



$T(n)=\Theta(1)$ pro dost.malá n

Rekurentní rovnice

$T(n) = \text{Dělení}(n) + aT(n/c) + \text{Sjednocování}(n)$

Substituční metoda

uhodnu řešení, přímo/indukcí ověřím

Master Theorem

$T(n)=aT(n/c)+\Theta(nd)$

$a \neq c^d \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\max\{d, \log_c a\}})$

$a = c^d \Rightarrow T(n) = \Theta(n^d \log_c n)$

Rozděl a panuj

rozděl - rozdělí úlohu na několik podúloh stejného typu, ale menší velikosti

vyřeš - vyřeší podúlohy buď přímo pro dostatečně malé, nebo dělíme dál pokud jsou ještě moc velké

sjednot' - sjednotí řešení podúloh do řešení původní úlohy

Násobení v lepším než kvadratickém čase:

$$(10^N A+B) \cdot (10^N C+D) = (10^{2N} AC + 10^N(AD+BC) + BD)$$

$$\Rightarrow T(n)=4T(n/2)+O(n)=O(n^2)$$

Trik, dosadíme: $AD+BC=(A+B)(C+D)-AC-BD$

$$\Rightarrow T(n)=3T(n/2)+O(n)=O(n^{\log_2 3}) \approx O(n^{1,58})$$

Strassenův algoritmus

Klasické násobení matic $\Theta(n^3)$

-zlepšíme podle obrázku dole čímž máme 8 násobení matic polovičního řádu

-strassenův algoritmus pak trikem jedno násobení vynechá takže máme

$$T(n)=7T(n/2)+\Theta(n^2)=\Theta(n^{\log_2 7}) \approx \Theta(n^{2,8})$$

A	B	\times	P	Q	$=$	$AP+BR$	$AQ+BS$
C	D		R	S		$CP+DR$	$CQ+DS$
X			Y			Z	

Hledání k-tého nejmenšího prvku v lin.čase (Blum et al.)

Select(X, k)

-Pokud $n \leq 5 \rightarrow$ vyřešíme přímo

-Vstup rozdělíme na pětice $P_1 \dots P_{n/5}$ (poslední může být neúplná), to zvládneme v $O(n)$

- $\forall i: m_i = \text{median}(P_i)$, to zvládneme v $O(n)$

-pivot = Select($m_1, \dots, m_{n/5}, n/10$) (medián mediánů - $T(n/5)$)

-Rozdělíme X na L (=menší než pivot), S (=stejně jako pivot), P (=větší než pivot)

-Rekurzivně se zavoláme na jednu z L, S, P (tu, ve které se má vyskytovat hledaný prvek - $T(7n/10)$)

$$T(n)=\Theta(n)+T(n/5)+T(7n/10)=\Theta(n)$$