

Домашна работа № 1

Заг. 1

$$264x + 204y = 25$$

намирам $(264, 204)$

$$264 = 204 \cdot 1 + 60$$

$$204 = 60 \cdot 3 + 24$$

$$60 = 24 \cdot 2 + 12$$

$$24 = \underline{12} \cdot 2 + 0 \Rightarrow (264, 204) = 12.$$

$12 \nmid 25 \Rightarrow$ уравнението няма решение в \mathbb{Z} . ✓

Заг. 2

$$29x - 12y = 1$$

намирам $(29, 12)$

$$29 = 12 \cdot 2 + 5$$

$$12 = 5 \cdot 2 + 2$$

$$5 = 2 \cdot 2 + \underline{1}$$

$$2 = \underline{1} \cdot 2 + 0 \Rightarrow (29, 12) = 1$$

$1 \mid 1 \Rightarrow \exists x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$ - решение на уравнението. ✓

Търсим отзаг напред по алг. на Евклид:

$$1 = 5 - 2 \cdot 2 = 5 - (12 - 5 \cdot 2) \cdot 2 = 5 \cdot 5 - 12 \cdot 2 =$$

$$= (29 - 12 \cdot 2) \cdot 5 - 12 \cdot 2 = 29 \cdot 5 - 12 \cdot 12 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -12 \end{cases} \text{ е реш.}$$

Проверка: $29 \cdot 5 = 145$, $12^2 = 144$, $145 - 144 = 1$ ✓


Всички решения:

$$\begin{cases} x = 5 + k \cdot 12 \\ y = -12 - k \cdot 29 \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

Заг. 3 $29x - 12y = -3$, $1/-3$, $-3 = 1 \cdot (-3)$

От заг. 2 $29 \cdot 5 - 12 \cdot 12 = 1 \quad | \cdot (-3)$

$$29 \cdot (-15) + 12 \cdot 36 = -3$$

$\Rightarrow \begin{cases} x = -15 \\ y = 36 \end{cases}$ е решение 

Проверка: $29 \cdot 5 = 435$, $432 - 435 = -3$
 $12 \cdot 36 = 432$

Всички решения:

$\begin{cases} x = -15 + k \cdot 12 \\ y = 36 - 29k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$ 