

## Operátory v kvantizační reprezentaci

$$|q\rangle \rightarrow \delta(x-q)$$

$$|p\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar} p x}$$

$$\langle p' | p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{2\pi\hbar} e^{-\frac{i}{\hbar} (p' - p)x} = \delta(p - p')$$

$$\langle q' | q \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(x - q') \delta(x - q) = \delta(q - q')$$

$$\boxed{\langle q | p \rangle} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(x - q) \frac{e^{\frac{i}{\hbar} p x}}{\sqrt{2\pi\hbar}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar} p q}$$

Všimněte si, co znamená  $\langle q | \psi \rangle$ ?

$\langle q | \psi \rangle$  je projekce  $|\psi\rangle$  do směru  $|q\rangle$

Relace úplnosti  $\sum |q\rangle \langle q| = \mathbb{I}$

$$|\psi\rangle = \sum_n |q_n\rangle \langle q_n | \psi \rangle = \sum_n c_n |q_n\rangle$$

↑  
↑  
koeficienty  $\langle \psi | q \rangle$  do  
báze reltouni  $|q_n\rangle$

$$\boxed{\int dq |q\rangle \langle q| = \mathbb{I}}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \int dq \delta(x - q) \int dx' \delta(x' - q) f(x') \\ &= \int dq \delta(x - q) f(q) = f(x) \end{aligned}$$

$$|p\rangle = \int dq |q\rangle \langle q|p\rangle = \int dq \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar} p q}}_{\psi_p(q)} |q\rangle$$

$\nearrow$   
 vlnová funkce = rozvoj koefi-  
 cií do báze  
 vlastních stavů  
 souřadnice

Obecně pro stav  $|\psi\rangle$

$$|\psi\rangle = \int dq |q\rangle \underbrace{\langle q|\psi\rangle}_{\psi(q)}$$

Obecně se dá každým koeficientům rozvoji říkat  
 „vlnová funkce“.

$\psi(x)$  je stavový vektor, nebo vlnová funkce, v  
souřadnicové reprezentaci

Reprezentace operátorů

$$\hat{q} = \int dq q |q\rangle \langle q|$$

$$\hat{q} |\psi\rangle = \int dq q |q\rangle \langle q|\psi\rangle = \int dq q \psi(q) |q\rangle$$

$\uparrow$

žalost' jsou rovněž koeficienty (žalost' je rovněž funkce)  
 who relation

$$\langle x | \hat{q} | \psi \rangle = \langle x | \int dq q \psi(q) | q \rangle = \int dq q \psi(q) \underbrace{\langle x | q \rangle}_{\delta(x-q)}$$

$$= x \psi(x)$$

$$\langle x | \hat{q} \int dx' | x' \rangle \langle x' | \psi \rangle = \int dx' \langle x | \hat{q} | x' \rangle \psi(x')$$

$\sum_n A_{mn} v_n$   
 matrix multipl. operation  
 vectors

$$\underline{\underline{\langle x | \hat{q} | x' \rangle}} = \int dq q \langle x | q \rangle \langle q | x' \rangle = \int dq q \delta(x-q) \delta(x'-q)$$

$$= \underline{\underline{x \delta(x'-x)}}$$

$$\int dx' x \delta(x'-x) \psi(x') = x \psi(x)$$

$$\boxed{\hat{q} \psi(x) = x \psi(x)}$$

$$\hat{x} \psi(x) = x \psi(x)$$

Representace operátorů hydrostati

chceme najít  $\langle x | \hat{p} | x' \rangle$  a obecně  $\langle x | \hat{p} | \psi \rangle$

$$\begin{aligned}
\langle + | \hat{p} | \psi \rangle &= \langle + | \hat{p} \int dq | q \rangle \langle q | \psi \rangle = \\
&= \langle + | \int dq \underbrace{\hat{p} \int dp | p \rangle \langle p | q \rangle}_{\mathbb{I}} \psi(q) \\
&= \int dq \int dp p \langle + | p \rangle \langle p | q \rangle \psi(q) \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{\frac{i}{\hbar} p x} \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-\frac{i}{\hbar} p q} \\
&= \frac{1}{2\pi\hbar} \int dq \int dp p e^{\frac{i}{\hbar} p(x-q)} \psi(q) \\
&= \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \int dq \int dp \underbrace{\frac{e^{\frac{i}{\hbar} p(x-q)}}{2\pi\hbar}}_{\delta(x-q)} \psi(q) \\
&= -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi(x)
\end{aligned}$$

$$\hat{p} = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$$

$$\hat{p} \psi(x) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi(x)$$

- Operátory  $\hat{p}$  a  $\hat{q}$  nemohu byť súčasne diagonálne v oštvnej bázi — musíme nájsť vlastné vektory
- Takové operátory spolu nemohu komutovať  
 $\hat{q}\hat{p} \neq \hat{p}\hat{q}$

- Takové veličiny nebo v kH současně smyslelné měřit

spec  $|\psi\rangle \rightarrow |\pm z\rangle \begin{cases} \nearrow |\pm x\rangle \\ \searrow |\pm y\rangle \end{cases}$  stejné množiny

Poloha & hybnost

$$|\psi\rangle \rightarrow |q\rangle = \delta(x-q) = \int_{-\infty}^{\infty} dp \frac{e^{\frac{i}{\hbar} p(x-q)}}{\sqrt{2\pi\hbar}}$$

↑ vlnový funkce  
Jaka to má hybnost?

Operátory různých fyzikálních veličin spolu obecně nemusí komutovat.

Velichiny fyzické operátory nekomutují a nelze je současně smyslelně měřit.