Vlastní číslo λ
A**x**=λ**x** pro **x**≠**0**
x je vlastní vektor

charakteristický polynom A

$$\boxed{p_A(t) = \det(\mathbf{A} - t\mathbf{I}_n)}$$

kořeny char.polynomu jsou právě vlastní čísla

$$\boxed{\lambda \text{ je vl.číslo } A \Leftrightarrow \det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}_n)x = 0}$$

podobné matice mají stejné char.polynomy
a tedy i stejná vl.čísla

pro lib.čtvercové matice A,B platí že BA a AB mají stejná vl.čísla

det A = součin jejích vl.čísel

diagonální prvky Δ matice jsou právě vl.čísla

matice nxn má nejvýše n různých vl.čísel

A má n různých vl.čísel ⇒ n LN vl.vektorů

důsledek

geometrický význam
vl. vektory jsou takové že po
aplikaci operátorů nemění směr

IIOException
Can't get input stream from URL!
bc/matematika/obrazky/vlastni_vektor.png

matice je **diagonizovatelná** pokud je
podobná nějaké diagonální matici

- A má n různých vl.čísel ⇒ je diagonizovatelná — ⚠ ⇐ neplatí!
- A má n LN vl.vektorů ⇔ je diagonizovatelná
- ∀ čtvercová symetrická A je diagonizovatelná
- čtvercová A řádu n, ri je alg.násobnost λi

$$\boxed{\forall \lambda_i : \dim(Ker(\mathbf{A} - \lambda_i I)) = r_i \Leftrightarrow A \text{ je diagonizovatelná}}$$

"mají bázi z vl.vektorů"

Základní věta algebry: ∀ polynom stupně≥1 má v C aspon 1 kořen

A' je **podobná** A pokud
∃ regulární matice R že:

$$\boxed{A' = R^{-1}AR}$$

mocnina matice

$$\boxed{A^k = R^{-1}\Lambda^k R = R^{-1}\begin{pmatrix} \lambda_1^k & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n^k \end{pmatrix} R}$$

Minidůkaz:

$$\boxed{A^2 = (R^{-1}\Lambda^2 R)^2 = R^{-1}\Lambda R R^{-1}\Lambda R = R^{-1}\Lambda^2 R}$$

ke ∀ komplexní n x n ∃ jí podobná J
v tzv.**Jordanově normáním tvaru**

IIOException
Can't get input stream from URL!
bc/matematika/obrazky/jordan.png

Jordanovy buňky Ji příslušné vl.číslu λi

$$\boxed{\begin{pmatrix} \lambda_i & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_i & 1 & \cdots & 0 \\ & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_i & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_i \end{pmatrix}}$$

není diagonizovatelná, minidůkaz:

$$\boxed{\dim(Ker(\mathbf{A} - \lambda_i I)) = 1 \neq r_i = n}$$

jde diagonizovat pouze pro
buňky velikosti 1x1

až na přerovnání buněk je určena jednoznačně