ТРИТЕ ИМЕНА:

ФАКУЛТЕТЕН №

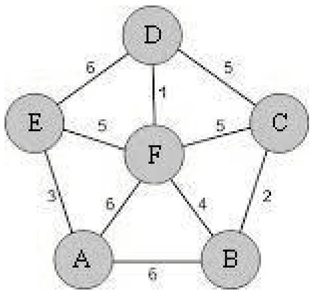
Зад. 1. В пространството са дадени 25 точки. Измежду всеки три от тях има поне две, които се намират на разстояние, по-малко от 1. Докажете, че съществува кълбо с радиус 1, съдържащо поне 13 от дадените точки.

Зад. 2. По колко начина 7 души могат да се наредят в редица, така че трима от тях (приятелите A, B и C) да застанат един до друг в произволен ред?
<u>Отг</u>. ....

Зад. 3. Пресметнете сбора $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \mathbin{.} 4^k$. **<u>Отг</u>**. ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 10 \mathbin{.} T(n) - 21 \mathbin{.} T(n-1) + 5n^2 \mathbin{.} 6^n$.
<u>Отг</u>. ....

Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф.
Какво минимално общо тегло получихте?
<u>Отг.</u> ....



Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички останали върхове. Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
<u>Отг.</u> ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов цикъл в показания граф?
Ако да — постройте го. Ако не — обяснете защо не съществува такъв.
<u>Отг.</u> ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,x_0 \vee \overline{x_2}\,x_1\,x_0 \vee x_2\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee x_2\,\overline{x_1}\,x_0$.
<u>Отг.</u> ....

Зад.12. Планарен граф има 6 върха и 6 лица. Колко ребра има? **<u>Отг.</u>** ....

Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.

ТРИТЕ ИМЕНА:

ФАКУЛТЕТЕН №

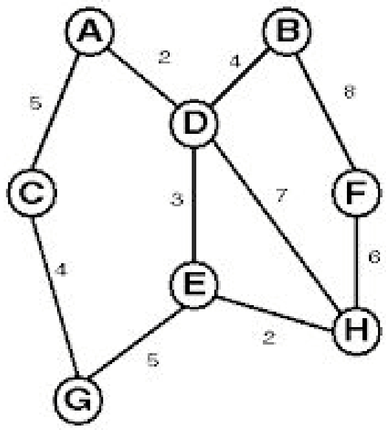
Зад. 1. Дадена е квадратна таблица $n \times n$. Всяка клетка на таблицата е оцветена в един от общо $n - 1$ различни цвята. На един ход можем да пребоядисаме всички клетки от даден ред или стълб в един и същи цвят, стига този цвят да го е имало в поне две от клетките на въпросния ред или стълб (непосредствено преди текущия ход). Докажете, че за краен брой ходове можем да пребоядисаме цялата таблица в един цвят.

Зад. 2. По колко начина 6 деца могат да се подредят на въртележка с 6 еднакви места? Местата са неразличими, важна е само подредбата на децата. На всяко място може да се качи само едно дете. **<u>Отг</u>**. ....

Зад. 3. Пресметнете сбора $\sum\limits_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \,.\, k \,.\, x^{k-1}$. **<u>Отг</u>**. ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 11 \,.\, T(n) - 18 \,.\, T(n-1) + 3n \,.\, 2^{n}$.
<u>Отг</u>. ....

Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф.
Какво минимално общо тегло получихте?
<u>Отг.</u> ....



Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички останали върхове.
Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
<u>Отг.</u> ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов цикъл в показания граф?
Ако да — постройте го. Ако не — обяснете защо не съществува такъв.
<u>Отг.</u> ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = \overline{x_2}\ \overline{x_1}\ x_0 \vee \overline{x_2}\ x_1\ \overline{x_0} \vee x_2\ \overline{x_1}\ \overline{x_0} \vee x_2\ x_1\ \overline{x_0}$.
<u>Отг.</u> ....

Зад.12. Дайте пример (с обосновка!) за непланарен хамилтонов граф. **<u>Отг.</u>** ....

Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.

