вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
А	45655	3		3	инф.
Име:	Майкъл Зарков				

10

Второ контролно по СЕП, Информатика, 13.05.2024

Задача. Нека $\Gamma\colon \mathcal{F}_2 \longrightarrow \mathcal{F}_2$ е следният оператор:

$$\Gamma(f)(x,y) \simeq \begin{cases} y, & \text{ако } x = 0 \\ f(x-1,1) + sg(x-1), & \text{ако } x > 0 \ \&\ y = 0 \\ f(x-1, f(x-1,y-1)) + 1, & \text{ако } x > 0 \ \&\ y > 0, \end{cases}$$

където функцията sg се дефинира така:

$$sg(x) = \begin{cases} 0, & \text{ако } x = 0 \\ 1, & \text{ако } x > 0. \end{cases}$$

Докажете, че за н.м.н.т. f_Γ на оператора Γ е вярно, че:

$$\forall x \forall y (!f_\Gamma(x,y) \implies f_\Gamma(x,y) \geq max(x,y)).$$

Успех! ☺

Белоба: Нека $P(f) \iff \forall x \forall y (!f(x,y) \implies f(x,y) \geq \max\{x,y\})$

От индуктивния принцип на Скот, ако е изпълнено:

1. $P(\emptyset^{(2)})$,

2. $\forall f (P(f) \implies P(\Gamma(f)))$,

3. P е непрекъснато,

то следва, че $P(f_\Gamma)$ е в сила.

1. $P(\emptyset^{(2)})$ е в сила, защото предпоставката винаги е лъжа. ✓

P е с-во от тип частична коректност, значи е непрекъснато. ✓

Дали е изпълнено $\forall f (P(f) \implies P(\Gamma(f)))$? Нека $P(f)$. Тогава

имаме случаите:

1сл. $x=0$; $\Gamma(f)(0,y) \simeq y \geq \max\{0,y\}$ ✓

по предположение

2сл. $x>0$ & $y=0$

2.1сл. $x-1=0$, т.е. $x=1$; $\Gamma(f)(1,0) \simeq f(0,1) + sg(0) \simeq f(0,1) \geq$

$\geq \max\{0,1\} = \max\{y,x\}$ ✓

2.2сл. $x-1>0$, т.е. $x \geq 2$; $\Gamma(f)(x,0) \simeq f(x-1,1) + sg(\underbrace{x-1}_{>0}) \simeq$

$\simeq f(x-1,1) + 1 \geq \max\{x-1,1\} + 1 = \max\{x,2\} = \max\{x,y\}$

$x \geq 2, y=0$ ✓

3сл. $x>0$ & $y>0$; $\Gamma(f)(x,y) \simeq f(x-1, f(x-1,y-1)) + 1 \geq$

$\geq \max\{x-1, f(x-1,y-1)\} + 1 \geq \max\{x-1,y-1\} + 1 = \max\{x,y\}$ ✓

$f(x-1,y-1) \geq \max\{x-1,y-1\}$

Следователно P е изпълнено и за $\Gamma(f)$. Значи и $\forall f (P(f) \implies P(\Gamma(f)))$

е в сила и от индуктивния принцип на Скот следва, че $P(f_\Gamma)$ е

изпълнено. □ ✓