Determinant
zobrazení, které přiřadí každé čtvercové matici A skalár **det A**

Geometrický význam: matice 3x3, řádky jsou vektory rovnoběžnostěnu potom |det A| = objem rovnoběžnostěnu

A je regulární ⇔ det A ≠ 0

det(AB)=det(A)det(B)

důsledek:

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

Důkaz:

$$\text{A, B singulární} \Rightarrow \det(A) = \det(B) = \det(AB) = 0$$

$$\text{A, B regulární :}$$

$$\det(AB) = \det(E_1 E_2 \dots E_k B) = \det(E_1)\cdot\det(E_2 \dots E_k B)$$

$$= \det(E_1)\det(E_2)\dots\det(E_k)\det(B) = \det(A)\det(B)$$

protože víme, jakým způsobem elementární úpravy (ekvivalent elementárních matic ve vzorci) mění determinant.

násobení řádku/sloupce číslem t **násobí det** číslem t, **sčítání** řádků/sloupců **nemění det**

přerovnáním řádků/sloupců podle permutace *p* se det násobí sgn(*p*)

- **záměna** dvou řádků/sloupců mění **znaménko det**
- matice má schodné 2 řádky/sloupce(singulární) ⇒ det A = 0

determinant transponované matice

$$\det A = \det A^T$$

Definice pomocí *Leibnitzova vzorce*

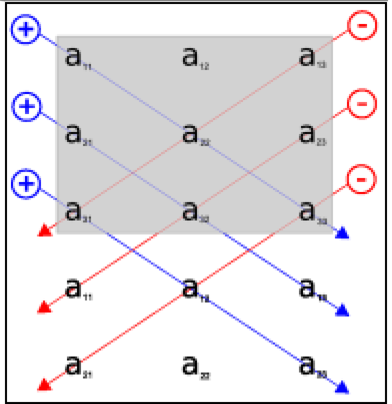
$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} sgn(p) \prod_{i=1}^{n} a_{i,p(i)}$$

má n! sčítanců takže se přes něj nedá moc počítat

Znaménko permutace a množina inversí nějaké permutace p

$$sgn(p) = (-1)^{|I(p)|},\ I(p) = \{(i,j) : i < j\ \&\ p(i) > p(j)\}$$

det 3x3 - Sarrusovo pravidlo



Gaussova eliminace
snažíme se dostat Δmatici
(pozor na to jak operace mění determinant)
det Δmatice = součin diagonály

Cramerovo pravidlo

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \text{ má řešení ve tvaru :}$$

$$x_i = \frac{\det A_{i\to\mathbf{b}}}{\det A}$$

kde matice $A_{i\to\mathbf{b}}$ vznikne nahrazením i – tého sloupce vektorem **b**

subdeterminanty / minory

matice A_{ij} vznikne odstraněním i – tého řádku a j – tého sloupce

det A_{ij} je pak **subdeterminantem/minorem** a platí :

$$\det(A) = \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\cdot(-1)^{i+j}\det(A_{ij})$$

$$(A^{-1})_{i,j} = (-1)^{i+j}\frac{\det(A_{\mathbf{ji}})}{\det A}$$

Adjungovaná matice

$$(\mathrm{adj}A)_{i,j} = (-1)^{i+j}\cdot\det(A_{ji})$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A}\cdot(\mathrm{adj}A)$$

Důkaz rozvoje: **TODO**