вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2	45655	3		2	Информатика
Име:	Майкъл Зарков				

Първо контролно по ЕАИ - 03.12.2022 г.

1

Зад. 1. (1 точка) Постройте минимален детерминиран автомат за езика

$$L = \{ba\}^* \cdot \{bb\}^* \cup \{a\} \cdot \{a\}^*$$

като използвате изучавани конструкции или докажете, че L е точно езикът на построения автомат.

Зад. 2. (**2** точки) Определете кои от следните езици са регулярни (с доказателство):

1 + 0.3

$$L_1 = \{a^k \mid k \in \mathbb{N} \quad \& \quad (\forall n \in \mathbb{N})(k \neq 3^n)\} \cdot \{a^{3^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$L_2 = (\{bb\}^* \cdot \{aaaa\}^* \cdot \{bb\}) \cup \{b^n a^k b^t \mid n, k \in \mathbb{N} \,\&\, t \geq 2 \,\&\, n \equiv k \,(mod\, t)\}$$

/

Зад. 3. (1 точка) Докажете, че винаги когато езикът $L \subseteq \{a, b\}^*$ е регулярен, езикът

/бзсва

$$root(L) = \{\gamma \# b^n \mid n \in \mathbb{N} \quad \& \quad \gamma^n \in L\}$$

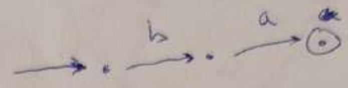
също е регулярен. *Упътване: адаптирайте декартовата конструкция, използвайки автомат със състояния от вида $Q^{|Q|+1} \times \{0, 1\}$, където Q са състоянията на автомат за L. Кодирайте изчисленията върху γ и ги преизползвайте.*

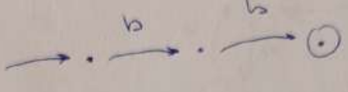
4.30

Екипът Ви пожелава успех.

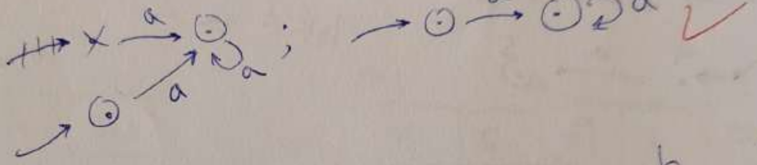
Бешева

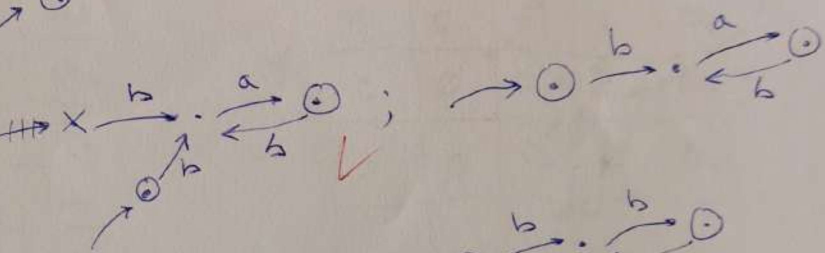
Зад. 1 $L = \{ba\}^* \cdot \{bb\}^* \cup \{a\} \cdot \{a\}^*$

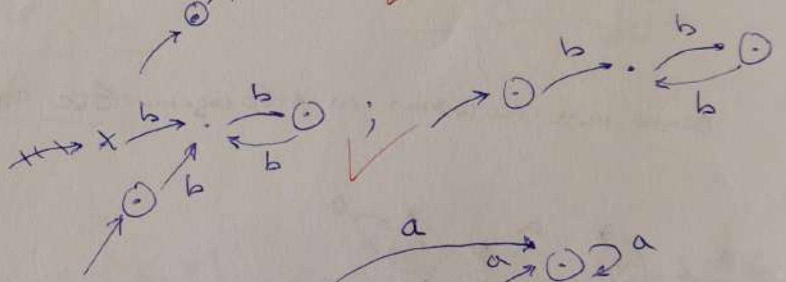
1. Автомат за езика $\{ba\}$: 

