kvvrlvbpj

May 19, 2025

ESCUELA POLITECNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERIA DE SISTEMAS

Campo	**Información**
Nombre:	**Michael Yànez**
Asignatura:	**Metodos Nùmericos**
Docente:	**Ing. Alejandro Zea**

1. Sea $f(x) = -x^3 - cosx$ y $p_0 = -1$. Use el método de Newton y de la Secante para encontrar p_2.¿Se podría usar p_0=0?

- Método de Newton

[2]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return -x**3 - math.cos(x)
def derivada_funcion(x):
    return -3 * x**2 + math.sin(x)
x0 = -1
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: -0.8654740331016144
```

- Método de la secante

[3]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return -x**3 - math.cos(x)
x0 = -1
raiz = newton(funcion, x0)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: -0.8654740331016144
```

Al utilizar $p_0 = 0$ * Método de Newton

Con el método de newton el sifuiente punto a evaluar se determina a través de la fórmula: $x_n =$

$x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}$, $n >= 1$ por lo tanto: $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ A continuación determinaremos la derivada de la función para evaluarla en cero: $f'(x) = sin(x) - 3x^2$ Al evaluar la derivada en el punto 0 obtendremos que el resultado es 0, como el método de newton intentará dividir para cero al determinar el siguiente valor del método resultará en un error. * Método de la secante

Al utlizar el método de la secante el siguiente punto a evaluar se determina a través de la ecuación $x_n = x_{n-1} - f(x_n - 1) * \frac{x_{n-1} - xn - 2}{f(x_{n-1}) - f(x_{n-2})}$ dado que los puntos x_{n-1} y x_{n-2} son cercanos pero nunca iguales el programa seguirá su ejecución hasta determinar un punto que se determine como raíz de la función tomando en cuenta la tolerancia dada.

[4]:
```python
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return -x**3 - math.cos(x)
x0 = 0
raiz = newton(funcion, x0)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: -4.998000183473029e-09
```

2. Encuentre soluciones precisas dentro de 10^{-4} para los siguientes problemas

a. $3x - e^x = 0$ para $1 <= x <= 2$

[7]:
```python
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return 3*x-math.e**x
def derivada_funcion(x):
    return 3-math.e**x
x0 = 0.5
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-4)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: 0.6190612833553125
```

b. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0$, [-3,-2]

[9]:
```python
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return x**3+3*x**2-1
def derivada_funcion(x):
    return 3*x**2+6*x
x0 = -3.5
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-4)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: -2.8793852415718177
```

c. $x - cosx = 0$ $[0, \frac{\pi}{2}]$

[12]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return x-math.cos(x)
def derivada_funcion(x):
    return math.sin(x)+1
x0 = 1.2
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-4)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: 0.7390851332151607
```

d. $x - 0.8 - 0.2sen(x) = 0$, $[0, \frac{\pi}{2}]$

[14]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return x-0.8-0.2*math.sin(x)
def derivada_funcion(x):
    return 1-(math.sin(x)/5)+x-(4/5)
x0 = 1.2
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-4)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: 0.9643355390637215
```

3. Use los 2 métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de 10^{-5} para los siguientes problemas

a.$3x - e^x = 0$ para $1 <= x <= 2$ * Método de Newton

[16]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return 3*x-math.e**x
def derivada_funcion(x):
    return 3-math.e**x
x0 = 1.5
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-4)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: 1.5121345516578504
```

- Método de la secante

[18]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return 3*x-math.e**x
x0 = 1.5
```

```python
raiz = newton(funcion, x0)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: 1.5121345516578502
```

b. $2x + 3cosx - e^x$ para $1 <= x <= 2$

- Método de Newton

[22]:
```python
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return 2 * x + 3 * math.cos(x) - math.exp(x)
def derivada_funcion(x):
    return -3 * math.sin(x) - math.exp(x) + 2
x0 = 1.5
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-4)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: 1.2397146979752212
```

4. El polinomio de cuato grado

$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$

tiene dos ceros reales, uno en $[-1, 0]$ y el otro en $[0,]$.Intente aproximar estos ceros dentro de 10^{-6} con

a. El método de la secante (use los extremos como las estimaciones iniciales)

b. El método de Newton (use el punto medio como estimación inicial)

- Método de Newton

[25]:
```python
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return 230*x**4+18*x**3+9*x**2-221*x-9
def derivada_funcion(x):
    return 920*x**3+54*x**2+18*x-221
x0 = -0.5
raiz = newton(funcion, x0, fprime=derivada_funcion, tol=1e-6)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: -0.04065928831575899
```

- Método de la secante

[1]:
```python
from scipy.optimize import newton
import math
def funcion(x):
    return 230 * x**4 + 18 * x**3 + 9 * x**2 - 221 * x - 9
x0 = -1
```

```
x1 = 0
raiz = newton(funcion, x0, x1=x1)
print(f"La raíz encontrada es: {raiz}")
```

```
La raíz encontrada es: -0.04065928831575775
```

