Chci prevest matici A na diagonalni tvar:

$$A=\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

Jiz ze zadani jsou videt vlastni cisla – prvky na diagonale:

$$\lambda_1=2$$
$$\lambda_2=1$$
$$\lambda_3=0$$

Nyni pro kazde vlastni cislo urcim vlastni vektor podle:

$$(A-\lambda I)x=0$$

tedy:

$$\lambda_1:\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&-1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}\rightarrow x_1=t*(1,0,0)$$

$$\lambda_2:\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix}\rightarrow x_2=t*(-1,1,0)$$

$$\lambda_3:\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow x_3=t*(\frac{-1}{2},0,1)$$

Vytvorim si regularni matici P, jejiz sloupce jsou vlastni vektory:

$$P=\begin{pmatrix}1&-1&\frac{-1}{2}\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

a k ni inverzni matici P^{-1} :

$$\begin{pmatrix}1&-1&\frac{-1}{2}&1&0&0\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&-1&0&1&0&\frac{1}{2}\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&1&1&\frac{1}{2}\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&1\end{pmatrix}$$

$$\rightarrow P^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&\frac{1}{2}\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Nakonec se spocita matice B, coz je A v diagonalnim tvaru:

$$B=P^{-1}*A*P=\begin{pmatrix}1&1&\frac{1}{2}\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}2&1&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1&-1&\frac{-1}{2}\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&2&1\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}*\begin{pmatrix}1&-1&\frac{-1}{2}\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$