TECHNISCHE UNIVERSITÄT DORTMUND FAKULTÄT STATISTIK LEHRSTUHL COMPUTERGESTÜTZTE STATISTIK UWE LIGGES
MARIEKE STOLTE
LUCA SAUER
RUDI ZULAUF

## Übung zur Vorlesung Computergestützte Statistik Wintersemester 2022/2023

## Musterlösung zu Übungsblatt Nr. 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)

- Turingmaschine gibt den Modalwert (d.h. das Zeichen, was häufiger auf dem Band steht) aus. Bei Gleichstand oder bei leerer Eingabe wird eine "1" ausgegeben.
- Idee: Suche nach einer Zahl (1 oder 2) und lösche sie. Suche nach der jeweils anderen Zahl (also 2 oder 1) und lösche auch diese. Falls keine andere Zahl gefunden wird, haben wir den Modalwert gefunden. Sonst gehe zurück zum Start des Bandes und beginne von vorne.
- Zustand 0: Anfangszustand, um den Anfang des Bandes zu markieren. Wie Zustand 1, aber schreibt ein "b". Falls hier bereits ein "b" gefunden wird, ist das Band leer und der Modalwert wird als "1" definiert.
- Zustand 1: Gehe zum ersten richtigen Zeichen. Lösche es und gehe je nach gefundenem Zeichen in den entsprechenden neuen Zustand (2 falls "1" gefunden, 3 falls "2" gefunden). Falls wir ein "b" finden, ist das Band leer und es gibt gleich viele 1en und 2en. Dann wird "1" ausgegeben (Zustand 5).
- Zustand 2: In Zustand 1 (oder 0) wurde eine "1" gefunden. Nun müssen wir die zugehörige "2" finden. Falls wir keine "2" finden, gibt es mehr 1en als 2en und wir gehen in Zustand 5.
- Zustand 3: In Zustand 1 (oder 0) wurde eine "2" gefunden. Nun müssen wir die zugehörige "1" finden. Falls wir keine "1" finden, gibt es mehr 2en als 1en und wir gehen in Zustand 6.
- Zustand 4: In Zustand 1-3 wurden eine "1" und eine "2" gefunden und beide gelöscht. Nun gehe zurück zum Bandanfang und beginne von neuem.
- Zustand 5: Es gibt mehr 1en als 2en. Gehe zurück zum Bandanfang und schreibe eine "1". Es sollte hier keine "2" mehr auf dem Band gefunden werden, da wir diese bereits alle gelöscht haben.
- Zustand 6: Es gibt mehr 2en als 1en. Gehe zurück zum Bandanfang und schreibe eine "2". Es sollte hier keine "1" mehr auf dem Band gefunden werden, da wir diese bereits alle gelöscht haben.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

a) 3.6 Dezimal entspricht 11.10011001100... binär. Das ganze muessen wir jetzt normalisieren:  $11.10011001100... = 0.1110011001100... \cdot 2^2 = 0.1110011001100... \cdot 2^{5-3}$  Also ist hier der Exponent  $5_{10} = 101_2$  und die Mantisse (gerundet) 11101.

- b) Da der Exponent der beiden Zahlen identisch ist, ist die Addition relativ einfach, wir müssen lediglich die Schritte A1, A6 und A7 ausführen. Für Schritt A6 halten wir uns dabei an die schriftliche Addition und erhalten: 0.11101 + 0.11101 = 1.11010. Wir normalisieren und erhalten: 0.11101. Wir müssen also den Exponenten um 1 erhöhen und die Mantisse runden. Das Ergebnis ist dann der Exponent  $6_{10} = 110_2$  und die Mantisse 11101.
- c) 7.2 Dezimal entspricht 111.00110011... binär:  $111.00110011... = 0.11100110011... \cdot 2^3 = 0.11100110011... \cdot 2^{6-3}$  Also ist hier der Exponent 6 = 110 und die Mantisse 11101. Das Ergebnis entspricht dem aus b), es gab also keinen Rundungsfehler. Manchmal geht es eben auch gut.
- d) Das Ergebnis überrascht nicht. Wenn wir eine Zahl zu sich selbst addieren, hat das Ergebnis stets die gleiche Mantisse und lediglich der Exponent ändert sicht. Dies liegt daran, dass diese Addition äquivalent zur Multiplikation mit 2 ist, welche binär lediglich eine Verschiebung des Kommas ist. Auch erhalten wir als (p+1)-te Stelle der Mantisse stets eine 0: Wir müssen ja entweder  $1_2 + 1_2 = 10_2$  oder  $0_2 + 0_2 = 0_2$  rechnen. Beim Runden in der Normalisierung verlieren wir also immer nur eine 0 am Ende und machen daher keinen Rundungsfehler. Wir erwarten in dieser Situation also ein exaktes Ergebnis.