

45655

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
TK1	1634765	5	1	I	Информатика
Име:	Майкъл Захариев Зарков				

5г.

## Теоретично контролно № 1

10 април 2022 г.

Задача 1. За какви числа  $k$  класът остатъци  $\bar{k} \in \mathbb{Z}_n$  е обратим елемент на пръстена  $\mathbb{Z}_n$ .

$$\text{За } (k, n) = 1$$

Задача 2. Формулирайте основната теорема на аритметиката.

Нека  $n \in \mathbb{N}$  и  $n > 1$ . Тогава  $n = p_1^{i_1} \cdot p_2^{i_2} \cdot \dots \cdot p_k^{i_k}$ ,  
 $p_1, \dots, p_k$  - прости,  $p_s \neq p_j$  (за  $s \neq j$ ),  $i_1, i_2, \dots, i_k \in \mathbb{N}$ ,  
 $i_1, i_2, \dots, i_k \geq 0$ .

Задача 3. Кога уравнението  $ax + by = c$  има решение. Ако  $(x_0, y_0)$  е решение, как се получават всички негови решения.

Уравнението има решение  $\Leftrightarrow (a, b) \mid c$ .

Всички решения: 
$$\begin{cases} x = x_0 + k \cdot \frac{b}{(a, b)} \\ y = y_0 - k \cdot \frac{a}{(a, b)} \end{cases}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Задача 4. Напишете определението за редуцирана система остатъци по модул  $n$ .

$S$ -остатък  $(S, n) = 1$

Задача 5. Формулирайте теоремата на Лагранж.

Нека  $G$  е крайна група.  $\mid H \mid \leq \mid G \mid$  и  $H \leq G$   
 Броят на ~~левите~~ <sup>левите/десните</sup> ~~свои~~ <sup>свои</sup> класове  
 делители на  $G$ ;  $\mid G : H \mid \mid \mid G \mid$

Задача 6. Напишете определението за комутативна операция.

Нека имаме операцията  $*$ :  $H * H \rightarrow H$ .  
 $*$  е комутативна, ако  $\forall a, b \in H, \quad a * b = b * a$ .

Задача 7. Докажете, че ако  $a \mid b$  и  $b \neq 0$ , то  $\mid a \mid \leq \mid b \mid$ .

Нека  $a \mid b, b \neq 0 \Rightarrow \exists q \in \mathbb{Z} : b = a \cdot q$   
 $0 \neq b \neq 0 \Rightarrow q \neq 0; \Rightarrow \mid q \mid \geq 1 \Rightarrow \mid a \mid \leq \mid q \cdot a \mid = \mid b \mid$