# Класификация на еднаквостите в пространството

ОКС $K = Oxyz = O\vec{e_1}\vec{e_2}\vec{e_3}$

$\psi$ е еднаквост, т. $M(x,y,z) \xrightarrow{\psi} M'(x',y',z')$

$$\psi: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = A.\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + b$$

$A = \{a_{ij}\}_{3\times3}$ е ортогонална, т.е. $A.A^t = A^t.A = E$

$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ - свободни елементи, т. $O' = \psi(O)\,(b_1, b_2, b_3)$

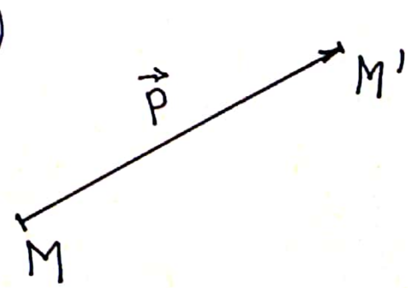
Ще представим аналитично всяка от еднаквостите спрямо подходящо избрана ОКС.

## I Движения: $\det A = 1$

1) $\psi = id \Rightarrow X' = E.X$, $\psi(M) = M$ за $\forall$ т. $M$

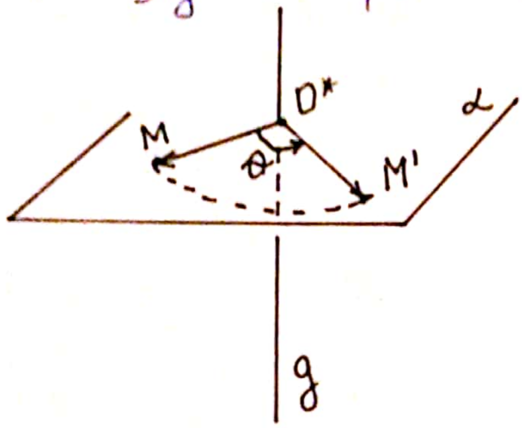
2) $\psi = \tau_{\vec{p}}$, $\vec{p}(p_1, p_2, p_3) \neq (0,0,0)$

$$\tau_{\vec{p}}: X' = E.X + \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}$$




Неподвижни:
* точки -> Няма
* прави -> $\forall g \parallel \vec{p}$
* равнини -> $\forall \alpha \parallel \vec{p}$

3) $\psi = \rho_g(\theta)$ - ротация около права $g$




Нека $M \xrightarrow{\psi} M'$

Постр. $\alpha \begin{cases} \ni M \\ \perp g \end{cases}$

Нека $g \cap \alpha = т.\ O^*$, тогава

$\rho_g(\theta) = \rho_{O^*}(\theta)$ в р-та $\alpha$

Аналитично представяне:

Ако $g \equiv Oz$, то $\rho_{Oz}(\theta): X' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X + \vec{0}$

Ако $g \equiv Ox$, то $\rho_{Ox}(\theta): X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot X + \vec{0}$

Ако $g \equiv Oy$, то $\rho_{Oy}(\theta): X' = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot X + \vec{0}$

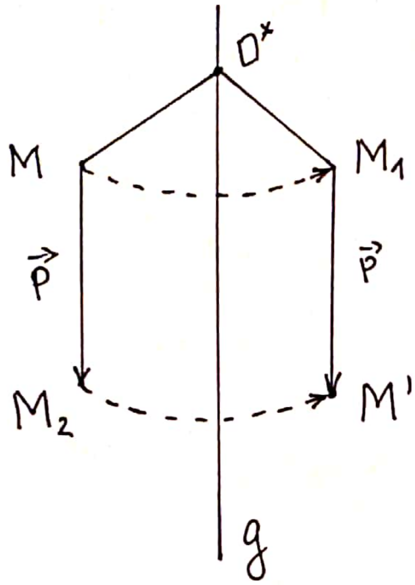
Неподвижни:

* точки: $\forall$ т. $M \ni g$
* прави: $g$
* равнини: $\forall \alpha \perp g$

Важно: Ако $\theta = 180°$, то $\rho_g(\pi) = \sigma_g$.
Симетрията отн. права в простр. е ротация около $g$ на $180°$.
$\sigma_g$ в $E_3$ е движение.

