

# Całki

Michał Sławiński

15 stycznia 2017

## Spis treści

1	Całka	1
2	Całka nieoznaczona	1
3	Całka oznaczona	1
4	Przykładowe wzory	2

## 1 Całka

Ogólne określenie wielu różnych, choć powiązanych ze sobą pojęć analizy matematycznej. Najczęściej przez całkę rozumie się całkę oznaczoną lub całkę nieoznaczoną, choć istnieje wiele innych odmian całki.

## 2 Całka nieoznaczona

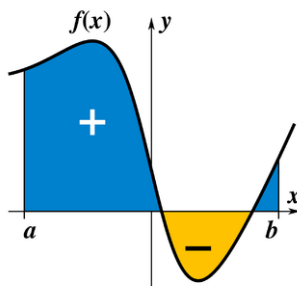
Przez całkę nieoznaczoną (albo funkcję pierwotną) rozumie się pojęcie odwrotne do pochodnej funkcji. Całkę oznaczoną na przedziale  $[a, b]$  można też zdefiniować (tzw. całka Newtona-Leibniza) jako różnicę między wartościami całki nieoznaczonej w punktach  $b$  oraz  $a$ . Stąd obliczenie całki nieoznaczonej jest często pierwszym krokiem przy obliczaniu całek oznaczonych.

Uogólnieniem całki nieoznaczonej jest całka równania różniczkowego będąca rozwiązaniem równania różniczkowego:  $F'(x) = f(x)$ , gdzie  $F(x)$  jest pierwotną,  $f(x)$  a oznacza całkowaną funkcję.

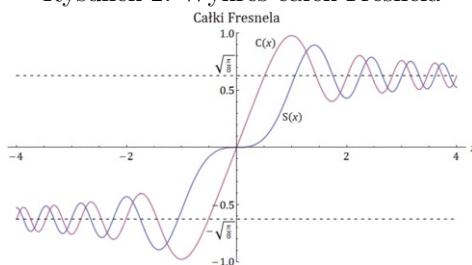
## 3 Całka oznaczona

Intuicyjnie całka oznaczona to pole powierzchni między wykresem funkcji  $f(x)$  w pewnym przedziale  $[a, b]$ , a osią odciętych, wzięte ze znakiem plus dla dodatnich wartości funkcji i minus dla ujemnych. Pojęcie całki oznaczonej, choć intuicyjnie proste, może być sformalizowane na wiele sposobów. Jeśli jakaś funkcja jest

Rysunek 1: Interpretacja graficzna całki oznaczonej



Rysunek 2: Wykres całek Fresnela



całkowalna według dwóch różnych definicji całki oznaczonej, wynik całkowania będzie taki sam.

Całkę oznaczoną na przedziale  $[a, b]$  z funkcji  $f$ , można Należy zauważyć, że istnieje też inna definicja, w której powyższe całki są mnożone funkcji  $f$  oraz osią  $x$ : części nad osią oraz pod nią (rysunek 1).

Całki Fresnela- dwie funkcje specjalne  $S(x)$  i  $C(x)$ , zwane odpowiednio sinusem i cosinusem Fresnela (rysunek 2).

## 4 Przykładowe wzory

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx = x^2 + C$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f'(x) = -\sin x$$

$$\int f(x) dx = \sin x$$