Jak na řady

1) $\lim a_n = 0$ pokud není, řada diverguje
2) když $\sum |a_n|$ K , pak $\sum a_n$ K

   v a_n je n! – podílové kritérium – lim < 1 ... K

   2^n – odmocninové kritérium – lim > 1 ... D
3) nechová se řada jako $\frac{\sum \square}{n^\alpha}$ pro nějaké α ? ... srovnávací kritérium
4) střídá-li řada znaménko ... $\sum (-1)^n \cdot a_n$ ... Leibnitz

   ... $\sum \sin n . cosi$, $\sum \cos n . cosi$ ... Dirichlet
5) přemýšlet!

Nutná podmínka konvergence: $\sum a_n \to 0$

<u>Pravidla:</u>

$$\alpha \in R - \{0\}: \sum a_n K \Rightarrow \sum \alpha . a_n K$$

$$\sum a_n K, \sum b_n K \Rightarrow \sum (a_n + b_n) K$$

<u>Nezáporné členy:</u>

srovnávací kritérium: $\exists n_0 \forall n \geq n_0 : a_n \leq b_n$

$\sum b_n K \Rightarrow \sum a_n K$

$\sum a_n D \Rightarrow \sum b_n D$

limitní srovnávací kritérium: $\frac{\lim a_n}{b_n} = A \in R^*$

$(i) A \in (0, \infty), pak \sum a_n K \Leftrightarrow \sum b_n K$

$(ii) A = 0, pak \sum b_n K \Rightarrow \sum a_n K \ (\sum a_n D \Rightarrow \sum b_n D)$

$(iii) A = \infty, pak \sum a_n K \Rightarrow \sum b_n K \ (\sum b_n D \Rightarrow \sum a_n D)$

Cauchyho odmocninového kritérium:

$(i) Nechť \ \exists q \in (0,1) \exists n \geq n_0 \ \sqrt[n]{a_n} < q \Rightarrow \sum a_n K$

$(ii) limsup \ \sqrt[n]{a_n} < 1 \Rightarrow \sum a_n K$

$(iii) \lim \sqrt[n]{a_n} < 1 \Rightarrow \sum a_n K$

$(iv) limsup \ \sqrt[n]{a_n} > 1 \Rightarrow \sum a_n D$

$(v) \lim \sqrt[n]{a_n} > 1 \Rightarrow \sum a_n D$

D’Alanbertovo podílové kritérium: $a_n > 0$

$(i) nechť \ \exists q \in (0,1) \exists n \geq n_0 \ \frac{a_{n+1}}{a_n} < q \Rightarrow \sum a_n K$

$(ii) nechť \ limsup \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1 \Rightarrow \sum a_n K$

$$\frac{(iii)\text{nechť} \lim \square\, a_{n+1}}{a_n} < 1 \Rightarrow \sum a_n K$$
$$(iv)\text{nechť } \limsup \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1 \Rightarrow \sum a_n D$$

Kondenzační kritérium: $a_n \to 0$ a_n klesající

$$\Sigma a_n K \Leftrightarrow \sum^{n} \square \,.\, a_{2^n}$$

Raabeho kritérium:

$$(i)\ \text{nechť } \exists \lim n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) > 1 \Rightarrow \sum a_n K$$
$$(ii)\ \text{nechť } \exists \lim n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) < 1 \Rightarrow \sum a_n D$$

Bertrandovo kritérium:

$$B_n = \ln n\left[n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) - 1\right]$$
$$B_n > 1 \Rightarrow \sum a_n K$$
$$B_n < 1 \Rightarrow \sum a_n D$$

<u>Neabsolutní konvergence:</u>

Bolzano-Cauchyho podmínka konvergence:

$$\Sigma |a_n| K \Rightarrow \sum a_n K$$

Abel-Dirichletovo kritérium:

a_n reálná posloupnost, b_n nerostoucí omezená posloupnost

$\Sigma a_n . b_n K$ pokud A nebo D:

A) $\Sigma a_n K$

D) $\lim b_n = 0$ a a_n má omezené částeční součty:

$\exists K > 0 : \forall n \in N : |a_1 + \cdots + a_n| \leq K$

Leibnitzovo kritérium:

$c \to 0\,(klesající) \Rightarrow \sum (-1)^n c_n K$