

## METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

### Zadanie 2 – Rozwiązywanie układu $N$ równań liniowych z $N$ niewiadomymi

#### Opis rozwiązania

Metoda eliminacji Jordana:

Ogólny sposób postępowania dla  $k$ -tego wiersza:

- 1) sprawdzamy, czy wszystkie współczynniki  $k$ -tego wiersza nie są zerowe oraz czy wartość  $k$ -tego wiersza wektora (wartość po prawej stronie znaku równości) nie jest równa zero. Jeśli jest wyświetlamy komunikat o sprzeczności lub nieoznaczoności układu równań (w zależności czy  $k$ -ty wiersz wektora jest niezerowy czy nie) i kończymy algorytm.

Jeśli nie to:

- 2) dokonujemy częściowego wyboru elementu podstawowego poprzez szukanie maksymalnego elementu  $k$ -tej kolumny macierzy. Następnie zamieniamy miejscami wiersz z elementem największym (podstawowym) z  $k$ -tym wierszem.

- 3) dzielimy  $k$ -ty wiersz przez współczynnik  $a_{kk}$  (dla  $k$  równych od 1 do  $n$ ),

- 4) dla wszystkich pozostałych wierszy (dla  $i$  równych od 1 do  $k-1$  oraz od  $k+1$  do  $n$ ) – mnożymy  $k$ -ty wiersz przez współczynnik  $a_{ik}$ , – odejmujemy go od  $i$ -tego wiersza. Wracamy do kroku nr 1 i powtarzamy operacje dla wiersza  $k+1$  aż do ostatniego wiersza macierzy.

#### Wyniki

Wybrane przykłady ze strony:

Przykład a):

x	y	z	=	w.w.	wyniki programu		wyniki analityczne
3	3	1	=	12	x	1	1
2	5	7	=	33	y	2	2
1	2	1	=	8	z	3	3

Przykład b):

Układ nieoznaczony, wartości zmiennych są współzależne od siebie. Nieskończenie wiele rozwiązań.

x	y	z	=	w.w.	wyniki programu		wyniki analityczne
3	3	1	=	1	x	nieoznaczony	nieoznaczony
2	5	7	=	20	y		
-4	-10	-14	=	-40	z		

Przykład c):

x	y	z	=	w. w.	ww. programu	w. analityczne
3	3	1	=	1	sprzeczny	sprzeczny
2	5	7	=	20		
-4	-10	-14	=	-20		

Przykład d):

x	y	z	t	=	w.w.	wyniki programu		wyniki analityczne
0.5	-0.0625	0.1875	0.0625	=	1,5	x	2	2
-0.0625	0,5	0	0	=	-1,625	y	-3	-3
0,1875	0	0,375	0,125	=	1	z	1,5	1,5
0,0625	0	0,125	0,25	=	0,4375	t	0.5	0,5

Przykład e):

Układ sprzeczny, rozwiązanie nie istnieje w zbiorze liczb rzeczywistych.

x	y	z	t	=	w.w.	wyniki programu		wyniki analityczne
3	2	1	-1	=	0	x	sprzeczny	sprzeczny
5	-1	1	2	=	-4	y		
1	-1	1	2	=	4	z		
7	8	1	-7	=	6	t		

Przykład f):

x	y	z	t	=	w.w.	wyniki programu		wyniki analityczne
3	-1	2	-1	=	-13	x	1	1
3	-1	1	1	=	1	y	3	3
1	2	-1	2	=	21	z	-4	-4
-1	1	-2	-3	=	-5	t	5	5

Przykład g):

x	y	z	=	w. w.	ww. programu	w. analityczne
0	0	1	=	3	7	7
1	0	0	=	7	5	5
0	1	0	=	5	3	3

Przykład h):

x	y	z	=	w. w.	ww. programu	w. analityczne
10	-5	1	=	3	1	1
4	-7	2	=	-4	2	2
5	1	4	=	19	3	3

Przykład i):

x	y	z	=	w. w.	ww. programu	w. analityczne
6	-4	2	=	4	nieoznaczony	nieoznaczony
-5	5	2	=	11		
0,9	0,9	3,6	=	13,5		

Przykład j):

x	y	z	=	w. w.	ww. programu	w. analityczne
1	0,2	0,3	=	1,5	1	1
0,1	1	-0,3	=	0,8	1	1
-0,1	-0,2	1	=	0,7	1	1

## Wnioski

Metoda eliminacji Jordana:

1. W każdym kroku modyfikowane są jednocześnie wszystkie wiersze
2. Metoda eliminacji Jordana w czystej postaci jest niestabilna numerycznie- problem dzielenia przez zero. Optymalnym rozwiązaniem jest częściowy wybór elementu podstawowego
2. W każdym kroku należy pamiętać o właściwym wyborze elementu podstawowego żeby był jak największy w celu uzyskania dokładnych i poprawnych wyników
3. Oprócz zupełnej eliminacji zmiennych macierz pierwotna przekształcana jest w macierz jednostkową
4. W każdym kroku porównywane są współczynniki macierzy oraz wektora z zerem w celu wykrycia sprzeczności/nieoznaczoności układu. Dla tych przypadków znalezienie elementu podstawowego, który nie jest zerem jest niemożliwe przynajmniej w ostatnim kroku.
5. W celu porównania współczynników dokonano ich zaokrąglenia do 8 miejsc po przecinku, co pozwoliło na wyeliminowanie błędu niedokładności zapisu liczb zmiennoprzecinkowych.