DSB–SC modulation

Modulazione e Funzionamento del Modulatore

La modulazione

è un processo attraverso il quale l'informazione contenuta in un segnale informativo, chiamato segnale modulante (v_m(t)), viene impressa su un secondo segnale, chiamato portante (v_p(t)), che funge da supporto all'informazione. La portante non contiene informazioni in sé, ma serve unicamente a essere modellata dal segnale informativo. Quest'ultimo, non adatto alla trasmissione diretta, deve essere imprevedibile per contenere informazioni.

Le ipotesi semplificative considerate qui presuppongono che il segnale modulante sia prevedibile, ad esempio, una sinusoide. Queste semplificazioni agevolano l'analisi matematica del problema. La funzione della portante è simile a una tavoletta d'argilla pronta per essere incisa, mentre quella del segnale modulante è come uno stilo maneggiato da uno scrittore che incide sulla tavoletta. Il risultato è il segnale modulato, una tavoletta incisa contenente informazioni.

Funzionamento del Modulatore

Il modulatore svolge il processo di modulazione e può essere hardware o software, spesso implementato attraverso DSP (Digital Signal Processor).

Supponiamo, per semplicità, che il segnale modulante sia cosinusoidale:

$v_m(t) = A_m \cos(\omega_m t)$, applicato all'ingresso del modulatore AM.

$v_p(t) = A_p \cos(\omega_p t)$

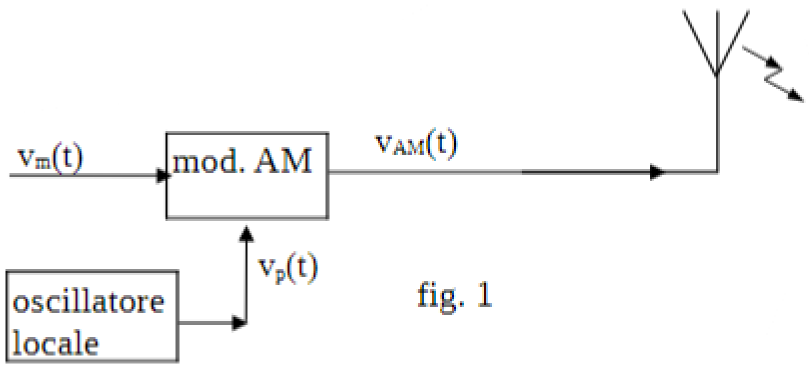
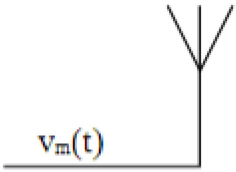


fig. 1

Perché non trasmettere direttamente il segnale modulante usando lo schema nella Figura 2? La risposta è che un'antenna deve essere accordata alla lunghezza d'onda del segnale

$L = \lambda/4 \text{ DOVE } \lambda = c/f$, e per frequenze vocali umane tipiche, ciò richiederebbe antenne sproporzionatamente grandi.

fig. 2



UN BREVE ESEMPIO

La voce umana (di un lettore che legge un brano di testo) ha normalmente uno spettro nel quale la frequenza delle armoniche è compresa fra $300\text{Hz tra } 3.4\text{KHz}$; perciò per semplificare supponiamo che la frequenza sia pari a: $f = 3\text{KHz}$; essendo $c = 3.108\text{m/s}$ la velocità del campo EM avremo che se $f = 3\text{KHz}$ allora

$$l = \frac{c}{f} = \frac{3.108\text{m/s}}{3\text{KHz}} = 100\text{Km}$$

perciò per accordare l'antenna ad un quarto della lunghezza d'onda essa dovrà avere una lunghezza pari a:

$$L = I/4 = 100\text{Km}/4 = 25\text{Km}$$

Quindi, per evitare questa limitazione, si cerca di ottenere un segnale a frequenza molto più alta $v_m(t)$, permettendo l'uso di un'antenna più corta. Questo si ottiene attraverso la modulazione. Un segnale modulante a bassa frequenza $v_m(t)$ viene combinato con una portante ad alta frequenza KHz, producendo un segnale modulato. Un modo semplice di modulazione è il DSB-SC (Double-Side-Band Suppressed-Carrier), dove la portante è soppressa.

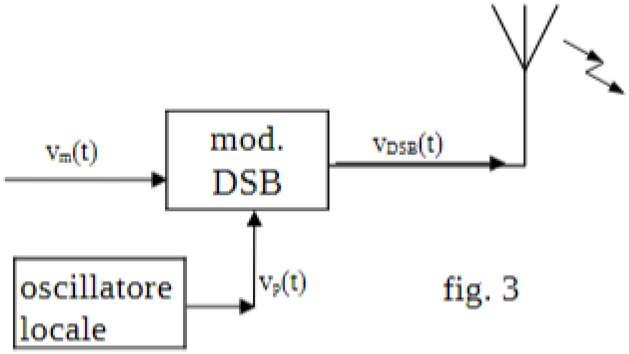


fig. 3

DSB-TC

La modulazione di ampiezza (AM) è comunemente indicata come DSB-TC (Double Side Band Transmitted Carrier) per evidenziare che nella trasmissione è presente la portante. La DSB-TC è la forma classica di AM.

