

Trabalho de Computação Numérica: Sistemas de Coordenadas

Gabriel Gregório dos Santos Vitor,
Michael Willian Pereira Vieira

¹Instituto de Computação (IComp) – Universidade Federal do Amazonas (UFAM)
Av. Gen. Rodrigo Octávio, 6200, Coroado I, 69080-900 – Manaus – AM – Brasil

{gabriel.vitor,michael.vieira}@icompu.ufam.edu.br

1. Introdução

O arquivo a seguir documenta um código que faz uso da Série de Taylor para a transformação de um sistema de coordenadas. A função de transformação é implementada na linguagem de programação *Python*.

O registro tem como fim realizar a atividade proposta como trabalho de Computação Numérica da turma CB01 de Ciência da Computação(2025/1), portanto, na última seção, haverá respostas para as perguntas que devem ser respondidas para a realização do trabalho.

2. Funções criadas no código

O código conta com funções criadas pelos desenvolvedores para cálculo do seno, cosseno e arco-tangente de um ângulo dado junto a uma determinada taxa de erro. Tais funções são:

rotacionaPonto – Recebe como parâmetros um vetor de duas coordenadas (x,y) que representa um ponto e uma matriz de rotação(formato 2x2).Trata-se ambos como matrizes e faz-se a multiplicação matricial $M \times N$, tal que M = matriz e N = vetor (Note que N é tratado como uma matriz 2x1). Ao fim da operação, é retornado um vetor que representa o ponto rotacionado no plano.

senoTaylor – Recebe como parâmetros um ângulo em radianos e sua taxa de erro relativo (variável *erro*). A partir desses dados, se estabelece o *erroAbsoluto*, dado inicialmente por *erro* + 1. A função itera “n” vezes, tal “n” que é o último termo da Série de Taylor que será usada para definir o seno do ângulo recebido. A função retorna o seno calculado e a quantidade de termos da série usada para o cálculo, ou seja “n”.

cosTaylor – Recebe como parâmetros um ângulo em radianos e sua taxa de erro relativo (variável *erro*). A partir desses dados, se estabelece o *erroAbsoluto*, dado inicialmente por *erro* + 1. A função itera “n” vezes, tal “n” que é o último termo da Série de Taylor que será usada para definir o cosseno do ângulo definido. A função retorna o cosseno calculado e a quantidade de termos da série usada para o cálculo, ou seja “n”.

arctanTaylor – Recebe como parâmetros um valor real, representado pela variável *x*, sua taxa de erro relativo que é dada por um valor fixo 10^{-12} e uma máxima

iteração que é dada por um valor fixo de 10^6 . No início do processamento são feitas três verificações:

A função tem uma verificação inicial para valores de entrada menores que 0, isso se dá pois:

$$\arctan(-x) = -\arctan(x)$$

Portanto, transforma-se x em seu oposto, calcula-se o resultado com esse valor e no retorno da função, transforma-se o **resultado** em **-resultado**.

A função também tem uma verificação inicial para valores de entrada maiores que 1, isso se dá pois, usando essa identidade matemática:

$$\arctan(x) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$$

Portanto, calcula-se a função usando $(1/x)$ como parâmetro de valor e retorna-se o valor final da operação matemática acima como **resultado**.

A última condicional verifica valores no intervalo $]0.5;1]$, isso é feito pois:

$$\arctan(x) = \frac{\pi}{4} + \arctan\left(\frac{x-1}{1+x}\right)$$

Portanto, calcula-se a função usando $(x-1)/(1+x)$ como parâmetro de valor e retorna-se o valor final de operação matemática acima como **resultado**.

Essas verificações são feitas, pois a convergência da Série, ao processar números dentro dessas três condições é maior do que processar o equivalente dado pelas propriedades matemáticas, portanto, são feitas transformações para melhorar a eficiência do código.

Note então que as iterações dos termos da série serão processadas, apenas para números de entrada no intervalo $]0, 0.5]$, o resto será complementado de acordo com as propriedades matemáticas utilizadas. A função retorna o cosseno calculado e a quantidade de termos da série usada para o cálculo, ou seja “n”.

3. Respostas do trabalho

3.1. Proponha uma forma de estimar quantos termos da série serão necessários para satisfazer ao erro máximo dado.

Calcula-se a quantidade de termos com base no erro absoluto, note que a função é limitada, portanto é possível tratar diretamente através do erro absoluto do k -ésimo termo. Ou seja, a cada iteração, é verificado se o erro máximo estabelecido foi alcançado.

3.2. Qual variável é mais afetada pelo erro do cálculo dos senos e cossenos. Justifique

A variável mais afetada é o ângulo da coordenada polar ao utilizar a função **arctanTaylor**. Isso é perceptível pois a mesma recebe mais iterações com taxa de erro relativo, afetando seu resultado final.