Вывести секвенции:

1. (∀x)(∃y)x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢(∀x)(∃y)(∃z)(R(z,y)&R(y,x))

R(y, g(y)), g(y) = y ⊢R(y, y) доп. акс.

R(y, g(y)), y = g(y) ⊢R(y, y) R(y, g(y)), g(y) = x ⊢R(y, x) доп. акс

(∀x)R(x, g(x)), y=g(y) ⊢ R(y, y) g(y) = x, R(y, g(y)) ⊢R(y, x)

y=g(y), (∀x) R(x, g(x)) ⊢ R(y, y) x=g(y), R(y, g(y)) ⊢R(y, x)

(∃y) y=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢ R(y, y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢R(y, x)

(∀x)(∃y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢ R(y, y) (∀x)(∃y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢R(y, x)

(∀x)(∃y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢ R(y, y)&R(y,x)

(∀x)(∃y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢ (∃z) (R(z, y)&R(y,x))

(∀x)(∃y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢ (∃y)(∃z) (R(z, y)&R(y,x))

(∀x)(∃y) x=g(y), (∀x)R(x, g(x)) ⊢ (∀x)(∃y)(∃z) (R(z, y)&R(y,x))

1. (∀x)(∀y)(R(x, y)→R(y, x)), (∃y)(∀x)R(x, y)⊢(∀x)R(x, x)

Я считаю, что эта секвенция не тождественно истинна, приведу алгебраическую систему:

Ω=(R(2);0(0),1(0))

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| R | a | b |
| a | 0 | 1 |
| b | 1 | 1 |

Правая часть секвенции ложна.

(∃y)(∀x)R(x, y) истинно, т.к. для b R(b, y) = 1 для любого y

(∀x)(∀y)(R(x, y)→R(y, x)) истинно, т.к. таблица симметрична относительно диагонали.

Итак, левая часть секвенции истинна, правая ложна. Секвенция не тождественно истинна.