

## Ćwiczenia 12

9.0 Podaj przykład najmniejszej uniwersalnej rodziny funkcji haszujących z uniwersum  $\{1, 2, \dots, 9\}$  w przestrzeń adresową  $\{1, 2, 3\}$ .

9.1 Podaj przykład najmniejszej uniwersalnej rodziny funkcji haszujących z uniwersum  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  w przestrzeń adresową  $\{1, 2\}$  (w postaci tabelki z wartościami każdej z funkcji).

9.4 W tym zadaniu zakładamy, że uniwersum kluczy  $U = \{0, 1, \dots, p-1\}$ , gdzie  $p$  jest dużą liczbą pierwszą. Niech  $m < p$  będzie rozmiarem tablicy haszowanej. Dla  $a \in \{1, 2, \dots, p-1\}$  i  $b \in \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$  definiujemy funkcję  $h_{a,b}$ , jak następuje:

$$h_{a,b}(x) = ((ax + b) \bmod p) \bmod m.$$

Wykaż, że rodzina  $\mathcal{H}_{a,b} = \{h_{a,b} : a \in \{1, 2, \dots, p-1\} \text{ i } b \in \{0, 1, 2, \dots, p-1\}\}$  jest uniwersalną rodziną funkcji haszujących.

9.5 Zaproponuj rozszerzenie algorytmu Floyda-Warshalla tak, żeby można było odzyskać w czasie  $O(n)$  najlżejszą ścieżkę pomiędzy dowolnymi wierzchołkami  $a, b$  w danym grafie.

10.3 Marszrutą w grafie  $G$  nazywamy każdy skończony ciąg wierzchołków grafu, taki że każde dwa kolejne wierzchołki są połączone krawędzią w tym grafie. Marszruta jest zamknięta, gdy rozpoczyna się i kończy w tym samym wierzchołku. Powiemy, że graf  $G$  jest eulerowski, jeśli istnieje w nim marszruta zamknięta, w której każda krawędź z grafu pojawia się dokładnie raz. Marszrutę o takiej własności nazywamy cyklem Eulera.

Zaproponuj algorytm, który w czasie liniowym sprawdza, czy dany graf nieskierowany jest eulerowski i jeśli tak, to znajduje w nim cykl Eulera.

10.4 Dane jest  $n$ -wierzchołkowe drzewo z wagami na krawędziach (liczby całkowite). Dla każdego wierzchołka  $v$  różnego od korzenia dane są rodzic  $p[v]$  w drzewie i waga  $w[v]$  krawędzi  $v - p[v]$ . Przyjmujemy też, że wierzchołki są ponumerowane w porządku "preorder" i utożsamiamy je z tymi numerami —  $v$  oznacza zarówno wierzchołek, jak i jego numer.

Zaproponuj algorytm, który w czasie  $O(n+k)$  udzieli odpowiedzi na  $k$  zapytań o wagę ścieżki między parą wierzchołków  $(u, v)$ , przy czym w każdym z tych pytań  $u$  będzie przodkiem  $v$ ?