5. За задачата на ЛО:

$$(L)\left|\begin{array}{l} \max z_L(x) = x_1 + 2x_2 \\ -x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{array}\right.$$

а) напишете съответната канонична задача (K);
б) намерете множеството от оптимални решения и опт. ст-т на цел. ф-ия на задачите (K) и (L) като използвате таблична форма на СМ.

Решение:

(а)

$$(K)\left|\begin{array}{llll} \min z_K(x) = -x_1 - 2x_2 & & & \\ -x_1 + x_2 - x_3 & & & = 2 \\ x_1 + 2x_2 & & + x_4 & = 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0 & & & \end{array}\right.$$

(б) (K) има частичен базис x_4. Добавяме изкуствена променлива x_5 и пишем М-зад.

$$(M)\left|\begin{array}{llll} \min z_M(x) = -x_1 - 2x_2 + \boxed{Mx_5} & & & \\ -x_1 + x_2 - x_3 & & \boxed{+x_5} & = 2 \\ x_1 + 2x_2 & + x_4 & & = 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ \boxed{x_5 \geq 0} & & & \end{array}\right.$$

която е в базисен вид спрямо начален базис $\{x_5, x_4\}$.

x_B	c_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\overline{b}$
		-1	-2	0	0	M	
x_5	M	-1	1	-1	0	1	2
x_4	0	1	2	0	1	0	1
$\overline{c}$		$M-1$	$-M-2$	M	0	0	$-2M$
x_5	M	$-3/2$	0	-1	$-1/2$	1	$3/2$
x_2	-2	$1/2$	1	0	$1/2$	0	$1/2$
		$\frac{3M}{2}$	0	M	$M/2+1$	0	$-3/2M+1$

1ва СТ

$\min\left\{\frac{2}{1}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{1}{2}$

x_2 влиза

x_4 излиза

2ра СТ

$\forall$ относ. оценки са ≥ 0

Оптим. бдр. $x^*_M\left(0, \frac{1}{2}, 0, 0, 3/2\right)$ на (M) и опт. ст-т $z^*_M = \frac{3}{2}M - 1$

Тъй като изк. пром x_5 има стойност в x^*_M $x^*_{M5} = \frac{3}{2} \neq 0$, то (K) няма реш. поради $\varnothing$ доп. м-во. Доп. м-во на (L) също е $\varnothing$ и (L) няма решение. ■

5. За задачата (L): (11)

в) напишете двойнствената задача (DL);

г) като използвате СТ от подточка б), посочете едно оптимално решение на (DL) и оптим. ст-т на целевата ѝ функция.

Решение: в)

$$(L) \to (L) \left| \begin{array}{l} \max\ x_1 + 2x_2 \\ +x_1 - x_2 \le -2 \\ x_1 + 2x_2 \le 1 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$(DL) \left| \begin{array}{l} \min\ -2\pi_1 + \pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 \ge 1 \\ -\pi_1 + 2\pi_2 \ge 2 \\ \pi_1 \ge 0\quad \pi_2 \ge 0 \end{array} \right.$$

г) Тъйкато в подточка б) установихме, че (L) е с ∅ допустимо множество, тя няма оптимално решение. Ако допуснем, че (DL) има оптимално решение, от Силната т-ма за двойнственост ще получим противоречие. Следователно, (DL) няма оптимално решение и опт. ст-т на целевата си функция.