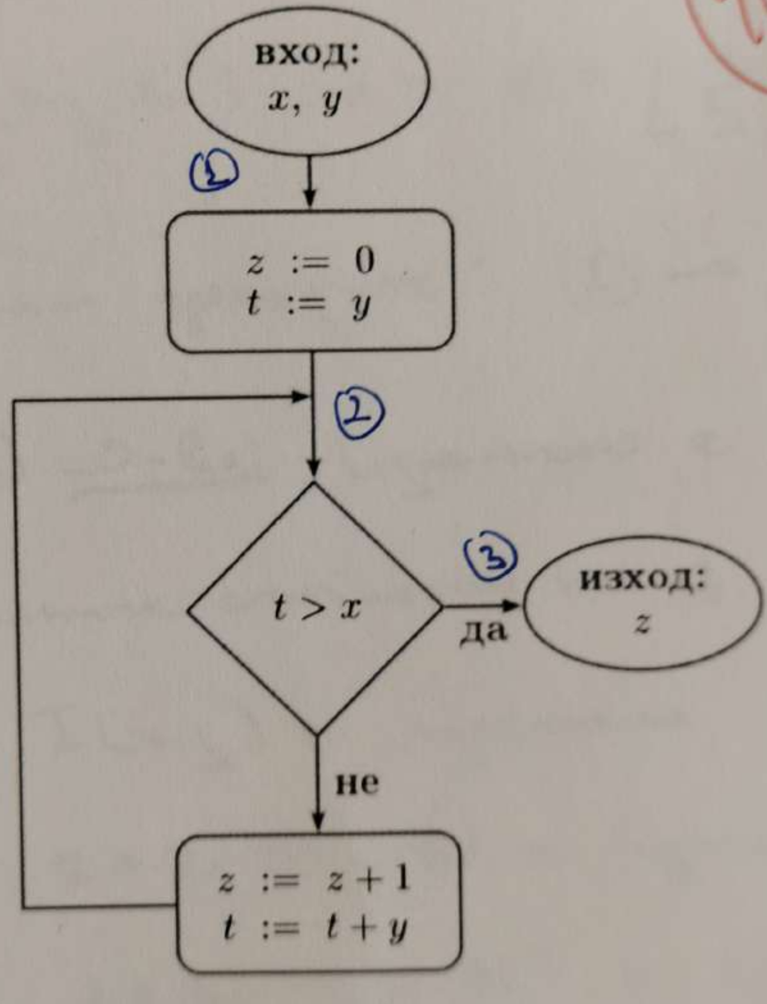
вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
A	45655	II		3	инф.
Име:	Майкъл Зарков				

10 т

Първо контролно по СЕП, Информатика, 08.04.2024

Задача. Докажете тотална коректност на програмата относно:
входно условие $I(x, y) \iff x \in \mathbb{N}\ \&\ y \in \mathbb{N}^{+}$ и
изходно условие $O(x, y, z) \iff z = \lfloor \frac{x}{y} \rfloor$.



Успех! ☺

$\underline{5.}$ $z = \frac{t}{y} - 1$, т.е $0 = \frac{y}{y} - $

...ойчо Зарков, фн: 45655

<u>Екв. условия</u>

(1) $I(x,y) \iff x \in \mathbb{N}$ & $y \in \mathbb{N}^+$

(2) $B(x,y,z,t) \iff I(x,y)$ & $z \in \mathbb{N}$ & $t \in \mathbb{N}^+$ & $z \le \frac{x}{y}$ & $z = \frac{t}{y} - 1$

(3) $O(x,y,z) \iff z = \lfloor \frac{x}{y} \rfloor$

Доказвам преходите: (1) → (2), (2) → (2), (2) → (3)

(1) → (2) <u>Д-во:</u> Изпълнено е $I(x,y)$, т.е. $x \in \mathbb{N}$ & $y \in \mathbb{N}^+$.

