

# Kapitel 1

## Introduction

Im Rahmen einer Vorarbeit ist ein LQ-Regler entstanden, welcher das Balancieren des Würfels auf einer Ecke ermöglicht. Allerdings wird der Würfel nicht endgültig in eine stabile Ruhelage überführt, sondern oszilliert mit einer verbleibenden Amplitude. Das Ziel dieser Arbeit besteht darin einen weiteren Regler zu entwerfen, der den Würfel zum vollständigen Stillstand bringt.

Um die möglichen Ursachen für die schlechte Reglergüte zu erschließen, werden zunächst die theoretischen Grundlagen der robusten Performanz aufgezeigt, woraufhin eine These formuliert wird, um die schlechte Qualität des bisherigen Reglers zu begründen.

Im Anschluss werden zwei mögliche Lösungsansätze diskutiert, implementiert und an der Regelstrecke erprobt.



## Kapitel 2

# Reglergüte

In diesem Kapitel werden zunächst die grundsätzlichen Forderungen an einen Regler und dessen Einfluss darauf diskutiert, wobei sowohl SISO- als auch MIMO-Systeme betrachtet werden. Anschließend werden die Ergebnisse an der einer Regelstrecke überprüft, wobei der auf einer Kante balancierende Würfel betrachtet wird. Diese Ergebnisse werden auf den Fall des Balancieren auf einer Ecke übertragen und eine These formuliert, weshalb dort verbleibende Schwingungen auftreten.

## 2.1 Forderungen an den geschlossenen Regelkreis

In diesem Anwendungsfall besteht die Hauptaufgabe des Reglers darin, die Regelstrecke zu stabilisieren. Zusätzlich soll der geschlossene Regelkreis möglichst unempfindlich gegenüber Störungen und Messfehler sein. Die Stabilisierung der Strecke wird bereits mithilfe des bestehenden Reglers erreicht. Die sekundären Forderungen an Empfindlichkeit des geschlossenen Regelkreises bzw. die Forderungen an die Reglergüte können mit dem bisherigen Regler jedoch nicht erreicht werden, weshalb zunächst der Zusammenhang zwischen allgemeinen Reglereigenschaften und dessen resultierenden Güte hergestellt werden soll. Hierfür wird zunächst der Standardregelkreis eines SISO-Systems betrachtet, der von einer Störung  $d$  und dem Messfehler  $n$  betroffen ist.

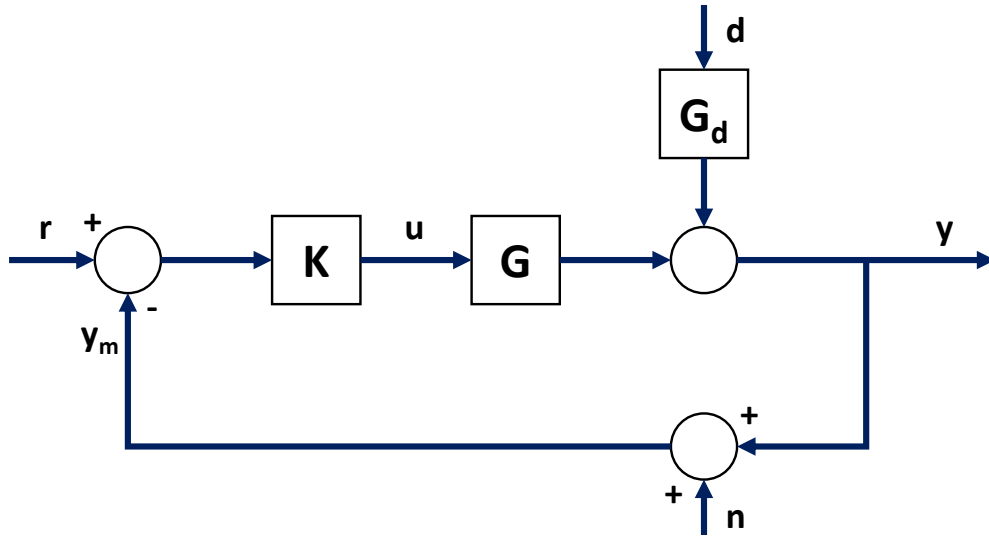


Abbildung 2.1: Blockschaltbild des SISO-Standardregelkreises

Die Regelstrecke wird durch die Übertragungsfunktion  $G$ , der Regler von  $K$  und die Stördynamik von  $G_d$  beschrieben. Für die Analyse des geschlossenen Regelkreises ist der Einfluss der Stellgröße  $r$ , der Störgröße  $d$  und des Messfehlers  $n$  auf die Ausgangsgröße  $y$  von Interesse, wofür sich

