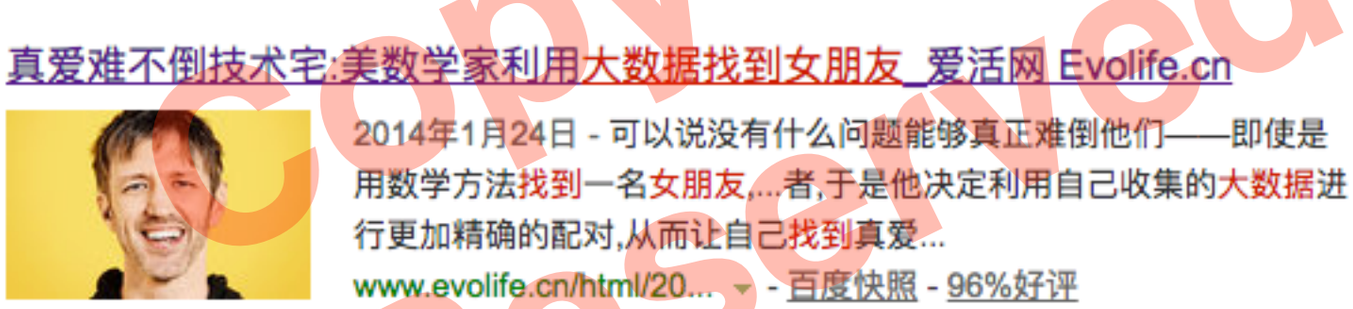
- 作业截止每周三22：00，晚交不参与红包
- 提交到stem111@qq.com
- 标题格式：cs100第X周作业-姓名，如cs100第1周作业-张三）
- 非编程题统一写成一个docx附件
- 编程题提交cpp文件附件，文件名会在题目里注明
- 有任何问题/吐槽可以写在正文里😝

作业回顾：非编程题

1.想一想，你为什么来学编程/学算法

从小对电脑感兴趣，喜欢编程
竞赛，升学，找工作，走上人生巅峰
想要编写游戏，操作机器人，…
觉得会编程很厉害
与同学约好一起学习编程



为了赚钱
锻炼自己强化思维能力，找乐子，拓展知识面

2.去查一查，你能找到多少种现存的编程语言?

有同学去查了Wikipedia，找到700多种👍
所以有时候找对工具很重要

作业回顾：问题总结

- **新语言感觉怕怕?**
  - 对照样例程序一行行输入一遍（脱敏）
  - 语言是死的，就那点语法。输至多10个程序就熟了
  - 遇到问题是好事，解决问题才能有进步
- **看代码的问题**
  - 没有def，带参数声明的都是函数，程序主要是函数和变量组成的
  - 由{}勾勒出程序的层次结构，**从外层向内层**看，不要像读书那样一行行看
- **写代码的问题**
  - 每个程序都需要有main函数（程序开始运行的地方）
  - 后面的函数可以调用前面的，反之不行。所以main函数要放在最后
  - 不要忘记预编译代码，下面两个基本是每个程序都要的
    - #include <iostream>
    - using namespace std;
- **提交作业前运行一下，至少样例数据要通过**

