Ранг и дефект на линейно изображение

Люба Конова

Декември 2020

Задача 1: Нека $\phi : \mathbb{V} \longrightarrow \mathbb{W}$. Да се докаже, че $Ker\phi$ е линейно подпространство на $\mathbb{V}$, а $Im\phi$ е линейно подпространство на $\mathbb{W}$

Задача 2: Да се докаже, че следните условия са еквивалентни:
1) $Ker\phi = 0$
2) ϕ е инекция, тоест за $v_1 \neq v_2$ е изпълнено, че $\phi(v_1) \neq \phi(v_2)$

Теорема за ранга и дефекта:

Задача 3: Нека $\phi \in Hom\mathbb{V}$. Следните условия са еквивалентни:

- ϕ е обратим линеен оператор.
- $Ker\phi = 0$
- $Im\phi = \mathbb{V}$
- ϕ преобразува кой да е базис на V също в базис.
- матрицата на ϕ във всеки един базис е обратима.

Задача 4: Да се докаже, че ако $\phi : V \longrightarrow V$ е линеен оператор, то:
(1) $Ker\phi$ съвпада с пространството от решенията на $A_\phi X = 0$
(2) $Im\phi$ съвпада с $l(\phi(e_1), \phi(e_2), ..., \phi(e_n))$

Сборник: 5.16, 5.17