

相机成像模型及相机标定原理整理

要明确一点的位置，首先要明确所用的坐标系。在视觉 SLAM 中常用的坐标系有世界坐标系、相机坐标系，图像坐标系等。点在不同坐标系下的坐标都以**齐次坐标**的形式出现，相互间通过相机的内、外参进行转换。相机标定的目的就是确定相机的**内参矩阵**，得到特征点的平面像素坐标与 3D 相机坐标的转换关系，进而解算载体位姿、构建场景地图。标定时最常用的方法为**张氏标定法**，主要步骤为根据对应点坐标求取单应性矩阵、根据约束求取内参矩阵，极大似然估计减小误差，再根据畸变模型，将畸变参数加入到似然函数中进行完整极大似然估计，得到标定参数。

一、 针孔成像模型及坐标变换

1.1 常用坐标系

世界系为场景中固定的坐标系，为全局坐标系（依场景实际情况选定），以真实世界中的长度为单位。点在世界坐标系下的齐次坐标为 $(X_w \ Y_w \ Z_w \ 1)^T$ 。

相机坐标系以摄像机光心为原点 O_c ，光心所在与光轴垂直平面为 $X_c O_c Y_c$ 平面，沿光心水平向右为 x 轴，垂直向下为 y 轴，沿光轴向前为 z 轴，以真实世界中的长度为单位。点在相机坐标系下的齐次坐标为 $(X_c \ Y_c \ Z_c \ 1)^T$ 。

为方便参数推导，建立成像平面坐标系，以成像平面与光轴的交点为原点，水平向右为 x 轴，垂直向下为 y 轴，以真实世界的长度为单位。点在该坐标系下的齐次坐标为 $(x \ y \ 1)^T$ 。

图像坐标系以图像左上角为原点，水平向右为 u 轴，垂直向下为 v 轴，以像素个数为单位。点在图像坐标系下的齐次坐标为 $(u \ v \ 1)^T$ 。

此三者关系如图 1 所示。

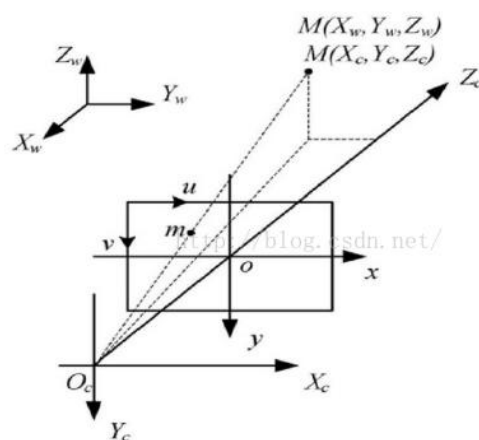


图 1 几个坐标系间的关系

1.2 单目相机成像模型

单目相机下，以针孔成像模型将相机坐标系下的点投影到成像平面，并转换到图像坐标。如图 2，三维现实世界中的物体通过一个针孔投影在成像平面上。

成像平面与光心的距离即为摄像机的焦距 f ，空间一点 $\tilde{M}(X_c \ Y_c \ Z_c \ 1)^T$ 与成像平面的投影 $(x \ y \ 1)^T$ 满足相似关系，如图 2。

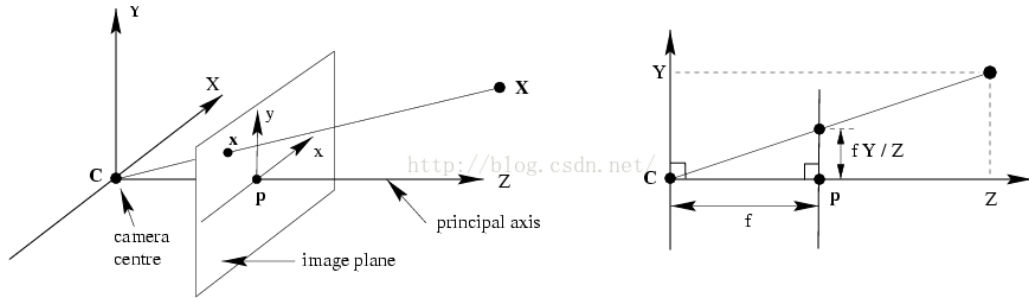


图2 针孔成像

即

$$x = \frac{fX_c}{Z_c}$$

$$y = \frac{fY_c}{Z_c}$$

转化为矩阵形式

$$Z_c \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} fX_c \\ fY_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}$$

