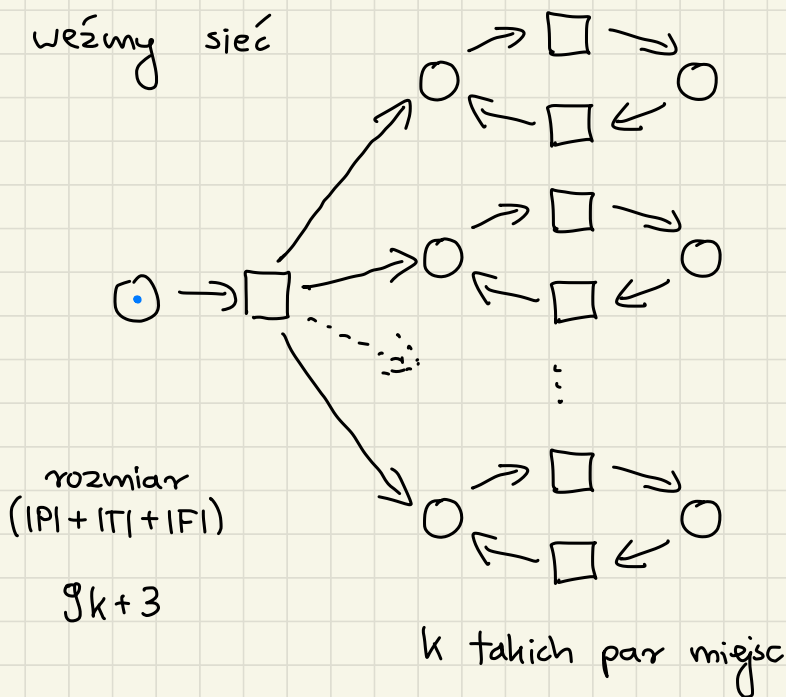


Ćwiczenia 2

9.10

1. Czy graf konfiguracji elementarnej sieci Petriego może mieć rozmiar wykładniczy?

* weźmy sieć

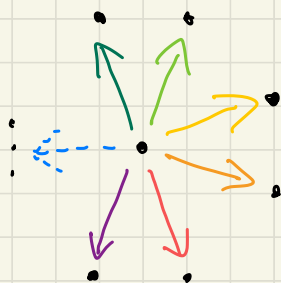


- * dla każdej pary mamy dwie możliwości położenia żetonu (lewe albo prawe miejsce), czyli łącznie liczba możliwych konfiguracji wynosi

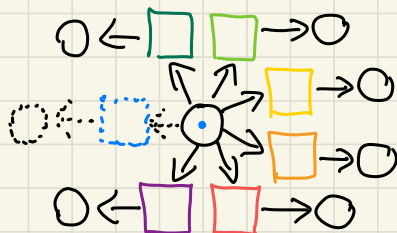
$$\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{k \text{ razy}} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{konfiguracja} \\ \text{początkowa}}}{1} = 2^k + 1$$

2. Czy sieć regionów może mieć rozmiar wykładniczy?

- * wystarczy wziąć graf skierowany i przydzielić każdej krawędzi inną etykietę, np. dla gwiazdy mamy kodowanie



- * każdy podzbiór wierzchołków jest tutaj regionem, więc mamy ich wykładniczo wiele
- * grafowi temu odpowiada sieć:



- * analogicznie można też rozwiązać cykl

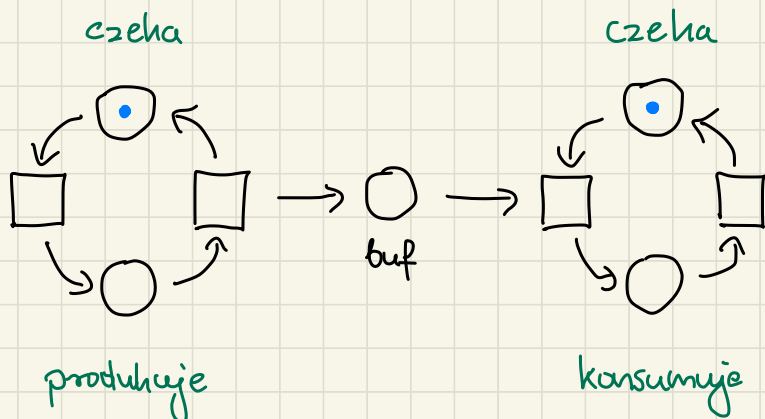
3. Równoważność sieci elementarnych oraz 1-ograniczonych sieci ogólnych