4) Винтово движение с ос $g$ и вектор $\vec{p}$:

$$\psi = \rho_g \circ \tau_{\vec{p}} = \tau_{\vec{p}} \circ \rho_g \Leftrightarrow g \parallel \vec{p}$$




$$M \xrightarrow{\rho_g} M_1 \xrightarrow{\tau_{\vec{p}}} M'$$

$$M \xrightarrow{\tau_{\vec{p}}} M_2 \xrightarrow{\rho_g} M'$$

Аналитично представяне:

Ако $g \equiv Oz$, то $\vec{p} \parallel Oz \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{p}(0, 0, p_3)$. Тогава:

$$\psi: X' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p_3 \end{pmatrix}$$

Неподвижни точки: няма

прави: $g$

равнини: няма

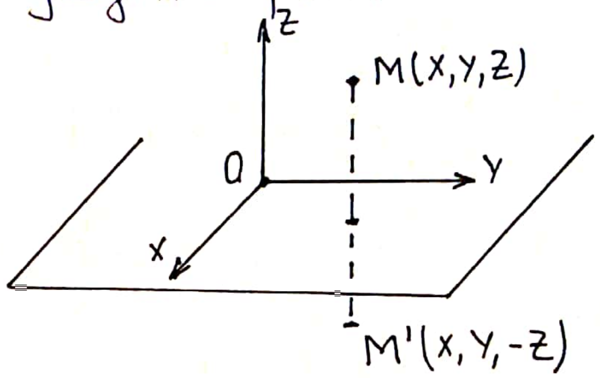
Въпрос: Ако $g$ е произволна, по какво се различават $\rho_g(\theta)$ и $\rho_g(\theta) \circ \tau_{\vec{p}}$?

# II Отражения: $\det A = -1$

1) $\psi = \sigma_\alpha$: симетрия относно дадена равнина

Ако $\alpha \equiv Oxy$, то

$$\sigma_{Oxy}: X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X + \vec{0}$$




<u>Основна задача 1:</u> Нека $\alpha: A.x + B.y + C.z + D = 0$

$(A,B,C) \neq (0,0,0)$

$$\sigma_\alpha: X' = \frac{1}{A^2+B^2+C^2} \cdot \begin{pmatrix} -A^2+B^2+C^2 & -2A.B & -2AC \\ -2AB & A^2-B^2+C^2 & -2BC \\ -2AC & -2BC & A^2+B^2-C^2 \end{pmatrix} \cdot X + \frac{1}{A^2+B^2+C^2} \cdot \begin{pmatrix} -2AD \\ -2BD \\ -2CD \end{pmatrix}$$

Неподвижни точки: $\forall M \in \alpha$

правu: $\forall a \in \alpha$, $\forall b \perp \alpha$

равнини: $\alpha$, $\forall \beta \perp \alpha$

Въпроси: 1) При какво разположение на р-та $\alpha$ стълбът от свободни ел-ти е $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$?

Как изглежда уравнението на $\alpha$ в този случай?

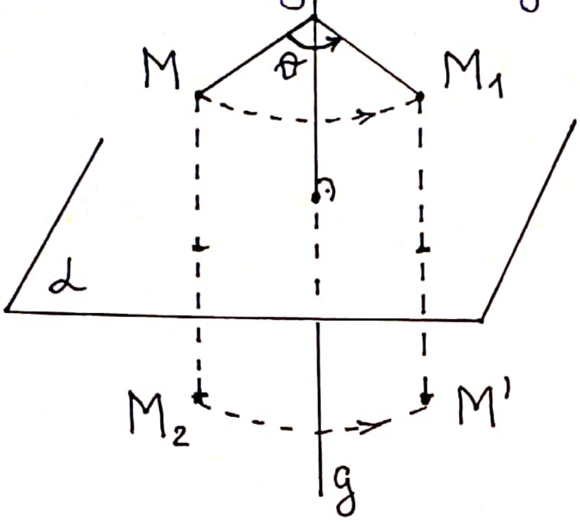
2) $\alpha \parallel Oz \iff \alpha: A.x + B.y + D = 0$, т.е. $C = 0$

3) $\alpha \ni Oz \iff \alpha: A.x + B.y = 0$, т.е. $C = 0$ и $D = 0$

Как ще изглежда аналитичното предст. на $\sigma_\alpha$ в случаите 2) и 3)?