实际上一般摄像头都会将 CMOS/CCD 传感器放置于成像平面，若 CMOS/CCD 传感器单个像素物理尺寸为 $dx \quad dy$ ，成像平面坐标系原点 O 在图像坐标系下的坐标为 $(u_0 \quad v_0 \quad 1)^T$ ，那么可以得出

$$u = \frac{x}{dx} + u_0$$

$$v = \frac{y}{dy} + v_0$$

转化为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dx} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dy} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

综上，有

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = Z_c \begin{bmatrix} \frac{1}{dx} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dy} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{dx} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{1}{dy} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{f}{dx} & 0 & u_0 \\ 0 & \frac{f}{dy} & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}$$

令

$$\alpha = \frac{f}{dx}$$

$$\beta = \frac{f}{dy}$$

另一方面取 γ 为图像两坐标轴歪斜程度，则有

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

\mathbf{A} 为内参矩阵。

1.3 相机位姿变换

从世界坐标系（定系）到相机坐标系（动系）的旋转、平移为欧氏变换。该变换所具有的旋转和平移即为相机当前位姿。（见《三维空间刚体旋转运动描述》）

$$\mathbf{H}_E = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{3 \times 3} & \mathbf{t}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix}$$

3 维欧氏变换为 4*4 矩阵，但是为了便于后续计算，裁剪掉矩阵最后一行，该矩阵即为相机外参矩阵。

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix} = [\mathbf{R}_{3 \times 3} \quad \mathbf{t}_{3 \times 1}]_{3 \times 4} \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

其中 \mathbf{R} 为旋转矩阵，为正交阵； \mathbf{t} 为平移向量。故可得出外参矩阵为

$$[\mathbf{R}_{3 \times 3} \quad \mathbf{t}_{3 \times 1}]_{3 \times 4}$$

二、求取单应性矩阵

在标定相机内参矩阵时，最常用的方法为张氏标定法。前文已得出摄像机内参矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \gamma & u_0 \\ 0 & \beta & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

摄像机外参矩阵（描述摄像机位姿，用于世界坐标系到相机坐标系的旋转、平移）为

$$[\mathbf{R}_{3 \times 3} \quad \mathbf{t}_{3 \times 1}]_{3 \times 4}$$

点的像素坐标 \tilde{m} 与世界坐标 \tilde{M} 的对应关系为

$$s\tilde{m} = \mathbf{A}[\mathbf{R} \quad \mathbf{t}]\tilde{M}$$

展开则为

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{r}_3 \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{bmatrix}$$

若假定该点位于 $Z = 0$ 平面上，则由于矩阵相乘时 \mathbf{r}_3 与 Z 相乘，故可将 \mathbf{r}_3 略去，即

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

这样在二者之间就建立起了单应性关系，即

$$s\tilde{m} = \mathbf{H}\tilde{M}$$

其中 \mathbf{H} 为单应矩阵(Homography)。由于单应性矩阵乘以一个非零的比例因子后不影响结果，因此可令 \mathbf{H} 自带一非零比例因子，即

$$\mathbf{H} = \lambda \mathbf{A}[\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \mathbf{t}]$$

其中 λ 为一非零比例因子。

单应矩阵 \mathbf{H} 乘非零比例因子不影响结果，因而具有 8 自由度，取 \mathbf{H} 中 $h_{33} = 1$ ，还有 8 个参数未确定。在 \mathbf{H} 中包含 6 个外参（即 3 自由度旋转和 3 自由度平移）。

