

kořeny char.polynomu jsou právě vlastní čísla

$$\lambda \text{ je vl. číslo } A \Leftrightarrow \det(A - \lambda I_n)x = 0$$

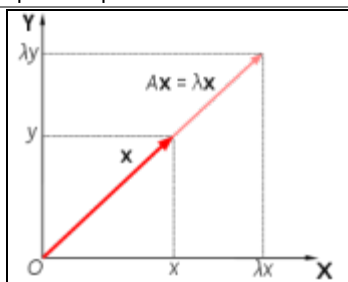
**charakteristický polynom A**

$$p_A(t) = \det(A - tI_n)$$

podobné matice mají stejné char.polynomy  
a tedy i stejná vl.čísla

**geometrický význam**

vl. vektory jsou takové že po  
aplikaci operátorů nemění směr



**Vlastní číslo λ**

$$Ax = \lambda x \text{ pro } x \neq 0$$

x je vlastní vektor

pro lib.čtvercové matice A,B platí že BA a AB mají stejná vl.čísla

$\det A =$  součin jejich vl.čísel

diagonální prvky Δ matice jsou právě vl.čísla

matice nxn má nejvýše n různých vl.čísel

A má n různých vl.čísel  $\Rightarrow$  n LN vl.vektorů

důsledek

A má n různých vl.čísel  $\Rightarrow$  je diagonalizovatelná

⚠ ← neplatí!

A má n LN vl.vektorů  $\Leftrightarrow$  je diagonalizovatelná

$\forall$  čtvercová symetrická A je diagonalizovatelná

čtvercová A řádu n,  $r_i$  je alg.násobnost  $\lambda_i$

$\forall \lambda_i : \dim(Ker(A - \lambda_i I)) = r_i \Leftrightarrow A$  je diagonalizovatelná

"mají bázi z vl.vektorů"

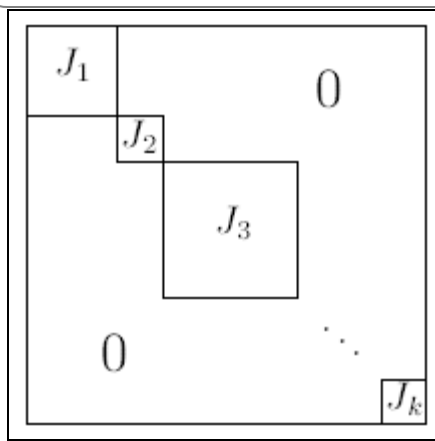
! matice je **diagonalizovatelná** pokud je  
podobná nějaké diagonální matici

! A' je **podobná** A pokud  
 $\exists$  regulární matice R že:

$$A' = R^{-1}AR$$

**Základní věta algebry:**  $\forall$  polynom stupně  $\geq 1$  má v C aspon 1 kořen

ke  $\forall$  komplexní n x n  $\exists$  ji podobná J  
v tzv. **Jordanově normálním tvaru**:



➡ **mocnina matice**

$$A^k = R^{-1} \Lambda^k R = R^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_1^k & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_n^k \end{pmatrix} R$$

Minidůkaz:

$$A^2 = (R^{-1} \Lambda^2 R)^2 = R^{-1} \Lambda R R^{-1} \Lambda R = R^{-1} \Lambda^2 R$$