←

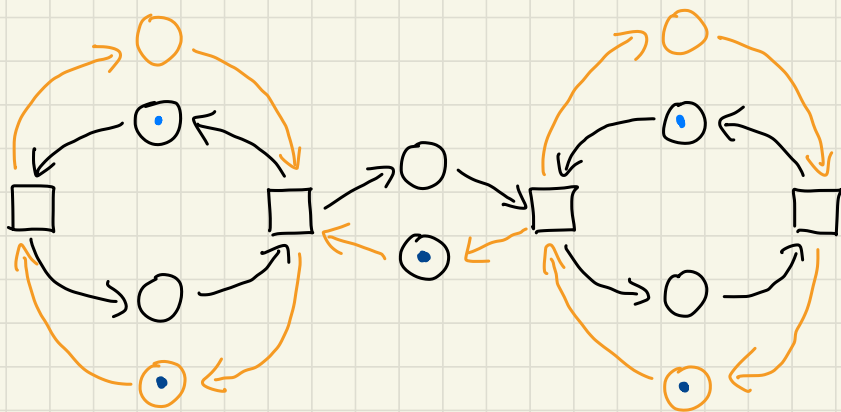
- * możemy założyć, że nie ma wag > 1 ,
wpp tranzycje z takimi Tukami można usunąć
- * otrzymana sieć jest siecią elementarną,
bo początkowa konfiguracja składa się na pola
pojedyncze żetony, a w dowolnej osiągalnej
konfiguracji M każda żywa tranzycja t
spełnia $t^{\circ} \cap M = \emptyset$

⇒

- * aby zapewnić 1-ograniczoną, musimy rozbić
każde miejsce p na dwa nowe p_e i p_f
oznaczające odpowiednio: pole p jest puste
(empty) i pole p jest pełne (full), tj.
ma położony jeden żeton



Bez zmiany sieć producent / konsument nie jest ograniczona (przez pole buf, które może zebrać dowolną liczbę tokenów).

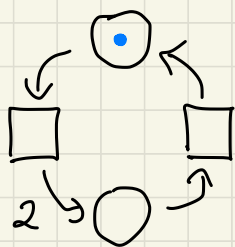


- * niezmiennik: p_e i p_f mają łącznie 1 żeton
- * każdemu biegowi w podstawowej sieci w oczywisty sposób odpowiada bieg nowej sieci

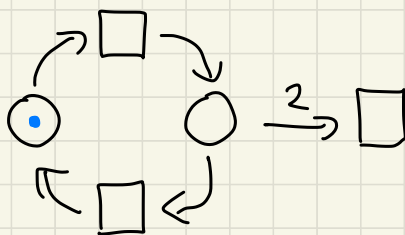
4. Skonstruuj sieć oraz podaj dla niej konfigurację, która jest:

- a) żywa, ale nie ograniczona,
- b) ograniczona, ale nie żywa.

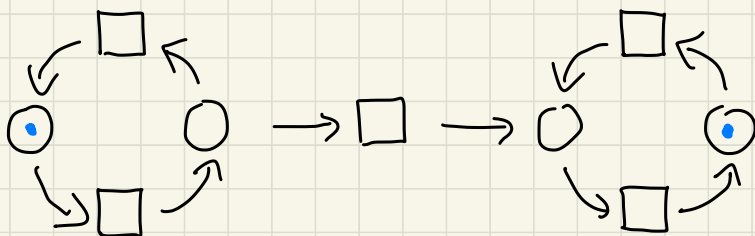
Przykład dla a)



Przykład dla b)

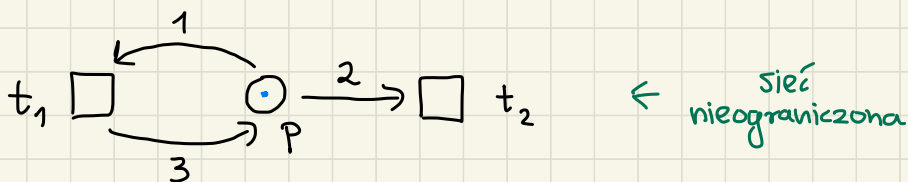


Inny przykład dla b)



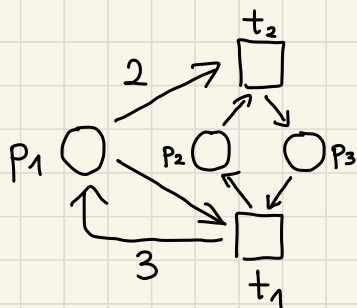
5. Czy żywość jest monotoniczna w ogólnych sieciach Petriego?