点的像素坐标 \tilde{m} 与世界坐标 \tilde{M} 的对应关系用单应矩阵 \mathbf{H} 表示为

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

展开为

$$\begin{cases} su = h_{11}X + h_{12}Y + h_{13} \\ sv = h_{21}X + h_{22}Y + h_{23} \\ s = h_{31}X + h_{32}Y + 1 \end{cases}$$

化简，消去 s ，以 H 中元素为未知数建立方程

$$Xh_{11} + Yh_{12} + h_{13} - Xu h_{31} - Yuh_{32} = u$$

$$Xh_{21} + Yh_{22} + h_{23} - Xv h_{31} - Yvh_{32} = v$$

又令 $\mathbf{h}' = [h_{11} \ h_{12} \ h_{13} \ h_{21} \ h_{22} \ h_{23} \ h_{31} \ h_{32}]^T$ ，则有

$$\begin{bmatrix} X & Y & 1 & 0 & 0 & 0 & -Xu & -Yu \\ 0 & 0 & 0 & X & Y & 1 & -Xv & -Yv \end{bmatrix} \mathbf{h}' = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$$

综上，1 对对应点能够提供 2 个约束条件，所以需要 4 对对应点即可计算出单应性矩阵。而实际情况中一般对应点的数目都不止于 4 对，可以求其最小二乘解的方式来得出单应矩阵 H 。多个方程叠加可记为

$$S\mathbf{h}' = \mathbf{d}$$

其最小二乘解为

$$\mathbf{h}' = (S^T S)^{-1} S^T \mathbf{d}$$

三、 参数求解

2.1 内参约束条件

将 H 按列拆分为

$$H = [\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \mathbf{h}_3]$$

则有

$$[\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \mathbf{h}_3] = \lambda A [\mathbf{r}_1 \ \mathbf{r}_2 \ \mathbf{t}]$$

拆开为

$$\mathbf{h}_1 = \lambda A \mathbf{r}_1$$

$$\mathbf{h}_2 = \lambda A \mathbf{r}_2$$

由于旋转矩阵 R 为正交矩阵，有

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_2 = 0$$

$$\mathbf{r}_1^T \mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2^T \mathbf{r}_2$$

因此可得到约束条件

$$\mathbf{h}_1^T A^{-T} A^{-1} \mathbf{h}_2 = 0$$

$$\mathbf{h}_1^T A^{-T} A^{-1} \mathbf{h}_1 = \mathbf{h}_2^T A^{-T} A^{-1} \mathbf{h}_2$$

2.2 求取内参矩阵

在得出单应矩阵 H 之后，就是按照之前推导出的 2 个约束条件求取内参矩阵 A 。设有

$$B = A^{-T} A^{-1}$$

易知 B 为对称矩阵

$$B^T = (A^{-T} A^{-1})^T = A^{-T} A^{-1} = B$$

因此，设 B 中的元素为

$$B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix}$$

将 \mathbf{B} 中元素展开为未知数向量

$$\mathbf{b} = [B_{11} \ B_{12} \ B_{22} \ B_{13} \ B_{23} \ B_{33}]^T$$

单应矩阵 \mathbf{H} 的列 \mathbf{h}_i 为

$$\mathbf{h}_i = [h_{i1} \ h_{i2} \ h_{i3}]^T$$

那么约束条件中元素

$$\mathbf{h}_i^T \mathbf{B} \mathbf{h}_j = \mathbf{v}_{ij}^T \mathbf{b}$$

其中

$$\mathbf{v}_{ij} = [h_{i1}h_{j1} \ h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1} \ h_{i2}h_{j2} \ h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3} \ h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3} \ h_{i3}h_{j3}]^T$$

