

Η εικασία Collatz

Η εικασία Collatz είναι ένα από τα πιο διάσημα άλυτα προβλήματα των μαθηματικών. Πολλοί μαθηματικοί έχουν επιχειρήσει κατά καιρούς να την αποδείξουν και μέχρι στιγμής δεν έχουμε ακόμα μια ευρέως αποδεκτή απόδειξη. Η εικασία ισχυρίζεται κάτι πολύ απλό: ότι η επανάληψη δυο απλών αριθμητικών πράξεων με μια συγκεκριμένη διαδικασία μπορεί να μετατρέψει οποιονδήποτε θετικό ακέραιο στο 1.

Η διαδικασία των πράξεων έχει ως εξής:

1. Διάλεξε οποιονδήποτε θετικό ακέραιο N .
2. Αν ο αριθμός είναι 1, τότε τερμάτισε την διαδικασία.
3. Αν είναι άρτιος, ο επόμενος αριθμός στην ακολουθία θα είναι ο $N/2$.
4. Αν είναι περιττός, ο επόμενος αριθμός στην ακολουθία θα είναι ο $3 \times N + 1$.
5. Επανάλαβε τα βήματα 2-4 μέχρι να φτάσουμε στο 1.

Για παράδειγμα, έστω $N = 3$. Η παραπάνω διαδικασία θα παράξει την ακολουθία:

3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1. Μπορείτε να δοκιμάσετε το ίδιο με τον αγαπημένο σας θετικό ακέραιο και να ελέγξετε την ακολουθία που παράγεται. Ο δικός μου για παράδειγμα είναι το 42 που οδηγεί στην ακολουθία: 42, 21, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. Λογικά και η δική σας επιλογή κατέληξε στο 1 μετά από μερικά βήματα - αν όχι ίσως έχετε την ευκαιρία να γίνετε εκατομμυριούχοι (ποιος είπε ότι τα μαθηματικά δεν έχουν λεφτά!).

Για κάθε θετικό ακέραιο N , ο αριθμός στοιχείων της ακολουθίας που παράγεται μέχρι να καταλήξουμε στο 1, λέγεται μήκος ακολουθίας Collatz. Για παράδειγμα, για $N = 3$, το μήκος της ακολουθίας είναι 8 (η ακολουθία έχει 8 στοιχεία: 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1). Αντίστοιχα για τον αριθμό 42, το μήκος ακολουθίας Collatz είναι 9. Αν $N = 1$, τότε έχουμε το ελάχιστο μήκος 1.

Για το ζητούμενο αυτής της άσκησης, καλείστε να γράψετε ένα πρόγραμμα που βρίσκει το μέγιστο μήκος ακολουθίας Collatz σε ένα εύρος αριθμών.

Τεχνικές Προδιαγραφές

- Αρχείο C (Filepath): results/collatz/src/collatz.c
- Το αρχείο C που θα υποβληθεί πρέπει να μεταγλωττίζεται χωρίς ειδοποιήσεις για λάθη και με κωδικό επιστροφής (exit code) που να είναι 0. Συγκεκριμένα, το αρχείο σας πρέπει να μπορεί να μεταγλωττιστεί επιτυχώς με την ακόλουθη εντολή:
`gcc -O0 -m32 -Wall -Wextra -Werror -pedantic -o collatz collatz.c`
- Όλοι οι ακέραιοι που θα δοθούν στο πρόγραμμά σας θα είναι στο εύρος $[-100000000, 100000000]$
- Το ελάχιστο κάτω όριο που είναι δεκτό: 1.
- Το μέγιστο άνω όριο που είναι δεκτό: 100.000.000.
- Αν δοθεί οποιοσδήποτε μη θετικός αριθμός στα όρια η είσοδος θεωρείται μη αποδεκτή το πρόγραμμα πρέπει να τυπώνει: "0".
- Πρέπει να ολοκληρώνει την εκτέλεση μέσα σε: 4 λεπτά.
- Μέγιστο μέγεθος αρχείου C που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην υποβολή: 8KB.

Παρακάτω παραθέτουμε την αλληλεπίδραση με μια ενδεικτική λύση:

```
thanassis@linux14:~$ hostname
```

```
linux14
```

```
thanassis@linux14:~$ gcc -O0 -m32 -Wall -Wextra -Werror -pedantic -o collatz collatz.c
```

```
thanassis@linux14:~$ ./collatz 1 10
```

```
20
```

```
thanassis@linux14:~$ ./collatz 900 1000
```

```
174
```

```
thanassis@linux14:~$ ./collatz 80000 100000
```

333

```
thanassis@linux14:~$ ./collatz 100 1000000
```

525

```
thanassis@linux14:~$ ./collatz 100 100000000
```

950

```
thanassis@linux14:~$ ./collatz -1 100
```

0

Ενδεικτικοί χρόνοι:

```
thanassis@linux14:~$ time ./collatz 100 1000000
```

525

real 0m1,343s

user 0m1,338s

sys 0m0,004s

```
thanassis@linux14:~$ time ./collatz 100 100000000
```

950

real 3m0,212s

user 3m0,206s

sys 0m0,000s

```
thanassis@linux14:~$ time ./collatz_fast 100 100000000
```

950

real 0m8,034s

user 0m6,789s

sys 0m1,244s