5.La función $f(x) = tan(\pi x) - 6$ tiene cero en $(\frac{1}{\pi})$ arcotnagente 6 0.447431543. Sea $p_0 = 0$ y $p_1 = 0.48$ y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. . ¿Cuál método es más eficaz y por qué?

a. Método de la bisección

[21]:
```
from scipy.optimize import bisect
import math
def f(x):
    return math.tan(math.pi * x) - 6
a = 0
b = 0.48
tol = 1e-6
max_iters = 10
try:
    raiz = bisect(f, a, b, xtol=tol, maxiter=max_iters, full_output=True)
    print(f"La raíz aproximada es: {raiz}")
except RuntimeError as e:
    print(f"Error: {e}")
    print(f"Valor en el que se quedó: {raiz}")
```

```
Error: Failed to converge after 10 iterations.
Valor en el que se quedó: 0.44743154328874873
```

b. Método de Newton

[8]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def f(x):
    return math.tan(math.pi * x) - 6
def df(x):
    return math.pi * (1 / math.cos(math.pi * x))**2
x0 = 0
try:
    raiz = newton(f, x0, fprime=df, tol=1e-6, maxiter=10)
    print(f"La raíz aproximada es: {raiz}")
except RuntimeError as e:
    print(f"Error: {e}")
```

```
Error: Failed to converge after 10 iterations, value is 13.655012218324751.
```

c. Método de la secante

[33]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def f(x):
    return math.tan(math.pi * x) - 6
x0 = 0
x1 = 0.48
try:
    raiz = newton(f, x0, x1=x1, tol=1e-6, maxiter=10)
    print(f"La raíz aproximada es: {raiz}")
except RuntimeError as e:
    print(f"Error: {e}")
```

```
Error: Failed to converge after 10 iterations, value is -3694.358600967476.
```

6. La función $f(x) = ln(x^2 + 1) - e^{0.4x}cos(\pi * x)$ tiene un número infinito de ceros.

a. Determine dentro de 10^{-6}, el único cero negativo

[5]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def f(x):
    return math.log(x**2+1)-math.e**(0.4*x)*math.cos(math.pi*x)
x0 = 0
x1 = 0.48
raiz=0.1
while raiz>0:
    x0-=1
    try:
        raiz = newton(f, x0, x1=x1, tol=1e-6)
        print(f"La raíz aproximada es: {raiz}")
    except RuntimeError as e:
        print(f"Error: {e}")
```

```
La raíz aproximada es: 3.6380349014923588
La raíz aproximada es: 6.406933614144502
La raíz aproximada es: 0.45065674788805005
La raíz aproximada es: 0.45065674788899096
La raíz aproximada es: 3.709041201375954
La raíz aproximada es: 0.45065674789008753
La raíz aproximada es: -0.4341430472855665
```

b. Determine, dentro de 10^{-6}, los cuatro ceros positivos más pequeños

[17]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def f(x):
    return math.log(x**2 + 1) - math.e**(0.4 * x) * math.cos(math.pi * x)
x0 = 0
x1 = 0.48
```

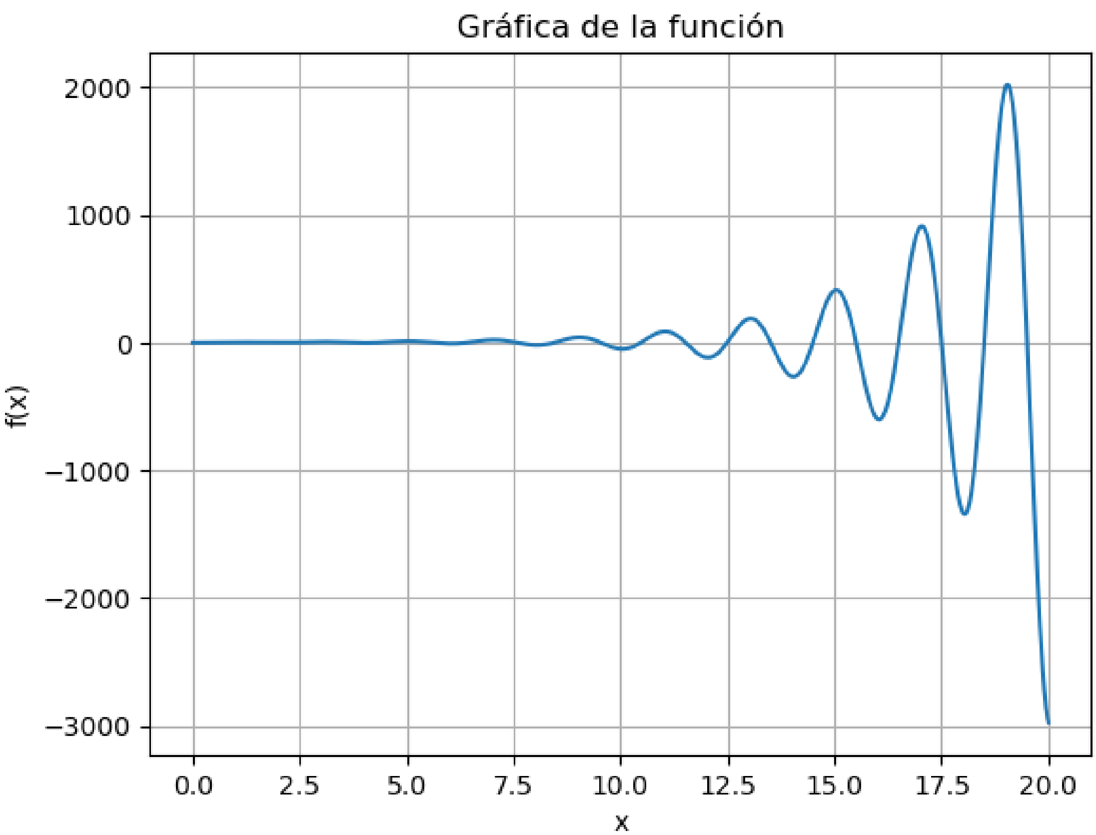
```
menor = []
while len(menor) < 4:
    x0 += 0.01
    try:
        raiz = newton(f, x0, x1=x1, tol=1e-6)
        if round(raiz,4) not in menor and raiz>0:
            menor.append(round(raiz,4))
            print(f"La raíz aproximada es: {raiz}")
    except RuntimeError as e:
        print(f"Error: {e}")
print(menor)
```

```
La raíz aproximada es: 0.45065674788992754
La raíz aproximada es: 3.7090412013759475
La raíz aproximada es: 1.744738053388946
La raíz aproximada es: 2.2383197950741427
[0.4507, 3.709, 1.7447, 2.2383]
```

