4. За задачата на ЛО

$$(L)\quad \begin{cases} \max z_L(x) = x_1 \\ -x_1 + 2x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

а) напишете съответната канонична задача (K);
б) намерете множеството от оптимални решения и оптим. ст-т на целевата ф-ия на задачите (K) и (L) като използвате таблична форма на СМ.

<u>Решение:</u> а)

$$(K)\quad \begin{cases} \min z_K(x) = -x_1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_5 = 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ x_5 \geq 0 \end{cases}$$

б) (K) има частичен базис x_3, x_4. Добавяме изкуствена променлива x_6 и пишем М-задачата

$$(M)\quad \begin{cases} \min z_M(x) = -x_1 + \boxed{M x_6} \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ -x_1 + x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - x_5 + \boxed{x_6} = 1 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0,\ x_4 \geq 0,\ x_5 \geq 0,\ \boxed{x_6 \geq 0} \end{cases}$$

която е в базисен вид спрямо начален базис $\{x_3, x_4, x_6\}$.

x_B	C_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	$\bar{b}$
		-1	0	0	0	0	M	
x_3	0	1	-2	1	0	0	0	0
x_4	0	-1	1	0	1	0	0	1
x_6	M	1	1	0	0	-1	1	1
$\bar{c}$		-M-1	-M	0	0	M	0	-M
x_1	-1	1	-2	1	0	0	0	0
x_4	0	0	-1	1	1	0	0	1
x_6	M	0	3	-1	0	-1	1	1
$\bar{c}$		0	-3M-2	M+1	0	M	0	-M
x_1	-1	1	0	1/3	0	-2/3	2/3	2/3
x_4	0	0	0	2/3	1	-1/3	1/3	4/3
x_2	0	0	1	-1/3	0	-1/3	1/3	1/3
$\bar{c}$		0	0	1/3	0	-2/3	M+2/3	2/3

1ва СТ

$\min\left\{\frac{0}{1}, \frac{1}{1}\right\} = 0$

x_1 влиза

x_3 излиза

2ра СТ

$\min\left\{\frac{1}{3}\right\} = \frac{1}{3}$

x_2 влиза, x_6 излиза

3та СТ

$\bar{c}_{x_5} = -\frac{2}{3} < 0$ и

неогр. ръб на

намал. на z_M

По лъча с начало $\bar{x}_M$ (2/3, 1/3, 0, 4/3, 0, 0) и направление d_M (2/3, 1/3, 0, 1/3, 1, 0) цел. ф-ия z_M намалява неограничено към $-\infty$ => (M) е неограничена и няма решение => (K) е неограничена като z_K намалява неогр. по лъча с начало $\bar{x}_K$ (2/3, 1/3, 0, 4/3, 0) и напр. d_K (2/3, 1/3, 0, 1/3, 1) и няма реш. => (L) е неограничена като z_L намалява неогр. по лъча с начало $\bar{x}_L$ (2/3, 1/3) и направление d_L (2/3, 1/3) и няма решение. ∎

4. За задачата (L):

в) напишете двойнствената задача (DL)

г) като използвате СТ от подточка б), посочете едно оптимално решение на (DL) и оптим. ст-т на целевата ѝ функция.

Решение: в)

$$(L) \to \quad (L) \left| \begin{array}{l} \max x_1 \\ x_1 - 2x_2 \le 0 \\ -x_1 + x_2 \le 1 \\ -x_1 - x_2 \le -1 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$(DL) \left| \begin{array}{l} \min \pi_2 - \pi_3 \\ \pi_1 - \pi_2 - \pi_3 \ge 1 \\ -2\pi_1 + \pi_2 - \pi_3 \ge 0 \\ \pi_1 \ge 0,\ \pi_2 \ge 0,\ \pi_3 \ge 0 \end{array} \right.$$

г) Тъй като в подточка б) установихме, че (L) е неограничена, от Силната теорема за двойнственост следва, че (DL) е с празно допустимо множество, следователно няма оптимално решение и оптим. ст-т на целевата си функция.