# Výroková logika - Cheat sheet

Martin Všetička

3. prosince 2008, 22:46

**Zkratky:**

$(A \ \& \ B)$ je zkratka za $\neg(A \to \neg B)$
$(A \lor B)$ je zkratka za $(\neg A \to B)$
$(A \leftrightarrow B)$ je zkratka za $(A \to B) \ \& \ (B \to A)$

**Axiomy:**

**(A1)** $A \to (B \to A)$
**(A2)** $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
**(A3)** $(\neg B \to \neg A) \to (A \to B)$

**Věty:**

**(V1)** $\vdash A \to A$
**(V2)** $\vdash \neg A \to (A \to C)$ (C je cokoliv!)
**(V3)** $\vdash \neg\neg A \to A$
**(V4)** $\vdash A \to \neg\neg A$
**(V5)** $\vdash (A \to B) \to (\neg B \to \neg A)$ (s A3 tvoří ekvivalenci)
**(V6)** $\vdash A \to (\neg B \to \neg(A \to B)$
**(V7)** $\vdash (\neg A \to A) \to A$

**DNF & CNF prerekvizity:**

**(de Morgan (i))** $\vdash \neg(A \ \& \ B) \leftrightarrow (\neg A \lor \neg B)$
**(de Morgan (ii))** $\vdash \neg(A \lor B) \leftrightarrow (\neg A \ \& \ \neg B)$
**(distributivnost (i))** $\vdash (A \ \& \ (B \lor C) \leftrightarrow ((A \ \& \ B) \lor (A \ \& \ C))$
**(distributivnost (ii))** $\vdash (A \lor (B \ \& \ C) \leftrightarrow ((A \lor B) \ \& \ (A \lor C))$

**Věty & Lemmata:**

**(VD)** $T \vdash A \to B \quad \Leftrightarrow \quad T \cup \{A\} \vdash B$
**(KF)** $T \vdash A \ \& \ B \quad \Leftrightarrow \quad T \vdash A$ a $T \vdash B$
**(KI)** $T \vdash A \leftrightarrow B \quad \Leftrightarrow \quad T \vdash A \to B$ a $T \vdash B \to A$
**(Věta o důkazu sporem)** $T \vdash A \quad \Leftrightarrow \quad T \cup \{\neg A\}$ je sporná.
**(Lemma o důkazu rozborem případů)** Nechť $T$ je množina formulí a $A, B, C$ jsou formule. Potom platí:

$$T, A \lor B \vdash C \quad \Leftrightarrow \quad T, A \vdash C \text{ a } T, B \vdash C$$

**(Věta o kompaktnosti)** Množina formulí $T$ je splnitelná, právě když je splnitelná každá její konečná podmnožina $T' \subseteq T$

**(Věta o bezespornosti a splnitelnosti)** Je-li $T$ množina formulí, potom platí:

$$T \text{ je bezesporná} \Leftrightarrow T \text{ je splnitelná.}$$

**(Věta o úplnosti)** Nechť $T$ je množina formulí a $A$ je libovolná formule. Potom platí:

$$T \vdash A \quad \Leftrightarrow \quad T \models A$$

**Lemmata o modelech teorií:**

**Ekvivalentní teorie** $T$ je ekvivalentní s $S \Leftrightarrow M(T) = M(S)$
**Dokazatelnost** $T \vdash A \Leftrightarrow M(T) \subseteq M(A)$
**Rozšíření teorie** $T'$ je rozšíření teorie $T \Leftrightarrow M(T') \subseteq M(T)$