2) Въртящо отражение с ос $g$ и равнина $\alpha$:

$$\psi = \sigma_\alpha \circ \rho_g(\theta) = \rho_g(\theta) \circ \sigma_\alpha \iff g \perp \alpha$$




$$M \xrightarrow{\rho_g} M_1 \xrightarrow{\sigma_\alpha} M'$$

$$M \xrightarrow{\sigma_\alpha} M_2 \xrightarrow{\rho_g} M'$$

Ако $\alpha \equiv Oxy$ и $g \equiv Oz$ $(!\ g \cap \alpha = т. O)$, то

$$\psi : X' = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X + \vec{o}$$

! Неподвижни точки : $g \cap \alpha$

прави : $g$

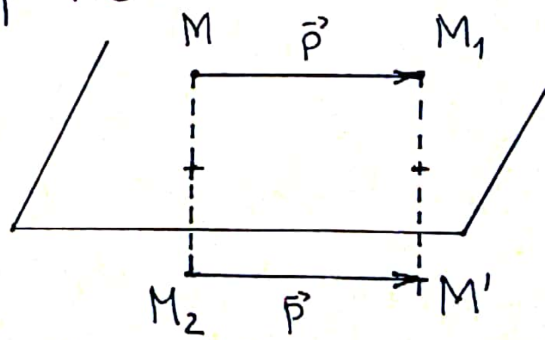
равнини : $\alpha$

* * *

3) Плъзгащо отражение с р-на $\alpha$ и вектор $\vec{p}$

$$\psi = \sigma_\alpha \circ \tau_{\vec{p}} = \tau_{\vec{p}} \circ \sigma_\alpha \iff \vec{p} \parallel \alpha$$

Ако $\alpha \equiv Oxy$ и $\vec{p} \parallel Oxy \Rightarrow \vec{p}(p_1, p_2, 0)$




$$\psi : X' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

! Неподв. точки : няма

прави : $\forall\ b \begin{cases} \subset \alpha \\ \parallel \vec{p} \end{cases}$

равнини : $\alpha$ ; $\forall\ \beta \begin{cases} \perp \alpha \\ \parallel \vec{p} \end{cases}$

Основна задача 2: Да се докаже, че

$\psi = \sigma_{\alpha_1} \circ \sigma_{\alpha_2}$ може да се представи като:

1) $\psi = id$, ако $\alpha_1 \equiv \alpha_2$;

2) $\psi = \rho_g(\theta)$, ако $\alpha_1 \cap \alpha_2 = g$ и

$$\measuredangle \theta = 2 . \measuredangle (g_1, g_2)$$

3) $\psi = \tau_{\vec{p}}$, ако $\alpha_1 \parallel \alpha_2$, като $\vec{p} \begin{cases} \perp \alpha \\ |\vec{p}| = 2 . d(\alpha_1, \alpha_2) \\ \text{посока от } \alpha_2 \text{ към } \alpha_1 \end{cases}$

Доказателството е за упражнение:

2) Упътване: $\alpha_1 \equiv Oxy \Rightarrow$ матрица $A_1$

$\alpha_2 \ni Oz \Rightarrow \alpha_2 : A.x + B.y = 0 \Rightarrow A_2$

$$M(x,y) \xrightarrow{\sigma_{\alpha_2}} M_1(x_1, y_1) \xrightarrow{\sigma_{\alpha_1}} M'(x', y')$$

$$A_\psi = A_1 . A_2$$

3) Упътване: $\alpha_1 \equiv Oxy$, $\alpha_2 \parallel Oxy$, т.е. $\alpha_2 : z + D = 0$

Тогава $A_\psi = E$, а $b_\psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -2D \end{pmatrix}$

<u>Основна задача 3:</u> Да се докаже, че

$\psi = \sigma_\alpha \circ \tau_{\vec{p}}$ може да се представи като:

1) $\psi$ е плъзгащо отражение с равнина $\alpha$ и в-р $\vec{p}$, ако $\alpha \parallel \vec{p}$;

2) $\psi$ е симетрия относно р-на $\alpha^*$, ако $\vec{p} \perp \alpha$;

3) $\psi$ е плъзгащо отражение с р-на $\alpha^*$ и в-р $\vec{p}^*$, ако $\vec{p} \nparallel \alpha$ и $\vec{p} \not\perp \alpha$.

За упражнение!

* * *

Когато правите $g$ или равнините $\alpha$, които задават еднаквостите, не съвпадат с координатните, се налага смяна на ОКС.