ТРИТЕ ИМЕНА:

ФАКУЛТЕТЕН №

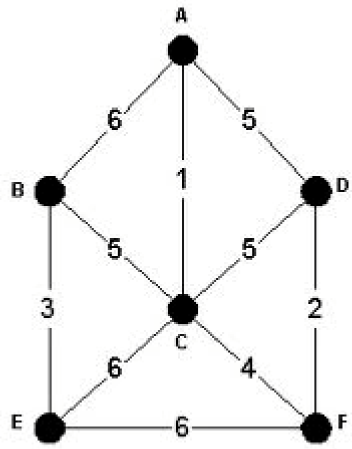
Зад. 1. Докажете, че от всеки осем цели числа, взети по произволен начин, могат да се изберат две, разликата от квадратите на които се дели на 13.

Зад. 2. Колко различни венеца могат да се направят от 9 различни цветя? **Отг**. ....

Зад. 3. Пресметнете сбора $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} . 3^{k} . 7^{n-k}$. **Отг**. ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 13 \,.\, T(n) - 30 \,.\, T(n-1) + 10^{n+3}$.
Отг. ....

Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф.
Какво минимално общо тегло получихте?
Отг. ....



Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички останали върхове. Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число.
Отг. ....

Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число.
Отг. ....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
Отг. ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов цикъл в показания граф?
Ако да — постройте го. Ако не — обяснете защо не съществува такъв.
Отг. ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = \overline{x_2}\ \overline{x_1}\ x_0 \vee \overline{x_2}\ x_1\ x_0 \vee x_2\ \overline{x_1}\ \overline{x_0} \vee x_2\, x_1\, x_0$.
Отг. ....

Зад.12. Планарен граф има 8 върха и 10 ребра. Колко лица има? **Отг.** ....

Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.

ТРИТЕ ИМЕНА:

ФАКУЛТЕТЕН №

Зад. 1. Можем ли да попълним таблица 3 × 3, като във всяка клетка напишем някое от числата 0, 1, 2 така, че всички сборове по редове, по стълбове и по двата диагонала да бъдат различни?
Ако да — дайте пример. Ако не — обяснете защо е невъзможно.

Зад. 2. По колко начина можем да прочетем думата КИПЪР, ако от всяка буква можем да слезем само по диагонал — наляво или надясно — с една стъпка? (Почерненените букви показват един възможен прочит.)

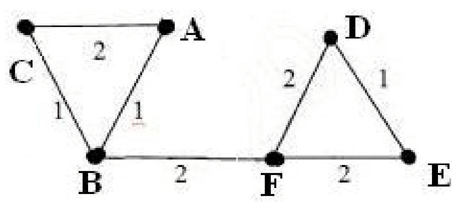
		К		К		
	И		И			
П		**П**		П		
	Ъ		**Ъ**		Ъ	
		Р		Р		Р

Отг. ....

Зад. 3. Пресметнете сбора $\sum\limits_{k=2}^{n} \binom{n}{k} \,.\, k \,.\, (k-1) \,.\, x^{k-2}$. **Отг**. ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 20 \,.\, T(n) - 75 \,.\, T(n-1) + 5n^3 \,.\, 13^n - n \,.\, 15^{n-1}$.
Отг. ....

Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф.
Какво минимално общо тегло получихте?
Отг. ....



Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички останали върхове. Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число. **Отг.** .....
Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число. **Отг.** .....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
Отг. ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов път в показания граф? А хамилтонов цикъл?
Ако да — постройте ги. Ако не — обяснете защо не съществуват.
Отг. ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = \overline{x_2}\ \overline{x_1}\ \overline{x_0} \vee \overline{x_2}\ \overline{x_1}\ x_0 \vee \overline{x_2}\ x_1\ \overline{x_0} \vee x_2\ \overline{x_1}\ x_0$.
Отг. ....

Зад.12. Дайте пример (с обосновка!) за непланарен граф без ойлерова верига. **Отг.** ......