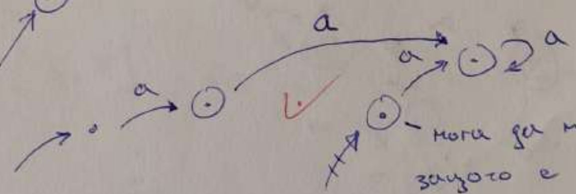
2. Автомат за $\{bb\}$: 

3. $\{a\}$: 

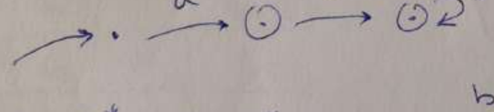
4. $\{a\}^*$: 

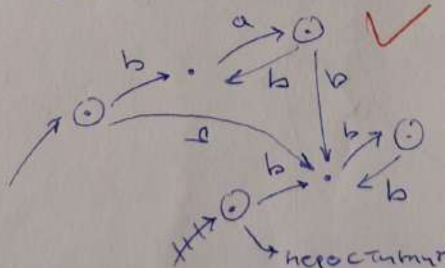
5. $\{ba\}^*$: 

6. $\{bb\}^*$: 

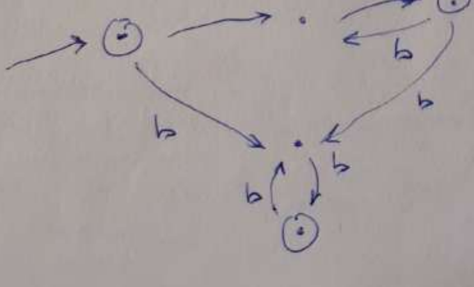
7. $\{a\} \cdot \{a\}^*$: 

– мога да махна това състояние, защото е недостижимо.



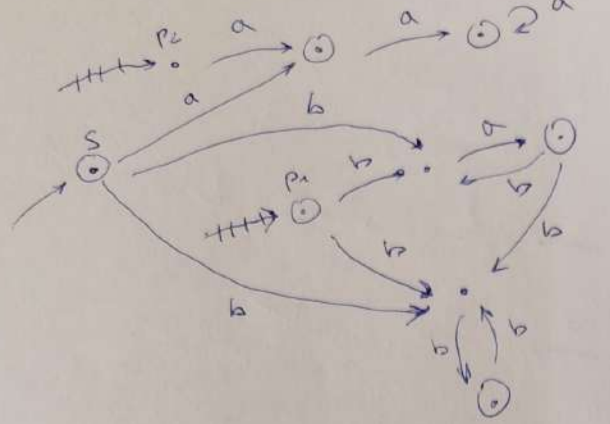
8. $\{ba\}^* \cdot \{bb\}^*$: 