<u>Смяна на координатна система</u>

$K = Oxyz$ (дадена) $\longrightarrow$ $K^* = O^*x^*y^*z^*$ (подходяща)

$T$ - матрица на прехода

$\vec{OO^*}$ - смяна на началото

Нека $M$ е произволна точка

$M(X)$ - коорд. спр $K$

$M(X^*)$ - коорд спр. $K^*$ $\Rightarrow$ $$\boxed{X = T . X^* + \vec{OO^*}} \quad (1)$$

Нека $M \xrightarrow{\psi} M'$ : $X' = A.X + b$ спр. $K$

$$(X^*)' = A^*.X^* + b^* \text{ спр. } K^* \quad (2)$$

Целта е да се изразят $\underline{A \text{ и } b}$, ако са известни $A^*$, $b^*$, $T$ и $\vec{OO^*}$.

От (1) изразяваме $X^* = T^{-1}.X - T^{-1}.\vec{OO^*} \rightarrow (2)$

$$T^{-1}.X' - T^{-1}.\vec{OO^*} = A^*.(T^{-1}.X - T^{-1}.\vec{OO^*}) + b^*$$

Умножаваме отляво с $T$ =>

$$X' = \underbrace{(T.A^*.T^{-1})}_{=A}.X \underbrace{-(T.A^*.T^{-1}).\vec{OO^*} + \vec{OO^*} + T.b^*}_{b}$$

=> $X' = A.X + b$ е представянето на $\psi$ спр. $K$.

Важно: $\begin{cases} A = T.A^*.T^{-1} \\ b = -A.\vec{OO^*} + \vec{OO^*} + T.b^* \end{cases}$

* * *

## Задачи:

**1 зад.** Спрямо ОКС $K = Oxyz = O\vec{e_1}\vec{e_2}\vec{e_3}$ е дадена правата

$$g: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

Да се намери аналитично представяне на винтово движение $\psi$ с ос $g$, $\measuredangle\theta = \frac{\pi}{2}$ и стъпка $\underline{1}$.

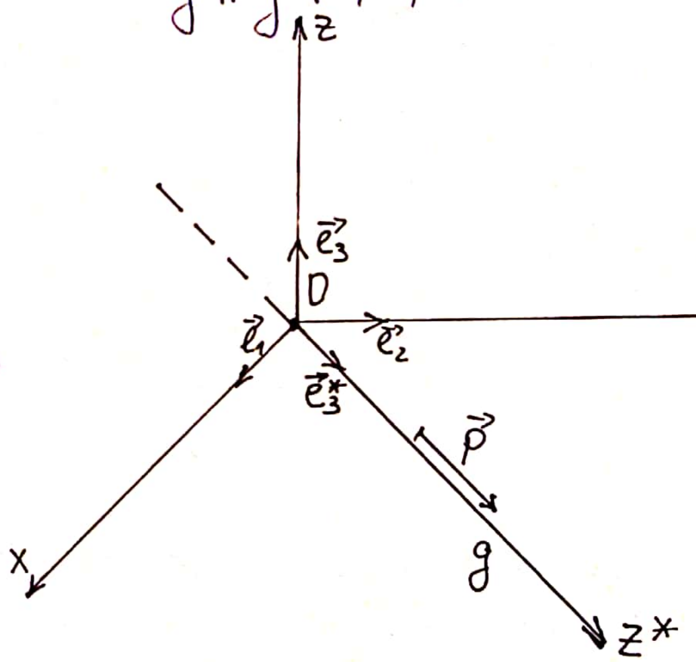
Решение:

1) $\psi = \rho_g(90°) \circ \tau_{\vec{p}} : \vec{p} \parallel g,\ |\vec{p}| = \underline{1}$

$$g: \begin{cases} x = 0 + 1.t \\ y = 0 + 1.t \\ z = 0 + 0.0 \end{cases},\ t \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{array}{l} g \ni т. O(0,0,0) \\ g \parallel \vec{g}(1,1,0) \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} \vec{p} \parallel \vec{g}(1,1,0) \\ |\vec{p}| = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \vec{p}\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$ спр. $K$




2) Извършваме смяна на ОКС

$K = O\vec{e}_1\vec{e}_2\vec{e}_3 \longrightarrow K^* = O^*\vec{e}_1^*\vec{e}_2^*\vec{e}_3^* : \boxed{g \equiv O^*z^*}$ !

