## Ćwiczenia 5

- 3.4 Powiemy, że dwa słowa są podobne wtedy i tylko wtedy, gdy zawierają jednakowe liczby wystąpień tych samych znaków. Danych jest n słów nad alfabetem m-znakowym  $\{1, 2, ..., m\}$ . Zaproponuj algorytm, który stwierdza, ile jest wśród nich różnych klas słów podobnych. Twój algorytm powinien działać w czasie O(R+m), gdzie R jest sumą długości wszystkich słów.
- 4.1 W tym zadaniu analizujemy algorytm QuickSort, w którym za element dzielący wybiera się medianę z  $(a[l], a[\lfloor (l+r)/2 \rfloor + 1], a[r])$  (zobacz wykład 3). Rozważmy permutację

$$K_{2k} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & k-2 & k-1 & k \\ 1 & k+1 & 3 & k+3 & 5 & \dots & 2k-3 & k-1 & 2k-1 \end{pmatrix}$$
$$k+1 & k+2 & k+3 & \dots & 2k-1 & 2k \\ 2 & 4 & 6 & \dots & 2k-2 & 2k \end{pmatrix}.$$

Udowodnij, że dla permutacji  $K_n$ , gdzie n jest dodatnią liczbą całkowitą podzielną przez 4, QuickSort działa w czasie  $\Omega(n^2)$ .

4.2 Niech n będzie liczbą całkowitą większą od 1, a

$$X = \{(x, y) : x = 0, 1, \dots, n - 1, y = 0, 1, 2, 3, 4\}$$

będzie zbiorem punktów na płaszczyźnie. Danych jest n różnych prostych, z których każda przechodzi przez dwa różne punkty ze zbioru X, różniące się zawsze pierwszą współrzędną. Każda prosta zadana jest przez parę punktów  $\{(x_1,y_1),(x_2,y_2)\}$ , gdzie  $x_1 < x_2$ . Zaprojektuj algorytm, który w czasie liniowym posortuje wszystkie proste niemalejąco względem ich kątów nachylenia do osi OX.

4.4 Dla dodatniej liczby całkowitej d, d > 1, d-kopcem typu MIN, nazywamy zupełne drzewo d-arne z kluczami rozmieszczonymi w porządku kopcowym typu MIN. Zaproponuj wydajną implementację d-kopca w tablicy i dokonaj analizy złożoności obliczeniowych operacji kolejki priorytetowej: Ini, Min, DeleteMin, Insert i DecreasKey. W jaki sposób dobrać d, żeby dostać jak najszybszą implementację algorytmu Dijkstry, uwzględniającą liczbę krawędzi w grafie.

## Do samodzielnej pracy

- 4.3 Podaj permutację liczb 1, 2, ..., 7, dla której algorytm HeapSort (w wersji z wykładu) wykona największą liczbę porównań.
  - Uwaga: należy wziąć pod uwagę obie fazy algorytmu budowę kopca i właściwe sortowanie.
- 4.5 Drzewem lewicowym nazywamy drzewo binarne, w którym dla każdego wierzchołka długość skrajnie prawej ścieżki w jego lewym poddrzewie jest nie mniejsza od długości skrajnie prawej ścieżki w jego prawym poddrzewie.
  - Kopcem lewicowym typu Min nazywamy drzewo lewicowe z kluczami rozmieszczonym w porządku kopcowym typu Min. Zaproponuj implementację kopca lewicowego umożliwiającą wydajne wykonywanie operacji kolejki priorytetowej: Ini, Min, DeleteMin, Insert, DecraseKey.

Uwaga: zacznij od implementacji operacji  $Join(L_1, L_2)$  łączenia dwóch kopców lewicowych w jeden kopiec.