Algorytm *NEH* dla $F^*||C_{max}$

Mariusz Makuchowski

25 listopada 2022

Sformułowanie problemu: $F||C_{max}$

.

- Mamy do wykonania zbiór zadań $J = (1, ..., n)$ na zbiorze maszyn $M = (1, ..., m)$.
- Każde zadanie przechodzi kolejno przez wszystkie maszyny od 1 do m.
- Dane są $p_{i,k} \geqslant 0$ czasy trwania zadania $i \in J$ na maszynie $k \in M$.
- Analizujemy werję permutacyjną

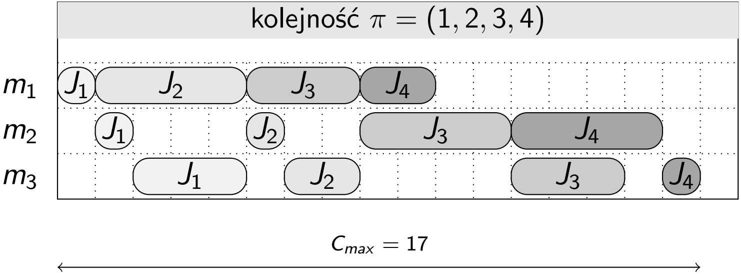
Przykład:

Dane: $n = 4,\ m = 3$

$p_{1,1} = 1\ p_{2,1} = 4\ p_{3,1} = 3\ p_{4,1} = 2$

$p_{1,2} = 1\ p_{2,2} = 1\ p_{3,2} = 4\ p_{4,2} = 4$

$p_{1,3} = 3\ p_{2,3} = 2\ p_{3,3} = 3\ p_{4,3} = 1$



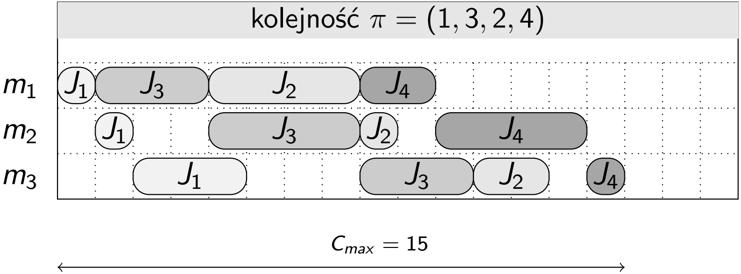
Przykład:

Dane: $n = 4,\ m = 3$

$p_{1,1} = 1\ p_{2,1} = 4\ p_{3,1} = 3\ p_{4,1} = 2$

$p_{1,2} = 1\ p_{2,2} = 1\ p_{3,2} = 4\ p_{4,2} = 4$

$p_{1,3} = 3\ p_{2,3} = 2\ p_{3,3} = 3\ p_{4,3} = 1$



Sformułowanie problemu: $F||C_{max}$

- $C_{i,k}(\pi)$ - moment zakończenia zadania i na maszynie k, dla kolejności π.
- $C_{max}(\pi)$ - długość uszeregowania π.

$$C_{max}(\pi) = \max_{i \in J} \max_{k \in M} C_{i,k}(\pi) = C_{\pi(n),m}(\pi)$$

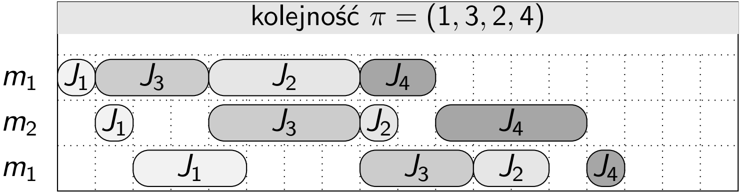
- Problem polega na wyznaczniu uszeregowania o najmniejszej długości

$$\pi^* \in \arg\min_{\pi \in \Pi} C_{max}(\pi)$$

Obliczenie $C_{max}(\pi)$

$$C_{\pi(i),k}(\pi) = \max\{C_{\pi(i-1),k}(\pi), C_{\pi(i),k-1}(\pi)\} + p_{\pi(i),k}$$

gdzie: $\pi(0) = 0,\ C_{0,j}(\pi) = C_{\pi(i),0}(\pi) = 0$



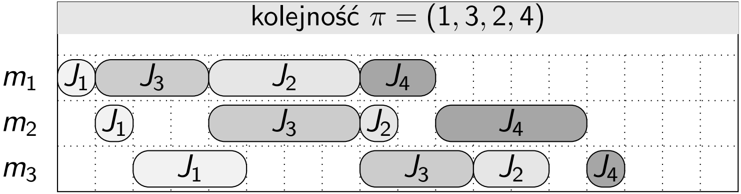
$$C_{\pi(1),1}(\pi) = C_{1,1}(\pi) = \max\{C_{0,1}(\pi), C_{1,0}(\pi)\} + p_{1,1} = \max\{0, 0\} + 1 = 1$$
$$C_{\pi(1),2}(\pi) = C_{1,2}(\pi) = \max\{C_{0,2}(\pi), C_{1,1}(\pi)\} + p_{1,2} = \max\{0, 1\} + 1 = 2$$
$$C_{\pi(1),3}(\pi) = C_{1,3}(\pi) = \max\{C_{0,3}(\pi), C_{1,2}(\pi)\} + p_{1,3} = \max\{0, 2\} + 3 = 5$$

$$C_{\pi(2),1}(\pi) = C_{3,1}(\pi) = \max\{C_{1,1}(\pi), C_{3,0}(\pi)\} + p_{3,1} = \max\{1, 0\} + 3 = 4$$
$$C_{\pi(2),2}(\pi) = C_{3,2}(\pi) = \max\{C_{1,2}(\pi), C_{3,1}(\pi)\} + p_{3,2} = \max\{2, 4\} + 4 = 8$$
$$C_{\pi(2),3}(\pi) = C_{3,3}(\pi) = \max\{C_{1,3}(\pi), C_{3,2}(\pi)\} + p_{3,3} = \max\{5, 8\} + 3 = 11$$

