

Neoficiální poznámky k problém setu 11

Úkol 1

Uvažujte, že zastupujete klienta obviněného v případě znásilnění a vraždy ve spolupachatelství. Případ řešila Miamská mordparta, která sesbírala dostatek důkazů pro odsouzení obou obviněných za vraždu a v tuto chvíli jim hrozí 20 let těžkého žaláře.

Znásilnění se ale nepodařilo prokázat dostatečně. Plk. Columbo a státní zástupce se snaží dosáhnout přiznání a nabídne Vašemu klientovi následující dohodu o vině a trestu (případ se odehrává ve Spojených státech, takže je taková dohoda možná i v případě vraždy a znásilnění): Když se Váš klient přizná (a pomůže s usvědčením spolupachatele) a spolupachatel se nepřizná, dostane 15 let a spolupachatel 25 let. Když se přiznají oba dva, dostanou 25 let každý. Víte, že spolupachatel dostal identickou nabídku.

- a) Zapište herní matici této hry.

		Druhý obviněný	
		Přizná	Nepřizná
Váš klient	Přizná	<u>25 let</u> ; <u>25 let</u>	<u>15 let</u> ; <u>25 let</u>
	Nepřizná	<u>25 let</u> , <u>15 let</u>	20 let; 20 let

- b) Má některý z hráčů striktně dominantní strategii?

Ani jeden z hráčů nemá striktně dominantní strategii. Žádná ze strategií není silně dominována jinou strategií. To znamená, že žádná ze strategií není *striktně* horší než druhá strategie při jakékoli strategii protihráče.

MŠ: tj. v téhle hře má každý hráč jen dvě strategie (přiznat se, nepřiznat se). A není pravda, že hrát pouze jednu z nich je vždy *ostře* lepší.

- c) Má některý z hráčů slabě dominantní strategii?

Ano, Váš klient má slabě dominantní strategii Přiznat se. V případě, kdy se druhý obviněný přizná, máte stejný výsledek (výplatu) ať se rozhodnete pro přiznání, či nepřiznání.

MŠ: na rozdíl od (b) se ptáme na slabě dominantní strategii čili, zajímá nás, zda jedna ze strategií může zaručit, že na tom nikdy nebudeme hůř. Nejlépe je hledat takové strategie „od konce“: pokud druhý obviněný zahraje „nepřiznat“ je pro nás lepší hrát „přiznat“; pokud druhý obviněný zahraje „přiznat se“ je nám jedno, zda se přiznáme nebo ne. Proto hrát přiznat se, nikdy nebude horší krok.

- d) Která kombinace strategií je optimální z pohledu obou hráčů dohromady? Je tato kombinace ekvilibriem?

Pro oba podezřelé je výhodné se nepřiznat, jelikož plk. Columbo nemá dostatek důkazů, a tudíž každý z podezřelých může dostat maximálně 20 let. Tato kombinace je optimem z pohledu obou hráčů, ale není ekvilibriem, jak ukazuje tabulka výše s vyznačenými strategiemi jednotlivých hráčů (podtržené výplaty).

MŠ: výhodné pro oba dohromady znamená něco jako společenské optimum (tady je to možná nevhodný příklad, ale v mnoha hrát to bude dávat větší smysl). Důležitý poznatek je, že sledovat své vlastní zájmy vede k rovnovážnému řešení, které není společensky optimální.

- e) Zvažte ostatní kombinace strategií a určete, zda jsou ekvilibriem či nikoli.

Tato hra má dohromady 3 ekvilibria, jak ukazuje tabulka výše s vyznačenými strategiemi. Jedná se o (Přízná; Přízná), (Nepřízná; Přízná), (Přízná; Nepřízná)

- f) Doporučíte Vašemu klientovi, aby se přiznal? Jak mu to vysvětlíte?

Pravděpodobně mu doporučíte se přiznat, jelikož nemáte jistotu, že jeho spolupachateli lze stoprocentně věřit. Pokud se spolupachatel nepřizná, váš klient dostane 15 let. Pokud se přizná, váš klient dostanete 25 let i když se přizná nebo ne. Ale spolupachatel bude přemýšlet a zachová se stejně jako vy, jelikož bude sledovat pouze svůj vlastní blahobyt.

- g) Je tato hra shodná s hrou Dilema vězňů? Vysvětlíte.

Je to modifikovaná hra s Dilematem vězňů. I zde je dilema vězňů (s malým „d“). Hlavní rysy hry Dilema vězňů je striktně dominantní strategie obou hráčů a jedno equilibrium, které je odlišné od optima z pohledu hráčů. Zde máme též ekvilibrium odlišné od optima hráčů, ale v podstatě všechny ostatní výsledky, kromě optima, jsou ekvilibriem.

Úkol 2 (Bertrandův model duopolu)

Uvažujme stejné zadání jako v Zadání na doma 10. Od minula na trh ovšem vstoupila bývalá spolužačka Rachel ze střední školy (říkejme jí Amy). Po studiích na prestižní ekonomické fakultě Chicagské univerzity si všimla vysokého monopolního zisku, který Rachel získává na trhu s taláry. Předpokládejme, že po tomto vstupu na trh talárů jsou obě firmy identické, poptávka po talárech i náklady na výrobu talárů jsou totožné.

Bertrandův model je charakteristický tím, že firmy si konkurují cenou. Každá si nejprve nastaví cenu a na trhu prodá množství, které odpovídá poptávce při této ceně a ceně konkurenta.

- a) Najděte ekvilibrium trhu a porovnejte jej se společenským optimem.

Společenské optimum již známe z minulého zadání příkladu. Jedná se o produkci 8 000 talárů za cenu rovnající se mezním nákladům – $P = \$100$.

