

Смяна на базиса

Люба Конова

2021

1

2 Задачи:

Задача 1: Нека e_1, e_2 е базис на \mathbb{V} . Нека $\phi, \psi \in \text{Hom} \mathbb{V}$, такива че:

- $A_\phi = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$ в базиса $\mathbf{a}_1 = -3.e_1 + 7.e_2$, $\mathbf{a}_2 = e_1 - 2.e_2$;

- $B_\psi = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ в базиса $\mathbf{b}_1 = 6.e_1 - 7.e_2$, $\mathbf{b}_2 = -5.e_1 + 6.e_2$;

а) Намерете матрицата на $\phi\psi$ в базиса e_1, e_2 .

б) Комутират ли двата оператора?

Задача 2: Нека e_1, e_2, e_3 е базис на \mathbb{V} и $\phi \in \text{Hom} \mathbb{V}$ изобразява векторите $1, 2, 3$ във векторите b_1, b_2, b_3 . Намерете матрицата на ϕ в базиса e_1, e_2, e_3 , ако:

$$a_1 = e_1 + 2.e_2 + e_3$$

$$b_1 = 4.e_1 + 2.e_2 + 5e_3$$

$$a_2 = 2.e_1 + e_3$$

$$b_2 = e_1 + e_2$$

$$a_3 = e_1 + e_3$$

$$b_3 = e_3$$

Задача 3: Нека e_1, e_2 е базис на \mathbb{V} и $\phi \in \text{Hom} \mathbb{V}$, такъв че:

$$\phi(\xi_1.e_1 + \xi_2.e_2) = \xi_1.e_1 + (\xi_1 + 2\xi_2).e_2$$

а) Да се намери матрицата на ϕ в базиса e'_1, e'_2 , където $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = -2.e_1 - e_2$.

б) Да се намерят координатите на образа на $v = 2.e'_1 + 3.e'_2$ в новия базис.