

ГЕОМЕТРИЯ

I. Безкрайни елементи в равнината и пространството. Линейни трансформации. Централно проектиране.

- 1 зад. В разширената евклидова равнина E_2^* са дадени точките: $A(0, 2, 3)$ и $B(-1, 1, 2)$. Да се намери общо уравнение на правата AB и координатите на безкрайната точка на тази права.
- 2 зад. В разширената евклидова равнина E_2^* са дадени точките:
 $M(-1, 0, 2)$, $N(2, 1, -1)$, $P(0, 1, 2)$ и $Q(2, 0, 1)$. Да се намери общо уравнение на правата g , определена от точките M и N . Да се намерят координатите на безкрайната точка U на правата PQ . Да се намери аналитично представяне на централно проектиране ψ на E_2^* върху правата g с център точката U . За получената матрица да се проверят свойствата на централно проектиране.
- 3 зад. В разширената евклидова равнина E_2^* са дадени точките: $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $E(1, -1, 1)$ и $O(0, 0, 1)$. Да се намери аналитично представяне на линейната трансформация ϕ на E_2^* под действие, на която точките A , B , E и O се изобразяват съответно в B , A , O и E . Да се определят неподвижните точки и прави на ϕ .
- 4 зад. В разширената евклидова равнина E_2^* са дадени точките $O(0, 0, 1)$ и $P(0, -4, 1)$, и правата $g: y + 2t = 0$. Да се намери аналитично представяне на линейната трансформация ϕ на E_2^* под действие, на която правата g е поточно неподвижна, т. O се изобразява в т. P , а т. P се изобразява в т. O .
- 5 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* са дадени точките: $A(4, 3, 2, 1)$ и $B(1, 2, 3, 2)$. Да се намерят координатни параметрични уравнения на правата AB и координатите на безкрайната точка на тази права.
- 6 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* са дадени точките $M(1, 2, 5, 1)$, $N(2, 1, 1, 1)$ и $P(3, 2, 5, 3)$. Да се намери общо уравнение на равнината α , определена от точките M , N и P . Да се намерят координатни параметрични уравнения на безкрайната права на равнината α .
- 7 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* да се намерят координатите на общите безкрайни точки на равнините:
- a) $\alpha: 2x - 3z + t = 0$ и $\beta: 3x + 2y - 2t = 0$;
b) $\alpha: x - 2y + 2z - 3t = 0$ и $\beta: -2x + 4y - 4z + t = 0$.
- 8 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* са дадени точка $P(3, 2, 1, 1)$ равнините:
- $\pi: y - 2z + 5t = 0$, $\beta: x + 3y - z + 2t = 0$ и $\gamma: 2x + 2z - 3t = 0$. Да се намерят:
- a) Общо уравнение на равнината α , която минава през точката P и през безкрайната права на равнината π ;
b) Координатите на общата безкрайна точка U на равнините β и γ ;
c) Аналитично представяне на централно проектиране ψ на E_3^* върху равнината α с център точката U . За получената матрица да се проверят свойствата на централно проектиране.

9 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* са дадени точката $Q(1, 0, 2, 1)$ и правата a с уравнения:

$$a: \begin{cases} x = 2\lambda + 3\mu \\ y = \lambda - 2\mu \\ z = -\lambda - \mu \\ t = 3\lambda + \mu \end{cases}.$$

- a) Да се намери общо уравнение на равнината α , минаваща през точката Q и правата a ;
- b) Да се намерят координатни параметрични уравнения на правата b , която е успоредна на правата a и минава през точката Q .

10 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* са дадени правите a и b с координатни параметрични

уравнения: $a: \begin{cases} x = \mu \\ y = 2\lambda \\ z = \lambda \\ t = \mu \end{cases}, \quad b: \begin{cases} x = 2p + 3q \\ y = p \\ z = p + q \\ t = -q \end{cases}.$ Да се намери уравнение на равнината α ,

определена от правите a и b .

11 зад. В разширеното евклидово пространство E_3^* е дадено централно проектиране ψ с матрица:

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 4 & 4 \\ 3 & -7 & 3 & 3 \\ 2 & -2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Да се намерят координатите на центъра S на централното проектиране ψ и уравнение на равнината α , върху която се проектира.