

Übung zur Vorlesung
Computergestützte Statistik

Wintersemester 2022/2023

Musterlösung zu Übungsblatt Nr. 13

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Wir wissen: $\|X\|_F = \left(\sum_{i,j} x_{ij}^2\right)^{0.5}$ und $K_F(X) = \|X\|_F \|X^+\|_F$.

- Zunächst $\|X\|_F$: Der kleinste Eintrag von X ist $Z - 1$, dieser kommt exakt einmal vor. Danach kommen jeweils $(n+1)$ mal die Einträge $Z+i$ für i in $0, \dots, n-2$. Für $i = n-2$ kommt er tatsächlich nur $n-1$ mal vor, dafür gibt es den Eintrag noch einmal zusätzlich für $n-1$. Zusammengefasst lässt sich sagen: Da wir $Z \gg n$ annehmen, ist jeder Eintrag ungefähr Z . Daraus folgt direkt: $\|X\|_F \approx \sqrt{n^2 Z^2} = nZ$.
- Da wir aktuell noch über die invertierbaren Z1-Matrizen reden gilt: $X^+ = X^{-1}$. Weiterhin enthält X^{-1} nur 4 Einträge, die von Z abhängen (in den 4 Ecken der Matrix), dazu recht viele Einträge die 1 oder -1 sind. Da wir weiterhin annehmen, dass $Z \gg n$ gilt, haben wir: $\|X^+\|_F \approx \sqrt{4Z^2} = 2Z$.
- Jetzt die beiden vorherigen Zwischenergebnisse multiplizieren und wir haben: $K_F \approx 2nZ^2$.