

Exponencialní

- symetrický systém
- (2. 7/20)
- po blocích o délce $2 * s$ cifer
 - **m**: prvočíslo (čím větší, tím lepší)
 - **e**: klíč - $\text{gcd}(e, m - 1) = 1$
 - **d**: dešifrovací klíč = **inverze d** modulo **m - 1**
 - **s**: počet znaků v bloku => kolikrát za sebou napíšu 25 jako číslo aby $< m$. 25 je maximální hodnota pro znak angl. abecedy.
- šifrování: $c = p^e \bmod m$
- dešifrování: $p = c^d \bmod m$

Zřízení společného klíče (Diffie-Hellman)

- **Malá Fermantova věta**
- asymetrický symetrický systém
- (2. 12/20)
 - **m**: nějaké velké prvočíslo
 - **a**: generátor multiplikativní grupy Z_m $0 < a < m$
 - **k_i**: $\text{gcd}(k_i, m - 1) = 1$ náhodné číslo jako klíč pro itý subjekt $k_i < m - 1$
 - **y_i**: $a^{(k_i)} \bmod m$ kde $0 < y_i < m$
- subjekty si prohodí y a pro sebe dopočítají K umocněním cizího y svým klíčem

Diskrétní logaritmus

- pro multiplikativní grupu
 - příklad: $m = 17$ $g = 3$ => $3^{11} = 7 \bmod 17$ => $\log_3(7) = 11$
- pro aditivní grupu
 - příklad: $m = 16$ $g = 3$ => $3 * 8 = 7 \bmod 17$ => $\log_3(7) = 8$

Proudové šifry

- zpracovávají jednotlivé znaky

RC4

- (3.)
- způsob inicializace permutace z klíče:

```
// S(i) je zpočátku identická permutace
// S(0) = 0, S(1) = 1...
// k(x) je x. byte klíče (který je délky n)

for i in 0..256
{
    j = |j + S(i) + k(|i|n)|256
    vymen hodnoty S(i) a S(j)
}
```

- způsob generování hesla:

```
// h(index) je hodnota hesla na indexu
// S(i) je klic

i = 0
j = 0
for index in 0..n
{
    i = |i + 1|256
    j = |j + S(i)|256
    vymen mezi sebou hodnoty S(i) a S(j)
    h(index) = S(|S(i) + S(j)| 256)
}
```

A5

- (3.)
- taktování ###**TODO**

Blokové šifry

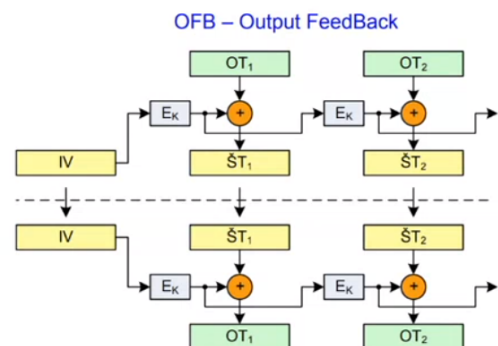
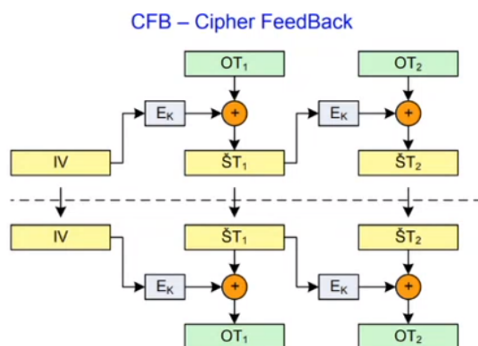
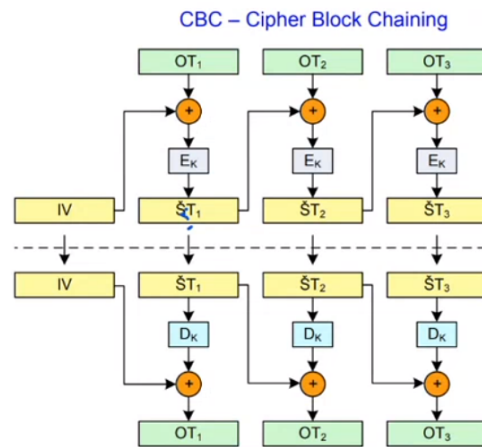
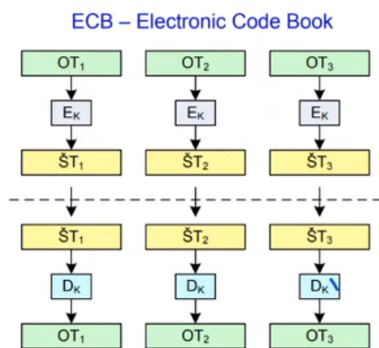
- zpracovávají bloky

