

# Задачи за упражнение върху теория на числата за Информатика 2019

Иво Стратев

6 март 2020 г.

## Стандартни задачи

### Евклид и Безу

Да се намери Н.О.Д. на числата  $a$  и  $b$ , както и числа отговарящи на тъждеството на Безу, където:

- $a = 10$  и  $b = 15$
- $a = 120$  и  $b = 70$
- $a = -100$  и  $b = 150$
- $a = -10$  и  $b = -30$

### Диофант 2 за 1

Да се реши диофантовото уравнение  $ax + by = c$ , където:

- $a = 10$ ,  $b = 15$  и  $c = 5$
- $a = 10$ ,  $b = 15$  и  $c = 13$
- $a = 120$ ,  $b = 70$  и  $c = 30$
- $a = -100$ ,  $b = 150$  и  $c = 50$
- $a = -10$ ,  $b = -30$  и  $c = 7$

## Сравнения

Да се намери остатъка на  $7^7$  при 2, 5 и 50.

## Линейни сравнения

Да се реши сравнението  $ax \equiv b \pmod{n}$ , където:

- $a = 10, b = 15$  и  $n = 7$
- $a = 64, b = 78$  и  $n = 5$
- $a = 10, b = 15$  и  $n = 5$
- $a = 9, b = 21$  и  $n = 6$
- $a = 100, b = 150$  и  $n = 50$
- $a = 10, b = 15$  и  $n = -7$

## Системи линейни сравнения

Да се решат системите:

$$\begin{cases} 7x \equiv 320 \pmod{3} \\ 49x \equiv 101 \pmod{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16x \equiv 120 \pmod{6} \\ 49x \equiv 78 \pmod{5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x \equiv 320 \pmod{3} \\ 49x \equiv 101 \pmod{5} \\ 16x \equiv 28 \pmod{13} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x \equiv 20 \pmod{4} \\ 4x \equiv 8 \pmod{6} \\ 10x \equiv 30 \pmod{5} \end{cases}$$

## По-занимателни задачи

1. Да се определят цифрите  $a$  и  $b$ , така че 105 да дели числото  $25ab5$
2. Да се пресметне  $\varphi(\varphi(\varphi(9!)))$
3. Да се реши уравнението  $\varphi(n) = 4$
4. Да се реши уравнението  $\varphi(n) = \frac{3}{2}n$
5. Да се намерят последните две цифри на  $33^{101} + 177^{202}$
6. Да се намери остатъка на числото  $(5^{1000} + 13^{200})^{64}$  спрямо 9
7. Да се определи за кои прости числа  $p$  е изпълнено  $9^p \equiv 29 \pmod{p}$
8. Да се определи за кои прости числа  $p$ :  $p^p$  дели  $20^p + 1$
9. Да се докаже  $(\forall n \in \mathbb{N})(15 \mid 11n^8 + 34n^{16})$
10. Да се определи за кои естествени числа  $n$  36 дели  $5^n + 10^n$