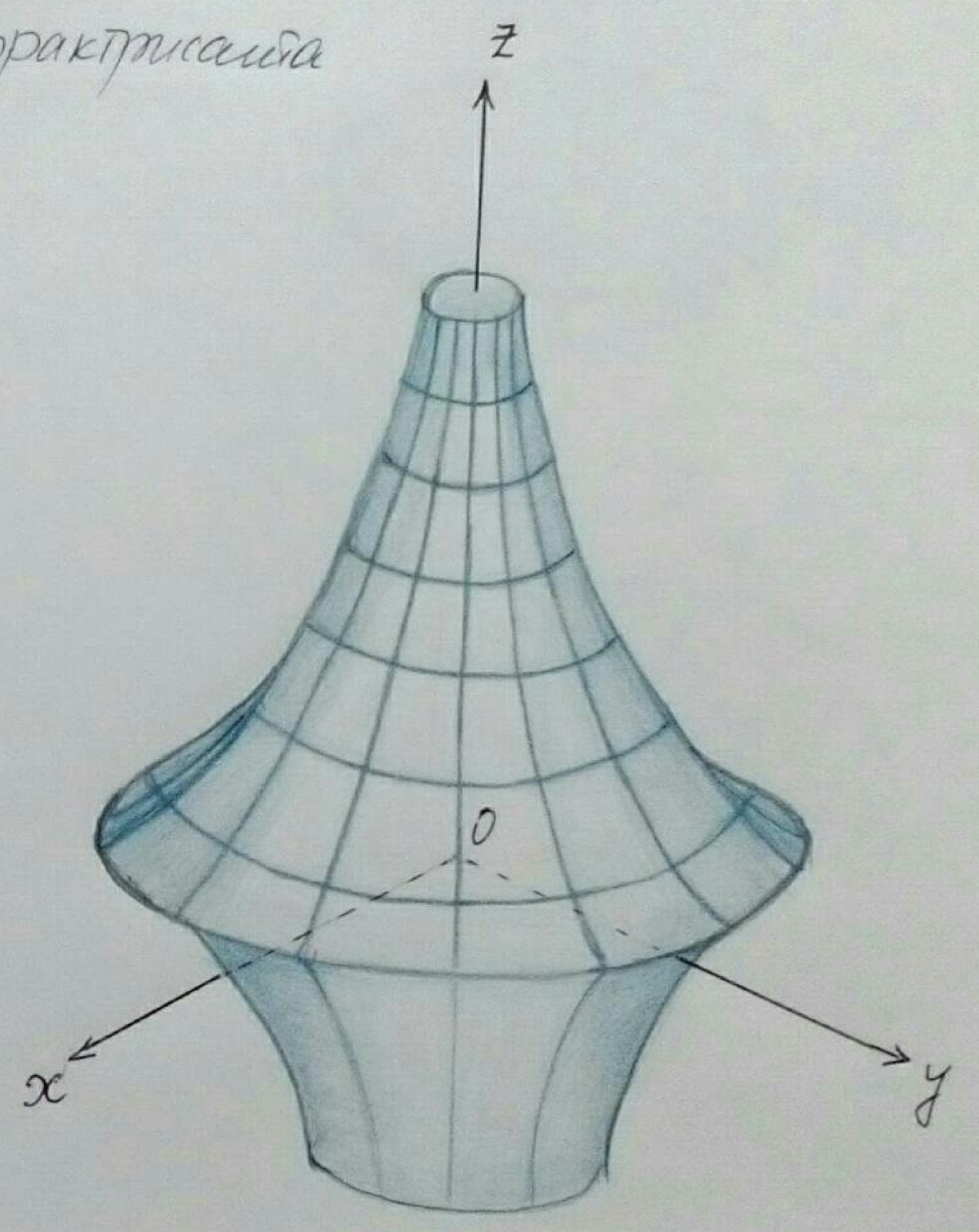
Псевдосфера

Получава се при завъртането на трактрисата около Oz

$$c: \begin{cases} x = a\sin u \\ y = 0 \\ z = a(\ln tg(\frac{u}{2}) + \cos u) \end{cases}$$

$$P: \begin{cases} x = a\sin u\cos v \\ y = a\sin u\sin v \\ z = a(\ln tg(\frac{u}{2}) + \cos u \end{cases}$$