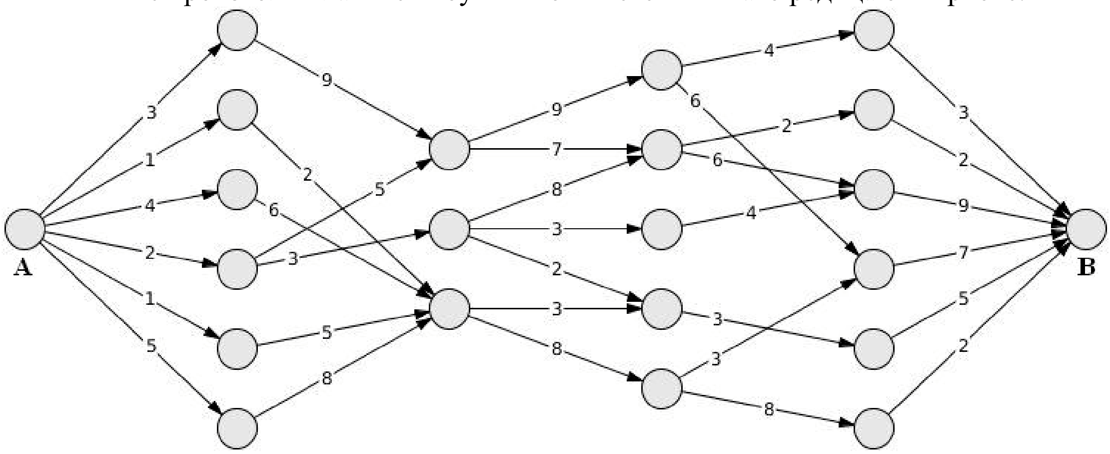
Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.

ТРИТЕ ИМЕНА:

ФАКУЛТЕТЕН №

Зад. 1. В квадрат със страна 3 см са разположени 11 точки. Докажете, че поне две от тези точки се намират на разстояние, по-малко от 1,5 см.

Зад. 2. Намерете най-късия път от A до B. За целта именувайте върхове на намерения път с произволни латински букви и опишете пътя като редица от върхове.

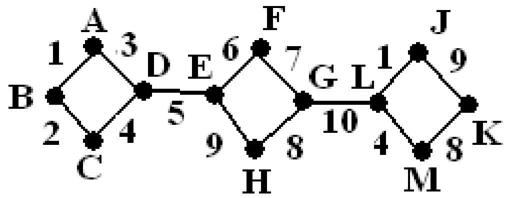


Отг. Най-късият път от A до B е .... и дължината му е ....

Зад. 3. Пресметнете сбора $C_n^1 - C_n^2 + C_n^3 - C_n^4 + \ldots + (-1)^{n+1} C_n^n$. **Отг.** ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 12\,.\,T(n) - 36\,.\,T(n-1) + 5n^2\,.\,6^n$.
Отг. ....

Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф. Какво минимално общо тегло получихте?
Отг. ....



Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички други върхове. Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число. **Отг.** ....

Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число **Отг.** ....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
Отг. ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов път в показания граф?
Ако да — постройте го. Ако не — обяснете защо не съществува такъв.
Отг. ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\,\overline{x_1}\,x_0 \vee x_2\,\overline{x_1}\,\overline{x_0} \vee \overline{x_2}\,x_1\,\overline{x_0}$.
Отг. ....

Зад.12. Планарен граф има 7 ребра и 3 лица. Колко върха има? **Отг.** ....

Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.

ТРИТЕ ИМЕНА:

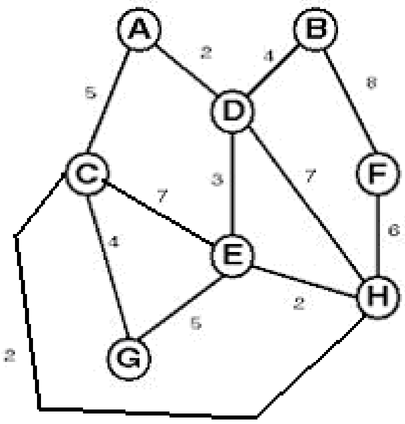
ФАКУЛТЕТЕН №

Зад. 1. На квадратна маса със страна 70 см лежат разгънати 100 квадратни салфетки, без да се подават от краищата на масата. Страната на всяка салфетка е 10 см. Да се докаже, че в масата може да се забие гвоздей, който преминава през поне три салфетки.

