2 тип, 1 задача

Нека $B(x_0, \dots x_r; t)$ е B-сплайнът от степен $r-1$ с възли $x_0 < x_1 < \dots < x_r$. Да се намери $\int\limits_{x_0}^{x_r} B(x_0, \dots, x_r; t)\,dt$.

Отговорът да се представи като функция, зависеща само от r.

$$B(x_0, \dots, x_r; t) \overset{\text{деф.}}{=} (x-t)_+^{r-1}[x_0, \dots, x_r] = \sum_{k=0}^{r} \frac{(x_k - t)_+^{r-1}}{\omega'(x_k)}$$

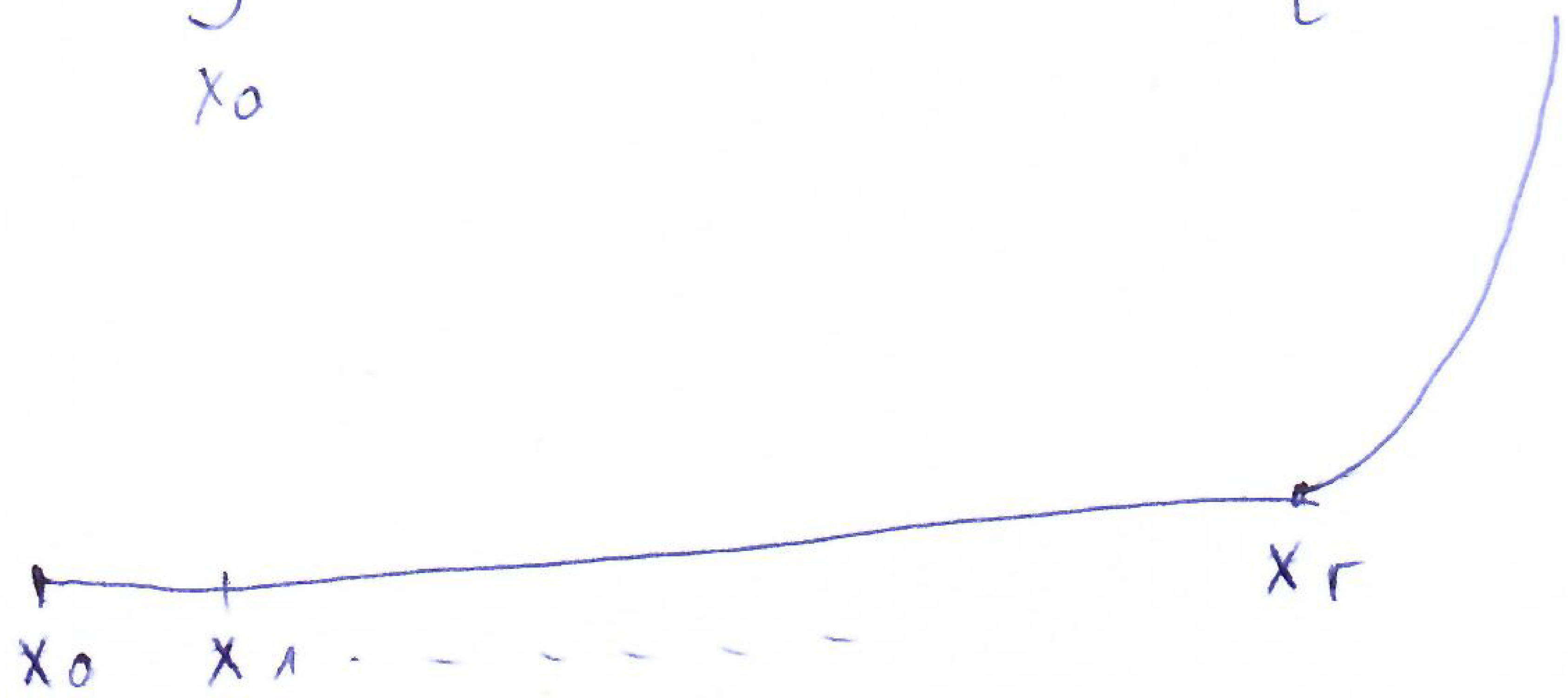
Вижда се, че $-\frac{1}{r}\sum\limits_{k=0}^{r} \frac{(x_k - t)_+^{r}}{\omega'(x_k)} = -\frac{1}{r}(x-t)_+^r[x_0, \dots x_r]$

е примитивна на $B(x_0, x_1, \dots x_r; t)$

Тогава

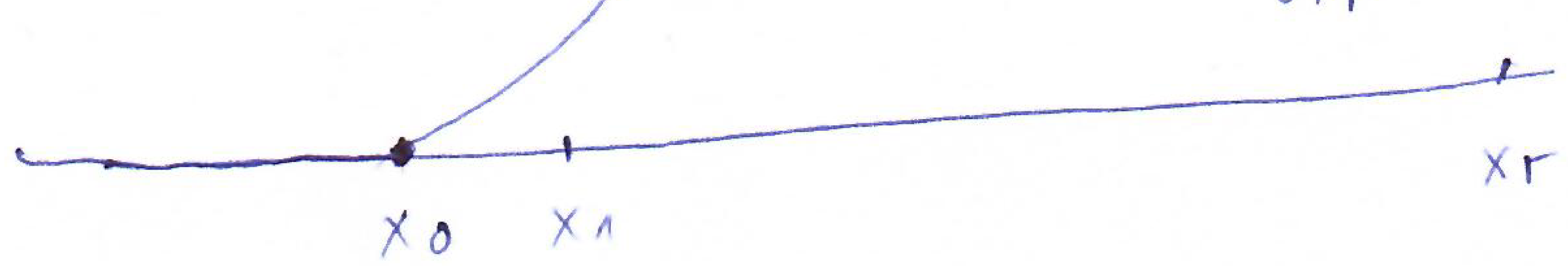
$$I = \int\limits_{x_0}^{x_r} B(x_0, \dots, x_r; t)\,dt = -\frac{1}{r}\left[(x-x_r)_+^r[x_0, \dots, x_r] - (x-x_0)_+^r[x_0, \dots, x_r]\right]$$

$\to (x-x_r)_+^r \equiv 0$ върху $[x_0, x_r]$



$\to (x-x_0)_+^r \equiv (x-x_0)^r$ върху $[x_0, x_r]$

$\underset{\pi_r}{\Uparrow}$



$$I = -\frac{1}{r}\left(0 - (x-x_0)^r[x_0, \dots x_r]\right) = -\frac{1}{r}(0-1) = \frac{1}{r},$$

защото $(x-x_0)^r[x_0, \dots, x_r] = $ коеф. пред $x^r = 1$.