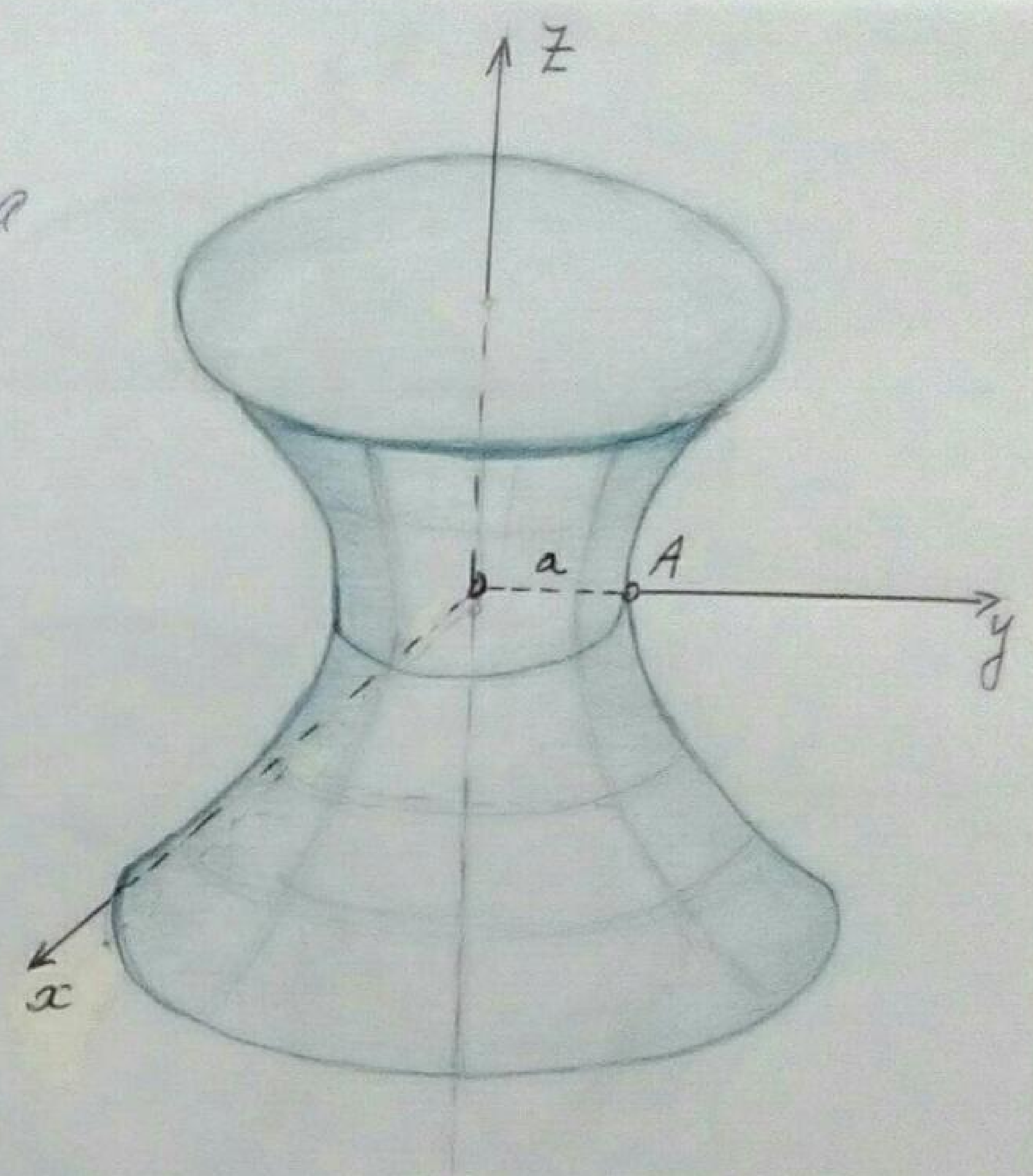


Катеноид

Получава се при завъртането на веригата

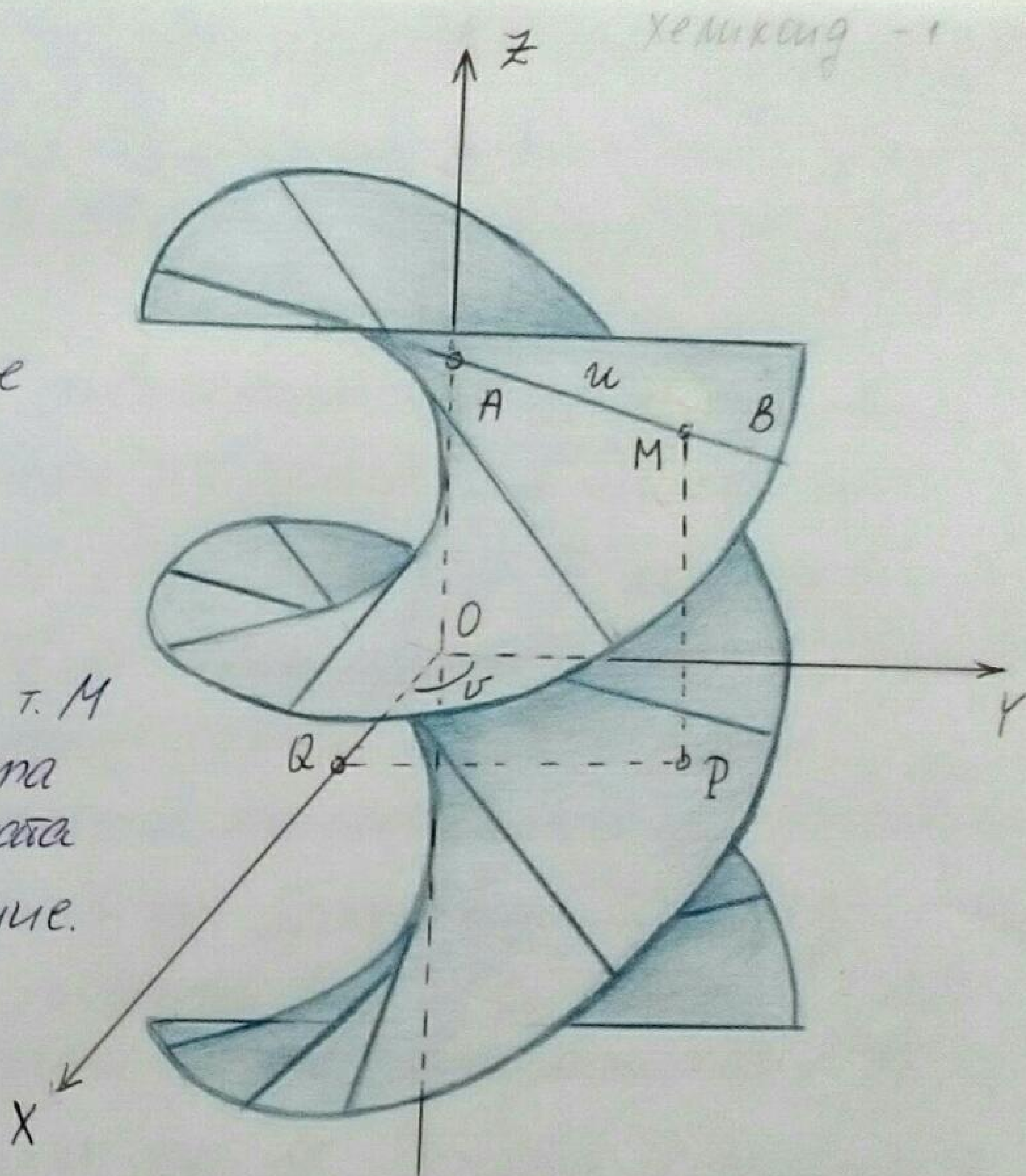
$$c: \begin{cases} x = a\,ch\left(\frac{u}{a}\right) \\ y = 0 \\ z = u \end{cases}$$ около Oz

$$C: \begin{cases} x = a\,ch\left(\frac{u}{a}\right)\cos v \\ y = a\,ch\left(\frac{u}{a}\right)\sin v \\ z = u \end{cases}$$



Прав хеликоид

Получава се при движението на права AB, пресичаща неподвижна права Oz (ос на хеликоида) под прав ъгъл, върти се около оста и в същото време се движи постъпателно по посока на оста като скоростите на тези движения са пропорционални.



За криволинейни координати (параметри) на т. M може да вземем 1. разстоянието $u = MA$ до оста и 2. ъгълът v на завъртане на образуващата AM като отчитаме от някое начално положение. Избираме ОКС K като оста му приемем за ос z, а началното положение на образуващата - за ос x. Тогава

