LAPORAN TUGAS BESAR 1

13521067 - Yobel Dean Christopher

13521120 - Febryan Arota Hia

13521137 - Michael Utama

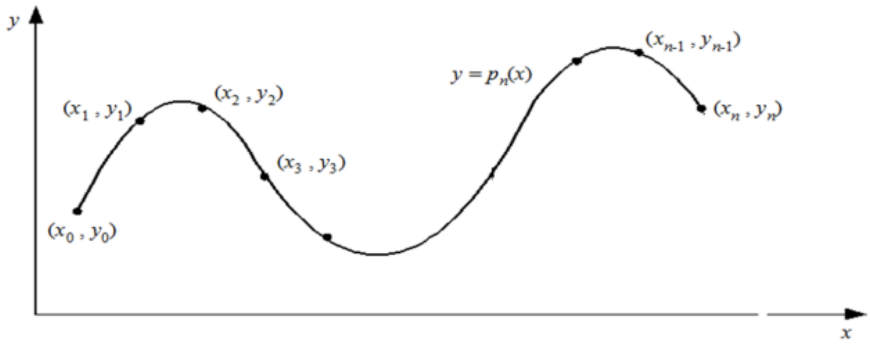
DAFTAR ISI

BAB I DESKRIPSI MASALAH

Sistem persamaan linier (SPL) banyak ditemukan di dalam bidang sains dan rekayasa. berbagai metode dapat digunakan untuk menyelesaikan SPL, termasuk menghitung determinan matriks. Sembarang SPL dapat diselesaikan dengan beberapa metode, yaitu metode eliminasi Gauss, metode eliminasi Gauss-Jordan, metode matriks balikan ($x = A^{-1}b$), dan kaidah Cramer (khusus untuk SPL dengan n peubah dan n persamaan). Solusi sebuah SPL mungkin tidak ada, banyak (tidak berhingga), atau hanya satu (unik/tunggal).

1.1 Interpolasi Polinom

Persoalan interpolasi polinom adalah sebagai berikut: Diberikan n+1 buah titik berbeda, $(x_{0,}\ y_0)$, (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). Tentukan polinom P$n(x)$ yang menginterpolasi (melewati) semua titik-titik tersebut sedemikian rupa sehingga $y_i = P_n(x_i)$ untuk i = 0, 1, 2, …, n.



Setelah polinom interpolasi $p_n(x)$ ditemukan, $p_n(x)$ dapat digunakan untuk menghitung perkiraan nilai y di sembarang titik di dalam selang $[x_0\ ,x_n]$. Polinom interpolasi derajat n yang menginterpolasi titik-titik (x_0, y_0), (x_1, y_1), ..., (x_n, y_n). adalah berbentuk $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n$. Jika hanya ada dua titik, (x_0, y_0) dan (x_1, y_1), maka polinom yang menginterpolasi kedua titik tersebut adalah $p_1(x) = a_0 + a_1x$ yaitu berupa persamaan garis lurus. Jika tersedia tiga titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), dan (x_2, y_2), maka polinom yang menginterpolasi ketiga titik tersebut adalah $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ atau persaman kuadrat dan kurvanya berupa parabola. Jika tersedia empat titik, (x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), dan (x_3, y_3), polinom yang menginterpolasi keempat titik tersebut adalah $p_3(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, demikian seterusnya. Dengan cara yang sama kita dapat membuat polinom interpolasi berderajat n untuk n yang lebih tinggi asalkan tersedia (n+1) buah titik data. Dengan menyulihkan (x_i, y_i) ke dalam persamaan polinom $p_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots +$ anx n untuk i = 0, 1, 2, …, n, akan diperoleh n buah sistem persamaan lanjar dalam $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n$,

$$a_o + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \cdots + a_nx_0^n = y_0$$
$$a_o + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \cdots + a_nx_1^n = y_1$$
$$\cdots$$
$$a_o + a_1x_n + a_2x_n^2 + \cdots + a_nx_n^n = y_n$$

Solusi sistem persamaan lanjar ini, yaitu nilai $a_0, a_1, \ldots, a_n$, diperoleh dengan menggunakan metode eliminasi Gauss yang sudah anda pelajari. Sebagai contoh, misalkan diberikan tiga buah titik yaitu (8.0, 2.0794), (9.0, 2.1972), dan (9.5, 2.2513). Tentukan polinom interpolasi kuadratik lalu estimasi nilai fungsi pada x = 9.2. Polinom kuadratik berbentuk $p_2(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$. Dengan menyulihkan ketiga buah titik data ke dalam polinom tersebut, diperoleh sisten persamaan lanjar yang terbentuk adalah

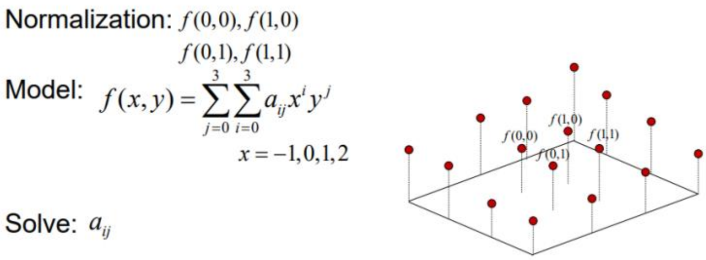
$$a_0 + 8.0a_1 + 64.00a_2 = 2.0794$$
$$a_0 + 9.0a_1 + 81.00a_2 = 2.1972$$
$$a_0 + 9.5a_1 + 90.25a_2 = 2.2513$$

Penyelesaian sistem persamaan dengan metode eliminasi Gauss menghasilkan a_0 = 0.6762, a_1 = 0.2266, dan a_2 = -0.0064. Polinom interpolasi yang melalui ketiga buah titik tersebut adalah $p_2(x)$= 0.6762 + 0.2266x - 0.0064x^2. Dengan menggunakan 2 polinom ini, maka nilai fungsi pada x = 9.2 dapat ditaksir sebagai berikut: p_2(9.2) = 0.6762 + 0.2266(9.2) - 0.0064(9.2)2 = 2.2192.

1.2 Bicubic Interpolation

Bicubic interpolation merupakan teknik interpolasi pada data 2D umumnya digunakan dalam pembesaran citra yang merupakan pengembangan dari interpolasi linear dan cubic.