Ekvilibrium se bude lišit od monopolní situace, kdy na trhu byla Rachel sama. V případě Bertrandova modelu si budou oba výrobci talárů konkurovat pouze

cenou. Cena se tedy postupně může dostat až na úroveň mezních nákladů, na trhu se tedy bude nabízet společensky optimální množství talárů.

MŠ: připomíná to problém z minulého problém setu, ve kterém jsme řešili kolik je potřeba firem, abychom se dostali na tržní cenu, která se bude rovnat mezním nákladům. Nutné zdůraznit několik předpokladů: homogenní produkt (zákazník nepozná rozdíl mezi jedním a druhým talárem), stejná struktura nákladů, konstantní mezní náklady, žádná spolupráce mezi firmami...

- b) Je zřejmé, jaké množství talárů bude každá z těchto dvou firem produkovat?

Víme, že z dlouhodobého hlediska dohromady budou nabízet společensky optimální množství - 8 000 talárů. Samotné rozdělení tohoto celkového množství ovšem nevíme, v tomto modelu si konkurují pouze cenou, ne množstvím.

- c) Jaký bude jejich zisk?

Jelikož se bude nabízet společensky optimální množství, kde $P = MC$, zisk bude nulový.

- d) Existuje zde prostor pro kartelovou dohodu? Jaká dohoda by byla z pohledu těchto dvou firem optimální?

Prostor pro kartelovou dohodu zde určitě existuje. Lze produkovat za vyšší cenu s kladným ziskem. Optimální pro obě firmy bylo, aby nabízely stejné množství, jako nabízela Rachel na monopolním trhu s cenou \$200, kdy se Rachel s Amy dohodnou na výrobě 4 000 talárů a celkový zisk (\$400,000) si rozdělí rovnoměrně mezi sebe.

MŠ: to, že nejlepší je vyrábět jako na úrovni monopolu je možná netriviální a do velké míry to leží na předpokladu struktury nákladů. Monopolní trh vede k největšímu přebytku výrobce a kartelová dohoda vede pouze k rozdělení celkového přebytku, který je ale maximální pořád pro stejné množství a cenu. Jiný způsob jak o tom přemýšlet je, že pokud by Rachel rozdělila svůj podnik na dvě části a jeden nechala na východním pobřeží USA a druhý přestěhovala do Kalifornie, tak na optimální ceně a výstupu se nic nezmění (náklady na dopravu jsou od začátku nulové..)

- e) Pokud je tato dohoda nevymahatelná (kartely jsou nezákonné), představuje taková dohoda (Nashovo) ekvilibrium?

Ne. Viz tabulka níže, dominantní strategie pro Rachel i Amy je porušit dohodu, nezávisle na tom, jak se rozhodne druhá strana.

- f) Pokud se na rozhodování firem na tomto trhu podíváme jako na hru, o jakou hru se jedná? Zkuste formulovat její strategie a herní matici.

Jedná se o věžňovo dilemma.

Rachel a Amy by rády udržely monopolní rozsah produkce talárů, při kterém každá nabízí talár za cenou \$200 za talár. Za tímto účelem se snaží vytvořit kartel.

Aby jejich zisk byl maximální, dohodly by se na spolupráci, při které by držely cenu na \$200 za talár. Při této ceně jsou schopny prodat 4 000 talárů. Potencionální zisk si poté rovnoměrně rozdělí, tedy každá získá zisk \$200,000. Pokud tuto hru budou hrát pouze jednou, není žádná z nich motivována tuto smlouvu dodržovat. Vlastní zájem je tlačí k porušení smlouvy a prodeji talárů za cenu nižší např. \$150. Při této ceně všichni zákazníci (soudci) přejdou k prodejci s cenou \$150. Tím by firma porušující dohodu strhla zisk na svou stranu – zisk bude v tomto případě $(\$150 \cdot 6,000 - \text{minus náklady} = \$300,000)$, druhá strana by měla zisk \$0. V případě, pokud dodrží smlouvu, tak budou držet cenu na \$200 a prodají 4 000 talárů, každá bude mít tedy zisk \$200,000. Pokud ale obě poruší smlouvu a budou prodávat za \$150, tak jejich zisk bude \$300,000, který si rozdělí mezi sebe.

		Amy	
		Dodržet dohodu	Porušit dohodu
Rachel	Dodržet dohodu	\$200,000; \$200, 000	\$0; \$300,000
	Porušit dohodu	\$300,000; \$0	\$150,000; \$150,000

- g) Dokážete si představit okolnosti, za kterých by nevymahatelná kartelová dohoda mohla přeci jen fungovat?

Rachel a Amy tuto hru budou hrát v podstatě každý den. Při uzavření smlouvy se mohou domluvit, že pokud jedna ze stran poruší smlouvu, budou obě strany prodávat za nižší cenu. Tento postih je velmi snadné prosadit. Taková hrozba může k udržení spolupráce stačit. Každá ze stran ví, že nedodržení smlouvy ji přináší snížení zisku o \$50,000. Jestliže myslí obě firmy na budoucí zisky, raději oželí jednorázový zisk, který by plynul z nedodržení dohody. Takže ve hře opakovaného věžňova dilematu mohou být Rachel a Amy schopny se na spolupráci dohodnout.

MŠ: jeden ze zajímavých výsledků teorie her je, že by mělo být jedno jak dlouho se ta hra v budoucnu bude hrát, co je ale mnohem důležitější je, jestli si hráči myslí že je konečná, nebo nekonečná. Ale dynamické hry jsou mnohem složitější, vedou k jiným konceptům řešení, ale jsou asi i zajímavější. Tady příklad -- <https://www.youtube.com/watch?v=S3pdNJ-69Z8>