Technische Universität Dortmund
Fakultät Statistik
Lehrstuhl Computergestützte Statistik

Uwe Ligges
Marieke Stolte
Luca Sauer
Rudi Zulauf

Übung zur Vorlesung

Computergestützte Statistik

Wintersemester 2022/2023

Übungsblatt Nr. 10

Abgabe ist Dienstag, der 20.12.2022 bis 08:00 Uhr im Moodle

Aufgabe 1 **(8 Punkte)**

In der Vorlesung haben Sie zur Optimierung multivariater Probleme mehrere Verfahren kennengelernt, die sich im Kern stark ähneln. Implementieren Sie eine einzige Funktion `mOptim`, welche als Argumente die zu optimierende Funktion F und den Optimierer als `method` bekommt und die Optimierung durchführt (2 Punkte). Wie Sie mit den Suchbereichen der Suchalgorithmen verfahren ist Ihnen überlassen.

Implementieren Sie die folgenden Möglichkeiten für `method` (je 1.5 Punkte):

- `QN` Quasi-Newton (mit DFP Updates)
- `N` Newton
- `K` Koordinatenabstieg
- `G` Gradientenabstieg

Zur Bestimmung der Schrittlänge im Line Search ν nutzen Sie die Funktion `optimize` auf $[0, 1]$ (oder $[-1, 1]$ je nachdem, welcher Fall angebracht ist). Denken Sie daran Ihre Funktion zu dokumentieren und zu testen.
Hinweis: Das Paket `numDeriv` könnte Ihnen bei der Implementierung helfen.

Aufgabe 2 **(4 Punkte)**

Berechnen Sie für die folgenden Funktionen jeweils den Gradienten ∇f sowie die Hessematrix $\nabla^2 f$:

$$f_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}, \qquad f_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}, \qquad f_3(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x}^T\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{x}, \qquad f_4(\boldsymbol{x}) = -\exp\left(-\frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{x}\right),$$

wobei $\boldsymbol{x} = (x_1 \cdots x_n) \in \mathbb{R}^n$ und $\boldsymbol{D}, \boldsymbol{D}_i \in \mathbb{R}^{n\times n}$ beliebige positiv definite und symmetrische Matrizen sind. Sie dürfen dazu Regeln zum Ableiten von Vektoren und Matrizen verwenden. Zeigen Sie, dass $\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{0}$ ein lokales Minimum aller Funktionen ist. Da alle Funktionen quasi-konvex sind, ist $\boldsymbol{x}^*$ sogar das globale Minimum aller Funktionen.