Diberikan sebuah matrix awal, misal M, kita akan mencari persamaan interpolasi f(x,y) dengan pemodelan sebagai berikut:



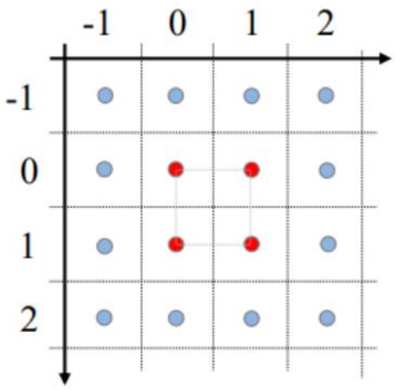
Melakukan substitusi nilai-nilai diketahui pada matriks 4 x 4 tersebut ke persamaan f(x,y) akan menghasilkan sebuah matriks persamaan:

$$y = Xa$$

$$\begin{bmatrix} f(-1,-1) \\ f(0,-1) \\ f(1,-1) \\ f(2,-1) \\ f(-1,0) \\ f(0,0) \\ f(1,0) \\ f(2,0) \\ f(-1,1) \\ f(0,1) \\ f(1,1) \\ f(2,1) \\ f(-1,2) \\ f(0,2) \\ f(1,2) \\ f(2,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & -1 & -2 & -4 & -8 & 1 & 2 & 4 & 8 & -1 & -2 & -4 & -8 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & 4 & -4 & 4 & -4 & 8 & -8 & 8 & -8 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 4 & 4 & 4 & 4 & 8 & 8 & 8 & 8 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 2 & 4 & 8 & 16 & 4 & 8 & 16 & 32 & 8 & 16 & 32 & 64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{00} \\ a_{10} \\ a_{20} \\ a_{30} \\ a_{01} \\ a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{02} \\ a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \\ a_{03} \\ a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{bmatrix}$$

Elemen pada matrix X adalah koefisien a_{ij} yang diperoleh dari persamaan $f(x,y)$ di atas. Sebagai contoh, elemen pada baris 4 kolom ke 10 adalah koefisien dari a_{12} dan diperoleh dari $2^1 * (-1)^2$ =2, sesuai persamaan $x^i * y^j$.

Vektor a dapat dicari dari persamaan tersebut (menggunakan inverse), lalu vektor a digunakan sebagai nilai variabel dalam $f(x,y)$. Sehingga terbentuk fungsi interpolasi bicubic sesuai model. Tugas Anda adalah menentukan persamaan $f(x,y)$ lalu melakukan interpolasi berdasarkan *f*(a,b) dari masukan matriks 4 x 4. Nilai masukan a dan b dalam rentang [0,1] (Referensi gambar di bawah, nilai untuk diinterpolasi dalam kotak merah).



1.3 Regresi Linier Berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

Untuk mendapatkan nilai dari setiap βi dapat digunakan Normal Estimation Equation for Multiple

$$\begin{array}{llllll}
nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} & + & \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} y_i \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{2i} + & & \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{1i}x_{ki} & = \sum_{i=1}^{n} x_{1i}y_i \\
\vdots \qquad \vdots & \quad \vdots & & \quad \vdots & \quad \vdots \\
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{ki} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{1i} & + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{ki}x_{2i} + & & \cdots + b_k \sum_{i=1}^{n} x_{ki}^2 & = \sum_{i=1}^{n} x_{ki}y_i
\end{array}$$

Linear Regression sebagai berikut:

Sistem persamaan linier tersebut diselesaikan dengan menggunakan metode eliminasi Gauss.

BAB II TEORI SINGKAT

2.1 Penyelesaian Sistem Persamaan Linier

2.1.1 Metode Eliminasi Gauss

Eliminasi Gauss adalah suatu cara untuk mengoperasikan nilai-nilai dalam matriks sehingga matriks tersebut menjadi matriks eselon baris. Matriks eselon baris adalah matriks yang memiliki satu utama pada setiap baris, kecuali pada baris yang seluruhnya nol.

Sifat-sifat matriks eselon baris:

- Jika sebuah baris tidak terdiri dari seluruhnya nol, maka bilangan tidak nol pertama dalam baris adalah 1 (disebut satu utama)
- Jika ada baris yang seluruhnya nol, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks
- Di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka satu utama pada baris yang lebih rendah terdapat jauh ke kanan daripada satu utama pada baris yang lebih tinggi.

  Berikut adalah contoh matriks eselon baris.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.1.2 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Metode ini merupakan pengembangan dari metode eliminasi Gauss. Pada eliminasi Gauss-Jordan tidak diperlukan lagi substitusi secara mundur untuk memperoleh nilai-nilai variabel. Nilai variabel dapat langsung diperoleh dari matriks *augmented* akhir setelah OBE hingga terbentuk matriks eselon baris tereduksi

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix} \sim\text{OBE}\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & * \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 1 & * \end{bmatrix}$$

Sifaf-sifat matriks eselon baris tereduksi :

- Jika sebuah ika sebuah baris tidak terdiri dari seluruhnya nol, maka bilangan tidak nol pertama pada baris itu adalah 1 (disebut satu utama)
- Jika ada baris yang seluruhnya nol, maka semua baris itu dikumpulkan pada bagian bawah matriks
- Di dalam dua baris berurutan yang tidak seluruhnya nol, maka satu utama pada baris yang lebih rendah terdapat lebih jauh ke kanan daripada satu utama pada baris yang lebih tinggi.
- Setiap kolom yang memiliki satu utama memiliki nol di tempat yang lain.

2.1.3 Metode Matriks Balikan

Matriks balikan/invers dapat diterapkan dalam menyelesaikan SPL. Dengan menggunakan sifat invers, yaitu:

$$AB = C$$

$$B = A^{-1}C$$

Dengan *A* sebagai matriks awal, *B* sebagai matriks variabel, *C* sebagai matriks hasil, dan A^{-1} menyatakan invers dari matriks *A*

2.1.4 Kaidah Cramer

Jika $Ax = b$ adalah SPL yang terdiri dari *n* persamaan linier dengan *n* peubah sedemikian hingga $\det(A) \neq 0$, maka SPL tersebut memiliki solusi unik, yaitu:

$$x_1 = \frac{\det(A_1)}{\det(A)} , \quad x_2 = \frac{\det(A_2)}{\det(A)} , \ \ldots \ , \quad x_n = \frac{\det(A_n)}{\det(A)}$$

Dalam hal ini, A adalah matriks ang diperoleh dengan mengganti entri pada kolom ke-j dari A dengan entri matriks

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

2.2 Determinan

2.2.1 Metode Reduksi Baris

Menghitung determinan dengan metode reduksi baris dapat diperoleh dengan melakukan OBE pada matriks *augmented* berukuran $n \times n$ hingga menjadi matriks segitiga (segitiga atas atau bawah).

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Maka det(A) = $(-1)^p \ a'_{11}a'_{22} \ldots a'_{nn}$, dengan *p* menyatakan banyaknya operasi pertukaran baris dan asumsi tidak ada operasi perkalian baris dengan konstanta k.

Jika selama reduksi baris terdapat OBE berupa perkalian baris-baris matriks dengan $k_1, k_2, \ldots k_n$, maka

$$\det(A) = \frac{(-1)^p \ a'_{11} \ a'_{22} \ldots a'_{mm}}{k_1 k_2 \ldots k_m}$$

2.2.2 Ekspansi Kofaktor

Perhitungan determinan menggunakan metode ekspansi kofaktor memerlukan matriks kofaktor terlebih dahulu.