Изб. $O^* \equiv O$, защото $O \ni g$

Изб. $\vec{e}_3^* \parallel g : |\vec{e}_3^*| = 1 \Rightarrow \vec{e}_3^*\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$

Изб. $\vec{e}_2^* \perp \vec{e}_3^*,\ |\vec{e}_2^*| = 1 \Rightarrow \vec{e}_2^*\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$

$\phantom{Изб. \vec{e}_2^* \perp \vec{e}_3^*,\ |\vec{e}_2^*| = 1 \Rightarrow \vec{e}_2^*}$ I II III

За $\vec{e}_1^*$ $\begin{cases} \perp \vec{e}_2^* \\ \perp \vec{e}_3^* \\ |\vec{e}_1^*| = 1 \end{cases}$ $\Rightarrow \vec{e}_1^* = \vec{e}_2^* \times \vec{e}_3^*$ пресмятаме

$\vec{e}_1^*, \vec{e}_2^*, \vec{e}_3^* \in S^+$

$\vec{e}_1^*(0, 0, 1)$

Окончателно получаваме матрица на прехода $T = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ и $\overrightarrow{OO^*} = \vec{o}$

3) Представяне на $\psi$ спр. $K^* = O\vec{e}_1^* \vec{e}_2^* \vec{e}_3^*$

$\psi = \rho_{Oz^*}(90°) \circ \tau_{\vec{p}} \;:\; \vec{p} \parallel Oz^* \Rightarrow \vec{p}(0, 0, \pm 1)$

$$\psi : (X')^* = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos 90° & -\sin 90° & 0 \\ \sin 90° & \cos 90° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{A^*} \cdot X^* + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix}}_{b^*}$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$$

4) Пресмятаме $A$ и $b$ за представяне на $\psi$ спрямо $K$

$$A = T \cdot A^* \cdot T^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & -\sqrt{2} \\ 1 & 1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$b = T \cdot b^* = \pm \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$, защото $\overrightarrow{OO^*} = \vec{o}$

2 зад. (Упражнение) Спрямо ОКС $K = O\vec{e_1}\vec{e_2}\vec{e_3}$ е дадена правата $g: \begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Да се намери аналитично представяне на винтово движение $\psi$ с ос $g$, ъгъл на ротация $\theta = 270^\circ$ и стъпка $\sqrt{2}$.

* * *

3 зад. (Упражнение) Спрямо ОКС $K = O\vec{e_1}\vec{e_2}\vec{e_3}$ е зададена правата $g: \begin{cases} x = 1 + 3.t \\ y = 0 \\ z = 1 + 4.t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

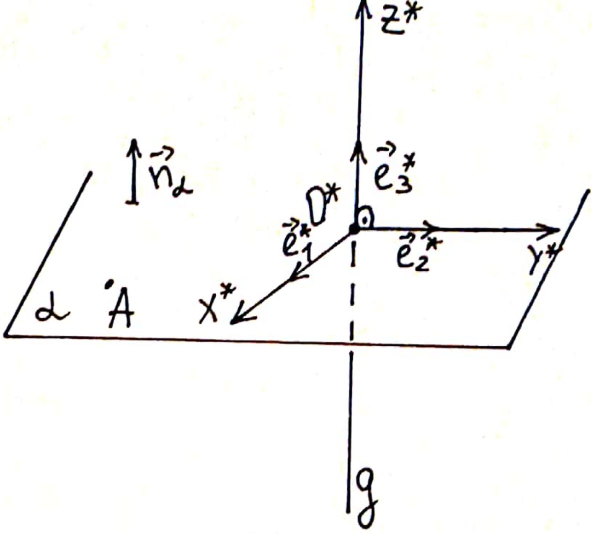
Да се намери аналитично задаване на симетрия относно правата $g$.

* * *

4 зад. ОКС $K = O\vec{e_1}\vec{e_2}\vec{e_3} = Oxyz$ е дадена правата $g: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Да се намери аналитично представяне на въртящо отражение с ос $g$, ъгъл на ротация $\theta = \frac{\pi}{2}$ и равнина на симетрия $\alpha \ni A(1,0,0)$.

Решение:

$\Psi = \sigma_\alpha \circ \rho_g(90^\circ) \qquad g \perp \alpha$




1) Търсим общо уравнение на $\alpha$ и коорд. на т. $O^*$

$g \parallel \vec g(1,0,1) \Rightarrow \vec g \parallel \vec n_\alpha \Rightarrow$

$\alpha: 1.x + 0.y + 1.z + D = 0$

$\alpha \ni$ т. $A(1,0,0) \Rightarrow D = -1 \Rightarrow \alpha: x + z - 1 = 0$

$$O^* = g \cap \alpha \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = t \\ y = 0 \\ z = t \\ x + z - 1 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow O^*\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$$

2) Извършваме смяна на ОКС

$K = O\vec e_1 \vec e_2 \vec e_3 \longrightarrow K^* = O^* \vec e_1^* \vec e_2^* \vec e_3^*$ :