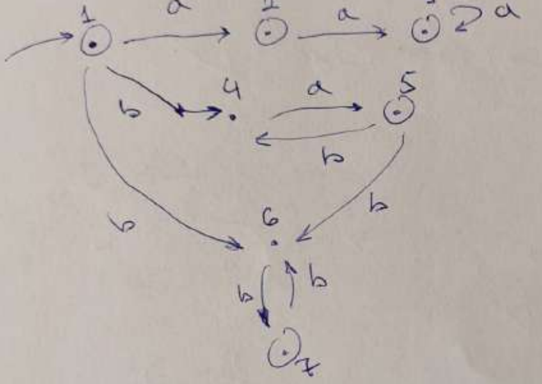
недостижимо, мога да го махна



9. $\{ba\}^* \cdot \{bb\}^* \cup \{a\} \cdot \{a\}^*$

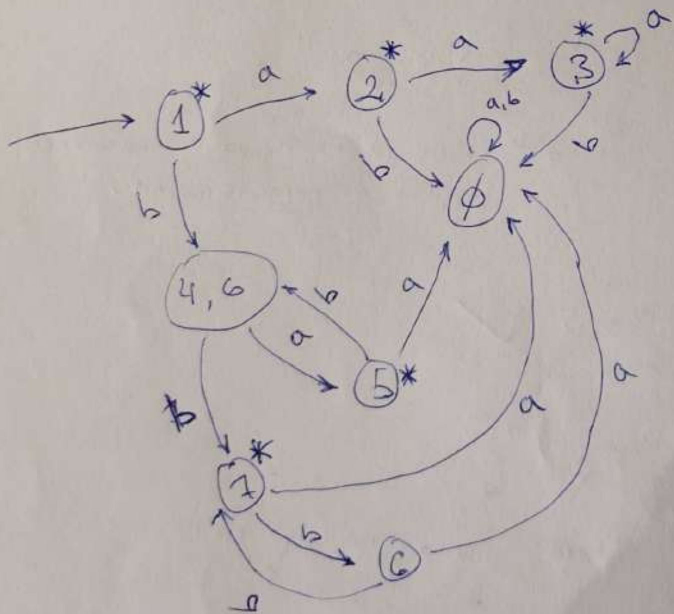
p1, p2 – недостижими, махам ги





НКА за L

ДКА за L: финалните състояния са отбелязани със *



Минимален ДКА за L:

Преименувам състоянието $(4,6)$ на ДКА за L на стр. 2 на 4.

$Q = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \emptyset\}$

$F = \{1, 2, 3, 5, 7\} = B_1$

$Q \setminus F = \{4, 6, \emptyset\} = B_2$

Стъпка 1

B_1	a		b	
1	2	B_1	4	B_2
2	3	B_1	$\emptyset$	B_2
3	3	B_1	$\emptyset$	B_2
5	$\emptyset$	B_2	4	B_2
7	$\emptyset$	B_2	6	B_2

B_2	a		b	
4	5	B_1	7	B_1
6	$\emptyset$	B_2	7	B_1
$\emptyset$	$\emptyset$	B_2	$\emptyset$	B_2

Стъпка 2

$C_1 = \{1, 2, 3\}$, $C_2 = \{5, 7\}$, $C_3 = \{4\}$, $C_4 = \{6\}$, $C_5 = \{\emptyset\}$

C_1	a		b	
1	2	$\cancel{B_1}$ C_1	4	C_3
2	3	C_1	$\emptyset$	C_5
3	3	C_1	$\emptyset$	C_5

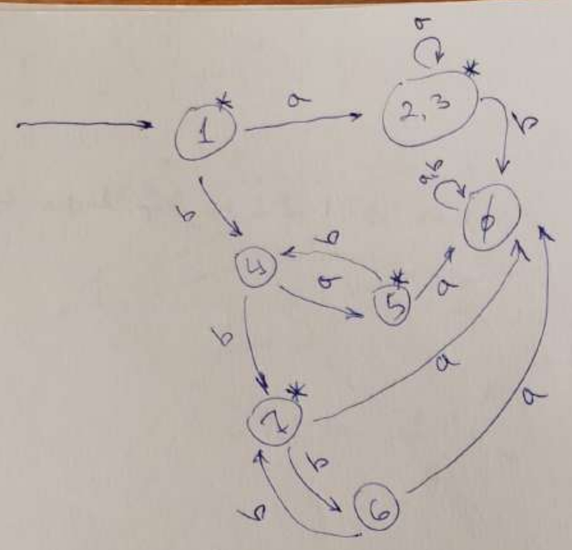
C_2	a		b	
5	$\emptyset$	C_5	4	C_3
7	$\emptyset$	C_5	6	C_4

Ст. 3

$D_1 = \{2, 3\}$, $D_2 = \{1\}$, $D_3 = \{5\}$, $D_4 = \{7\}$, $D_5 = \{4\}$, $D_6 = \{6\}$, $D_7 = \{\emptyset\}$

D_1	a		b	
2	3	D_1	$\emptyset$	D_7
3	3	D_1	$\emptyset$	D_7

– нито една таблица не се раздели $\Rightarrow$ получаваме мин. ДКА за L на др. стр. $\longrightarrow$



$F = \{1, (2,3), 5, 7\}$, отбелязани със *

Зад. 2 $L_1 = \underbrace{\{a^k \mid k\in\mathbb{N} \wedge (\forall n\in\mathbb{N})(k\neq 3^n)\}}_{L_2}\cdot\underbrace{\{a^{(3^n)} \mid n\in\mathbb{N}\}}_{L_3}$

L_3 - Всички думи α съставени само от a-та с $|\alpha|$ степен на тройката.