Dengan menggunakan kofaktor, maka determinan matriks

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Dapat dihitung dengan salah satu dari persamaan berikut :

$$\begin{array}{ll} \det(A) = a_{11}C_{11} + a_{12}C_{12} + \ldots + a_{1n}C_{1n} & \det(A) = a_{11}C_{11} + a_{21}C_{21} + \ldots + a_{n1}C_{n1} \\ \det(A) = a_{21}C_{21} + a_{22}C_{22} + \ldots + a_{2n}C_{2n} & \det(A) = a_{12}C_{12} + a_{22}C_{22} + \ldots + a_{n2}C_{n2} \\ \vdots & \vdots \\ \det(A) = a_{n1}C_{n1} + a_{n2}C_{n2} + \ldots + a_{nn}C_{nn} & \det(A) = a_{1n}C_{1n} + a_{2n}C_{2n} + \ldots + a_{nn}C_{nn} \\ \text{Secara baris} & \text{Secara kolom} \end{array}$$

2.3 Matriks Balikan

2.3.1 Metode Eliminasi Gauss-Jordan

Misalkan A adalah matriks persegi berukuran $n \times n$. Balikan (*invers*) matriks A adalah A^{-1} sedemikian sehingga $AA^{-1} = A^{-1}A = I$. Metode eliminasi Gauss-Jordan dapat digunakan untuk menghitung matriks balikan.

Untuk matriks A yang berukuran $n \times n$, matriks balikannya, A^{-1} dapat dicari dengan cara berikut.

$$[A|I] \overset{\text{G-J}}{\sim} [I|A^{-1}]$$

2.3.2 Metode Matriks Adjoin

Balikan matriks A dapat dihitung dengan menggunakan rumus:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} adj(A)$$

2.4 Matriks Kofaktor dan Adjoin

2.4.1 Matriks Kofaktor

Misalkan A adalah matriks berukuran $n \times n$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Didefinisikan:

M_{ij} = minor entri a_{ij}
= determinan upa-matriks (*submatrix*) yang elemen-elemennya tidak berada pada baris i dan kolom j.
$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$ = kofaktor entri a_{ij}

Maka matriks kofaktor dari A adalah

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix}$$

2.4.2 Matriks Adjoin

Matriks Adjoin (Adj) adalah matriks transpose dari suatu kofaktor matriks.

2.5 Interpolasi Polinom

Interpolasi adalah perkiraan suatu nilai tengah dari suatu set nilai yang diketahui. Interpolasi dengan pengertian yang lebih luas merupakan upaya mendefinisikan suatu fungsi dekatan suatu fungsi analitik yang tidak diketahui atau pengganti fungsi rumit yang tidak mungkin diperoleh persamaan analitiknya. Secara umum persamaan polinomial dituliskan dalam persamaan berikut

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

2.6 Interpolasi Bicubic

Interpolasi bicubic adalah ekstensi dari teknik interpolasi kubik pada data 2 dimensi. Teknik interpolasi ini bertujuan untuk menghasilkan fungsi dua variabel yang masing-masing berderajat tiga, seperti pada persamaan berikut.

$$f(x,\, y) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} a_{i,\, j}\ x^i y^j$$

Untuk mencari seluruh nilai $a_{i,\, j}$, diperlukan nilai 16 titik yaitu

$$\{(x,\, y) \mid -1 \,\leq\, x,\, y \,\leq\, 2 \,\wedge\, x,\, y \,\in\, \mathbb{Z}|\}$$

2.7 Regresi Linier Berganda

Regresi Linear (akan dipelajari lebih lanjut di Probabilitas dan Statistika) merupakan salah satu metode untuk memprediksi nilai selain menggunakan Interpolasi Polinom. Meskipun sudah ada rumus jadi untuk menghitung regresi linear sederhana, terdapat rumus umum dari regresi linear yang bisa digunakan untuk regresi linear berganda, yaitu.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \cdots + \beta_k x_{ki} + \epsilon_i$$

BAB III IMPLEMENTASI

3.1 Kelas Driver

Merupakan program utama, berfungsi mengeluarkan menu dan menggunakan kelas lain untuk memenuhi permintaan.

3.2 Kelas Menu

Kelas Menu berisi prosedur yang diperlukan untuk membuat menu. Berikut adalah pseudocode definisi dan spesifikasi tiap anggota kelas Menu.

```
{****** Static Methods ******}
static Procedure printMenu()
{ I.S. }
{ F.S. Mengeluarkan string main menu ke terminal }
static Procedure printOpsi()
{ I.S. }
  F.S. Mengeluarkan string opsi jenis input ke terminal }
static Procedure metodeSPL()
{ I.S. }
{ F.S. Mengeluarkan string opsi metode penyelesaian SPL ke terminal }
static Procedure SPL(int metode, Matriks m)
{ I.S. metode berada pada rentang [1..4]. m terdefinisi }
{ F.S. Memanggil prosedur penyelesaian SPL sesuai metode }
static Procedure metodeDeterminan()
{ I.S. }
{ F.S. Mengeluarkan string opsi metode kalkulasi determinan ke terminal }
static Procedure metodeBalikan()
{ I.S. }
{ F.S. Mengeluarkan string opsi metode balikan matriks ke terminal }
static Procedure metodeBicubic()
{ I.S. }
{ F.S. Mengeluarkan string pilihan aksi dalam submenu bicubic }
static Procedure outputToFile(Scanner s, String str)
{ I.S. s terdefinisi Scanner aktif, str adalah bakal isi file }
{ F.S. menyimpan output pada file sesuai input pengguna }
```