c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de f.

Para obtener dicha aproximación se puede utilizar la gráfica aproximada de la función con el objetivo de entender el comportamiento de los ceros de la función

[29]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
def f(x):
    return math.log(x**2 + 1) - math.e**(0.4 * x) * math.cos(math.pi * x)
xv = np.linspace(0, 20, 1000)
y = [f(x) for x in xv]
plt.plot(xv, y)
plt.grid(True)
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.title("Gráfica de la función")
plt.show()
```



A través de la gráfica es posible apreciar como los ceros de la función se encuentran cercanos a múltiplos de 1 debido a que la función tiene una especie de periocidad dada por el $cos(\pi * x)$.

d. Use la parte c) para determinar dentro de 10^{-6} , el vigésimo quinto cero positivo más pequeño de f.

[2]:
```
from scipy.optimize import newton
import math
def f(x):
    return math.log(x**2 + 1) - math.e**(0.4 * x) * math.cos(math.pi * x)
x0 = 15
x1 = 15.1
print(f' Se ha encontrado una raíz em :{newton(f, x0, x1=x1, tol=1e-6)}')
```

```
Se ha encontrado una raíz em :14.49483105099586
```

7. La función $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ tiene raíz en x=0. Usando el punto de inicio de x =1 y $p_0 = 5$, $p_1 = 0.5$ para el método de la secante, compare los resultados de los métodos de la secante y de newton

[31]:
```
import warnings
def f(x):
    return x**(1/3)
```

```python
def f_prime(x):
    return 1 / (3 * x**(2/3))
x0 = 1
print('El resultado obtenido a través del método de Newton es:')
try:
    with warnings.catch_warnings():
        warnings.simplefilter("ignore", RuntimeWarning)
        resultado, info = newton(f, x0, fprime=f_prime, tol=1e-6,␣
 ↪full_output=True, disp=False)
        print(f'Se ha encontrado una raíz en {resultado}')
        print(f'Información adicional: {info}')
except RuntimeError as e:
    print(f"Error: {e}")
print('El resultado obtenido a través del método de la secante es:')
try:
    with warnings.catch_warnings():
        warnings.simplefilter("ignore", RuntimeWarning)
        resultado, info = newton(f, x0=5, x1=0.5,full_output=True,disp=True)
        print(f'Se ha encontrado una raíz en {resultado}')
        print(f'Información adicional: {info}')
except RuntimeError as e:
    print(f"Error: {e}")
```

```
El resultado obtenido a través del método de Newton es:
Se ha encontrado una raíz en nan
Información adicional:       converged: False
           flag: convergence error
 function_calls: 100
     iterations: 50
           root: nan
         method: newton
El resultado obtenido a través del método de la secante es:
Error: Failed to converge after 50 iterations, value is nan.
```

En este caso ninguno de los métodos logra converger a la raíz de la función, en el caso del método de Newton esto se debe al comportamiento de la derivada de la función, cuando x se acerca a 0 la derivada tiende al infinito impidiendo que el método converga en la raíz 0, mientras que el método de la secante no logra encontrar la raíz debido a que en esos puntos el comportamiento de la función no es estable evitando que el método logre encontrar el punto 0.