作业回顾：编程题

3.minsubstr.cpp

4.equation.cpp

5.maxsubstrbetter.cpp

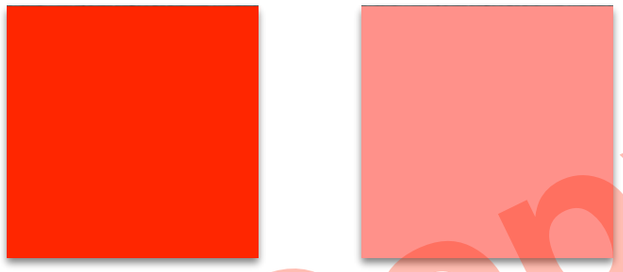
Welcome to Xcode

CS100 算法入门

排序

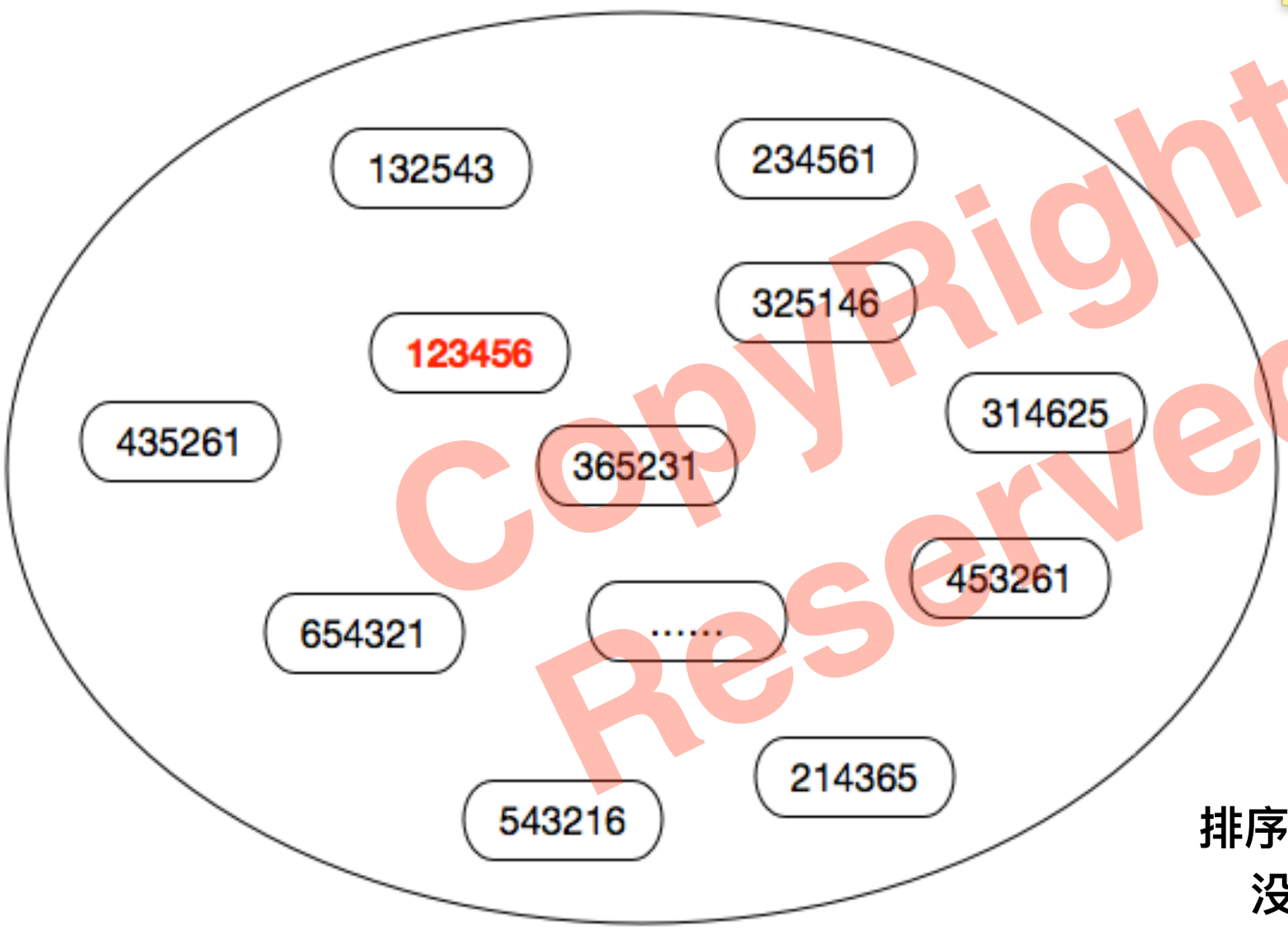
先讲一点哲学：序

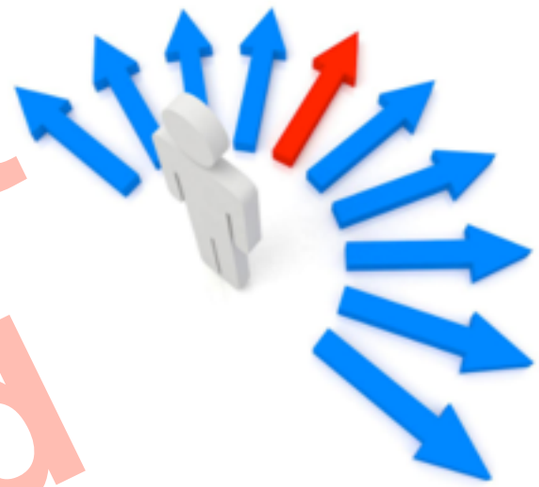
序是一种不对称关系的描述



先讲一点哲学：排序

按第几位置标记，等价问题转换





111111

排序是对不对称关系的筛选

没有不对称就没有筛选

史上最牛排序算法

```
输入数组a
while (a不是有序的) {
    随机打乱a的元素顺序
}
输出a
```

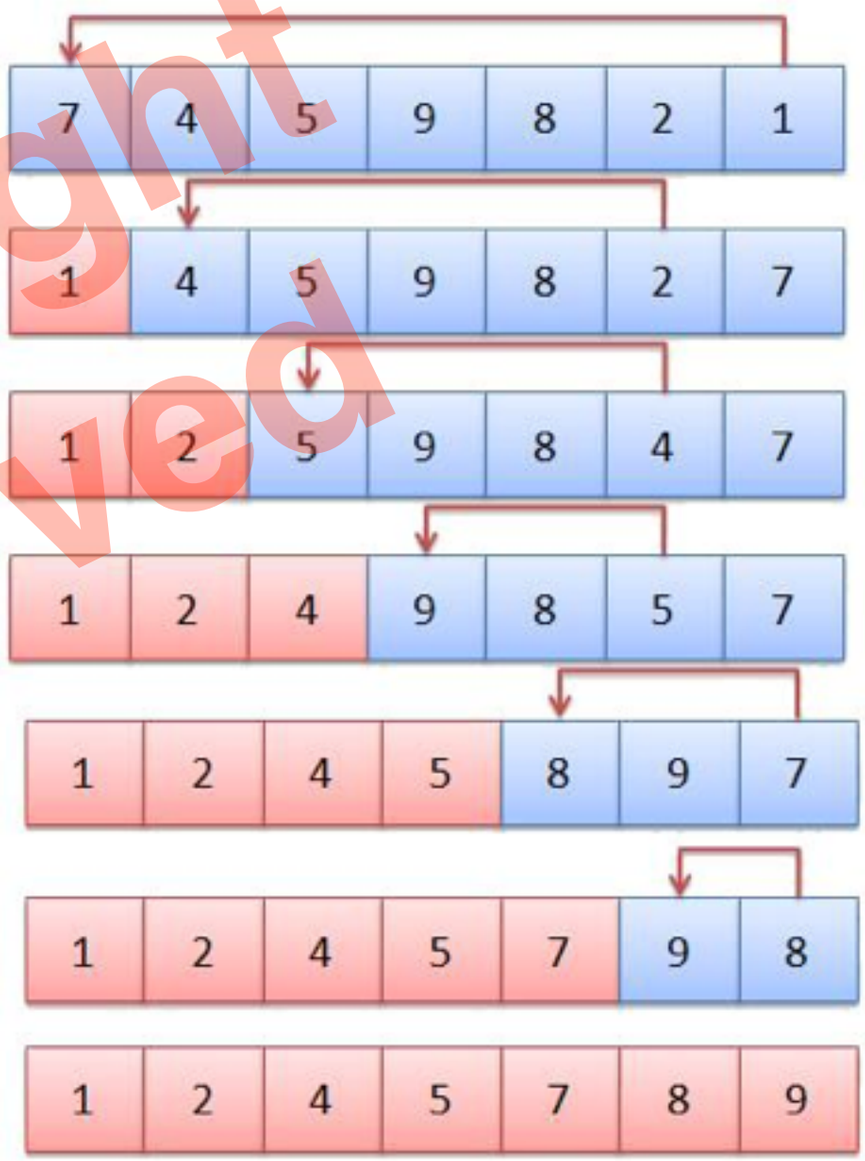
→ 你这是什么语言？还带中文的？
这叫做“伪代码”。是用来表达程序思路和交流用的。回想一下语言只是工具，有时候程序甚至不需要真的写代码出来运行

其实还真有场合适合使用这种算法的，你猜得到么😊

选择排序：最直观的排序算法

输入数组a，长度n
for (int i=0;i<n-1;i++) {
    从a[i:n]中选出最小的元素a[j]
    交换a[i]与a[j]
}
输出a

```
14  void sortBySelect(int data[],int n){
15      for (int i=0;i<n-1;i++){
16          int least=i;
17          for (int j=i+1;j<n;j++){    // 循环选择i..n-1中最小的元素
18              if (data[j] < data[least]){
19                  least=j;
20              }
21          }
22          // 交换元素i和元素least
23          int tmp=data[i];
24          data[i]=data[least];
25          data[least]=tmp;
26      }
27  }
```



