

Домашна работа №1 за хората от минали години

Заг.1 Док, че $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ е в сила $49 \mid (2^{3n} - 7n - 1)$

Д-во: по индукция

1. База: $n=1, 2^{3 \cdot 1} - 7 \cdot 1 - 1 = 8 - 8 = 0$

$$49 \mid 0 \Rightarrow \text{вярно за } n=1$$

2. Нера е вярно за $n=k, k \in \mathbb{N}, k > 1$

$$49 \mid (2^{3k} - 7k - 1)$$

3. Доказвам, че е вярно за $n=k+1$

$$2^{3(k+1)} - 7(k+1) - 1 = 2^{3k+3} - 7k - 7 - 1 =$$

$$= 8 \cdot 2^{3k} - 8 \cdot 7k + 7 \cdot 7k - 8 =$$

$$= 8 \cdot (2^{3k} - 7k - 1) + 49 \cdot k$$

$$49 \mid (2^{3k} - 7k - 1) \text{ (от индукционното предположение)}$$

$$\text{и } 49 \mid 49 \cdot k \Rightarrow 49 \mid (2^{3(k+1)} - 7(k+1) - 1)$$

$$\Rightarrow \underline{49 \mid (2^{3n} - 7n - 1) \text{ е в сила } \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1.}$$



Заг. 2 Да се реши $264x + 204y = 25$

Реш: Намирам НОД на 264 и 204

$$264 = 204 \cdot 1 + 60$$

$$204 = 60 \cdot 3 + 24$$

$$60 = 24 \cdot 2 + 12$$

$$24 = \underline{12} \cdot 2 + 0 \Rightarrow (264, 204) = 12$$

$12 \nmid 25 \Rightarrow$ уравнението няма решения
за $x, y \in \mathbb{Z}$. ✓