3.3 Kelas Matriks

Kelas Matriks merupakan implementasi matriks dan operasi matriks dalam matematika. Kelas Matriks memiliki beberapa metode dan variabel anggota, yaitu

```
{****** Variabel Anggota ******}
mat : array of array of double { elemen matriks }
rowCnt, colCnt : int           { jumlah baris dan kolom efektif }

{****** KONSTRUKTOR ******}
Matriks(int rowSz, int colSz)
{ Membuat objek Matriks baru dengan ukuran rowSz * colSz }
Matriks()
{ Membuat objek Matriks baru dengan ukuran 1 * 1 }

{****** Baca/Tulis ******}
Procedure print()
{ Mengeluarkan matriks ke terminal }
```

```
{ Hanya untuk keperluan debug }
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. Ukuran dan isi objek Matriks dikeluarkan ke terminal }

Procedure read(Scanner s)
{ Membaca matriks dari keyboard }
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. objek Matriks berisi nilai sesuai masukan dari keyboard }

static Matriks readFile(String file)
{ Membaca Matriks dari file }

{****** SELEKTOR ******}
double getMat(int r, int c)
{ Mengembalikan nilai mat[r][c] }
int getRow()
{ Mengembalikan nilai rowCnt }
int getCol()
{ Mengembalikan nilai colCnt }
Procedure setMat(int r, int c, double newVal)
{ Mengubah nilai mat[r][c] menjadi newVal }
Procedure setRow(int newVal)
{ Mengubah nilai rowCnt menjadi newVal }
Procedure setCol(int newVal)
{ Mengubah nilai colCnt menjadi newVal }

{****** PRIMITIF ******}
Matriks mul(Matriks m2)
{ Mengembalilkan Matriks hasil perkalian silang antara
  objek Matriks yang dipanggil dan m2 }
Matriks mul(double pengali)
{ Mengembalikan Matriks hasil perkalian skalar antara
  objek Matriks yang dipanggil dan pengali }
Matriks transpose()
{ Mengembalikan hasil transpose objek Matriks }
{ Yaitu elemen baru mat[i][j] <- elemen lama mat[j][i]
  dan rowCnt ditukar dengan colCnt }

{****** OBE ******}
Procedure tukarBaris(int baris1, int baris2)
{ Menukar tiap elemen dari baris1 dan baris2 }
{ I.S. baris1 dan baris2 berada pada rentang [0..getRow() - 1] }
{ F.S. baris ke-baris1 dan baris2 pada objek Matriks ditukar }

Procedure bagiBaris(int baris, double pembagi)
{ Membagi tiap elemen baris dengan konstan pembagi }
{ I.S. pembagi bukan nol dan baris berada pada [0..getRow() - 1] }
{ F.S. tiap elemen baris dibagi dengan pembagi }

Procedure tambahBaris(int baris, int barisPenambah, double pengali)
{ Menambah tiap elemen pada baris ke-baris dengan pengali * baris
  barisPenambah }
{ I.S. baris, barisPenambah pada [0..getRow() - 1] }
{ F.S. tiap elemen baris ke-baris ditambah dengan pengali * elemen
  barisPenambah }

{****** METODE PENYELESAIAN SPL ******}
{ objek Matriks pada Metode Penyelesaian SPL adalah Matriks augmented }
Procedure gaussElimination()
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. objek Matriks menjadi Matriks eselon baris }
```

```
{ Langkah untuk tiap baris i :
  1. Tukar baris jika getMat(i, satuUtamaPos) = 0
  2. Jika tidak ada baris yang dapat ditukar, skip baris
  3. Bagi elemen baris ke-i dengan getMat(i, satuUtamaPos)
  4. Buat seluruh elemen mat[k][satuUtamaPos] 0 untuk k > i }
Procedure gaussSPL()
{ Mengeluarkan hasil SPL gauss }
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. mengeluarkan penyelesaian SPL dengan variabel sebanyak kolom-1
       berupa solusi tunggal, parametrik, atau tidak ada solusi }

Procedure gaussJordanElimination()
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. objek Matriks menjadi Matriks eselon baris tereduksi }
{ Langkah untuk tiap baris i :
  1. Tukar baris jika getMat(i, satuUtamaPos) = 0
  2. Jika tidak ada baris yang dapat ditukar, skip baris
  3. Bagi elemen baris ke-i dengan getMat(i, satuUtamaPos)
  4. Buat seluruh elemen mat[k][satuUtamaPos] 0 untuk k != i }

Procedure gaussJordanSPL()
{ Mengeluarkan hasil SPL gauss }
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. mengeluarkan penyelesaian SPL dengan variabel sebanyak kolom-1
       berupa solusi tunggal, parametrik, atau tidak ada solusi }

Procedure inverseMethod()
{ Mengeluarkan solusi SPL menggunakan metode inverse }
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. mengeluarkan penyelesaian SPL dengan variabel sebanyak kolom-1
       berupa solusi tunggal atau tidak ada solusi tunggal }

Procedure cramer()
{ Menyelesaikan SPL dengan menggunakan metode cramer }
{ Yaitu dengan mencari determinan Matriks SPL dan Matriks hasil
  substitusi }
{ I.S. objek Matriks terdefinisi }
{ F.S. mengeluarkan penyelesaian SPL dengan variabel sebanyak kolom-1
       berupa solusi tunggal atau tidak ada solusi tunggal }

Matriks cramerMtx()
{ Menyelesaikan SPL dengan menggunakan metode cramer }
{ Prakondisi : Matriks SPL memiliki solusi tunggal }
{ Mengembalikan Matriks berukuran jumlah baris awal * 1 berisi nilai
  nilai solusi SPL }

{****** OPERASI MATRIKS LAIN ******}
double determinant()
{ Mencari determinan sebuah objek Matriks }
{ Menggunakan metode kofaktor }
{ Prakondisi : Matriks persegi }

double determinanReduksiBaris()
{ Mencari determinan sebuah objek Matriks }
{ Menggunakan OBE untuk mereduksi baris }
{ Prakondisi : Matriks persegi }

double cofactorElmt(int p, int q)
{ Menghitung nilai kofaktor pada posisi (p, q) }
{ Prekondisi : Matriks persegi dan p, q berada pada rentang
  [0..getRow() - 1] }
```

```
Matriks cofactorMtx()
{ Menghitung nilai kofaktor tiap elemen objek Matriks }
{ Prakondisi : Matriks persegi }

Matriks adjoin()
{ Mengembalikan sebuah objek Matriks bernilai adjoin dari objek Matriks
  yang dipanggil }
{ Prakondisi : Matriks persegi }

Matriks inverse()
{ Mengembalikan sebuah objek Matriks yang merupakan inverse dari objek
  Matriks yang dipanggil, Return null jika determinan = 0 }
{ Prakondisi : Matriks persegi }

Matriks inverseByAugment()
{ Mengembalikan Matriks yang merupakan inverse dari objek Matriks yang
  dipanggil }
{ Memiliki undefined behaviour jika matriks yang dipanggil tidak memiliki
  balikan }

boolean isImpossible()
{ return true jika SPL tidak memiliki penyelesaian }
{ yaitu jika Matriks memiliki baris 0 0 .. 0 1 }
{ Prakondisi : Matriks berupa eselon baris }

boolean isMany()
{ return true jika SPL memiliki lebih dari satu penyelesaian }
{ yaitu jika Matriks tidak isImpossible() }
{ dan Matriks memiliki baris tidak nol kurang dari jumlah kolom - 1 }

{****** FUNGSI LAIN ******}
static String sVar(int x)
{ return string yang merupakan nama variabel ke-x }
{ Urutannya : a, b, c, .., y, z, aa, ab, ac, .. , az, ba, .. }
{ Digunakan pada variabel parameter }
```

3.4 Kelas Interpolasi

```
{***** INTERPOLASI *****}
Procedure interpolasi(Scanner s)
{Menerima input titik-titik dan nilai yang dicari dari keyboard untuk
interpolasi}
{I.S.}s terdfinisi
{F.S. meneruskan input ke fungsi interpolasi}

Procedure interpolasi(double x, Matriks m, Scanner s)
{Mencari persamaan dan nilai interpolasi x dari matriks m}
{I.S. x dan matriks m terdefinisi}
{F.S. mengeluarkan persamaan dan nilai interpolasi}

Procedure specialGaussJordan()
{Mengembalikan penyelesaian spl dengan metode gauss jordan}
```