则两个约束条件可列出方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_{12}^T \\ (\mathbf{v}_{11}^T - \mathbf{v}_{22}^T)^T \end{bmatrix} \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

由拍摄标定板得到的数幅图像所得的大量角点组成的 n 组对应点对，可将等式堆叠得到方程组

$$\mathbf{V} \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

其中 \mathbf{V} 为 $2n \times 6$ 矩阵。若 $n \geq 3$ ，可在相差一个尺度因子的情况下唯一确定矩阵 \mathbf{B} ；

若 $n = 2$ ，则可以利用无歪斜约束，令 $\gamma = 0$ ，使得 $B_{12} = 0$ ，进而方程组的最小二乘解即为矩阵 $\mathbf{V}^T \mathbf{V}$ 最小特征值所对应特征向量；

若 $n = 1$ ，仅可解出 2 个内参的值，在 $\gamma = 0$ 且 u_0 、 v_0 已知的前提下，可解出方程的解，得出矩阵 \mathbf{B} 的参数。

由于

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^{-T} \mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\alpha^2} & -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} \\ -\frac{\gamma}{\alpha^2 \beta} & \frac{\gamma^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{1}{\beta^2} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} \\ \frac{v_0 \gamma - u_0 \beta}{\alpha^2 \beta} & -\frac{\gamma(v_0 \gamma - u_0 \beta)}{\alpha^2 \beta^2} - \frac{v_0}{\beta^2} & \frac{(v_0 \gamma - u_0 \beta)^2}{\alpha^2 \beta^2} + \frac{v_0^2}{\beta^2} + 1 \end{bmatrix}$$

在解出 \mathbf{B} 之后解出内参矩阵 \mathbf{A} 中各元素的值

$$v_0 = (B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23}) / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)$$

$$\lambda = B_{33} - [B_{13}^2 + v_0(B_{12}B_{13} - B_{11}B_{23})] / B_{11}$$

$$\alpha = \sqrt{\lambda / B_{11}}$$

$$\beta = \sqrt{\lambda B_{11} / (B_{11}B_{22} - B_{12}^2)}$$

$$\gamma = -B_{12} \alpha^2 \beta / \lambda$$

$$u_0 = \gamma v_0 / \beta - B_{13} \alpha^2 / \lambda$$

2.3 求解外参矩阵

解出内参矩阵后，即可解出不同角度拍摄图像分别所对应的外参矩阵

$$\mathbf{r}_1 = \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1$$

$$\mathbf{r}_2 = \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2$$

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2$$

$$\mathbf{t} = \lambda \mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_3$$

其中尺度因子 $\lambda = 1 / \|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_1\| = 1 / \|\mathbf{A}^{-1} \mathbf{h}_2\|$ 。另一方面，由于所拍摄图像必然带有噪声，因此这样解得的外参矩阵中的 \mathbf{R} 并不能完全满足旋转矩阵的正交性质，所以要从计算出的矩阵求解一个最佳的旋转矩阵。张正友论文中附件 C 部分讲解了由给定 3×3 矩阵 \mathbf{Q} （即通过计算得出的矩阵）近似得出旋转矩阵 \mathbf{R} 的方法。

具体为采用 SVD 分解（奇异值分解）的方式，将 Q 分解为

$$Q = UDV^T$$

因为旋转矩阵为正交阵，理论上应 D 为单位矩阵 I_3 。而事实上由于噪声的存在， D 通常并不是单位阵。因此在实际计算中，一般通过将 D 直接设置为单位阵的方式，即

$$R = UI_3V^T = UV^T$$

进而近似得出一个满足正交性质的旋转矩阵 R 。

四、极大似然估计（优化内、外参）

上述的推导结果是基于理想情况下的解，从理论上得出了张氏标定法的推导过程。但在实际标定过程中，误差一定存在。为得出具有实际意义的参数，可以使用极大似然估计进行优化，减小参数误差。