$$u = K \cdot r = K \cdot (r - n - y) \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} y &= G_d \cdot d + G \cdot u = G_d \cdot d + GK \cdot (r - n - y) \\ &= \underbrace{(1 + GK)^{-1} GK}_{=T} \cdot r + \underbrace{(1 + GK)^{-1} G_d}_{\equiv S} \cdot d - \underbrace{(1 + GK)^{-1} GK}_{=T} \cdot n \\ &= T \cdot r + S \cdot G_d \cdot d + T \cdot n \end{aligned} \quad (2.2)$$

ergibt, wobei  $S$  als die Empfindlichkeitsfunktion und  $T$  auf Grund von

$$T + S = 1 \quad (2.3)$$

als die komplementäre Empfindlichkeit bezeichnet wird. Aus Gleichung (2.2) ergeben sich bereits relevante Forderungen an den Regelkreis. Für gutes Führungsverhalten sollte

$$y = r \quad (2.4)$$

gelten, wofür  $T$  möglichst nahe an 1 liegen muss. Diese Forderung wird nach

$$T = \frac{GK}{1 + GK} \quad (2.5)$$

erfüllt, indem eine betragsmäßig möglichst große Reglerübertragungsfunktion  $K$  gewählt wird. Im Umkehrschluss führen hohe Reglerwerte zu gutem Führungsverhalten des geschlossenen Regelkreises. Ebenso nimmt die Unempfindlichkeit gegenüber Störungen ab, da

$$S = (1 + GK)^{-1} \quad (2.6)$$

mit zunehmenden Reglerfaktoren kleiner wird. Allerdings wirkt der Messfehler  $n$  proportional zu  $T$  auf die Ausgangsgröße ein, weshalb mit zunehmender Reglerverstärkung Messfehler stärker ins Gewicht fallen. An dieser Stelle zeigt sich bereits ein grundsätzliches Problem des Reglerentwurfs, dass die Forderung nach Unempfindlichkeit gegenüber Störungen und Messfehlern nicht simultan erfüllt werden kann. Für die Lösung dieses Problems wird die Forderung auf ein relevantes Frequenzband beschränkt. Die Störungen bewegen sich für gewöhnlich in einem Frequenzbereich als Messfehler, weshalb die Forderungen an den Betrag von  $S$  und  $T$  frequenzabhängig formuliert werden sollten. Hierfür wird die Gewichtungsfunktion  $w_P(s)$  zusammen mit der Forderung

$$\|w_P(s) \cdot S(s)\|_\infty < 1 \quad (2.7)$$

eingeführt, welche von dem Regler erfüllt werden muss [1, S. 60 ff]. Wird die Forderung eingehalten wird die nominelle Reglergüte erzielt. Allerdings gilt sowohl die Stabilitäts- als auch Güteaussage lediglich für das durch  $G$  und  $G_d$  spezifizierte Modelle. Bereits minimale Abweichungen, die sich nicht ausschließen lassen, führen dazu, dass die nominellen Stabilitäts- und Güteaussagen hinfällig sind. Aus diesem Grund wird der Begriff der robusten Stabilität und robusten Güte eingeführt, welche die nominelle Stabilität und Reglergüte auch bei spezifizierten Ungenauigkeiten garantieren.



# Kapitel 3

## $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung

Dieses Kapitel bietet eine Übersicht der verschiedenen Entwurfsmethoden im Bereich der  $\mathcal{H}_\infty$ -Regelung. Zunächst wird eine allgemeine Formulierung für das Regelungsproblem vorgestellt und dessen Anwendung an Beispielen erläutert. Im Anschluss wird als erste Entwurfsmethode die darauf basierende  $\mathcal{H}_\infty$ -optimale Regelung vorgestellt.

### 3.1 Verallgemeinerte Darstellung des Regelungsproblem

Im ersten Schritt wird eine allgemeine Modellform eingeführt, für welche ein Teil der Entwurfsprobleme optimal gelöst werden kann. In späteren Anwendungsfällen wird die Problemstellung in die allgemeine Form überführt und anschließend gelöst. Die Darstellung setzt sich aus einem erweiterten Streckenmodell  $P$  und einem Regler  $K$  zusammen. In die Strecke  $P$  gehen sowohl der letztendliche Stellvektor  $\vec{u}$  als auch der exogene Vektor  $\vec{w}$  ein. Die Strecke gibt wiederum den exogenen Vektor  $\vec{z}$  als auch den gemessenen Führungsvektor  $\vec{y}$  aus, welcher in den Regler  $K$  geführt wird um wiederum den Stellvektor  $\vec{u}$  zu berechnen.



# Literaturverzeichnis

- [1] Skogestad, Sigurd; Postlethwaite, Ian: „Multivariable Feedback Control: Analysis and Design“, Second Edition, 2005, Wiley