Контролна работа №1
по Аналитична Геометрия
I курс, Информатика
13.11.2021 г.

Вариант 1

1 зад. Дадени са векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$, за които $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{6}$.

Нека $ABCD$ е успоредник и $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

Нека точката M е среда на AB, а точката F е среда на BC.

Нека точката E е такава, че $\overrightarrow{ME} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$.

a) (4т.) Да се докаже, че точките A, E, F са колинеарни;

b) (4т.) Да се намери лицето на ΔEFC ;

c) (4т.) Ако точката P е медицентър на ΔAED, да се изрази векторът $\overrightarrow{AP}$ като линейна комбинация на $\vec{a}$ и $\vec{b}$;

2 зад. Спрямо ОКС $K = Oxyz$ в пространството са дадени точките $A(-1, 0, 4), B(1, 1, 6)$ и $C(2, 0, 7)$.

a) (4т.) Да се намери периметъра на ΔABC;

b) (4т.) Да се определи вида на ΔABC според ъглите;

c) (8т.) Да се намерят координатите на точка H, която е пета на височината AH на ΔABC.

3 зад. Дадени са векторите $\vec{a}$ и $\vec{b}$, за които $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{2}, \sphericalangle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3\pi}{4}$.

Нека $\overrightarrow{OA} = \vec{a} + \vec{b},\ \overrightarrow{OB} = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{a} + \lambda\vec{a}$ и $\overrightarrow{OC} = \vec{a} \times \vec{b} + (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{b}$.

a) (4т.) Да се определи λ така, че векторите $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ да са колинеарни;

b) (8т.) Ако $\lambda = -1$, да се докаже, че векторите $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, и $\overrightarrow{OC}$ са линейно независими и да се намери обема на тетраедъра $OABC$.