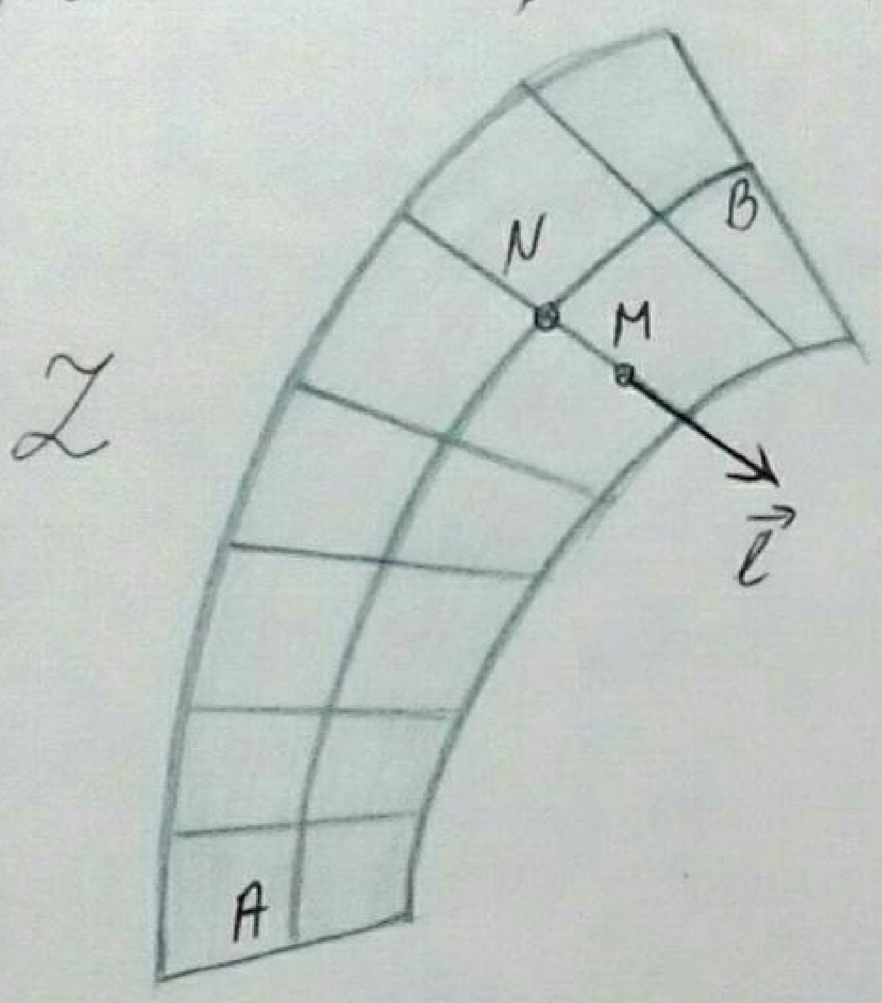
$$x = OQ = OP\cos v = MA\cos v = u\cos v$$

$$y = QP = a\sin v$$

Тъй като пътят OA, изминат от т. A по оста е пропорционален на ъгъла v, то $z = OA = b$, където b (ход на хеликоида) е преместването на образуваща при завъртане на един радиан. Следователно параметричните уравнения на хеликоида са

$$X: \begin{cases} x = u\cos v \\ y = u\sin v \\ z = bv \end{cases}$$

Линейни повърхнини – получават се при произволното движение на права линия (образуваща). Такива повърхнини примерно са простия хиперболоид, хиперболичния параболоид, хеликоида, цилиндричните и коничните повърхнини.



Върху линейна повърхнина вземаме произволна линия AB, различна от права и я приемаме за управителна. Означаваме с $\vec{r}$ радиус вектора на т. N, а дължината на дъгата от AB, отчетена от някое начало – с S. Имаме $\vec{r} = \vec{r}(s)$ – т.е. S определя положението на образуваща. Положението на т. M от образуваща задаваме с дължината на отсечката MN – u. Нека $\vec{l}$ е единичен вектор, колинеарен с образуващата NM

$\vec{l} = \vec{l}(s)$ и с $\vec{r}$ – радиус вектора на M. Тогава у-нието на Z е $\vec{r} = \vec{r}(s) + u\vec{l}(s)$. Координатните линии S се получават от AB при преместване на точките ѝ по образуващите на едно и също разстояние. Координатните линии u са праволинейните образуващи

за хеликоида.

Допирателен рой прави

Поражда се от права, която при движението си се допира до някоя пространствена крива. Като приемем тази крива за управителна имаме $\vec{l}(s) = \tilde{r}'(s) \Rightarrow \quad \vec{r} = \tilde{r} + u\tilde{r}'(s)$ или $\vec{r} = \tilde{r} + u\vec{t}(s)$.

заб. Вместо s можем да вземем друг параметър, само $\vec{t}$ няма да е единичен, а u – коефициент на пропорционалност, а не дължината.

Допирателният рой, породен от винтовата линия.

$$C: \quad x = a\cos\frac{s}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad y = a\sin\frac{s}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad z = \frac{bs}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$T: \begin{cases} x = a\cos\frac{s}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{au}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\frac{s}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ y = a\sin\frac{s}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{au}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\frac{s}{\sqrt{a^2+b^2}} \\ z = \frac{bs}{\sqrt{a^2+b^2}} + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}u. \end{cases}$$