Домашно №3 по Дизайн и Анализ на Алгоритми на специалности Информатика и Компютърни науки, 2 поток, летен семестър 2022/2023 г.

Краен срок за предаване: 04 юни 2023 г., 23ч 59м. Предаването е само в електронен вид в муудъл. Всички отговори трябва да бъдат обосновани формално, подробно и прецизно.

Задача	1	2	Макс.
получени точки			
от максимално	40	60	100

Задача 1: Нека A[1..n] и B[1..n] са сортирани масиви. За удобство може да допуснете, че никой от тях няма повтарящи се елементи и те нямат общи елементи. Докажете, че 2n-1 е долна граница за броя на сравненията при сливането (merge) на тези два масива в един сортиран масив C[1..2n].

Упътване: Използвайте аргументация с противник.

Задача 2: Дадена е непразна редица от цели положителни числа $\alpha = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$. Дадено е и цяло число $k \in \{1, \dots, n\}$. Нека $i_0, i_1, i_2, \dots, i_{k-1}, i_k$ са числа, такива че

$$i_0 = 1,$$

 $i_0 < i_1,$
 $i_1 < i_2,$
...
 $i_{k-1} < i_k,$
 $i_k = n + 1$

От тях i_0 и i_k са фиксирани, а останалите наричаме undercume. Нека I е множеството от индексите. Цената на I е

$$c(I) = \max_{0 \le j \le k-1} \sum_{s=i_j}^{i_{j+1}-1} a_s$$

Предложете ефикасен алгоритъм, който намира такива индекси, че c(I) е минимална. Достатъчно е Вашият алгоритъм да намира само цената, а не самите индекси. Аргументирайте коректността на Вашия алгоритъм и изследвайте сложността му по време.

Упътване: Помислете за алгоритъм по схемата Динамично Програмиране.