Началните стойности на z и t са: $z_0 = 0$ и $t_0 = y$

<u>1.</u> $I(x,y)$ е изпълнено

<u>2.</u> $z = z_0 = 0 \in \mathbb{N}$ е изпълнено

<u>3.</u> $t = t_0 = y \in \mathbb{N}^+$ е изпълнено (по условие)

<u>4.</u> $z \le \frac{x}{y}$, т.е. $0 \le \frac{x}{y}$ - изпълнено е

<u>5.</u> $z \cancel{\le} = \frac{t}{y} - 1$, т.е. $0 \cancel{\le} = \frac{y}{y} - 1 = 0$ - вярно

$\overset{1...5}{\Longrightarrow}$ (1) → (2) е в сила. (Ако $I(x,y)$ е в сила, то и $B(x,y,z,t)$ е истина).

(2) → (2) <u>Д-во:</u> Нека е в сила $B(x,y,z,t)$ и $t \le x$. Докажем, че е изпълнено $B(x,y,z',t')$, където z' и t' са следващите стойности на z и t.

<u>1.</u> $B(x,y,z,t)$ е в сила, значи $I(x,y)$ е изпълнено.

<u>2.</u> ? $z' \in \mathbb{N}$; $z' = z+1$, $z \in \mathbb{N}$, следователно $z' \in \mathbb{N}$.

<u>3.</u> ? $t' \in \mathbb{N}^+$; $t' = t+y$, $t \in \mathbb{N}^+$, $y \in \mathbb{N}^+$, значи $t' \in \mathbb{N}^+$

<u>4.</u> ~~...~~ ? $z' \le \frac{x}{y}$; $z' = z+1 = \frac{t}{y} - 1 + 1 = \frac{t}{y}$

от $B(x,y,z,t)$

но $t \le x$ (по условие),

значи $z' = \frac{t}{y} \le \frac{x}{y}$ ✓

<u>5.</u> на другата страница ☺

5. ? $z' = \frac{t'}{y} - 1$; $z' = z + 1 \underset{\substack{\uparrow \\ B(x,y,z,t)}}{=} \frac{t}{y} - 1 + 1 = \frac{t}{y} + \frac{y}{y} - 1 =$

$= \frac{t+y}{y} - 1 = \frac{t'}{y} - 1$, получи точно $z' = \frac{t'}{y} - 1$

$\underline{1 \dots 5} \Longrightarrow$ преходът (2) → (2) е в сила ($B(x,y,z',t')$ е в сила).

(2) → (3) Д-во: Нека е в сила $B(x,y,z,t)$ & $t > x$.

Дали $z = \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor$?

От $B(x,y,z,t)$ следва, че $z \le \frac{x}{y}$. По предположение $t > x$, значи:

$z \le \frac{x}{y} < \frac{t}{y}$ // от $B(x,y,z,t)$ $z = \frac{t}{y} - 1$, $\frac{t}{y} = z+1$

$z \le \frac{x}{y} < z+1$, но $z \in \mathbb{N}$ (от B), значи $\frac{x}{y}$ е между естествените

числа z и $z+1$, следователно $z = \left\lfloor \frac{x}{y} \right\rfloor$ □ (частично коректна)

Дали програмата завършва за всеки вход удовлетворяващ $I(x,y)$? Допускаме, че не завършва за някой вход x, y. Тогава ще преминем безброй много пъти през проверката и през тялото на цикъла. Първоначалната стойност на t е $t_0 = y \ge 1$. При всяко преминаване през тялото увеличаване t с $y \in \mathbb{N}^+$. Тогава след x на брой преминавания през тялото ще

$y \ge 1$

имаме неравенствата: $t = t_0 + x \cdot y \ge 1 + x \cdot 1 = x+1 > x$, т.е. $t > x$.
↯ с допускането, че $t \le x$. Следователно програмата завършва за всеки вход изпълняващ $I(x,y)$. Следователно програмата е тотално коректна. □