4 задача, 1 тип

Да се намери полинома от π_1, приближаващ по метода на най-малките квадрати таблицата.

x_i	0	1	3	4
f_i	5	2	2	1

Имаме най-добро приближение в хилб. п-во със скаларно произведение $(f,g) = \sum_{i=1}^{4} f(x_i)g(x_i)$

Нека $P = B.1 + A.x \in \pi_1$ е търсеният полином

От условията за ортогоналност на $f-P$ с 1 и с x получаваме следната линейна с-ма с неизвестни B и A.

$$\left|\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{4} (f_i - (B.1 + Ax_i)).1 = 0 \\ &\sum_{i=1}^{4} (f_i - (B.1 + Ax_i))x_i = 0 \end{aligned}\right.$$

$$\left(\sum_{i=1}^{4} 1.1\right)B + \left(\sum_{i=1}^{4} x_i.1\right)A = \sum_{i=1}^{4} f_i$$

$$\left(\sum_{i=1}^{4} 1.x_i\right)B + \left(\sum_{i=1}^{4} x_i.x_i\right)A = \sum_{i=1}^{4} f_i x_i$$

Сумите пресмятаме като използваме данните от табличката.

$$\left|\begin{aligned} &4.B + 8.A = 10 \\ &8.B + 26.A = 12 \end{aligned}\right. \Rightarrow \left|\begin{aligned} &4B + 8A = 10 \\ &4B + 13A = 6 \end{aligned}\right. \Rightarrow 5A = -4, \quad A = \frac{-4}{5}$$

$$4B + 8\left(-\frac{4}{5}\right) = 10 \Rightarrow B = \frac{41}{10}$$

Окончателно търсеният полином е $\boxed{P = -\frac{4}{5}x + \frac{41}{10}}$