Marcjan Jędrzejczak *224312*
Michał Dudkiewicz *224290*

Rok akademicki *2018/19*
poniedziałek, 16:15

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 1 – Wyznaczanie miejsca zerowego równań nieliniowych

Opis rozwiązania

Metoda równego podziału (bisekcji) :

Założenia wstępne:

- funkcja f(x) jest ciągła w przedziale domkniętym [a;b],
- funkcja przyjmuje różne znaki na krańcach przedziału.

1. Algorytm sprawdza czy założenia wstępne są spełnione.
2. Algorytm sprawdza czy $f(x_1)$ ($x_1 = (a+b)/2$) jest równe 0, przeciwnie dopóki wynik nie osiągnie żądanej dokładności $|f(x_1)| < e$ lub zadanej liczby iteracji początkowy przedział dzielony jest na dwa $[a;x_1]$ i $[x_1;b]$.
3. Przedział o znaku przeciwnym do x_1 jest wybierany i obliczany jest x_i według kroku drugiego.
4. Po osiągnięciu zadanej dokładności, liczby iteracji bądź obliczeniu miejsc zerowych algorytm kończy działanie.

Metoda Newtona (stycznych):

Założenia wstępne:

- w przedziale domkniętym [a;b] znajduje się dokładnie jedno miejsce zerowe,
- funkcja przyjmuje różne znaki na krańcach przedziału.
- pierwsza i druga pochodna funkcji mają stały znak w tym przedziale.

1. Algorytm ustala miejsce rozpoczęcia (x_1) eliminując miejsca w których funkcja dąży do stałej wartości.
2. Z punktu startowego wyprowadzana jest styczna do wykresu funkcji, odcięta punktu przecięcia stycznej z osią OX jest przybliżeniem pierwiastka (x_2), w przypadku gdy x_2 nie spełnia żądanej dokładności czynności powyższe są powtarzane, gdzie punktem startowym jest x_2.
3. Algorytm kończy pracę gdy zostanie osiągnięta zadana dokładność bądź liczba iteracji.

Wyniki

	Wybór kryterium stopu	Zakres przedziałów [a;b]	Precyzja obliczeń ε	Ilość Iteracji	osiągnięta dokładność Metoda Bisekcji	osiągnięta dokładność Metoda Newtona	liczba wykonanych iteracji Metoda Bisekcji	liczba wykonanych iteracji Metoda Newtona	Metoda Bisekcji	Metoda Newtona	Wyniki rzeczywiste
f. wielomianowa	1.	-10;10		10	0,18968	0,00000			-0,80078	-0,81493	-0.8149307
	2.	-10;10	0.1				9	9	-0,82031	-0,82013	
f. trygonometryczna	1.	-4;-2		10	0,00065	0,00000			-2,11133	-2,11122	-2.1112158
	2.	-4;-2	0.1				4	2	-2,12500	-2,11168	
f. wykładnicza	1.	-5;10		10	0,00444	439,74862			-0,00488	3,80096	0
	2.	-5;10	0.1				6	19	-0,07813	0,03134	
f. złożona	1.	-1;0		10	0,00263	0,00000			-0,28418	-0,28353	-0.2835256
	2.	-1;0	0.1				5	3	-0,28125	-0,28444	

