

Ćwiczenia 2

1.8 W tym zadaniu rozważamy algorytm sortowania przez wstawianie dla tablicy $a[1..n]$, $n > 0$, zawierającej permutację liczb $1, 2, \dots, n$. Dokonaj analizy pesymistycznej złożoności obliczeniowej tego algorytmu dla następujących przypadków:

- (a) $|a[i] - a[j]| < 2020$ dla każdej pary $1 \leq i, j \leq n$, takiej że $|i - j| < 2020$,
- (b) $|i - a[i]| < 2020$ dla każdego $1 \leq i \leq n$,
- (c) dla co najwyżej 2020 elementów zachodzi $i \neq a[i]$, $1 \leq i \leq n$.

2.4 W tablicy $a[1..n]$ dany jest ciąg jednocześnie 7- i 11-uporządkowany. Udowodnij, że algorytm InsertionSort sortuje a w czasie liniowym.

Przypomnienie: powiemy, że ciąg a jest k -uporządkowany, $k > 0$, jeśli dla każdego $i = 1, 2, \dots, n - k$, $a[i] \leq a[i + k]$.

2.1 Rozważmy następujący algorytm sortowania n różnych liczb w porządku malejącym x_1, x_2, \dots, x_n :

Algorytm Szymka R.

- 1: $X := \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$;
 - 2: zainicjuj stos S jako pusty;
 - 3: **while** NotEmpty(X) **do**
 - 4: weź dowolny element x ze zbioru X ;
 - 5: $X := X \setminus \{x\}$;
 - 6: usuń ze stosu S wszystkie elementy większe od x ;
 - 7: wstaw te elementy z powrotem do zbioru X ;
 - 8: umieść x na wierzchu stosu S ;
 - 9: wypisz kolejno elementy ze stosu S ;
-

Przyjmijmy, że operacjami dominującymi są operacje stosowe Top, Push i Pop.

- (a) Jaka jest pesymistyczna złożoność sortowania algorytmem Szymka R.?

Założmy teraz, że element x wybieramy losowo ze zbioru X z rozkładem jednostajnym — innymi słowy każdy element może zostać wylosowany z prawdopodobieństwem $1/|X|$.

- (b) Udowodnij, że oczekiwana liczba losowań elementu x w algorytmie wynosi $O(n^2)$.
- (c) Dokonaj analizy oczekiwanej liczby operacji dominujących w algorytmie Szymka R. w opisanym wyżej modelu probabilistycznym.