input;
```

- `LanczosEigenV`
  Przechowywanie zmiennych do metody Lanczosa oraz do obliczania wartości własnych i przybliżonych wektorów własnych macierzy Laplace'a grafu.

```c
// Struktura do przechowywania zmiennych potrzebnych do metody Lanczosa oraz do obliczenia przybliżeń wektorów własnych macierzy Laplace'a grafu
typedef struct
{
    // rozmiar macierzy Laplace'a
    int n;
    // liczba iteracji
    int m;
    // baza ortonormalna Q (przybliżenia wektorów własnych)
    double* Q;
    // macierz trójdiagonalna T
    double* alpha;
    double* beta;
    // wartości własne macierzy T
    double* theta;
    // wektory własne macierzy T (macierz)
    double* y;
    // przybliżone wektory własne macierzy L (macierz)
    double* x;
} LanczosEigenV;
// Nazwy takie same jak na Wikipedii - Lanczos algorithm
// https://en.wikipedia.org/wiki/Lanczos_algorithm
```

4.4 Najważniejsze funkcje

- `parse_args`
  Obsługa argumentów. Zapisanie konfiguracji do obiektu struktury Config.

```c
// Parsowanie argumentów, zwrócenie skonfigurowanej struktury
Config parse_args(int argc, char **argv) {
    Config c;

    // Ustawienia domyślne
    c.parts = 2;
    c.margin = 10;
    c.input_file = NULL;
    c.output_file = "output.txt";
    c.format = "txt";

    // Parsowanie argumentów
    int opt;
    while ((opt = getopt(argc, argv, "p:m:o:f:")) != -1) {
        switch (opt) {
            // Parts
            case 'p':
                c.parts = atoi(optarg);
                break;
            // Margin
            case 'm':
                c.margin = atoi(optarg);
                break;
            // Output
            case 'o':
                c.output_file = optarg;
                break;
            // Format
            case 'f':
                c.format = optarg;
                break;
            // Nieznana flaga
            case '?':
                fprintf(stderr, "Nieznana flaga: -%c\n", optopt);
                exit(EXIT_FAILURE);
        }
    }
    return c;
}
```

- `read_input`
  Wczytanie danych z pliku wejściowego do obiektu struktury Input.

```c
// Czytanie pliku linia po linii
void read_input(Input *i)
{
    ssize_t read;
    char *line = NULL;
    int line_number = 0;

    while((read = getline(&line, &i->len, i->in)) != -1)
    {
        line_number++;

        // Odczytanie maksymalnej liczby wierzchołków w wierszu
        if(line_number == 1)
        {
            i->max_vertices = atoi(line);
        }
        // Pominięcie linii dla interfejsu graficznego
        else if(line_number == 2 || line_number == 3)
        {
            continue;
        }
        // Odczytanie grafu (krawędzi pomiędzy wierzchołkami i ich numerów)
        else if(line_number == 4 || line_number == 5) ···
    }

    // Zwolnienie pamięci dla odczytu linii
    free(line);

    // Zamknięcie pliku wejściowego
    fclose(i->in);
}
```

- `get_adjacency_matrix`
  Zapisanie grafu w formie macierzy sąsiedzywa.

```c
// Wczytanie grafu do macierzy sąsiedztwa A
int* get_adjacency_matrix(Input *i)
{
    printf("\n\tPołączenia dodane do macierzy sąsiedztwa:");
    int *A = calloc(i->v_count * i->v_count, sizeof(int));
    int p = 0;
    int v = 0;
    for(int it = 0; it < (int)i->g_count; it++)
    {
        // Zaktualizuj wierzchołek
        if(p < (int)i->p_count && it == i->vertices_ptrs[p])
        {
            v = i->vertices_groups[it];
            printf("\n\t%d - %d: ", it, v);
            p++;
        }
        else
        {
            printf("\t%d", i->vertices_groups[it]);
            add_edge(A, v, i->vertices_groups[it], i->v_count);
        }
    }
    printf("\n");

    // Test
    //printf("\]n\t%d\n", getv(A, 93, 90, v_count));

    // Wyświetlenie macierzy sąsiedztwa
    if(i->v_count < 30)
    {
        printf("\n");
        printv(A, i->v_count * i->v_count, i->v_count);
    }

    return A;
}
```

- `calc_laplacian`
  Obliczenie macierzy Laplace'a grafu.