...

$$C_{\pi(4),3}(\pi) = C_{4,3}(\pi) = \max\{C_{2,3}(\pi), C_{4,2}(\pi)\} + p_{4,3} = \max\{13, 14\} + 1 = 15$$

Obliczenie $C_{max}(\pi)$



	J_1	J_3	J_2	J_4
m_1	1/1	3/4	4/8	2/10
m_2	1/2	4/8	1/9	4/14
m_3	3/5	3/11	2/13	1/15

Nawaz M., Enscore Jr. E.E., Ham I.: A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem. OMEGA International Journal of Management Science, 11, 1983, str. 91-95.

Algorytm NEH

Algorytm buduje rozwiązanie poprzez dokładanie jeszcze nieuszeregowanych zadań do bieżącej kolejności.

Przykład: $J = \{1, 2, 3, 4\}$

- krok 1: $\pi = (3)$
- krok 2: $\pi = (3, 2)$
- krok 3: $\pi = (3, 4, 2)$
- krok 4: $\pi = (1, 3, 4, 2)$

Algorytm NEH

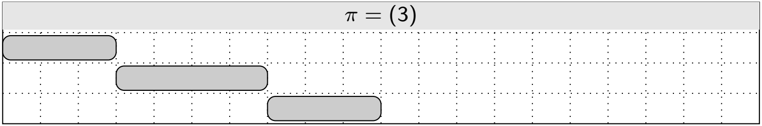
- Które zadanie szeregować ?
  Wybrać zadanie największe z nieuszeregowanych
  o największej wadze $w_i = \sum_{k \in M} p_{i,k}$
- Na którą pozycję położyć ?
  Wybrać pozycję najlepszą, czyli o najmniejszym C_{max}
  w i tym kroku należy sprawdzić i próbnych rozwiązań i
  wybrać z nich najlepsze.

NEH: przykład

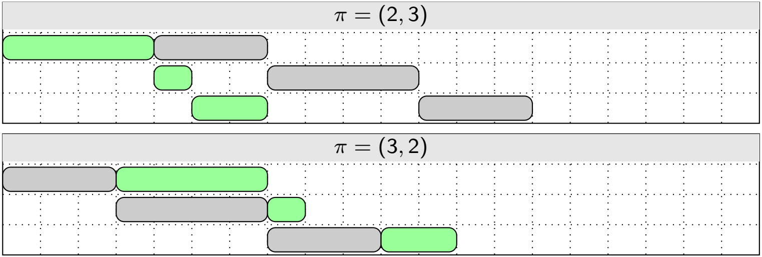
Dane: $n = 4,\ m = 3$

$p_{1,1} = 1\ p_{2,1} = 4\ p_{3,1} = 3\ p_{4,1} = 2$
$p_{1,2} = 1\ p_{2,2} = 1\ p_{3,2} = 4\ p_{4,2} = 4$
$p_{1,3} = 3\ p_{2,3} = 2\ p_{3,3} = 3\ p_{4,3} = 1$

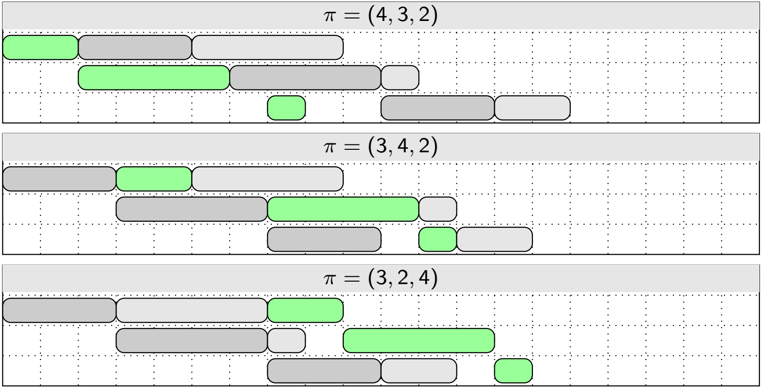
$w_1 = 5\ w_2 = 7\ w_3 = 10\ w_4 = 7$



NEH: przykład krok 2

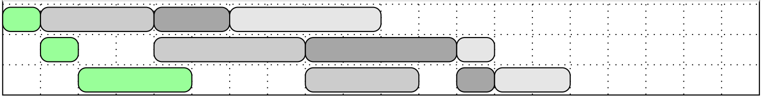


NEH: przykład krok 3

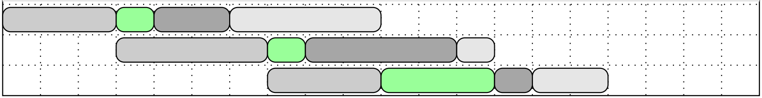


NEH: przykład krok 4

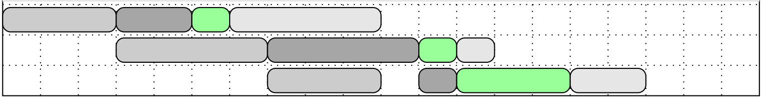
$\pi = (1, 3, 4, 2)$



$\pi = (3, 1, 4, 2)$



$\pi = (3, 4, 1, 2)$



$\pi = (3, 4, 2, 1)$