Тема 11 (съответства на тема 14 от конспекта)

Съдържание: Обхождане на граф - в дълбочина и ширина. Ойлерови цикли и Ойлерови пътища. Теорема за съществуване на Ойлеров цикъл и Ойлеров път в неориентиран мултиграф. Хамилтонови пътища и цикли.

Breadth-First Search (BFS). Обхождане на граф в ширина

BFS ($G = (V, E)$: ориентиран мултиграф с възможни примки, като $V = \{1 \dots n\}$)

```
for i ← 1 to n
    colour[i] ← white, d[i] ← ∞, π[i] ← NULL
colour[1] ← grey
d[1] ← 0
създай празна опашка Q
Enqueue (Q, 1)
while not IsEmpty(Q) do
    x ← Dequeue (Q)
    for y ∈ adj[x]
        if colour[y] = white
            colour[y] ← grey
            d[y] ← d[x] + 1
            π[y] ← x
            Enqueue (Q, y)
    colour[x] ← black
return colour, π, d
```

adj - списъците на съседство.

d - масив от разстояния от началния връх

colour - масив за означаване на обходените върхове

π - масив за дървото на обхождането

Заб. не е нужно colour да е с три възможности. Достатъчно е да е булев (само 0 и 1).

Depth-First Search (DFS). Обхождане в дълбочина

Рекурсивен вариант на алгоритъма:

```
DFS (G=(V,E): ориентиран мултиграф, като V={1..n})
for i <- 1 to n
    colour[i] <- white
    π[i] <- NULL
DFS-Visit(G, 1)
return colour, π
```

```
DFS-Visit(G=(V,E); x ∈ V)
colour[x] <- grey
foreach y ∈ adj[x]
    if colour[y] = white
        π[y] <- x
        DFS-Visit(G, y)
colour[x] <- black
```

DFS и BFS строят дърво на обхождането.

Деф: Ойлеров цикъл и Ойлеров път: Ойлеров цикъл в граф G е цикъл, не непременно прост, който съдържа всяко ребро точно веднъж.

Ойлеров път в G е път, не непременно прост, който съдържа всяко ребро точно веднъж.

G е ойлеров, ако има Ойлеров цикъл.

<u>Т.19</u>: G има Ойлеров цикъл <=> всеки връх има четна степен

<u>Т.20</u>: G има Ойлеров път, който не е цикъл <=> точно два върха са от нечетна степен.

<u>Деф</u>: <u>Хамилтонов цикъл</u> и <u>Хамилтонов път</u>

- Хамилтонов цикъл в G е всеки цикъл в G, който съдържа всички върхове на G.
- Хамилтонов път в G е всеки път в G, който съдържа всички върхове на G.
- Казваме, че G е Хамилтонов граф, ако в G има Хамилтонов цикъл.

(<u>Заб.</u> Говорим за прости цикли и път).