恭喜！你已经会写排序了
然鹅感觉有点low?
下面来一种比较高大上的

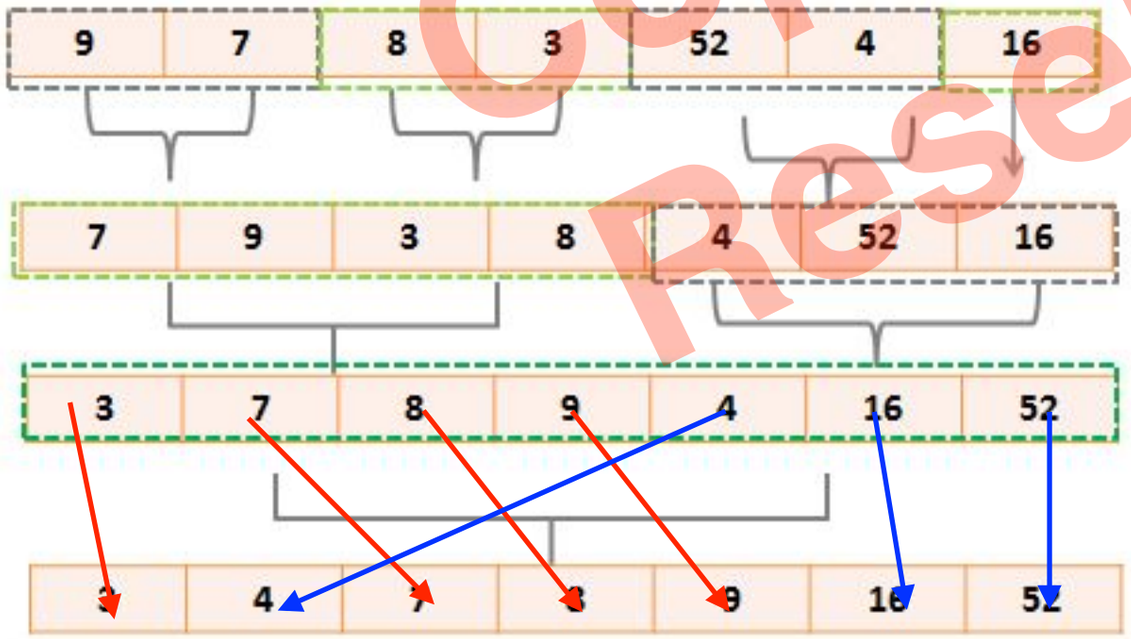
归并排序：分治思想

演示一下

```
void sort(a[left:right]){
  mid=(left+right)/2
  递归排序子数组 sort(a[left:mid])
  递归排序子数组 sort(a[mid+1,right])
  合并左右两个已排序的子序列
}
```

分治思想的精髓：

当你在归并的时候，子问题是已经解决好(排好序)的
相当于平白多出一个有利条件
回去好好参悟一下这句话🤔下次还会细讲



归并排序：解答

```
29  void sortByMerge(int data[],int head,int tail){
30      if (head==tail) { // 递归边界
31          return;
32      }
33      int mid=(head+tail)/2;
34      // cerr<<"head="<<head<<" mid="<<mid<<" tail="<<tail<<"\n";
35      sortByMerge(data,head,mid);   // 排序左子列
36      sortByMerge(data,mid+1,tail); // 排序右子列
37
38      int left=head, right=mid+1, i=0;     // 左右两个游标
39      int tmp[tail-head+1];   // 存放临时结果
40      while (left<=mid || right<=tail) {  // 归并过程
41          // 把左右游标中较小的一个放入tmp的当前位置
42          if (right>tail|| (left<=mid && data[left]<data[right])){
43              tmp[i++]=data[left++];
44          } else{
45              tmp[i++]=data[right++];
46          }
47      }
48      // 将tmp（排好序的）回填到原数组的head到tail位置
49      for (int j=head;j<=tail;j++){
50          data[j]=tmp[j-head];
51      }
52  }
```