3.5 Kelas Bicubic

```
{****** STRING PARSE ******}
static double nextInt(String[] s)
{ mengembalikan integer pertama yang dikenali dari string s[0] }
```

```
{ Lalu mengubah nilai s[0] dengan menghapus integer pertama tersebut }

{****** BICUBIC INTERPOLATION ******}
static Procedure bicubicInterpolation(Scanner s)
{ mengeluarkan hasil bicubic interpolation dengan input dari keyboard }
{ I.S. s terdefinisi }
{ F.S. Mengeluarkan nilai bicubic interpolation pada titik yang diminta}

static Procedure bicubicInterpolation(String sourceFile, Scanner s)
{ mengeluarkan hasil bicubic interpolation dengan input file }
{ I.S. sourceFile terdefinisi merupakan nama file pada folder test }
{ F.S. Mengeluarkan nilai bicubic interpolation pada titik yang diminta}

static Procedure bicubicInterpolation(Matriks f, double tx, double ty,
Scanner s)
{ mengeluarkan hasil bicubic interpolation dengan input Matriks dan
  titik yang diminta }
{ I.S. f Matriks 4x4, tx dan ty pada range [0..1] }
{ F.S. Mengeluarkan nilai bicubic interpolation pada (tx, ty) }

static double bicubicInterpolation(Matriks f, double tx, double ty,
Matriks a)
{ mengembalikan hasil bicubic interpolation }
{ Prakondisi : f Matriks 4x4, tx dan ty pada range [0..1], dan Matriks a
  merupakan Matriks 16x16 untuk mencari nilai a(i,j) }

{****** IMAGE INTERPOLATION ******}
static Procedure zoomImg(String sourceFile, string destFile)
{ I.S. file Bernama sourceFile ada di folder test, destFile nama file
       valid }
{ F.S. menghasilkan file Bernama destFile di folder test yang berisi
       hasil perbesaran gambar sebesar dua kali, dengan Teknik
       bicubic interpolation }
{ Proses :
  1. Precompute dan simpan Matriks pengali berukuran 16*16
  2. Buat BufferedImage baru untuk menyimpan gambar yang diperbesar
  3. Untuk setiap titik pada gambar baru, ambil 16 titik terdekat dan
     cari nilai interpolasi bikubik-nya }
```

3.6 Kelas Regresi

```
static Procedure regresiLinierBerganda(int n, int m, double[][] mat)
{ I.S. n, m positif, mat berukuran m * n+1 }
{ F.S. Mengeluarkan persamaan hasil regresi linier }

static Procedure regresiLinierBerganda(Scanner s)
{ I.S. s scanner dari keyboard }
{ F.S. Mengeluarkan persamaan hasil regresi linier }

static Procedure regresiLinierBerganda(String file, Scanner s)
{ I.S. file ada di folder test dan s scanner dari keyboard }
{ F.S. Mengeluarkan persamaan hasil regresi linier }
```

BAB IV EKSPERIMEN

4.1 Studi Kasus SPL

1. Temukan solusi SPL $Ax = b$ berikut:

a.
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 5 & -7 & -5 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Persamaan tidak memiliki solusi.
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Persamaan tidak memiliki solusi.
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 1 -1 -1 1
2 5 -7 -5 -2
2 -1 1 3 4
5 2 -4 2 6
Solusi tidak dapat ditentukan
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa keempat metode, yaitu metode Eliminasi Gauss, Eliminasi Guass-Jordan, Matriks Balikan, dan Kaidah Cramer, menampilkan hasil yang sama. Matriks hasil OBE memiliki satu baris yang seluruh elemennya 0, kecuali pada ruas kanan. Matriks ini juga tidak memiliki invers karena determinannya sama dengan nol. Jadi, sistem persamaan linear yang diwakili oleh matriks tersebut tidak mempunyai solusi.

b.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 5 \\ -1 \end{bmatrix}$$

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 6
Matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Solusi SPL banyak, yaitu:
MATRIKS 4*6
[[1.000000,-1.000000,0.000000,0.000000,1.000000,3.000000],
[0.000000,1.000000,0.000000,-1.500000,-0.500000,1.500000],
[0.000000,0.000000,0.000000,2.500000,-2.500000,-2.500000],
[-0.000000,-0.000000,-0.000000,1.000000,-1.000000,-1.000000]
x1 = 3.0 - 1.0a
x2 = 1.5
x3 =
x4 = -2.5
x5 = a
```

```
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 6
Matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Solusi SPL banyak, yaitu:
MATRIKS 4*6
[[1.000000,0.000000,0.000000,0.000000,-1.000000,3.000000],
[0.000000,1.000000,0.000000,0.000000,-2.000000,0.000000],
[0.000000,0.000000,0.000000,0.000000,0.000000,0.000000],
[0.000000,0.000000,0.000000,1.000000,-1.000000,-1.000000]]
0  1
1  2
2  2
3  2
x1 = 3.0 + 1.0a
x2 = 0.0 + 2.0a
x3 =
x4 = -1.0 + 1.0a
x5 = a
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 6
Matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 6
Matriks:
1 -1 0 0 1 3
1 1 0 -3 0 6
2 -1 0 1 -1 5
-1 2 0 -2 -1 -1
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa metode Eliminasi Gauss dan Eliminasi Gauss-Jordan menghasilkan solusi yang sama. Persamaan tersebut memiliki solusi banyak dan dituliskan dalam bentuk parametrik. Sementara itu, metode Matriks Balikan dan Kaidah Cramer tidak dapat digunakan karena ukuran matriks tidak persegi.

c. $$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 3
Jumlah kolom: 7
Matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Solusi SPL banyak, yaitu:
x1 =
x2 = 2.0 - 1.0a - 1.0b
x3 =
x4 = -1.0 - 1.0a
x5 = a
x6 = b
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 3
Jumlah kolom: 7
Matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Solusi SPL banyak, yaitu:
0  1
1  2
2  2
x1 =
x2 = 2.0 - 1.0a
x3 =
x4 = -1.0 - 1.0a
x5 = a-1.0 - 1.0b
x6 = b
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 3
Jumlah kolom: 7
Matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 3
Jumlah kolom: 7
Matriks:
0 1 0 0 1 0 2
0 0 0 1 1 0 -1
0 1 0 0 0 1 1
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa metode Eliminasi Gauss dan Eliminasi Gauss-Jordan menghasilkan solusi yang sama. Persamaan tersebut memiliki solusi banyak dan dituliskan dalam bentuk parametrik. Sementara itu, metode Matriks Balikan dan Kaidah Cramer tidak dapat digunakan karena ukuran matriks tidak sesuai.

d.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \cdots & \frac{1}{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n+1} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

H adalah matriks Hilbert. Cobakan untuk n = 6 dan n = 10.