有拍摄标定板得到 n 幅图像，标定板上可供检测的有 m 个角点。假定图像中的点所含噪声为独立同分布的，那么可以得到极大似然估计的似然函数

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)\|^2$$

其中 m_{ij} 是第 i 幅图像中的第 j 个角点， R_i 是第 i 幅图像下相机坐标系相对世界系的旋转矩阵， t_i 是第 i 幅图像下相机坐标系相对世界系的平移向量， M_j 是标定板第 j 个角点的空间坐标， $\hat{m}(A, R_i, t_i, M_j)$ 为计算出的角点在图像坐标系下的投影。

R 作为旋转矩阵，由 3 个旋转参数（欧拉角）决定，该旋转也可由 3 个参数组成的旋转向量 r 表示。 R 和 r 可由罗德里格旋转公式相互转化。（见《罗德里格旋转公式推导总结》）

在得出似然函数后，由 L-M 算法进行非线性优化，通过最小化似然函数的方式优化参数。并首先由前文提及的计算方法为非线性优化提供 A 、 $\{R_i, t_i | i = 1, \dots, n\}$ 等参数的初值。

五、图像畸变

桌面端的相机一般都有镜头畸变。畸变函数几乎完全由径向分量主导，而径向畸变又几乎由第一个参数主导。由于过于复杂的模型不仅起到的作用十分有限，而且还极易引起数值不稳定，因此张正友的论文中只提及了径向畸变模型的前两项参数。但是在 OpenCV 的实际标定中，标定函数输出的畸变参数向量是 5 维向量，排列顺序为径向畸变的前两项参数，和切向畸变的前两项参数，之后是径向畸变的第三项参数。

径向畸变由透镜自身形状对光线传播的影响产生，光线在远离透镜中心的地方与靠近中心的地方的弯曲程度不同，因而产生了径向畸变。径向畸变主要分为两大类，桶形畸变和枕形畸变。如图 3，左为枕形畸变，右为桶形畸变。

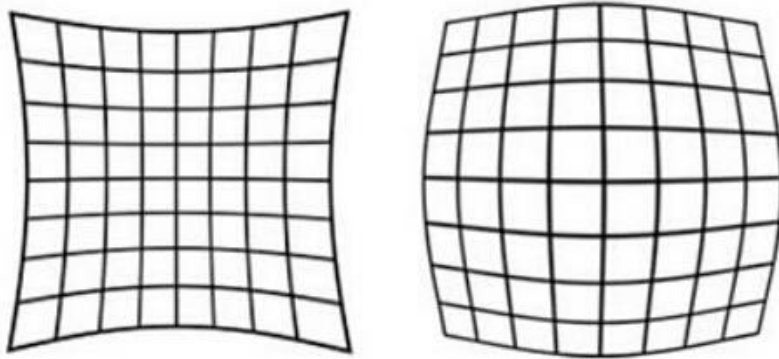


图 3 径向畸变类型

切向畸变由相机组装的过程中的安装偏差产生，具体表现为透镜与成像平面不平行。

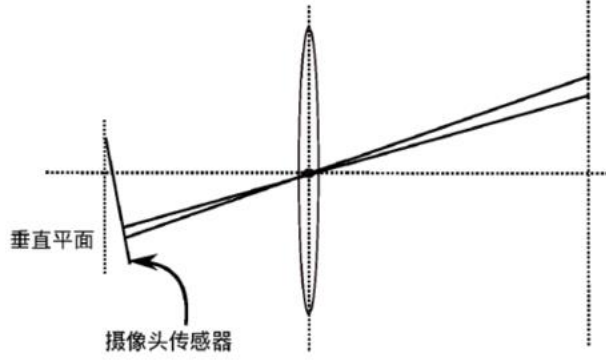


图4 切向畸变

以 (u, v) 和 (x, y) 分别表示角点在图像坐标系和成像平面坐标系下理想(无畸变)的坐标值, 以 $(u_{distorted}, v_{distorted})$ 和 $(x_{distorted}, y_{distorted})$ 分别表示畸变后的坐标值, 则径向畸变的3参数模型为

$$\begin{aligned} x_{distorted} &= x + x[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2 + k_3(x^2 + y^2)^3] \\ y_{distorted} &= y + y[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2 + k_3(x^2 + y^2)^3] \end{aligned}$$

