Marcjan Jędrzejczak *224312*
Michał Dudkiewicz *224290*

Rok akademicki *2018/19*
Poniedziałek, 16:15

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 – *Metoda Interpolacji Newtona*

Opis rozwiązania

Metoda interpolacji Newtona dla węzłów równoodległych:

1. Dla funkcji stabelaryzowanej przy stałym kroku $h=x_{i+1}-x_i$ *tworzy się tablicę różnic skończonych na podstawie zbioru wartości funkcji* $y_i=f(x_i), x_{i+1}-x_i=h=const$ *:*

$$\Delta^k y_i=\sum_{j=0}^{k}(-1)^j\binom{k}{j}y_{i+k-1}$$

Dla pierwszej połowy przedziału interpolowanej funkcji:

2a. Wyliczamy $q=\frac{x-x_0}{h}$

3a. W celu wyliczenia wartości wielomianu w punkcie x korzystamy z I wzoru interpolacyjnego Newtona:

$$W(x)=y_0+q\Delta y_0+\frac{q(q-1)}{2!}\Delta^2 y_0+\ldots+\frac{q(q-1)\ldots(q-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$$

Dla drugiej połowy przedziału interpolowanej funkcji:

2b. Wyliczamy $q=\frac{x-x_n}{h}$

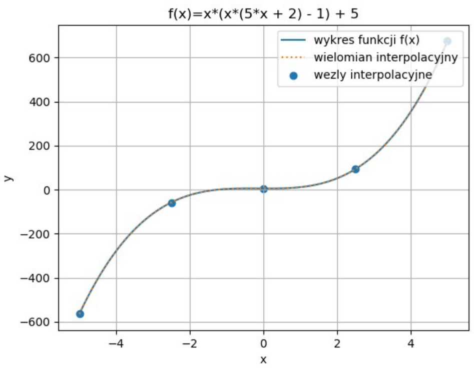
3b. W celu wyliczenia wartości wielomianu w punkcie x korzystamy z II wzoru interpolacyjnego Newtona:

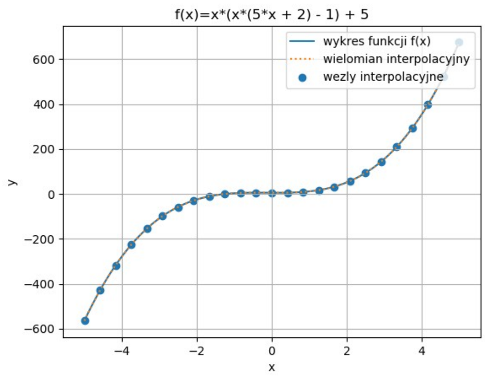
$$W(x)=y_n+q\Delta y_{n-1}+\frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2}+\ldots+\frac{q(q+1)\ldots(q+n-1)}{n!}\Delta^n y_0$$