т.е $|\alpha| = 1, 3, 9, 27, 81 \dots$

L_2 - Всички думи β съставени само от a-та с $|\beta| \neq$ на степен на тройката.

$|\beta| = 0, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10 \dots$

~~Ще докажа, че $L_1 = \{a^n \mid n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}\}$.~~

~~Очевидно~~ $a^{(3^0)} = a^1 = a \in L_3$, $|a| = 1$, $a^{(3^1)} = a^3 \in L_3$, $|a^3| = 3$

$\varepsilon = a^0 \in L_2$, $0 \neq 3^n$

1. $\varepsilon \in L_2 \Rightarrow L_3 \subseteq L_1$ т.е всички думи само от a-та с дължина степен на тройката ще са в L_1. всички от вида 3^n

2. $a^1 = a \in L_3$ тогава $L_2\cdot\{a\} = \{a^k \mid k\in\mathbb{N}\setminus\{0\} \wedge (\forall n\in\mathbb{N})(k\neq 3^n+1)\}$ всички от вида $\neq 3^n+1$

3. $a^3 \in L_3$ тогава $L_2\cdot\{a^3\} = \{a^k \mid k\in\mathbb{N}\setminus\{0,1,2,3\} \wedge (\forall n\in\mathbb{N})(k\neq 3^n+3)\}\setminus\{4\}$ $\neq 3^n+3$

4. $L_1 \cup (L_2\cdot\{a\}) \cup (L_2\cdot\{a^3\}) =$ ~~$\{a^k \mid k\in\mathbb{N} \wedge k =$~~ можеше да кажем, че ако едното не се удовлетворява от някоя дума, то ще удовлетворят другото, но ок

$= \{a^k \mid k\in\mathbb{N}\setminus\{0,2,4\}\} = L$

4

5. $a^0 \notin L_1$, защото $\varepsilon \notin L_3$

$a^2 \notin L_1$, защото единствените възможности за конкат на думи от $L_2 L_3$ с дължина ≤ 2 са $\varepsilon \cdot a$, $aa \cdot a$

$a^4 \notin L_1$ поради аналогични причини ~~за~~ както за a^2

ОК

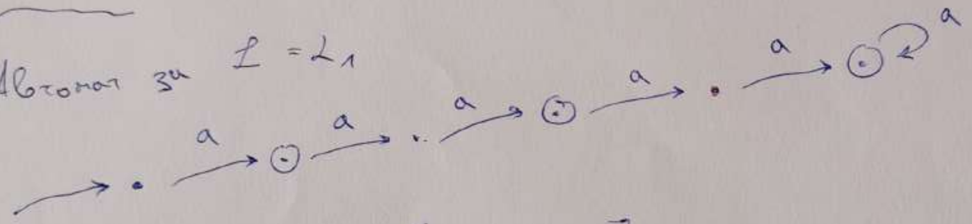
$a^0, a^2, a^4 \notin L_1$ и $\mathcal{L}$ има

В L_1 има само думи от a-та и $a^0, a^2, a^4 \notin L_1$, и $\mathcal{L} \subseteq L_1$ =>

Всички думи от a-та с дължина различна от $0, 2, 4$

$\mathcal{L} = L_1$

Автомат за $\mathcal{L} = L_1$



=> L_1 е автоматен/регулярен □

$L_2 = (\underbrace{\{bb\}^* \cdot \{aaaa\}^* \cdot \{bb\}}_{L_3}) \cup \underbrace{\{b^n a^k b^t \mid n, k \in \mathbb{N} \wedge t \ge 2 \wedge n \equiv k\ (t)\}}_{L_4}$

$\{bb\}^*$ - думите само от b т.ч. $\alpha \in \{bb\}^*$, $\alpha \equiv 0\ (2)$ |=>

$\{aaaa\}^*$ - само от a-та, $|\beta| \equiv 0\ (4) \Rightarrow \beta \equiv 0\ (2)$

=> $L_3 \subseteq L_4$ $(t = 2)$. => L_2 е регулярен <=> L_4 е регулярен

L_4 не е регулярен, но не мога да го докажа :(