№1.

Вывести секвенцию:

¬(x)[Φ()Ψ] (∀y)Θ ⊢(y)Θ(∀x)[(∀)¬Ψ ¬Φ]

Я считаю, что эта секвенция не выводима, приведу контрпример.

Φ ≡ x 5

Ψ ≡ z 6

Θ ≡ y y

Левая часть секвенции истинна, поскольку состоит из дизъюнкции, а ее правый элемент (∀y)Θ всегда истинен, т. к. для любого y формула y y истинна.

Правая часть секвенции ложна, рассмотрим ее:

правая часть состоит из импликации, в которой

левая часть (y)Θ истинна, т.к. (∀y)Θ истинна.

правая часть импликации ложна, т.к. обе части дизъюнкции ложны:

(∀)¬Ψ ложно, поскольку не для любого z ложно z 6

(∀x) ¬Φ ложно, поскольку не для любого x ложно x 5

Итак, секвенция не выводима.

№2

Доказать, что правило вывода обратимо. (x ∉ FV Г)

акс

Φ⊢ Φ

Φ⊢ (Φ)

Φ⊢ (x)Φ

Φ⊢ (x)Φ акс

Г, Φ⊢ (x)Φ Ψ ⊢ Ψ

Г, Φ⊢ Ψ (x)Φ Г, Φ, (x)Φ⊢ Ψ Г, Φ, Ψ ⊢ Ψ введение

Г, Φ⊢ Ψ