→ 注意：我为了节省篇幅省掉了include、using和main函数。你在写的时候不要忘记加上

恭喜！你已经会写一种高级排序了

有没感觉高大上？

复杂度：算法优劣的鉴定

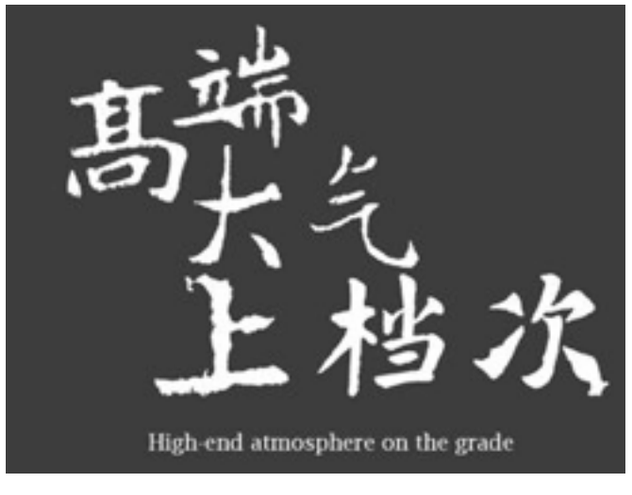
史上最牛排序	O(n!)
选择排序	$O(n^2)$
插入排序	$O(n^2)$
冒泡排序	$O(n^2)$
希尔(Shell)排序	$O(n^{1.3})$
快速排序	O(nlogn)
归并排序	O(nlogn)
堆排序	O(nlogn)
基数排序	O(dn)

→ 这个大O是什么鬼？这称为算法的（渐近）复杂度
n表示数据规模，O表示n的一个函数的渐近趋势（装逼用）
直观上，可以理解成当n增大时数值变大速度最快的一项

→ 很抽象？看几个例子你就懂了
$3n^2+n+1=O(n^2)$
$n*logn+3n=O(nlogn)$
$2^n+100n^2+1000n=O(2^n)$

→ 大O符号在数学上有严格定义（等你学高等数学的时候可能会学到😉）。精准复杂度分析是一门专门的学术分支，但我们只会做一些简单的复杂度估算

纳尼？你没觉得哪里高大上？
我来告诉你怎么评判算法的高大上



感受一下不同复杂度下的算法规模

		n=1	n=10	n=100	n=1000	n=10000	
O(1)	散列查找	1	1	1	1	1	有效算法
O(logn)	二分查找	1	4	7	10	14	
O(n)	递推	1	10	100	1000	10000	
O(nlogn)	归并排序	1	40	700	10000	140000	
$O(n^2)$	选择排序	1	100	10000	1E+06	1E+08	
$O(n^3)$	两两最短路(Floyd算法)	1	1000	1E+06	1E+09	1E+12	
$O(2^n)$	分数0-1背包	2	1024	1E+30	1E+301	1E+3010	
O(n!)	回溯法(无剪枝)	1	3628800	1E+158	1E+2568	1E+35659	

猜算法

O(1)	∞	数学方法
O(logn)	$>10^9$	分治法
O(n)	10^6-10^9	递推，贪心法
O(nlogn)	10^6-10^8	分治法，树
$O(n^2)$	10^4-10^5	动态规划，图论，递推
$O(n^3)$	10^2-10^3	动态规划，图论
$O(2^n)$/O(n!)	<20	搜索，回溯法

复杂度分析有什么用?

有时下可以帮你大致猜出用什么算法解题

因为以当前计算机的计算能力，在竞赛可接受时间内运行完一个程序，

可以执行的计算次数大概在10^8-10^{10}左右

基于比较的排序复杂度下限

排序究竟能做到多块?