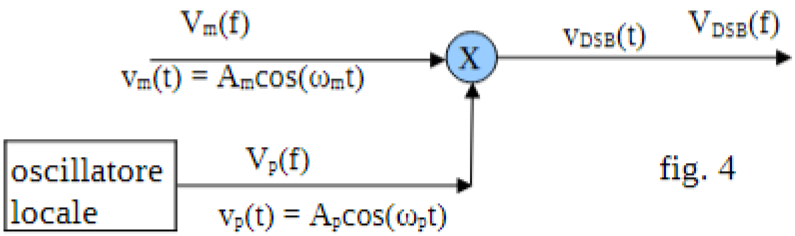


fig. 4

Ottenere un Segnale DSB

Per ottenere un segnale DSB, è sufficiente utilizzare un componente a basso costo chiamato mixer o moltiplicatore. Il segnale in uscita dal mixer è proporzionale al prodotto dei segnali in ingresso:

$$V_{DSB}(t) = k \cdot V_m(t) \cdot V_p(t) = k \cdot A_m\cos(\omega_m t) \cdot A_p\cos(\omega_p t)$$

Dove:

- $v_m(t)$ è il segnale modulante, ipotizzato come $v_m(t) = A_m\cos(\omega_m t)$.

- $V_p(t)$ è il segnale portante, ipotizzato come
  $$v_p(t) = A_p \cos(\omega_p t)$$
  dove Wp e la costante pulsazione della portante
- k è la costante di proporzionalità detta sensibilità del modulatore.
- A_M è l'ampiezza massima del segnale modulante.
- A_p è l'ampiezza massima della portante.

Calcolo delle Armoniche

Le armoniche del segnale modulato DSB possono essere calcolate usando le formule di Werner per il prodotto di due cosinusoidi. Il segnale modulato DSB può essere espresso come:

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = 1/2 \cdot \cos(\alpha + \beta) + 1/2 \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

Dove:

$$V_{DSB}(t) = k \cdot V_p(t) \cdot V_m(t) = (1/A_p) \cdot A_p \cos(\omega_p t) c \cdot A_m \cos(\omega_m t) = A_m \cos(\omega_p t) \cdot \cos(\omega_m t) =$$

$$= (A_m/2)\cos(\omega_p t + \omega_m t) + (A_m/2)\cos(\omega_p t - \omega_m t) = A_{USB}\cos(\omega_p t + \omega_m t) + A_{LSB}\cos(\omega_p t - \omega_m t) =$$

$$= A_{USB}\cos(\omega_{USB} t) + A_{LSB}\cos(\omega_{LSB} t)$$

Il segnale modulato DSB contiene due bande laterali, una con frequenza pari alla somma delle frequenze della portante e della modulante (USB) $f_{USB} = f_p + f_m$ e l'altra con frequenza pari alla differenza (LSB)

$$f_{LSB} = f_p - f_m$$

.

Suppressione della Portante (DSB-SC)