Untuk n = 6:

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 6
Jumlah kolom: 7
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = 9.5965
x2 = -33.5491
x3 = 32.4251
x4 = -210.5076
x5 = 522.6862
x6 = -327.1719
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 6
Jumlah kolom: 7
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = 9.5965
x2 = -33.5491
x3 = 32.4251
x4 = -210.5076
x5 = 522.6862
x6 = -327.1719
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 6
Jumlah kolom: 7
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
x1 = 9.5965
x2 = -33.5491
x3 = 32.4251
x4 = -210.5076
x5 = 522.6862
x6 = -327.1719
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
1

1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 6
Jumlah kolom: 7
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
x1 = 9.5965
x2 = -33.5491
x3 = 32.4251
x4 = -210.5076
x5 = 522.6862
x6 = -327.1719
```

Untuk n = 10:

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 10
Jumlah kolom: 11
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0
0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0
0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0
0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0
0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0.0526 0
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = 20.1501
x2 = -167.6001
x3 = 340.9188
x4 = -212.2386
x5 = 175.6646
x6 = -66.3984
x7 = -284.6918
x8 = -26.9715
x9 = 89.2671
x10 = 141.5339
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 10
Jumlah kolom: 11
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0
0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0
0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0
0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0
0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0.0526 0
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = 20.1501
x2 = -167.6001
x3 = 340.9188
x4 = -212.2386
x5 = 175.6646
x6 = -66.3984
x7 = -284.6918
x8 = -26.9715
x9 = 89.2671
x10 = 141.5339
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 10
Jumlah kolom: 11
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0
0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0
0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0
0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0
0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0.0526 0
x1 = 20.1501
x2 = -167.6001
x3 = 340.9188
x4 = -212.2386
x5 = 175.6646
x6 = -66.3984
x7 = -284.6918
x8 = -26.9715
x9 = 89.2671
x10 = 141.5339
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 10
Jumlah kolom: 11
Matriks:
1.0000 0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 1
0.5000 0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0
0.3333 0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0
0.2500 0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0
0.2000 0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0
0.1667 0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0
0.1429 0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0
0.1250 0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0
0.1111 0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0
0.1000 0.0909 0.0833 0.0769 0.0714 0.0667 0.0625 0.0588 0.0556 0.0526 0
x1 = 20.1501
x2 = -167.6001
x3 = 340.9188
x4 = -212.2386
x5 = 175.6646
x6 = -66.3984
x7 = -284.6918
x8 = -26.9715
x9 = 89.2671
x10 = 141.5339
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa keempat metode menghasilkan solusi yang sama baik untuk n =6 maupun n = 10. Solusi yang didapatkan merupakan solusi unik karena matriks berbentuk persegi dan nilai determinan tidak sama dengan nol

2. SPL berbentuk matriks *augmented*

a. $$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 & -2 \\ -1 & 2 & -4 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}.$$

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Solusi SPL banyak, yaitu:
x1 = -1.0 - 2.0a
x2 =
x3 = a
x4 =
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Solusi SPL banyak, yaitu:
0  1
1  2
2  3
3  3
x1 = -1.0 + 1.0a
x2 = 0.0 + 2.0b
x3 = b
x4 = a
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
1 -1 2 -1 -1
2 1 -2 -2 -2
-1 2 -4 1 1
3 0 0 -3 -3
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa metode Eliminasi Gauss dan Eliminasi Gauss-Jordan menghasilkan solusi yang sama. Persamaan tersebut memiliki solusi banyak dan dituliskan dalam bentuk parametrik. Sementara itu, metode Matriks Balikan dan Kaidah Cramer tidak dapat digunakan karena determinan matriks tersebut sama dengan nol.

b. $$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 4 & 6 \\ -4 & 0 & 6 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -4 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 6
Jumlah kolom: 5
Matriks:
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
0 1 0 -2 0
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = 0.0000
x2 = 2.0000
x3 = 1.0000
x4 = 1.0000
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 6
Jumlah kolom: 5
Matriks:
2 0 8 0 8
0 1 0 4 6
-4 0 6 0 6
0 -2 0 3 -1
2 0 -4 0 -4
0 1 0 -2 0
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
0 1 0 -2 0
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = 0.0000
x2 = 2.0000
x3 = 1.0000
x4 = 1.0000
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa metode Eliminasi Gauss dan Eliminasi Gauss-Jordan menghasilkan solusi yang sama. Persamaan tersebut memiliki solusi banyak dan dituliskan dalam bentuk parametrik. Sementara itu, metode Matriks Balikan dan Kaidah Cramer tidak dapat digunakan karena ukuran matriks tidak persegi.

3. SPL berbentuk

a.
$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 0 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 \\ x_1 + 6x_3 + 4x_4 &= 3 \end{aligned}$$

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = -0.2243
x2 = 0.1824
x3 = 0.7095
x4 = -0.2581
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
Solusi SPL Tunggal, yaitu:
x1 = -0.2243
x2 = 0.1824
x3 = 0.7095
x4 = -0.2581
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
x1 = -0.2243
x2 = 0.1824
x3 = 0.7095
x4 = -0.2581
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 4
Jumlah kolom: 5
Matriks:
8 1 3 2 0
2 9 -1 -2 1
1 3 2 -1 2
1 0 6 4 3
x1 = -0.2243
x2 = 0.1824
x3 = 0.7095
x4 = -0.2581
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa keempat metode menghasilkan solusi yang sama baik untuk n =6 maupun n = 10. Solusi yang didapatkan merupakan solusi unik karena matriks berbentuk persegi dan nilai determinan tidak sama dengan nol b.

$$x_7 + x_8 + x_9 = 13.00$$
$$x_4 + x_5 + x_6 = 15.00$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 8.00$$
$$0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_6 + x_8) + 0.61396x_9 = 14.79$$
$$0.91421(x_3 + x_5 + x_7) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) = 14.31$$
$$0.04289(x_3 + x_5 + x_7) + 0.75(x_2 + x_4) + 0.61396x_1 = 3.81$$
$$x_3 + x_6 + x_9 = 18.00$$
$$x_2 + x_5 + x_8 = 12.00$$
$$x_1 + x_4 + x_7 = 6.00$$
$$0.04289(x_1 + x_5 + x_9) + 0.75(x_2 + x_6) + 0.61396x_3 = 10.51$$
$$0.91421(x_1 + x_5 + x_9) + 0.25(x_2 + x_4 + x_6 + x_8) = 16.13$$
$$.61396x_{} = 7.04$$

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
1

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 12
Jumlah kolom: 10
Matriks:
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13.00
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15.00
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8.00
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18.00
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12.00
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6.00
0.04289 0.75 0.61396 0 0.4289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
Persamaan tidak memiliki solusi.
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
2

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 12
Jumlah kolom: 10
Matriks:
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13.00
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15.00
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8.00
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18.00
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12.00
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6.00
0.04289 0.75 0.61396 0 0.4289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
Persamaan tidak memiliki solusi.
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
3

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 12
Jumlah kolom: 10
Matriks:
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13.00
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15.00
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8.00
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18.00
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12.00
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6.00
0.04289 0.75 0.61396 0 0.4289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