1.n个数字的排列顺序共n!种（称为状态空间）

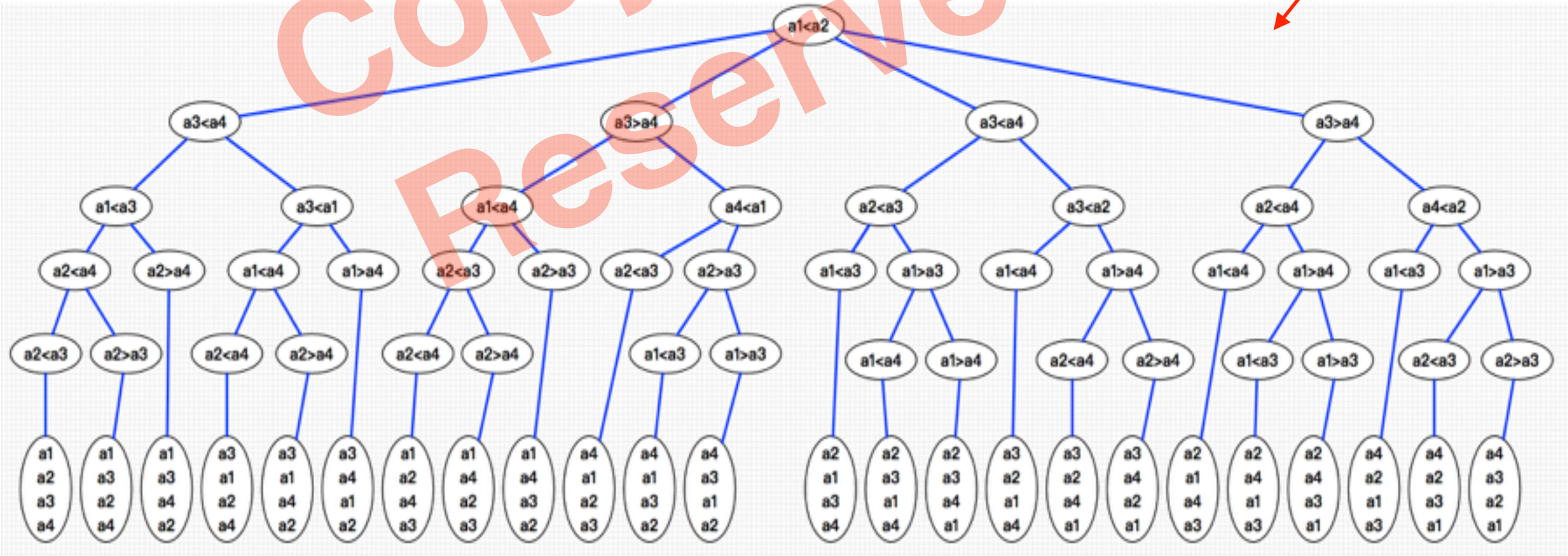
2.每次比较会产生2个结果，x次比较2^x种

3.要选出正确的顺序，必须满足$2^x>n!$

=> x>log(n!)=O(nlogn)

→ 最后这步称为斯特林定律(Stirling's Law)，你现在不需要知道怎么证明😝

解答树（以后会详细介绍什么是树🌲）



此处插播硬广告：vector类型

```cpp
#include<vector>    // 使用容器类型需要加香油include
using namespace std;

void printVector(vector<int> v){
    cout<<"v=[ ";
    for(vector<int>::iterator it=v.begin();it!=v.end();it++){
        cout<<*it<<" ";
    }
    cout<<"]"<<endl;
}

void vectorDemo(){
    vector<int> v;
    printVector(v);
    cout<<"size="<<v.size()<<endl<<endl;    // 输出尺寸

    v.push_back(1); v.push_back(2); v.push_back(3); // 向后追加
    printVector(v);
    cout<<"v[1]="<<v.at(1)<<endl;   // 单个元素
    cout<<"size="<<v.size()<<endl<<endl;

    v.pop_back();   // 删除尾部元素
    printVector(v);
    cout<<"size="<<v.size()<<endl<<endl;

    v.clear();  // 清空列表
    printVector(v);
    cout<<"size="<<v.size()<<endl<<endl;
}
```

```
v=[ ]
size=0

v=[ 1 2 3 ]
v[1]=2
size=3

v=[ 1 2 ]
size=2

v=[ ]
size=0
Program ended with exit code: 0
```