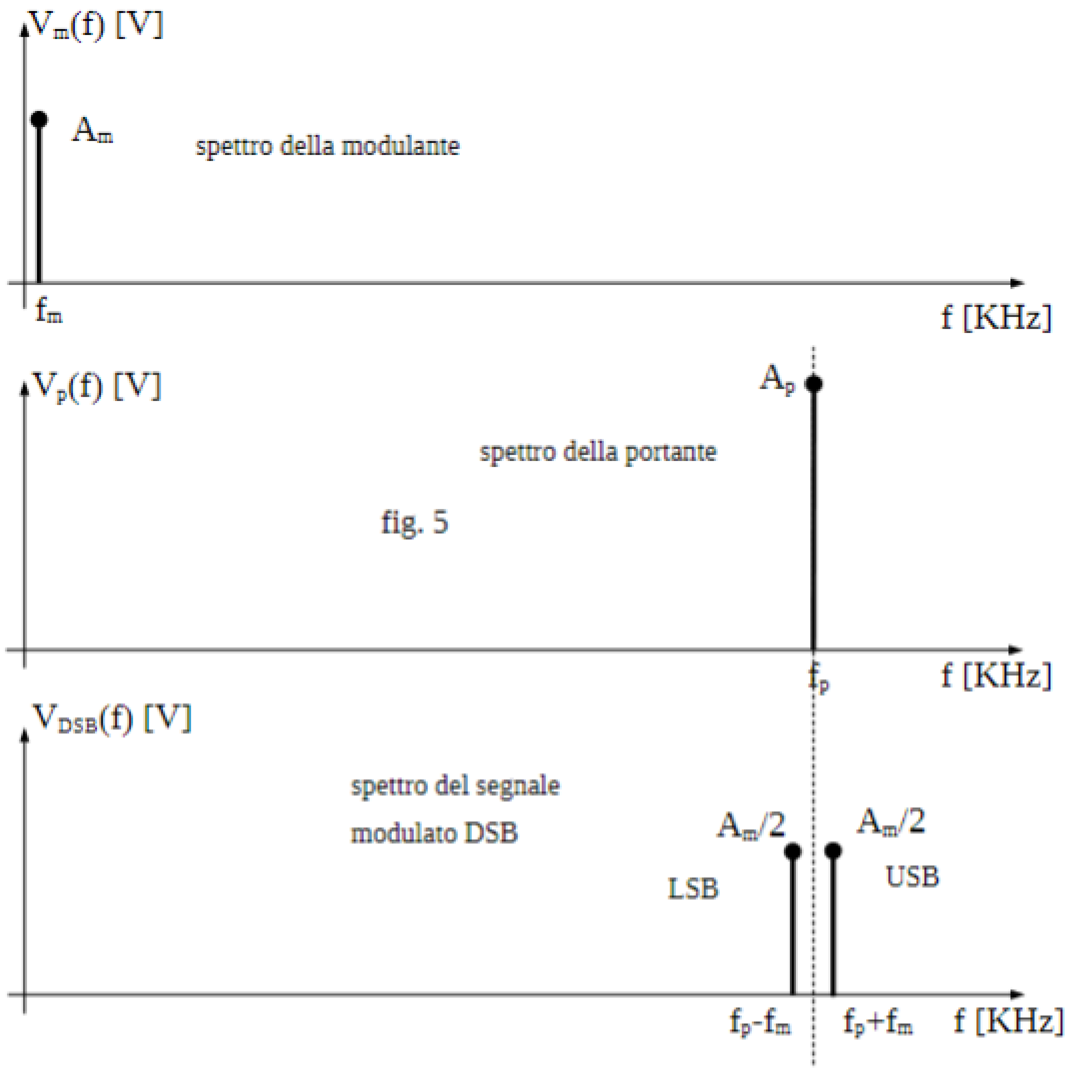
La DSB-SC implica la soppressione della portante, e quindi il segnale modulato non la contiene. Nel dominio del tempo, il segnale modulato è la somma di due cosinusoidi senza la componente portante:

$$V_{DSB}(t) = (A_m/2)\cos(\omega_{USB}t) + (A_\pi/2)\cos(\omega_{LSB}t)$$

Spettro del Segnale

$$V_{DSB}(f)$$

sarà la somma delle due righe spettrali. Queste due righe sono posizionate sul diagramma spettrale in corrispondenza della frequenza LSB (differenza) e della frequenza USB (somma). Giova ricordare che la frequenza della portante è molto maggiore di quella della modulante: fp >> fm ; e dunque le due righe spettrali del segnale modulato sono molto vicine fra loro. Infatti risulta che: fp - fm è quasi uguale ad fp + fm . Possiamo tracciare gli spettri dei tre segnali: modulante, portante, e modulato.



Esempio Numerico

Ad esempio, con $f_p = 1MHz\ ED\ f_m = 2KHz$, si ottiene

$$f_{LSE} = f_p - f_m = 1MHz - 2KHz = 998KHz$$

. Entrambe le righe spettrali possono essere trasmesse efficacemente con un'antenna di circa 75 metri di lunghezza. Se Avessimo scelto

$$f_p = 100MHz$$

sarebbe bastata un’antenna da meno di un metro

Dimostrazione delle Formule di Werner

Le formule di Werner dimostrano come il prodotto di due cosinusoidi possa essere sviluppato nella somma di due cosinusoidi

$$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta)$$

Partendo dalle formule di addizione per il coseno:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \mathrm{sen}(\alpha) \cdot \mathrm{sen}(\beta)$$
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \mathrm{sen}(\alpha) \cdot \mathrm{sen}(\beta)$$

Sommando le due equazioni otteniamo:

$$\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2\cos(\alpha) - \cos(\beta)$$

Per dimostrare le formule di Werner, dobbiamo dividere entrambi i membri dell'equazione per 2:

$$\frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cdot \cos(\alpha - \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)$$

Quindi, abbiamo dimostrato che il prodotto di due cosinusoidi può essere rappresentato come la somma di due cosinusoidi. Questo è ciò che si chiama formule di Werner, e dimostra il modo in cui un segnale modulato può essere rappresentato come la somma di due componenti laterali,.