Домашно № 2 , -за първи курс

Зад.: ? последните две цифри на $433^{741} + 357^{101}$

Реш.: Ще работим по $\mod 100$, за да получим последните две цифри.

<u>Използвани свойства:</u> ако $a_1 \equiv b_1 \pmod{n}$,

и $a_2 \equiv b_2 \pmod{n}$,

то $a_1 \pm a_2 \equiv b_1 \pm b_2 \pmod{n}$.

$357 \equiv 57 \pmod{100} \mid . 357$

$357^2 \equiv 57 \cdot 357 \equiv 57^2 \equiv 49 \pmod{100} \mid . 357^2$

$357^4 \equiv 49 \cdot 357^2 \equiv 49^2 \equiv 1 \pmod{100} \mid . 357^4$

$357^8 \equiv 357^4 \cdot 1 \equiv 1 \pmod{100} \uparrow^{12}$

$(357^8)^{12} \equiv 357^{96} \equiv 1 \pmod{100} \mid . 357^4$

$357^{100} \equiv 1 \pmod{100} \mid . 357$

$\boxed{357^{101} \equiv 1 \cdot 57 \equiv 57 \pmod{100}}$

$433 \equiv 33 \pmod{100} \uparrow^2$

$433^2 \equiv 33^2 \equiv 1089 \equiv 89 \pmod{100} \uparrow^2$

$433^4 \equiv 89^2 \equiv 7921 \equiv 21 \pmod{100} \uparrow^2$

$433^8 \equiv 21^2 \equiv 41 \pmod{100} \uparrow^2$

$433^{16} \equiv 41^2 \equiv 81 \pmod{100} \uparrow^2$

$433^{32} \equiv 81^2 \equiv 61 \pmod{100} \uparrow^2$

$- \text{циклът}$

$433^{64} \equiv 61^2 \equiv 21 \pmod{100} \uparrow^{10}$

$433^{640} \equiv 21^{10} \equiv (21^2)^5 \equiv 41 (41^2)^2 \equiv 41 \cdot 81^2 \equiv 41 \cdot 61 \equiv 1 \pmod{100} | \cdot 433^{64}$

$433^{704} \equiv 21 \pmod{100} | \cdot 433^{32}$

$433^{736} \equiv 81 \pmod{100} | \cdot 433^4$

$433^{740} \equiv 1 \pmod{100} | \cdot 433$

$433^{741} \equiv 33 \pmod{100}$

$\Rightarrow 433^{741} + 357^{101} \equiv 33 + 57 \equiv 90 \pmod{100}$

$\Rightarrow$ последните 2 цифри на $433^{741} + 357^{101}$ са 90.