! $\alpha \equiv O^* x^* y^*$ и $g \equiv O^* z^*$

$O^* = g \cap \alpha \Rightarrow O^*\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$

$$\vec e_3^* \begin{cases} \parallel \vec g(1,0,1) \\ |\vec e_3^*| = 1 \end{cases} \Rightarrow \vec e_3^*\left(\frac{\sqrt2}{2}, 0, \frac{\sqrt2}{2}\right)$$

$$\vec e_2^* \begin{cases} \perp \vec e_3^* \\ |\vec e_2^*| = 1 \end{cases} \Rightarrow \vec e_2^*(0, 1, 0)$$

$$\vec e_1^* = \vec e_2^* \times \vec e_3^* \Rightarrow \vec e_1^*\left( \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt2}{2} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\sqrt2}{2} & \frac{\sqrt2}{2} \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \frac{\sqrt2}{2} & 0 \end{vmatrix} \right)$$

$$\vec e_1^*\left(\frac{\sqrt2}{2}, 0, -\frac{\sqrt2}{2}\right)$$

Тогава
$$T = \begin{array}{c} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \\ \begin{matrix} \vec{e}_1^{\,*} & \vec{e}_2^{\,*} & \vec{e}_3^{\,*} \end{matrix} \end{array} \qquad \vec{OO}^* \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

3) Представяне на $\psi$ спр. $K^*$

$$\psi = \rho_{O^*z^*}(90^\circ) \circ \sigma_{O^*x^*y^*}$$

$$\psi \quad (X')^* = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos 90^\circ & -\sin 90^\circ & 0 \\ \sin 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}}_{A^*} \cdot X^* + \underbrace{\vec{o}}_{b^*}$$

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad b^* = \vec{o}$$

4) Представяне на $\psi$ спр. $K$

$$A = T \cdot A^* \cdot T^{-1} \qquad A = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{2} & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ -1 & \sqrt{2} & -1 \end{pmatrix}$$

$$b = -A \cdot \vec{OO}^* + \vec{OO}^* + T \cdot \vec{o} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$*$ $\quad *$ $\quad *$

5 зад. (Упражнение)

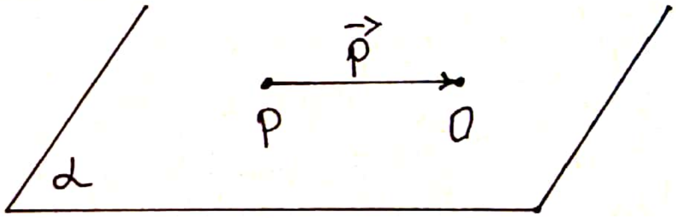
$$g: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}, \; t \in \mathbb{R} \qquad \measuredangle \theta = \frac{\pi}{4}, \quad \alpha \ni A(1,1,2)$$

?, въртящо отражение $\psi = \rho_g(45^\circ) \circ \sigma_\alpha$.

6 зад. ОКС $K = Oxyz$

Да се намери аналитично представяне на плъзгащо отражение $\psi$ с равнина на симетрия $\alpha: x+2y-z=0$, ако т.$P(-1,0,-1) \xrightarrow{\psi} O(0,0,0)$

Решение: $\psi = \tau_{\vec{p}} \circ \sigma_\alpha$




С непосредствена проверка установяваме, че т.$P \in \alpha$ и т.$O \in \alpha$, тогава

т.$P \xrightarrow{\sigma_\alpha}$ т.$P \xrightarrow{\tau_{\vec{p}}}$ т.$O \Rightarrow \vec{PO} = \vec{p} \Rightarrow \underline{/\vec{p}(1,0,1)/}$

Използваме представянето на $\sigma_\alpha$:

$$X' = \frac{1}{A^2+B^2+C^2} \cdot \begin{pmatrix} -A^2+B^2+C^2 & -2AB & -2AC \\ -2AB & A^2-B^2+C^2 & -2BC \\ -2AC & -2BC & A^2+B^2-C^2 \end{pmatrix} \cdot X + \frac{1}{A^2+B^2+C^2} \cdot \begin{pmatrix} -2AD \\ -2BD \\ -2CD \end{pmatrix}$$

За $\alpha: x+2y-z=0 \Rightarrow A=1,\ B=2,\ C=-1,\ D=0$

Окончателно представянето на $\psi$ е:

$$X' = \frac{1}{6} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -4 & 2 \\ -4 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot X + \underset{\text{от } D=0}{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} + \underset{\text{от } \vec{p}}{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}$$