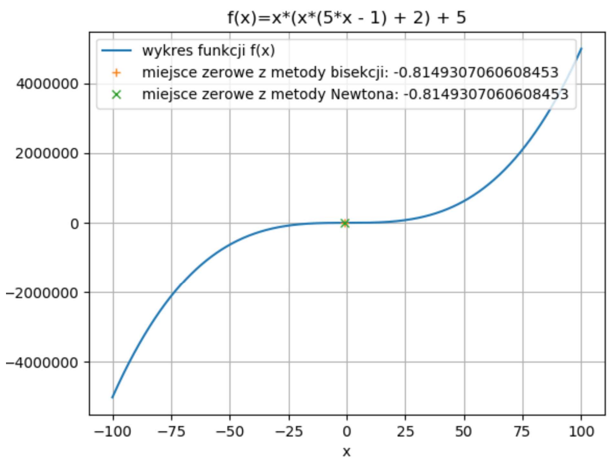

Figure 1: Przykład poprawnego działania programu dla funkcji wykładniczej

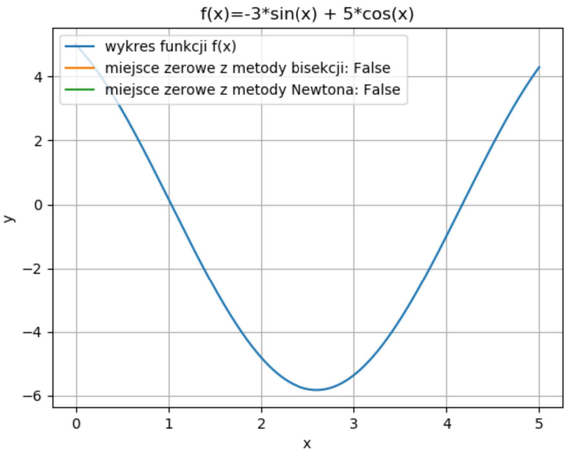

Figure 2: Przypadek, gdy niespełnione są założenia początkowe o różnych znakach na końcach przedziału na przykładzie funkcji trygonometrycznej i przedziału [0:5]. W przypadku takiego doboru przedziału obie metody zwracają wartość False, a program komunikat o niespełnionych założeniach początkowych

Wnioski

1. Metoda Newtona (stycznych) jest nieco efektywniejsza i dokładniejsza od metody bisekcji dla znajdowania rozwiązań funkcji wielomianowych, trygonometrycznych oraz złożonych. Przy tej samej dokładności wymaga mniejszej liczby wykonanych iteracji oraz osiąga lepszą dokładność wyniku przy wyborze liczby iteracji jako kryterium stopu.
2. Dla funkcji wykładniczej to metoda bisekcji jest zdecydowanie dokładniejsza i efektywniejsza od metody Newtona (biorąc pod uwagę te same kryteria). Tutaj różnice są bardzo wyraźne w efektywności obu metod.
3. W przypadku niestałego znaku pochodnych na danym przedziale algorytm Newtona nie działa.

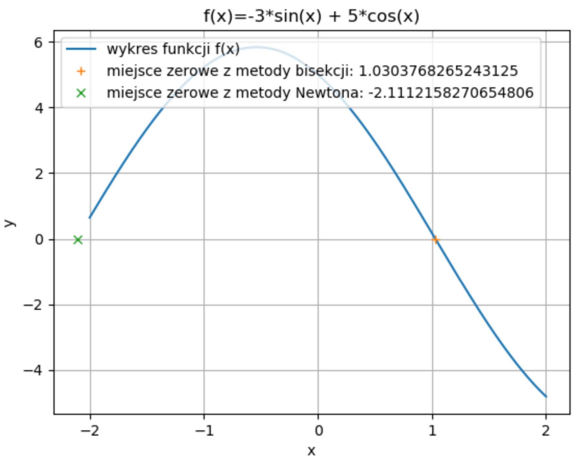

Figure 3: Przykład błędnego działania programu dla funkcji trygonometrycznej i przedziału [-2:2], gdy założenie o stałym znaku pochodnej w badanym przedziale nie jest spełnione. Pokazane miejsce zerowe z metody Newtona znajduje się poza badanym przedziałem.

Jak widać z *Figure 3* algorytm znajduje miejsce zerowe poza badanym przedziałem. Wynika to z faktu iż kończy on swoje działanie w ekstremum funkcji, gdyż styczna do funkcji poprowadzona z tego punktu nie przetnie osi OX i zostanie zwrócony ostatni niedokładny wynik poza badanym przedziałem.
4. Metoda Newtona osiąga wynik zbliżony do rzeczywistego już po kilku wykonanych iteracjach dla wszystkich funkcji poza funkcją wykładniczą dla której wskazane byłoby użycie metody bisekcji.