

Blatt 1: Aufgabe 2a

$$4. \quad P(x) = \begin{cases} P_1 = 0,2 & \text{für } x=1 \\ P_2 = 0,8 & \text{für } x=2 \end{cases}$$

$$a) \quad I\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(P_1) \\ = +1,609$$

$$b) \quad I(2) = -\ln(P_2) \\ = 0,223$$

$$c) \quad H(P) = -\sum_i p(x_i) \ln p(x_i) \\ = -0,2 \ln 0,2 - 0,8 \ln 0,8 \\ = 0,5$$

$$d) \quad P(x) = \begin{cases} 0,1 & \text{für } x=1 \\ 0,9 & \text{für } x=2 \end{cases}$$

$$H(P) = -0,1 \ln 0,1 - 0,9 \ln 0,9 \\ = 0,325$$

Die Entropie ist ein Maß für die Unsicherheit bzgl. der Zufallsvariablen, weshalb die Entropie kleiner ist wenn $P_1 = 0,1$ ist.

Das macht auch Sinn, weil dadurch die Wahrscheinlichkeit, dass das zweite Ereignis P_2 eintritt, höher ist ($1 - P_1 = 0,9$). Und somit die Unsicherheit & welches der beiden Ereignisse eintritt sinkt.

Die Entropie bei einer zweiwertigen Zufallsvariable ist maximal bei einer Wahrscheinlichkeit von $p = \frac{1}{2}$, da dann die Unsicherheit welches Ereignis eintritt am größten ist.