```
1. Metode eliminasi Gauss
2. Metode eliminasi Gauss-Jordan
3. Matriks Balikan
4. Kaidah Cramer
5. Kembali ke menu utama
Pilih metode penyelesaian:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah baris: 12
Jumlah kolom: 10
Matriks:
0 0 0 0 0 0 1 1 1 13.00
0 0 0 1 1 1 0 0 0 15.00
1 1 1 0 0 0 0 0 0 8.00
0 0 0.04289 0 0.04289 0.75 0.04289 0.75 0.61396 14.79
0 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0.91421 0.25 0 14.31
0.61396 0.75 0.04289 0.75 0.04289 0 0.04289 0 0 3.81
0 0 1 0 0 1 0 0 1 18.00
0 1 0 0 1 0 0 1 0 12.00
1 0 0 1 0 0 1 0 0 6.00
0.04289 0.75 0.61396 0 0.4289 0.75 0 0 0.04289 10.51
0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 0.25 0 0.25 0.91421 16.13
0.04289 0 0 0.75 0.04289 0 0.61396 0.75 0.04289 7.04
Solusi tunggal tidak dapat ditentukan
```

Hasil eksperimen di atas menunjukkan bahwa metode eliminasi Gauss, eliminasi Gauss-Jordan, matriks balikan, dan kaidah cramer menghasilkan solusi yang sama. Matriks hasil OBE memiliki satu baris yang semua elemennya bernilai 0, kecuali pada ruas kanan. Matriks tersebut juga tidak memiliki invers karena determinannya sama dengan nol.

4.2 Studi Kasus Interpolasi

1. Interpolasi dari pasangan titik-titik.

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 7
Nilai yang dicari: 0.2
Input:
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
f(x)= -4212.4345x^6 +7102.3992x^5  -4346.3140x^4 +1220.8549x^3  -163.9157x^2 +10.2764x  -0.1846
f(0.20)= 0.1300
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 7
Nilai yang dicari: 0.55
Input:
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
f(x)= -4212.4345x^6 +7102.3992x^5  -4346.3140x^4 +1220.8549x^3  -163.9157x^2 +10.2764x  -0.1846
f(0.55)= 2.1376
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 7
Nilai yang dicari: 0.85
Input:
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
f(x)= -4212.4345x^6 +7102.3992x^5  -4346.3140x^4 +1220.8549x^3  -163.9157x^2 +10.2764x  -0.1846
f(0.85)= -66.2696
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 7
Nilai yang dicari: 1.28
Input:
0.4 0.043
0.7 0.005
0.11 0.058
0.14 0.072
0.17 0.1
0.2 0.13
0.23 0.147
f(x)= -4212.4345x^6 +7102.3992x^5  -4346.3140x^4 +1220.8549x^3  -163.9157x^2 +10.2764x  -0.1846
f(1.28)= -3485.1449
```

Program akan menginterpolasi 7 titik yang diterima menjadi sebuah fungsi yang melintasi 7 titik tersebut. Fungsi ini digunakan untuk menaksir nilai-nilai x yang dicari dengan cara mensubstitusi nilai x ke dalam fungsi interpolasi. Nilai y yang ditampilkan adalah hasil taksiran tersebut.

$x = 0.2 \rightarrow y = 0.1300$
$x = 0.55 \rightarrow y = 2.1376$
$x = 0.85 \rightarrow y = -66.2696$
$x = 1.28 \rightarrow y = -3485.1449$

2. Gunakan data di bawah dengan memanfaatkan polinom interpolasi untuk melakukan prediksi jumlah kasus baru.

Tanggal	Tanggal (desimal)	Jumlah Kasus Baru
17/06/2022	6,567	12.624
30/06/2022	7	21.807
08/07/2022	7,258	38.391
14/07/2022	7,451	54.517
17/07/2022	7,548	51.952
26/07/2022	7,839	28.228
05/08/2022	8,161	35.764
15/08/2022	8,484	20.813
22/08/2022	8,709	12.408
31/08/2022	9	10.534

a. Tanggal 16/07/2022

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 10
Nilai yang dicari: 7.5161
Input:
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
f(x)= -140993.7122x^9 +9372849.2391x^8  -275474539.4207x^7 +4695806315.4288x^6  -51131876760.1328x^5 +368550807175.5350x^4  -1756810186361.3564x^3
      +5334203055240.5780x^2  -9346993079173.4380x +7187066071661.2010
f(7.52)= 53561.3730
```

b. Tanggal 10/08/2022

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 10
Nilai yang dicari: 8.3225
Input:

6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
f(x)= -140993.7122x^9 +9372849.2391x^8  -275474539.4207x^7 +4695806315.4288x^6  -51131876760.1328x^5 +368550807175.5350x^4
 -1756810186361.3564x^3 +5334203055240.5780x^2  -9346993079173.4380x +7187066071661.2010
f(8.32)= 36356.3203
```

c. Tanggal 05/09/2022

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 10
Nilai yang dicari: 9.1667
Input:
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534
f(x)= -140993.7122x^9 +9372849.2391x^8  -275474539.4207x^7 +4695806315.4288x^6  -51131876760.1328x^5 +368550807175.5350x^4  -1756810186361.3564x^3
+5334203055240.5780x^2  -9346993079173.4380x +7187066071661.2010
f(9.17)= -664744.4531
```

d. Tanggal 17/06/2022

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 10
Nilai yang dicari: 6.567
Input:
6.567 12624
7 21807
7.258 38391
7.451 54517
7.548 51952
7.839 28228
8.161 35764
8.484 20813
8.709 12408
9 10534

f(x)= -140993.7122x^9 +9372849.2391x^8  -275474539.4207x^7 +4695806315.4288x^6  -51131876760.1328x^5 +368550807175.5350x^4  -1756810186361.3564x^3
+5334203055240.5780x^2  -9346993079173.4380x +7187066071661.2010
f(6.57)= 12644.7070
```

Pasangan data tanggal (desimal yang sudah diolah) dan jumlah kasus dianggap sebagai sebuah titik. Program menginterpolasi 10 titik yang diberikan dan menghasilkan fungsi. Fungsi tersebut digunakan untuk menaksir jumlah kasus pada tanggal yang dicari. Jumlah kasus baru yang didapatkan sebgai berikut.

16/07/2022 = 53561.3730
10/08/2022 = 36356.3203
05/09/2022 = -664744.4531
17/06/2022 = 12644.7070

Berdasarkan hasil yang diperoleh, terdapat selisih nilai dengan seharusnya. Hal ini dapat dilihat pada tanggal 17/06/2022, perhitungan program menghasilkan nilai yang sedikit dengan nilai yang terdapat pada tabel. Selisih nilai tersebut diakibatkan karena kurangnya kepresisian dalam perhitungan dan pembulatan.

Dari hasil yang didapatkan terdapat juga nilai yang negatif pada tanggal 05/09/2022. Hal ini menunjukkan bahwa berdasarkan data, dapat diprediksi tidak ada lagi kasus baru pada tanggal tersebut.