Зад. 2.. По колко начина Дядо Коледа може да подари 19 еднакви подаръка на 6 деца така, че всяко дете да получи поне два подаръка? (Това, че подаръците са еднакви, означава, че има значение само броят на подаръците, получени от всяко дете.) **<u>Отг</u>**. ....

Зад. 3. Пресметнете сбора $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot x^{2k}$. **<u>Отг</u>**. ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 14 \,.\, T(n) - 49 \,.\, T(n-1) + 2n^5 \,.\, 3^n$.
<u>Отг</u>. ....



Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф.
Какво минимално общо тегло получихте?
<u>Отг.</u> ....

Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички останали върхове.
Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число. **<u>Отг.</u>** .....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
<u>Отг.</u> ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов цикъл в показания граф?
Ако да — постройте го. Ако не — обяснете защо не съществува такъв.
<u>Отг.</u> ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = x_2 x_1 x_0 \vee \overline{x_2}\, \overline{x_1}\, x_0 \vee x_2\, \overline{x_1}\, \overline{x_0} \vee \overline{x_2}\, x_1\, \overline{x_0}$.
<u>Отг.</u> ....

Зад.12. Дайте пример (с обосновка!) за непланарен граф без ойлерова верига. **<u>Отг.</u>** ......

Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.

ТРИТЕ ИМЕНА:

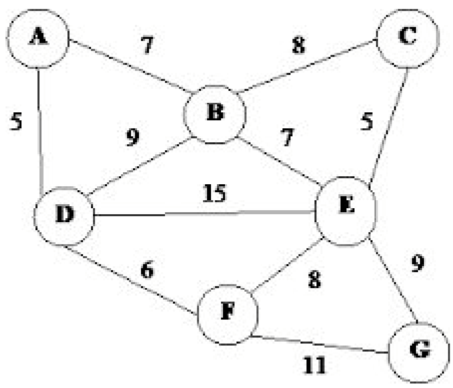
ФАКУЛТЕТЕН №

Зад. 1. В куб със страна 3 см са разположени 50 точки. Докажете, че поне две от тези точки се намират на разстояние, по-малко от 1,9 см.

Зад. 2. Докажете, че n-мерният хиперкуб е хамилтонов граф.

Зад. 3. Пресметнете сбора $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 2015^{k+1}$. **<u>Отг</u>**. ....

Зад. 4. Решете с точност до неопределени коефициенти рекурентното уравнение:
$T(n+1) = 12 \cdot T(n) - 20 \cdot T(n-1) + 7n^2 \cdot 9^n$.
<u>Отг</u>. ....



Зад. 5. Намерете минимално покриващо дърво на изобразения граф. Какво минимално общо тегло получихте? **<u>Отг.</u>** ....

Зад. 6. За същия граф намерете най-кратките пътища от върха A до всички останали върхове. Изобразете получените пътища като дърво с корен A.

Зад. 7. За същия граф намерете (с обосновка!) върховото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 8. За същия граф намерете (с обосновка!) ребровото хроматично число.
<u>Отг.</u> ....

Зад. 9. Съществува ли ойлерова верига в показания граф?
Ако да — постройте я. Ако не — обяснете защо не съществува такава.
<u>Отг.</u> ....

Зад.10. Съществува ли хамилтонов цикъл в показания граф?
Ако да — постройте го. Ако не — обяснете защо не съществува такъв.
<u>Отг.</u> ....

Зад.11. Чрез алгоритъма на Куайн—Маккласки минимизирайте дизюнктивната нормална форма $y = \overline{x_2}\, x_1\, x_0 \vee x_2\, \overline{x_1}\, \overline{x_0} \vee x_2\, \overline{x_1}\, x_0 \vee x_2\, x_1\, \overline{x_0}$.
<u>Отг.</u> ....

Зад.12. Планарен граф има 7 върха и 6 лица. Колко ребра има? **<u>Отг.</u>** ....

Всяка задача носи по 2 точки. Оценката е равна на 2 + 0,20 × точките.