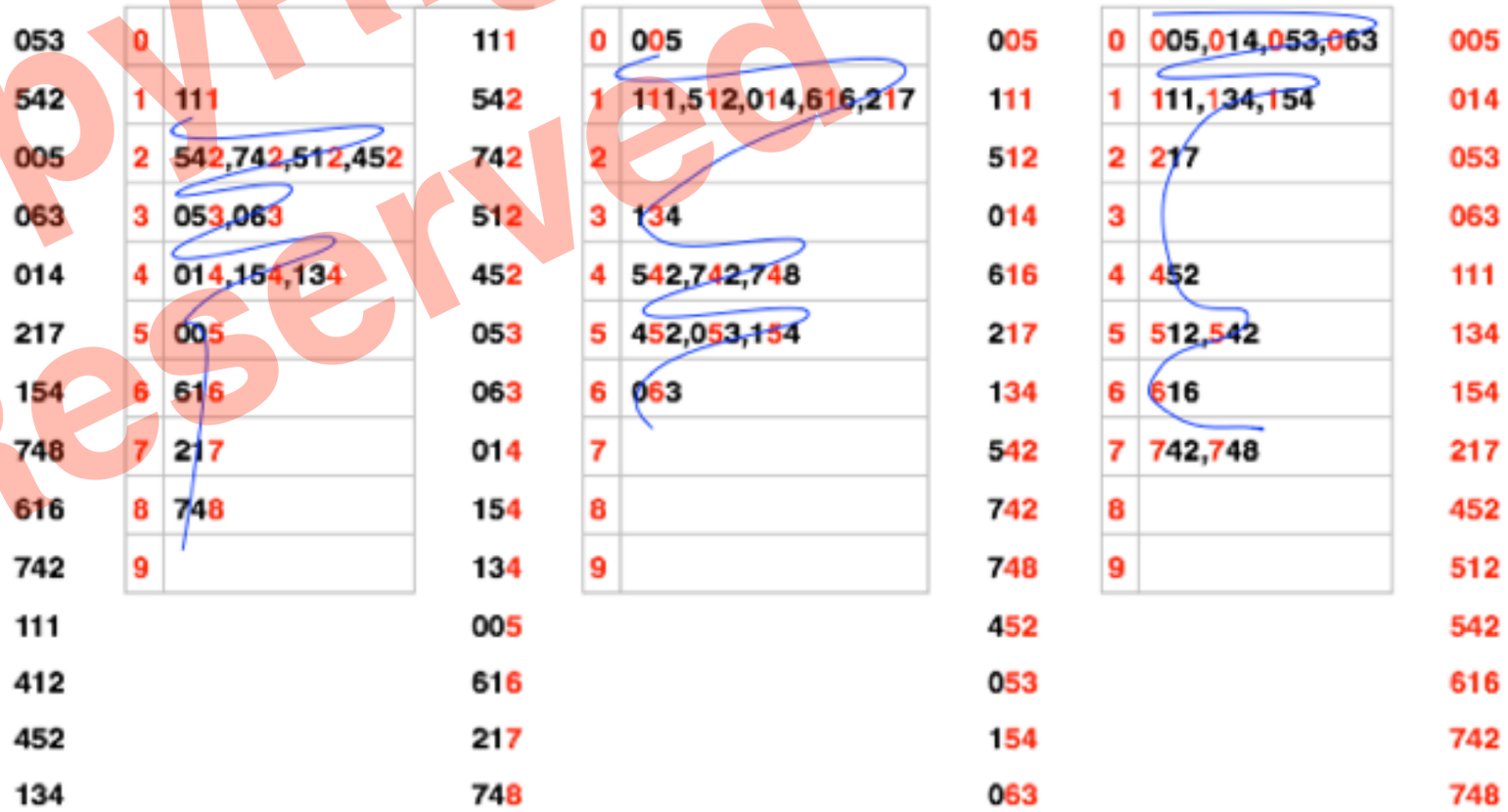
→ 容器指多个同类数据组成的复合数据类型，比如数组也可以理解成一种容器

→ vector是C++提供的标准容器之一，你目前可以理解为长度可变的数组，但vector功能比数组更齐全，使用起来更方便

基数排序：基于值域的排序（选学）

输入数组a，长度n
准备10个vector(称为桶)，对应0-9十个数字
for (d从个位到最高位) {
    for (i=0; i<n;i++){
        a[i]的第d位数为x，则a[i]入队到第x个桶
    }
    for (x=0; x<10;x++){
        桶x顺序出队并写入a中
    }
}
输出a

基数排序仅限正整数排序
如不超过d位数，则复杂度为O(dn)
因为需要预先知道数据的取值范围（0-10^d），所以称为基于值域的排序



挑战一下更有难度的排序算法！

第d次操作后，数组的后d位为有序状态

基数排序：实现

```
15  using namespace std;
16
17  vector<int> buckets[10]; // 10个桶（队列）
18
19  void baseSort(int data[],int n){
20
21      int max=data[0]; // 找最大元素作为循环边界
22      for (int i=1;i<n;i++){
23          max=data[i]>max?data[i]:max;
24      }
25
26      for (int base=1;base<=max;base*=10) { // 从低祷告循环每一位
27          for(int i=0;i<n;i++) {
28              int index=(data[i]/base) % 10; // 提取一位
29              buckets[index].push_back(data[i]); // 顺序插入对应桶
30          }
31
32          for (int i=0,k=0;k<10;k++) {
33              vector<int> vec=buckets[k]; // 依次提取每个桶
34              for(int j=0;j<vec.size();j++) {
35                  data[i++]=vec.at(j);
36              }
37              buckets[k].clear(); // 清空桶，准备下一次
38          }
39      }
40  }
```