```c
// Obliczenie macierzy Laplace'a grafu L
int* calc_laplacian(int* A, int* D, int n)
{
    // = 0
    int* L = calloc(n * n, sizeof(int));
    if(L == NULL)
    {
        fprintf(stderr, "Błąd alokacji pamięci!\n");
        free(A);
        free(D);
    }

    // + D
    for(int i = 0; i < n; i++)
    {
        L[i * n + i] = D[i];
    }

    // - A
    for(int i = 0; i < n; i++)
    {
        for(int j = 0; j < n; j++)
        {
            L[i * n + j] -= A[i * n + j];
        }
    }

    // Wyświetlenie macierzy Laplace'a
    if(n < 30)
    {
        printf("\n");
        printv(L, n * n, n);
    }

    return L;
}
```

- `lanczos`
  Algorytm Lanczosa - obliczenie k wektorów własnych i zapisanie ich do macierzy.

```c
// Metoda Lanczosa
void lanczos(LanczosEigenV *l);
```

- `clusterization`
  Algorytm klasteryzacji k-means (k-średnich) - podział wierzchołków na grupy.

```
53  // Metoda klasteryzacji k-means
54  void clusterization(double* V);
```

- `write_output`
  Wypisanie pliku wyjściowego z wynikiem i grafem.

```
123  // Zapisanie danych do pliku wyjściowego
124  void write_output(Input i, int* A);
```

4.5 Pliki wejściowe i wyjściowe

- **Format plików wejściowych**
  Program akceptuje pliki wejściowe z rozszerzeniem .csrrg. Format danych wejściowych jest zdefiniowany za pomocą 5 linijek, z których każda odpowiada za zapis informacji.

  1. Maksymalna możliwa liczba węzłów w wierszu (w grafie mogą być wiersze o ich mniejszej liczbie, ale nie o większej).
  2. Indeksy węzłów w poszczególnych wierszach – liczba wszystkich indeksów odpowiada liczbie węzłów grafu.
  3. Wskaźniki na pierwsze indeksy węzłów w liście wierszy z poprzedniego punktu.
  4. Grupy węzłów połączone przy pomocy krawędzi.
  5. Wskaźniki na pierwsze węzły w poszczególnych grupach z poprzedniego punktu. Ta sekcja może występować w pliku wielokrotnie, co oznacza, że plik zawiera więcej niż jeden graf.

  Przykład:

```
input > graf.csrrg
1  18
2  3;5;6;9;10;13;14;15;10;12;15;4;5;7;8;9;12;14;4;8;9;10;11;12;13;14;15;1;2;3;7;9;13;15;16;1;3;
3  0;0;8;11;18;27;35;41;47;57;67;67;76;82;90;90;94;98;105
4  0;72;39;91;4;54;1;47;4;79;101;71;2;76;79;5;3;63;71;80;42;4;75;5;49;6;93;16;98;7;75;82;50;8;2
5  0;6;12;16;21;23;25;29;33;38;42;45;49;53;55;62;65;68;70;73;76;82;87;89;97;100;103;107;112;116
```

- **Format plików wyjściowych**
  Pierwsza linijka pliku wyjściowego zawiera wynik działania programu w postaci:

  `<wynik (S - pomyślnie, F - nieudanie)> <liczba_części> <zachowany_margines>`

  Przykład: `S 2 0.045`

  Kolejne linijki są w takim samym formacie jak plik wejściowy i zawierają podział grafu.

Wersja binarna zawiera te same informacje co tekstowa, ale w formie binarnej (struktury danych zapisane za pomocą `fwrite`).

Literatura

[1] Leonid Zhukov, *Lecture 7. Graph partitioning algorithms.*, YouTube, 24 luty 2021, Dostępny na 1 kwietnia 2025 w: `https://youtu.be/zZae_C2BU_4`

[2] *Laplacian matrix*, Wikipedia, Dostępne na 1 kwietnia 2025 w: `https://en.wikipedia.org/wiki/Laplacian_matrix`

[3] *Lanczos algorithm*, Wikipedia, Dostępne na 1 kwietnia 2025 w: `https://en.wikipedia.org/wiki/Lanczos_algorithm`

[4] *Algorytm centroidów*, Wikipedia, Dostępne na 1 kwietnia 2025 w: `https://pl.wikipedia.org/wiki/Algorytm_centroid%C3%B3w`