

## Ćwiczenia 4

1. Dla danego alfabetu z zależnością  $(\Sigma, D)$  i języka  $L$  rozważmy pytanie, czy  $L$  jest zamknięty na równoważność śladową. Pokaż, że pytanie to jest rozstrzygalne dla  $L$  regularnego. Udowodnij, że problem staje się nierozstrzygalny, gdy założymy, że  $L$  jest bezkontekstowy.
2. Pokaż, że produkty asynchroniczne automatów rozpoznają dokładnie języki prostokątne.
3. Udowodnij, że uogólnione produkty asynchroniczne rozpoznają dokładnie sumy języków prostokątnych.
4. Ogólna sieć Petriego  $N$  z konfiguracją  $M$  jest żywa i 1-ograniczona. Czy wynika stąd, że z dowolnej osiągalnej konfiguracji  $M'$  można wrócić do  $M$ ?
5. Pokaż równoważność następujących modeli: sieć Petriego, VAS (vector addition system), VASS (vector addition system with states) oraz automat licznikowy bez testów 0.

## Zadanie domowe (nieobowiązkowe)

1. Zaproponuj transformację  $n$ -wymiarowego VASSu do równoważnego  $(n + s)$ -wymiarowego VASu. Jak małe może być  $s$ ?
2. Pokaż, jak zasymulować taśmę maszyny Turinga przy użyciu automatu licznikowego z testami na zero.
3. Dla każdego  $m > 0$  skonstruuj sieć Petriego rozmiaru  $O(n + m)$ , która jest ograniczona, ale przez wartość nie mniejszą niż  $F_m(n)$ , gdzie  $F_1(n) = 2n$ , a  $F_{m+1}(n) = F_m^n(1)$  jest  $n$ -krotnym złożeniem funkcji  $F_m$  zaaplikowanym do 1.