3. Sederhanakan fungsi

$$f(x) = \frac{x^2 + \sqrt{x}}{e^x + x}$$

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
4

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Jumlah titik: 11
Nilai yang dicari: 1
Input:
0 0
0.2 0.3428
0.4 0.4189
0.6 0.4684
0.8 0.5072
1 0.5379
1.2 0.5609
1.4 0.5762
1.6 0.5837
1.8 0.5837
2 0.5767
f(x)= -0.4658x^10 +5.1430x^9  -24.8248x^8 +68.8415x^7  -121.1882x^6 +141.2131x^5  -110.1393x^4 +56.7913x^3  -18.7064x^2 +3.8735x +0.0000
f(1.00)= 0.5379
```

Dengan polinom interpolasi derajat 10 pada rentang [0..2], program menginterpolasi 11 titik dengan increment 0.2 dan menghasilkan fungsi berikut.

$$
\begin{aligned}
-0.4658x^{10} + 5.1430x^9 - 24.8248x^8 + 68.8415x^7 - 121.1882x^6 + 141.2131x^5 - 110.1393x^4 \\
+ 56.7913x^3 - 18.7064x^2 + 3.8735x
\end{aligned}
$$

4.3 Studi Kasus Bicubic

$$
\begin{bmatrix}
153 & 59 & 210 & 96 \\
125 & 161 & 72 & 81 \\
98 & 101 & 42 & 12 \\
21 & 51 & 0 & 16
\end{bmatrix}
$$

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
5

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Input matriks:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Nilai yang dicari:
0 0
f(0.0 , 0.0) = 161.0
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
5

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Input matriks:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Nilai yang dicari:
0.5 0.5
f(0.5 , 0.5) = 97.72656249999997
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
5

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Input matriks:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Nilai yang dicari:
0.25 0.75
f(0.25 , 0.75) = 82.50207519531249
```

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
5

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Input matriks:
153 59 210 96
125 161 72 81
98 101 42 12
21 51 0 16
Nilai yang dicari:
0.1 0.9
f(0.1 , 0.9) = 74.69611849999998
```

Dengan menggunakan cara yang terdapat pada deskripsi masalah dan teori singkat, diperoleh hasil interpolasi bikubik sebagai berikut.

$f(0,0) = 161$
$f(0.5, 0.5) = 97.7265$
$f(0.25, 0.25) = 82.5021$
$f(0.1, 0.9) = 74.6961$

4.4 Studi Kasus Regresi Linier

Table 12.1: Data for Example 12.1

Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3	Nitrous Oxide, y	Humidity, x_1	Temp., x_2	Pressure, x_3
0.90	72.4	76.3	29.18	1.07	23.2	76.8	29.38
0.91	41.6	70.3	29.35	0.94	47.4	86.6	29.35
0.96	34.3	77.1	29.24	1.10	31.5	76.9	29.63
0.89	35.1	68.0	29.27	1.10	10.6	86.3	29.56
1.00	10.7	79.0	29.78	1.10	11.2	86.0	29.48
1.10	12.9	67.4	29.39	0.91	73.3	76.3	29.40
1.15	8.3	66.8	29.69	0.87	75.4	77.9	29.28
1.03	20.1	76.9	29.48	0.78	96.6	78.7	29.29
0.77	72.2	77.7	29.09	0.82	107.4	86.8	29.03
1.07	24.0	67.7	29.60	0.95	54.9	70.9	29.37

Source: Charles T. Hare, "Light-Duty Diesel Emission Correction Factors for Ambient Conditions," EPA-600/2-77-116. U.S. Environmental Protection Agency.

```
----- M E N U -----
1. Sistem Persamaan Linier
2. Determinan
3. Matriks Balikan
4. Interpolasi Polinom
5. Bicubic Interpolation
6. Regresi Linier Berganda
7. Keluar
Pilih menu yang tersedia:
6

1. Keyboard
2. File Eksternal
Pilih jenis input:
1
Masukkan jumlah peubah x : 3
Masukkan jumlah sampel : 20
Masukkan semua nilai-nilai x dan nilai y dalam bentuk Matriks Augmented :
72.4 76.3 29.18 0.9
41.6 70.3 29.35 0.91
34.3 77.1 29.24 0.96
35.1 68 29.27 0.89
10.7 79 29.78 1
12.9 67.4 29.39 1.1
8.3 66.8 29.69 1.15
20.1 76.9 29.48 1.03
72.2 77.7 29.09 0.77
24 67.7 29.6 1.07
23.2 76.8 29.38 1.07
47.4 86.6 29.35 0.94
31.5 76.9 29.63 1.1
10.6 86.3 29.56 1.1
11.2 86 29.48 1.1
73.3 76.3 29.4 0.91
75.4 77.9 29.28 0.87
96.6 78.7 29.29 0.78
107.4 86.8 29.03 0.82
54.9 70.9 29.37 0.95

Persamaan Regresi :
f(x) = -3.5077781408835103 - 0.002624990745878327X[1] + 7.989410472218274E-4X[2] + 0.15415503019830143X[3]

Masukkan nilai X[k] yang ingin ditaksir :
- X[1] : 50
- X[2] : 76
- X[3] : 29.3

Taksiran nilai fungsi pada X[k] yang diberikan :
f(50.0, 76.0, 29.3) = 0.9384342262216645
```

Dengan menggunakan *Normal Estimation Equation for Multiple Linear Regression*, berhasil didapatkan persamaan regresi linier berganda di atas dari data pada tabel menggunakan metode eliminasi Gauss. Kemudian, untuk estimasi nilai Nitrous Oxide, nilai setiap X[k] dari persamaan regresi linier berganda yang sudah diperoleh akan disubstitusikan untuk ditaksir sesuai dengan variabel independen yang ditanya, yaitu apabila *Humidity* bernilai 50% (X[1]), temperatur 76°F (X[2]), dan tekanan udara sebesar 29.30 (X[3]). Hasil taksiran dari nilai fungsi dengan X[k] yang diberikan, atau hasil estimasi nilai Nitrous Oxide, adalah 0.9384342262216645.

BAB V KESIMPULAN, SARAN, DAN REFLEKSI

5.1 Kesimpulan

Matriks adalah sekumpulan bilangan yang tersusun secara baris dan kolom. Salah satu penerapa operasi matriks adalah pencarian solusi dari persamaan linier. Operasi Baris Elementer dilakukan pada matriks hingga didapatkan solusi untuk persamaan linier tersebut. Contoh penerapan pencarian solusi linier dengan metode matriks adalah interpolasi dan regresi linier berganda.

Pada tugas besar ini kami telah membuat program dalam perhitungan matriks dengan mengimplementasikan algoritma yang telah ada. Permasalahan yang dapat diselesaikan oleh program ini di antaranya adalah penyelesaian SPL menggunakan berbagi metode, interpolasi polinom, interpolasi bikubik, dan regresi linier berganda.

5.2 Saran

- Sebaiknya soal *testcase* disediakan dalam bentuk teks agar lebih mudah untuk disalin ketika hendak melakukan pengujian program.
- Baca spesifikasi tugas yang diberikan dengan rinci.
- Eksplorasi banyak hal, terutama pada bahasa pemrograman.

5.3 Refleksi

Banyak hal yang dapat kami pelajari dari pembuatan tugas besar ini, seperti pentingnya melakukan tes pada tiap modul, pentingnya perencanaan sebelum implementasi, dan pentingnya pembagian tugas yang jelas. Beberapa hal tersebut baru kami lakukan di akhir tugas, sehingga membuat waktu pengerjaan menjadi cukup lama.

DAFTAR PUSTAKA

https://informatika.stei.itb.ac.id/~rinaldi.munir/AljabarGeometri/2021-2022/Pengantar-Pemrograman-dengan-Bahasa-Java-2021.pdf

https://www.w3schools.com/java/java_try_catch.asp

Link repository: https://github.com/Michaelu670/Algeo01-21067