DES

- Feistelovský
- jediná nelineární část je S-Box (který je uvnitř funkce f)
 - bariéra proti provádění kryptoanalýzi ###**TODO**

AES

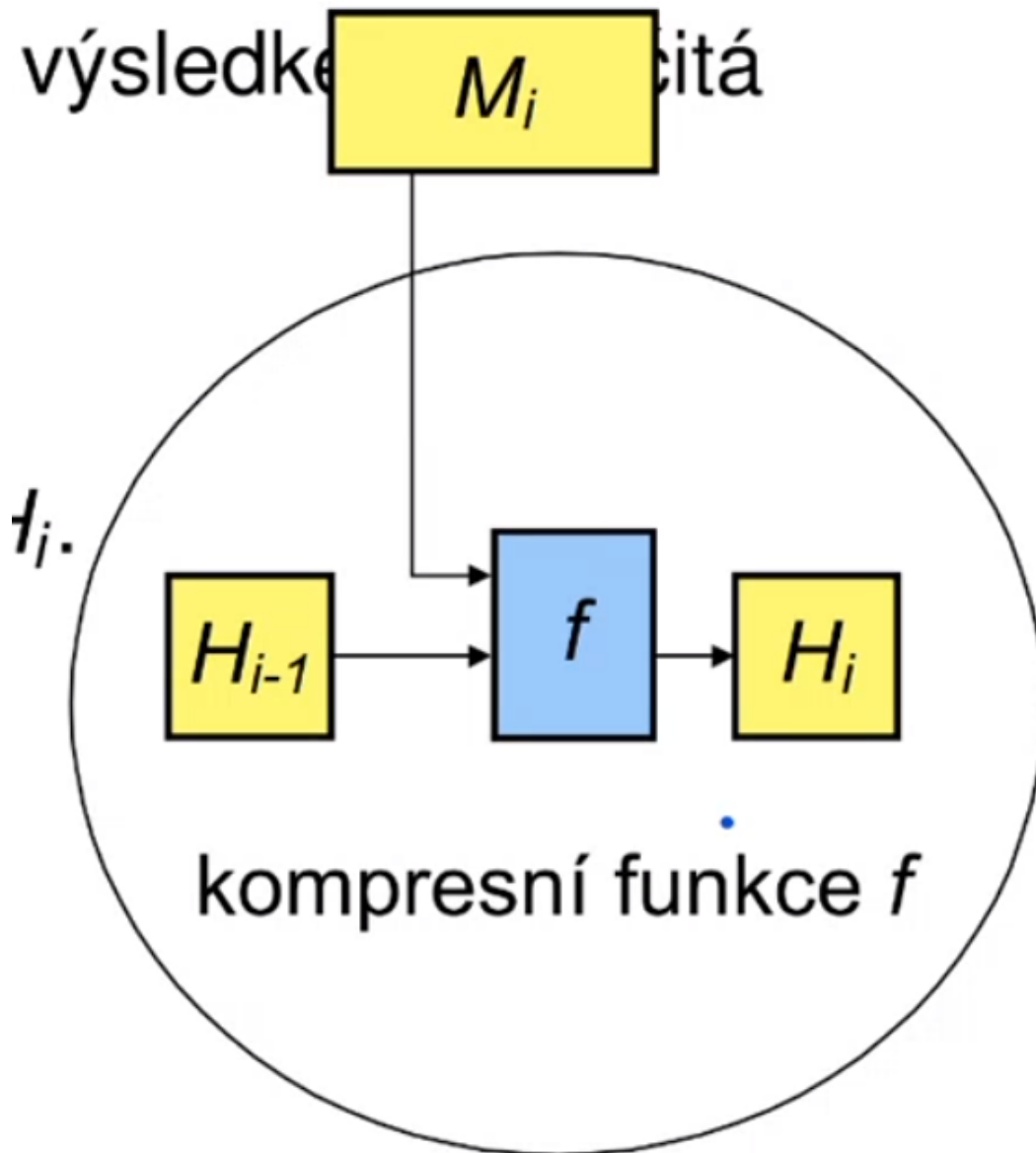
- NENÍ Feistelovská!
- rychlá implementace na všech CPU, malé nároky na paměť
- paralelní zpracování
- iterativní! - počet rund se mění dle délky klíče
- 128-256 bit klic 10-14 rund
- polynomialní operace, jde paralelizovat (16 buňek)
- SubBytes nelinearita (substituční tabulka)
- ECB
 - nezávislý na jiných blocích
- CBC
 - závislý na jiných blocích
 - difúze
 - hodnota závislá na všech předchozích
- CFB
 - šifrovací funkcí se i dešifruje (úplně stejně)
 - podobně jako proudová
- OFB
 - šifrovací funkcí se i dešifruje (úplně stejně)
 - čistá proudová šifra



