

Übung zur Vorlesung  
Computergestützte Statistik  
Wintersemester 2022/2023  
Übungsblatt Nr. 13

Abgabe ist Dienstag, der 24.01.2023 bis 08:00 Uhr im Moodle

---

**Aufgabe 1**

**(4 Punkte)**

Betrachten Sie die Zielke-Matrizen vom Typ  $Z_1$  für  $p$  beliebig.

- a) Schreiben Sie eine Funktion `zielkeMatrix`, die für gegebenes  $\mathbf{Z}$ , und  $n$  die entsprechende Zielke Testmatrix vom Typ  $\mathbf{X}_{Z_1}(\mathbf{Z}, n)$  zurückgibt.
- b) Schreiben Sie eine Funktion `invZielkeMatrix`, die für gegebenes  $\mathbf{Z}$ , und  $n$  die exakte Inverse der entsprechenden Zielke Matrix zurückgibt.

Testen und Dokumentieren Sie Ihre Funktionen wie üblich. Es bietet sich hier an, eine gemeinsame Testfunktion für a) und b) zu schreiben.

**Hinweis:** Sie können sich gerne auf die Implementierung des Falles  $p = 1$  beschränken. In diesem Fall können jedoch maximal 2 Punkte erreicht werden.

**Aufgabe 2**

**(4 Punkte)**

Beweisen Sie folgende Aussage der Vorlesung:

Es gilt:

$$K_F(X_Z(Z_1, \dots, Z_{n-1}, n, 1)) \approx 2nZ^2,$$

falls  $|Z_i| \geq |Z| \gg 1$ ,  $i = 1, \dots, n-1$ , ganze Zahlen sind (wegen  $p = 1$  ist  $n = m$  und es kann der Betrag statt der Norm verwendet werden).

**Aufgabe 3**

**(4 Punkte)**

Implementieren Sie das modifizierte Gram-Schmidt (MGS) Verfahren inklusive der im Skript beschriebenen Spaltenpivotierung (Folie 599). Ihr Algorithmus soll die generalisierte Inverse  $X^+$  ausgeben.

Bei der Implementierung bietet es sich an Hilfsfunktionen zu verwenden, um beispielsweise die Pivotspalte auszuwählen und die Spalten entsprechend zu vertauschen. Beachten Sie außerdem, dass man in R ein Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{b},$$

wobei  $\mathbf{R}$  eine obere Dreiecksmatrix und  $\mathbf{b}$  ein passender Vektor ist, mit der Funktion `backsolve` lösen kann. Dies ist dem Lösen mit `solve` vorzuziehen!

Dokumentieren Sie Ihre Funktion und eventuelle Hilfsfunktionen ausführlich und testen Sie die Funktion mit zufälligen Beispielmatrizen, indem Sie für die Resultate die Eigenschaften einer generalisierten Inversen überprüfen.