- * pokażemy przykład, gdzie zwiększenie liczby żetonów w konfiguracji powoduje, że w początkowo żywej sieci występuje deadlock
- * w tym celu konstruujemy sieć, w której jeśli jest nieparzysta liczba żetonów, to sieć jest żywa, a jeśli liczba ta jest parzysta, to może wystąpić blokada



- * gdy na miejscu p jest jeden żeton, to odpalenie t_1 lub t_2 nie zmienia parzystości na p - zawsze będzie tam co najmniej 1 żeton
- * jeśli na p są 2 żetony, odpalenie t blokuje sieć

Inny kontrprzykład:

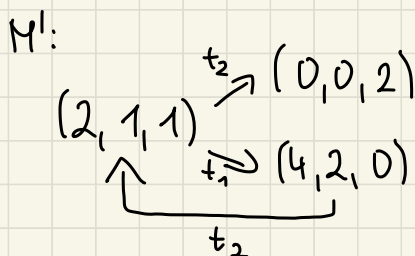
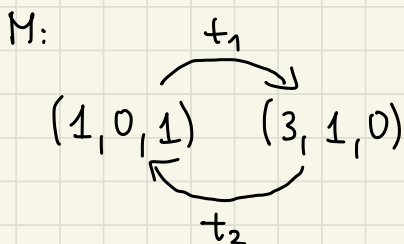


P_2 i P_3 przetwarzają „tryb” działania sieci

$$M(P_1, P_2, P_3) = (1, 0, 1)$$

$$M'(P_1, P_2, P_3) = (2, \overset{\wedge}{1}, 1)$$

- * konfiguracja M jest żywa - jedyny możliwy bieg to odpalenie na zmianę t_1 i t_2
- * konfiguracja M' nie jest żywa - blokuje się po odpaleniu t_2
- * M jest 3-ograniczone, M' - 4-ograniczone

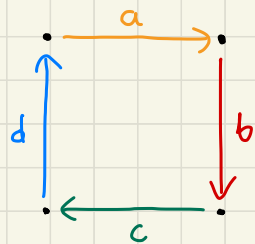


- * czy istnieje przykład z M 1-ograniczonym?
- czy M' ma wtedy szansę być 1-ograniczone?

6. Niech N będzie spójną ogólną siecią Petriego, dla której konfiguracja M jest 1-ograniczona i żywa. Udowodnij, że dowolna żywa konfiguracja $M' > M$ sieci N nie może być 1-ograniczona.

- * jeśli dla pewnego miejsca p zachodzi $M'(p) > 1$, to nowa konfiguracja nie jest 1-ograniczona
- * w przeciwnym przypadku niech p będzie takim miejscem, że $M(p) = 0$ i $M'(p) = 1$
- * miejsce p nie jest odizolowane, zatem bez straty ogólności możemy wziąć t , takie że $p \in {}^\bullet t$
- * skoro M jest żywa, to istnieje sekwencja s tranzycji, dla której $M \xrightarrow{s} M'' \xrightarrow{t}$, czyli w szczególności $M''(p) = 1$
- * stąd $M' \xrightarrow{s} M'''$ i $M'''(p) = 2$, co dowodzi, że M' nie jest 1-ograniczona

1.^o Rozważ cykl skierowany G o czterech wierzchołkach i czterech krawędziach etykietowanych kolejno



literami a, b, c, d . Skonstruuj sieć o mniej niż czterech miejscach, której graf konfiguracji jest izomorficzny z G .

2.^o Czy sieć regionów konstruowana z grafu konfiguracji sieci S może być podwójnie wykładnicza względem S ?

3.^o Czy istnieje ogólna sieć Petriego N oraz dwie konfiguracje M i M' , $M' > M$, takie że M jest żywa i 1-ograniczona, a M' nie jest żywa?

zadania do pomyślenia w domu (nieobowiązkowe)