Hašovací funkce

- jednosměrné funkce:
 - 1. typu
 - jednosměrnost složitostí operace a její inverze
 - př.: faktorizace
 - 2. typu
 - př.: padací vrátka (např. klíč v asymetrické kryptografii)
- kolize
 - 1. řádu
 - nenajdu dva vzory se stejným hashem
 - 50% pravděpodobnost = $2^{(n/2)}$ zpráv (n je počet bitů hashe)
 - 2. řádu
 - nenajdu další vzor k danému hashi s daným vzorem
 - 50% pravděpodobnost = 2^n zpráv (n je počet bitů hashe)
- zarovnání zprávy- Damgard-Merklovo zesílení
 - Damgard-Merklovo zesílení
 - příklad na 512 bitových blocích

- rozdělení zprávy na bloky po 512bitech
- zpráva je doplněna 1 a x nulami, aby na konci zbylo 64bit volných
- můžeme přidat i celý blok aby vyšlo
- Damgard-Merklov princip iterativní hashovací funkce
 - blok zprávy se zpracovává kompresní funkcí spolu s kontextem (zkompresovaný minulý blok nebo IV)



SHA1

- ke zkoušce
 - vědět způsob rozložení zprávy na bloky

- iteračně, prostupující kontext kompresní funkcí
- 5x 32bit slova = 160bitů
- blok se také dělí na 16x32bit slova (pro kompresní funkci)

Integritní kód HMAC

- připojen za zprávu
- bez znalosti klíče nelze spočítat -> nelze měnit zprávu a HMAC
- příjemce ví, že zpráva je validní, protože odesílatel musel znát klíč
- také lze sloužit pro prokázání znalosti klíče **###TODO**

Šifrování s veřejnými klíči

RSA

- **Eulerova věta**
- **n**: modul, součin dvou prvočísel **p** a **q**
- **e**: exponent $\text{gcd}(e, \text{euler_totient}(n)) = 1$ (jinak nelze vytvořit dešifrovací klíč)
 - doporučeno jako prvočíslo $> p$ a q
- **d**: dešifrovací exponent ($\text{inverze } e \text{ v modulo } \text{euler_totient}(n)$)
 - jen člověk, který zná rozklad na prvočísla -> spočítá eulerovu funkci
- šifrování: $E(m) = c = |m^e|_n, 0 < c < n$
- dešifrování: $D(c) = |c^d|_n, 0 < c < n$

Nalezení prvočísel

- potřebný počet testů = $1/(2/\log(10^{\text{pocet cifer}}))$

Urychlení šifrování

- **e** s co nejmenší Hammingovo váhou

Urychlení dešifrování

- RSA-CRT (RSA + ČVOZ)
- dešifrování ZKOUŠKA!! **###TODO**

El Gamal

- Diffie-Hellman distribuce klíčů
- $c = |p \cdot K| \bmod m$
- $p = |c \cdot K^{-1}| \bmod m$

Teorie informace

- Vzdálenost jednoznačnosti: takový # bitů OT, jehož ŠT představuje jednoznačně původní OT (nelze dešifrovat na jiný)
 - $\Delta_U = \text{entropie}(\text{klíču})/D$
- **E(X)**: Entropie zdroje zpráv X:
 - Kolik průměrně potřebujeme bitů pro zakódování náhodné zprávy vyslané zdrojem při optimálním kódování?
 - Kolik bitů musím vyluštit z ŠT abych určil OT?