对于通常的相机而言, k_1 和 k_2 两个参数足以描述相机的畸变; 而如果所用相机为鱼镜头等畸变很大的相机, 则使用第三个参数 k_3 。

切向畸变的2参数模型为

$$\begin{aligned} x_{distorted} &= x + [2p_1xy + p_2(3x^2 + y^2)] \\ y_{distorted} &= y + [p_1(x^2 + 3y^2) + 2p_2xy] \end{aligned}$$

则相机的畸变模型为

$$\begin{aligned} x_{distorted} &= x + x[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2 + k_3(x^2 + y^2)^3] + [2p_1xy + p_2(3x^2 + y^2)] \\ y_{distorted} &= y + y[k_1(x^2 + y^2) + k_2(x^2 + y^2)^2 + k_3(x^2 + y^2)^3] + [p_1(x^2 + 3y^2) + 2p_2xy] \end{aligned}$$

进而投影到图像坐标系 (由已求得的内参矩阵)

$$\begin{aligned} u_{distorted} &= \alpha x_{distorted} + u_0 \\ v_{distorted} &= \beta y_{distorted} + v_0 \end{aligned}$$

其中 (x, y) 可以由 $(X_w, Y_w, Z_w, 1)^T$ 和已初步得出的 $\mathbf{A}, \{\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i | i = 1, \dots, n\}$ 等参数计算得出, 这样可以得到一组关于5个畸变参数的方程组, 每组对应点提供2个等式。使用n幅图像上共计mn组对应点, 联立得到2mn个等式组成的方程组, 求其线性最小二乘解即可解出畸变参数。

六、完整极大似然估计 (内、外参连同畸变参数)

由于之前计算 $\mathbf{A}, \{\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i | i = 1, \dots, n\}$ 等参数时没有考虑到图像的畸变, 因此解出的参数的值必然存在误差。一个高效的减小误差的方法是对 $\mathbf{A}, \{\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i | i = 1, \dots, n\}$ 及 k_1, k_2, k_3, p_1, p_2 所有参数统一进行极大似然估计, 建立完整的似然函数

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \tilde{\mathbf{m}}(\mathbf{A}, k_1, k_2, k_3, p_1, p_2, \mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i, M_j)\|^2$$

把之前得出的 $\mathbf{A}, \{\mathbf{R}_i, \mathbf{t}_i | i = 1, \dots, n\}$ 及 k_1, k_2, k_3, p_1, p_2 作为各自的初值, 通过L-M法进行非线性优化, 求出似然函数的最小值, 得到相机参数的最优解。

参考

- [1] woaitingting1985. 单目相机标定-原理及实现[EB/OL]. [2019-01-13]. <https://blog.csdn.net/woaitingting1985/article/details/56297624>
- [2] u013517182. 针孔模型以及投影矩阵[EB/OL]. [2019-01-13]. <https://blog.csdn.net/u013517182/article/details/52151960>
- [3] Hartley R, Zisserman A. 计算机视觉中的多视图几何[M]. 韦穗, 杨尚骏等, 译. 合肥:安徽大学出版社, 2002.
- [4] 高翔, 张涛, 刘毅, 等. 视觉SLAM十四讲[M]. 2017年3月第1版. 电子工业出版社, 2017.
- [5] Zhang Z.A flexible new technique for camera calibration[J].IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2000,22(11):1330~1334.
- [6] Kaehler A, Bradski G. 学习 OpenCV3[M]. 阿丘科技团队, 译. 北京:清华大学出版社, 2018.