Wyniki

A: **wielomian:**

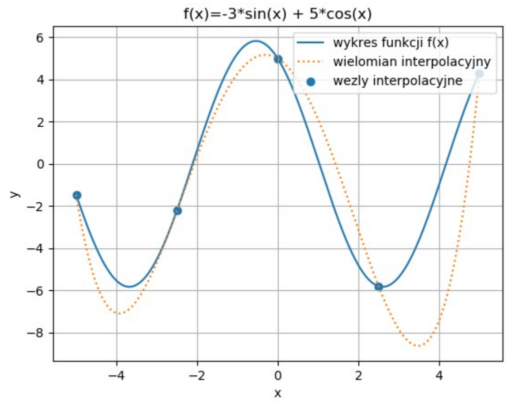
Wzór: $\mathbf{5x^3+2x^2-x+5}$

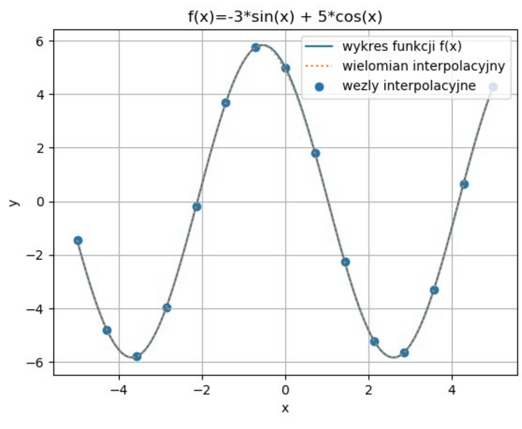




B: **funkcja trygonometryczna:**

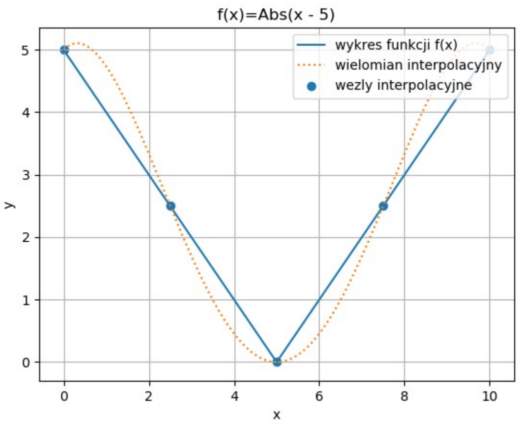
Wzór: **5cos(x) - 3sin(x)**

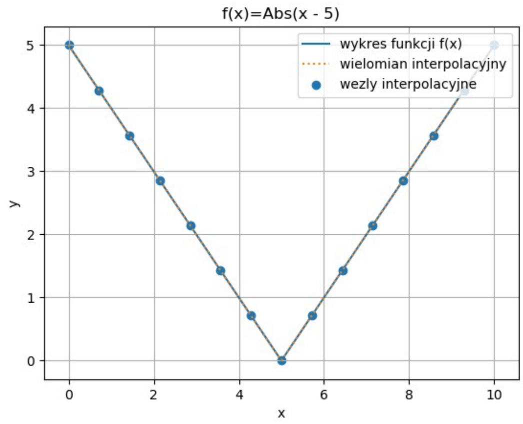




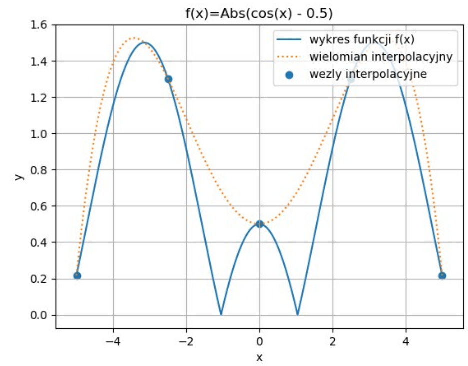
C: ***funkcja z wartością bezwzględną****:*

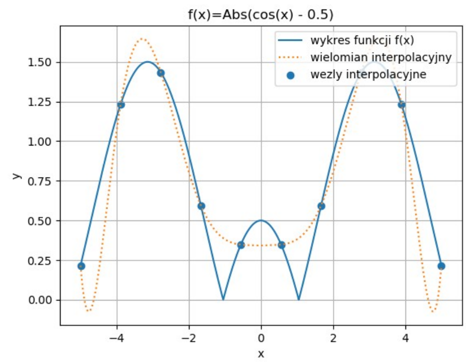
Wzór: |***x – 5***|



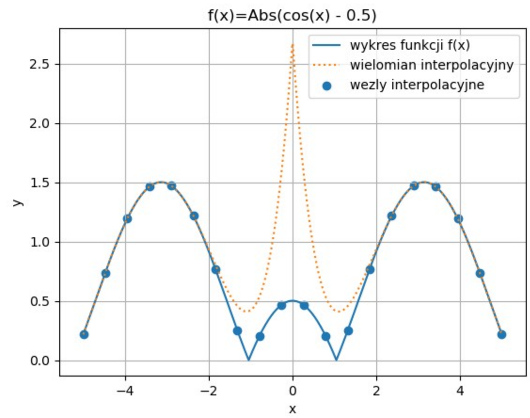


D: ***funkcja liniowa***
Wzór: ***x – 5***
Ze względu na niezłożoność wykresy zostały pominięte w celu zaoszczędzenia miejsca.
E: ***funkcja złożona***
Wzór: ***|cos(x) – 0.5|***





Przykład efektu Runge dla większej ilości węzłów:



Wnioski

1. Dokładność (w sensie ogólnym) interpolacji wzrasta wraz z liczbą węzłów interpolacyjnych (n)
2. Interpolacja wielomianowa funkcji daje wyniki ścisłe, gdy interpolowany jest wielomian co najwyżej stopnia n-1. Dla stopni wyższych oraz dla wyjściowych funkcji niebędących wielomianami wyniki są przybliżone. Wpływ mają na to oscylacje wielomianów wyższych rzędów.
3. Dla wysokich stopni interpolacji (przy stałych odległościach węzłów) krzywe wielomianowe zaczynają się coraz bardziej rozbiegać do nieskończoności (zwłaszcza w okolicach węzłów początkowych i końcowych – efekt Runge).
4. Interpolacja funkcji, której przebieg znacznie różni się od przebiegu wielomianu interpolacyjnego, może nie dawać dobrych wyników przy dużej liczbie węzłów. Wpływ na to mają pojawiające się ekstrema w funkcji interpolującej.
5. Jeżeli f(x) jest wielomianem stopnia n, to różnica skończona rzędu n tej funkcji jest stała, a kolejne zerami. Prawdziwe jest też twierdzenie odwrotne.
6. W otoczeniu punktu początkowego przedziału x_0 *stosujemy interpolację Newtona w przód (I wzór interpolacyjny Newtona). Natomiast w otoczeniu punktu końcowego przedziału* x_n*- wstecz (II wzór interpolacyjny Newtona). Pozwala to na zminimalizowanie niedokładności metody w otoczeniu punktów skrajnych przedziału.*