Definice – Entropie

Entropie je množství informace obsažené ve zprávě.

Teorie informace měří entropii zprávy průměrným počtem bitů nezbytných k jejímu zakódování při optimálním kódování (minimum bitů).

Entropie zprávy ze zdroje X je

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i,$$

p_1, \dots, p_n jsou pravděpodobnosti všech zpráv X_1, \dots, X_n zdroje X a $-p_i \log_2 p_i = \# \text{ bitů nutných k optimálnímu zakódování zprávy } X_i$.

- **R_N**: Obsažnost jazyka množiny všech zpráv délky N znaků.
 - Průměrná entropie na 1 znak - průměrný # bitů informace v 1 znaku ŠT
 - $R_N = H(X)/N$
- **r**: Obsažnost jazyka vzhledem k jednomu znaku
 - $r = \lim_{n \rightarrow \infty} R_n$
 - kolik potřebuji bitů pro zakódování 1 písmena v daném jazyce
- **R**: Absolutní obsažnost jazyka (v bitech)
 - dosahuje ji jen generátor náhodných znaků
 - každý bit obsahuje informaci
- **D**: Redundance jazyka (jak moc jazyk plátvá bity)
 - $D = R - r$ od maximální potenciální obsažnosti odečteme reálnou
 - Procentuálně $100D/R$ bitů nadbytečných

ECC

- $y^2 = x^3 + ax + b$
- asymetrické systémy
- příklady z 8. 11/27
- pozor na ZKOUŠKU
- r řád bodu - nejmenší r pro které je $rP = O$ (opakuje se)
- **#E**: celkový počet bodů na křivce
- **kofaktor**: $\#E/r$
 - r je řád bodu P
 - má být co nejmenší
 - čím větší r , tím lepší
- komunikace
 - P : bod jehož řád je roven největšímu prvočíslu v rozkladu čísla $\#E$ nebo jeho násobku.
 - k : privátní klíč
 - Q : veřejný klíč
 - $Q = kP$
 - předáme P, Q (veřejný klíč) a křivku
 - každá strana vezme veřejný klíč protistrany (bod) a sečte ho k -krát

Kvantové šifrování

- obětování n bitů \rightarrow pravděpodobnost detekce odposlechu $1 - (3/4)^n$

ZDM opakování

Kvadratické residuum

- číslo a je kv. residuum mod m pokud:
 - m je kladné číslo
 - $\gcd(a, m) = 1$
 - existuje x : $x^2 = a \pmod{m}$
- v opačném případě číslo a je kv. **non**residuum mod m
- když je a kv. res. mod $p \Rightarrow$ existují přesně 2 kořeny odmocniny výrazu $x^2 \pmod{p}$

- 1 . číslo a v intervalu $(0, (p-2)/2)$
- 2 . číslo $-a \bmod p$ v intervalu $((p-1)/2, p-1)$

Kv. residuum slož. modulu

- $n = (p_1)^{\alpha_1} * (p_2)^{\alpha_2} \dots$
- a je kv. res. $n \iff$ je kv. residuem všech $(p_i)^{\alpha_i}$

PRNG

- Next-bit test: Je-li známo prvních k bitů náhodné posloupnosti, neexistuje žádný algoritmus s polynomiální složitostí, který by dokázal předpovědět $(k + 1)$. bit s pravděpodobností úspěchu vyšší než $1/2$
- State compromise: I když je zjištěn vnitřní stav generátoru (ať už celý nebo zčásti), nelze zpětně zrekonstruovat dosavadní vygenerovanou náhodnou posloupnost. Navíc, pokud do generátoru za běhu vstupuje další entropie, nemělo by být možné ze znalosti vnitřního stavu předpovědět vnitřní stav v následujících iteracích.

TRNG

- statistické testy mohou pouze říct, že generátor je špatný, ne dobrý
- frekvenční test: posloupnost bitů statistika 1/0
- test hodnosti matic: testuje se lineární závislost náhodných vektorů
- spektrální test: diskrétní Fourierova transformace, odhalí periodicitu
- Maurerův univerzální statistický test: nesmí dojít k velkému zmenšení po komprimaci