→ 后面的<int>是什么？这种语法称为模板。你理解为这是整数组成的可变数组就行了

→ 为什么用vector不用数组？因为桶里装几个数是变化的，用vector可以节省空间

→ 基数排序适用的场合：

如果n个数互不相同，最大的数至少是n，而n的位数至少是O(logn)（参见作业第3题）。于是O(dn)就是O(nlogn)

所以只有当排序的数组有大量重复时，基数排序才会优于归并排序

作业

1.举三个生活中用到排序的例子

2.（选做）你觉得史上最牛排序法在什么场合适合应用?
（只要说的有道理就有红包，不一定要猜到我想的答案）

3.写出以下表达式对应的渐进复杂度
1）$7n+n^2+6$　2）$2n\log n+3n^3-100$　3）$2^n+n^{100}+3n$

4.输入两组整数，输出其中公共的部分
样例输入：
10
13 -21 11 -31 32 22 -12 33 23 -99
25 13 -12 37 36 99 11 13 33 45
样例输出：
13 -12 11 13 33
（提示：排序你们肯定能想到，排序以后怎么办？参考一下归并排序的合并过程）

5.（选做）log究竟是什么？去学习一下什么是对数？对数有什么特性?
如果觉得学会了，试试这道题：
输入正整数n，输出n!有几位（n<=10000，n!=1*2*3…*n)
样例输入：
10
样例输出：
7 （注：10! = 3628800，共7位）
（提示：1.如果你会高精度运算，可以强行把结果算出来。但这不是最好的方法
2.C++使用对数需要引入数学函数库 #include <math.h>）

NOTE：提交代码前运行一下，至少把样例跑对

扩展阅读：引用传参

```cpp
#include <iostream>

using namespace std;

void swap1(int a,int b,int arr[]) {    // 形式参数/值参
    int tmp=a; a=b;  b=tmp;
    tmp=arr[0]; arr[0]=arr[1]; arr[1]=tmp;
    cout<<"in swap1:\ta="<<a<<" b="<<b<<" arr=["<<arr[0]<<","<<arr[1]<<"]"<<endl;
}

void swap2(int &a,int &b,int arr[]) { // 引用参数/变量参
    int tmp=a; a=b; b=tmp;
    tmp=arr[0]; arr[0]=arr[1]; arr[1]=tmp;
    cout<<"in swap2:\ta="<<a<<" b="<<b<<" arr=["<<arr[0]<<","<<arr[1]<<"]"<<endl;
}

void paramDemo(){
    int a=1,b=2;
    int arr[2]={3,4};
    cout<<"outside:\ta="<<a<<" b="<<b<<" arr=["<<arr[0]<<","<<arr[1]<<"]"<<endl;

    swap1(a,b,arr);
    cout<<"outside:\ta="<<a<<" b="<<b<<" arr=["<<arr[0]<<","<<arr[1]<<"]"<<endl;
    swap2(a,b,arr);
    cout<<"outside:\ta="<<a<<" b="<<b<<" arr=["<<arr[0]<<","<<arr[1]<<"]"<<endl;
}
```

```
outside:    a=1 b=2 arr=[3,4]
in swap1:   a=2 b=1 arr=[4,3]
outside:    a=1 b=2 arr=[4,3]
in swap2:   a=2 b=1 arr=[3,4]
outside:    a=1 b=2 arr=[3,4]
Program ended with exit code: 0
```

→ 学过Pascal的知道Pascal有值参和变量参两种传参方式

→ c++的基本类型传参默认是值参形式，也就是函数内改变参数的值，不会影响到函数外

→ 如希望函数内参数的改变传递到外面，可以在参数声明前加&符号，称为引用传参

→ 为什么数组不需要引用传参？这涉及指针相关知识（引用本质上也是指针）。后面会讲到指针，现在你只需要记下来就行了

扩展阅读：模板

```
93  template<class T>
94  T add(T a,T b){
95      return a+b;
96  }
97
98  void templdateDemo(){
99      std::cout<<add(1,2)<<std::endl;
100     std::cout<<add(1.1,2.2)<<std::endl;
101 }
102
```

```
3
3.3
```

→ vector类型后有一个尖括号，这个语法称为模板（Template，有些语言称为泛型，generic type）

→ 模板表示一种抽象的类型，用以简化对不同类型的相同操作。例如整数可以比大小，实数也可以比大小，使用泛型你就不需要写两个不同的比大小函数