3. За задачата на ЛО

$$
(L)\quad \left|\begin{array}{l}
\max\ z_L(x) = x_1 + x_2 \\
-x_1 - x_2 \geq 1 \\
x_1 - 2x_2 \leq 2 \\
x_2 \geq 0
\end{array}\right.
$$

а) напишете съответната канонична задача (K);

б) намерете множеството от оптимални решения и оптималната ст-т на целевата функция на задачите (K) и (L) като използвате таблична форма на СМ.

Решение: а) $x_1 = x_1^+ - x_1^-$

$$
(K)\quad \left|\begin{array}{l}
\min\ z_K(x) = -x_1^+ + x_1^- - x_2 \\
-x_1^+ + x_1^- - x_2 - x_3 = 1 \\
x_1^+ - x_1^- - 2x_2 + x_4 = 2 \\
x_1^+ \geq 0,\ x_1^- \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0
\end{array}\right.
$$

б) (K) има частичен базис x_4. Добавяме изкуствена променлива x_5 и пишем

$$
(M)\quad \left|\begin{array}{l}
\min\ z_K(x) = -x_1^+ + x_1^- - x_2 \boxed{+ M x_5} \\
-x_1^+ + x_1^- - x_2 - x_3 \boxed{+x_5} = 1 \\
x_1^+ - x_1^- - 2x_2 + x_4 = 2 \\
x_1^+ \geq 0,\ x_1^- \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ \boxed{x_5 \geq 0}
\end{array}\right.
$$

която е в базисен вид спрямо начален базис $\{x_5, x_4\}$

X_B	C_B	x_1^+	x_1^-	x_2	x_3	x_4	x_5	$\overline{b}$
		-1	1	-1	0	0	M	
x_5	M	-1	1	-1	-1	0	1	1
x_4	0	1	-1	-2	0	1	0	2
$\overline{c}$		M-1	-M+1	M-1	M	0	0	-M
x_1^-	1	-1	1	-1	-1	0	1	1
x_4	0	0	0	-3	1	1	1	3
		0	0	0	1	0	M-1	-1

1ва СТ

$\min\left\{\frac{1}{1}\right\} = 1$

x_1^- влиза

x_5 излиза

2ра СТ

$\forall$ относ. оценки са ≥ 0.

$\Rightarrow$ оптим. бдр. на M

$x^*_M\ (0,1,0,0,3,0)$ $\quad z^*_M = z(x^*_M) = 1$

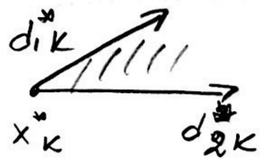
$d^*_{1M}\ (1,1,0,0,0,0)$ от $\overline{c}_{x_1} = 0$

$d^*_{2M}\ (0,1,1,0,3,0)$ от $\overline{c}_{x_2} = 0$

$\Rightarrow$ $x^*_K\ (0,1,0,0,3)$ $\quad z^*_K = z(x^*_K) = 1$

$\Rightarrow$ $d^*_{1K}\ (1,1,0,0,0)$

$d^*_{2K}\ (0,1,1,0,3)$



$\forall$ реш. на (K) са $x^*_K + t_1 d^*_{1K} + t_2 d^*_{2K}$ за $t_1 \geq 0$, $t_2 \geq 0$

$\Rightarrow$ $x^*_L\ (-1,0)$ $\quad z^*_L = z(x^*_L) = -1$

$d^*_{1L}\ (0,0)$

$d^*_{2L}\ (-1,1)$

$\forall$ реш. на (L) са $x^*_L + t_2 d^*_{2L}$ за $t_2 \geq 0$ или всяка точка

от вида $(-1-t_2, t_2)$ за $t_2 \geq 0$,

т.е. н-то от решения на (L) е лъч.

За задачата (L):

в) напишете двойнствената задача (DL);

г) като използвате СТ от подточка б), посочете едно оптимално решение на (DL) и оптим. ст-ти на нейната целева ф-ия.

Решение:

в) $(L) \to (L) \left|\begin{array}{l} \max\ x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \leq -1 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_2 \geq 0 \end{array}\right.$

$$(DL) \left|\begin{array}{l} \min\ -\pi_1 + 2\pi_2 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \\ \pi_1 - 2\pi_2 \geq 1 \\ \pi_1 \geq 0,\ \pi_2 \geq 0 \end{array}\right.$$

г) Двойнствената на (K) е:

$$(DK) \begin{array}{l} \max\ y_1 + 2y_2 \\ -y_1 + y_2 \leq -1 \\ y_1 - y_2 \leq 1 \\ -y_1 - 2y_2 \leq -1 \\ -y_1 \leq 0 \\ y_2 \leq 0 \end{array} \Rightarrow (DK) \left|\begin{array}{l} \max\ y_1 + 2y_2 \\ y_1 - y_2 = 1 \\ -y_1 - 2y_2 \leq -1 \\ y_1 \geq 0,\ y_2 \leq 0 \end{array}\right.$$

Връзката между променливите на (DL) и (DK) е

$$(\#) \quad (\pi_1, \pi_2) = (y_1, -y_2)$$

(8)

От последната симплекс таблица при решаване на (K), за решение на (DK) получаваме

$$y^* = c_B^T B^{-1} = [1,0]\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = [1,0]$$

От връзката (#) за решение на (DL) имаме

$\pi^* = [1,0]$.

Оптим. ст-т на цел. ф-ия на (DL) е:

$-1.1 = -1$,

същата като z^*_L.