

PROJEKTOWANIE EFEKTYWNYCH ALGORYTMÓW – PROJEKT 2

Temat: Badanie algorytmów dla problemu komiwojażera (TSP).

Autor: Michał Tomaszewicz, 235568

Prowadzący projekt: Dr inż. Tomasz Kapłon

1. Wstęp

Celem drugiego projektu było zaimplementowanie w języku C++ jednego z dwóch algorytmów opierających się o przeszukiwanie lokalne – symulowanego wyżarzania lub tabu search dla problemu komiwojażera. W tym projekcie zajęto się algorytmem symulowanego wyżarzania.

Problem Komiwojażera (ang. Travelling salesman problem) – jest to zagadnienie optymalizacyjne należące do rodziny problemów NP-trudnych. Polega ono na znalezieniu w grafie ważonym cyklu Hamiltona o minimalnej sumie wag krawędzi.

Teoretyczna złożoność obliczeniowa zaimplementowanego algorytmu:

- Czasowa $O(n^3 + n^2)$
- Pamięciowa $O(n)$

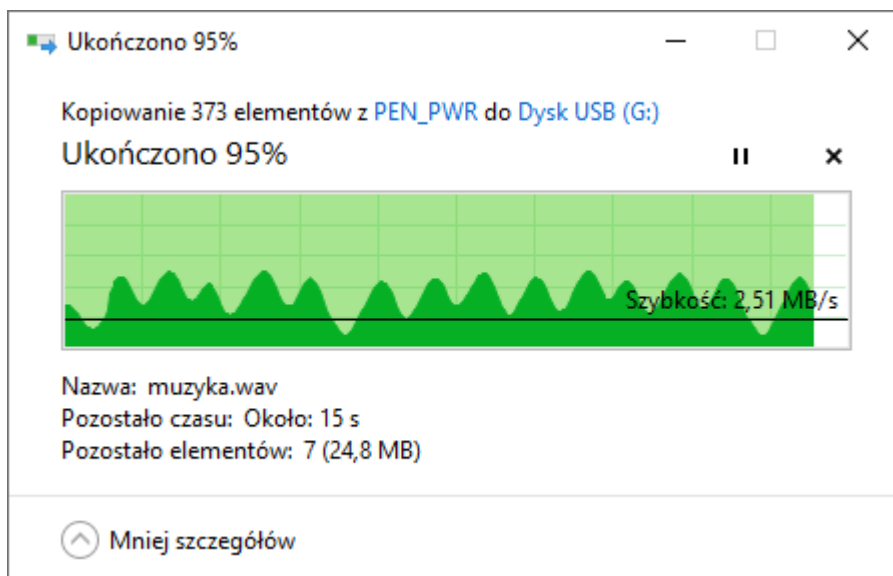
Algorytm symulowanego wyżarzania wzorowany jest na zjawisku wyżarzania w metalurgii. Jest to algorytm heurystyczny, to znaczy nie dający gwarancji otrzymania wyniku optymalnego. Algorytmy heurystyczne stosuje się w przypadku dużych problemów, dla których algorytm dokładny byłby zbyt kosztowny pamięciowo lub też czasowo.

Algorytm oparty jest o przeszukiwanie lokalne, czyli zachłanne szukanie minimum funkcji w najbliższym sąsiedztwie. Sąsiedztwo nie jest z góry zdefiniowane i to do programisty należy wybór konkretnej metody. W tym projekcie za sąsiada rozwiązania A przyjęto rozwiązanie A' które powstało z wykonania jednej operacji swap() w rozwiązaniu A . Przeglądanie sąsiadów jest w wersji *steepest*, to znaczy po kolei.

Znalezione ekstremum nie zawsze musi być globalne, a większości przypadków takim nie będzie. Dlatego dążąc do optymalnego rozwiązania należy takich minimów odwiedzić kilka z nadzieją, że wśród nich znajduje się takie które jest możliwie najbliższe minimum lokalnemu.

W algorytmie występuje zmienna o nazwie temperatura, która z czasem działania algorytmu maleje i odpowiedzialna jest za prawdopodobieństwo wyskoczenia z aktualnego minimum. Spadek temperatury zależy od numeru iteracji algorytmu. W tym projekcie przyjęto spadek o $x\%$ z każdą kolejną iteracją.

Aby lepiej przedstawić zagadnienie warto posłużyć się przykładem graficznym. W systemie Windows 10 podczas kopiowania lub przenoszenia folderów w inne miejsce otwiera się okno postępu. Znajduje się tam uproszczony wykres zależności prędkości przesyłanych danych od czasu. Przypomina on nieco wykres kosztów (wartość funkcji) kolejnych rozwiązań dla problemu TSP. Na wykresie (Rys. 1.) widocznych jest wiele minimum lokalnych. Minimum globalne, czyli najmniejsza wartość funkcji przedstawionej na wykresie jest optymalnym kosztem drogi. Przeszukiwanie lokalne prowadzi do znalezienia rozwiązania będącego jednym z minimum lokalnych. Gdy z pewnym prawdopodobieństwem zrezygnuje się z metody zachłannej możliwe jest opuszczenie danego minimum i znalezienie się w innym punkcie na wykresie skąd minimum globalne może być osiągalne lub też wynik będzie satysfakcjonujący.



Rys. 1.

Instancje z których korzystano podczas wykonywania badań pochodzą za strony:
<https://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>

Link 1. Link do strony TSPLIB

2. Badania


Pomiarów dokonywano za pomocą funkcji QueryPerformanceCounter. Program został napisany w środowisku MS Visual Studio C++ oraz skompilowany do 64 bitowej wersji. Do przeprowadzenia eksperymentu używano komputera PC z procesorem AMD FX – 6300 3,50 GHz i 12 GB pamięci RAM.

[Wyświetl podstawowe informacje o tym komputerze](#)

Wersja systemu Windows

Windows 10 Education

© 2017 Microsoft Corporation. Wszelkie prawa zastrzeżone.



System

Procesor:	AMD FX(tm)-6300 Six-Core Processor	3.50 GHz
Zainstalowana pamięć (RAM):	12,0 GB	
Typ systemu:	64-bitowy system operacyjny, procesor x64	

Rys. 2. Specyfikacja platformy testowej

Wykorzystane instancje:

- Burma14
- Gr17
- Gr21
- Fri26
- Gr48
- Gr120
- Gr229

Liczby na końcach nazw oznaczają rozmiar instancji, to znaczy ilość miast. Dane wczytywano z plików tekstowych. Instancje burma14 oraz gr229 zostały podane w formie współrzędnych geograficznych 2D. Po przekonwertowaniu ich zgodnie z szablonem znajdującym się w instrukcji na stronie ([Link 1.](#)) do postaci tablicy odległości wyniki otrzymane w wyniku działania algorytmu różniły się od wyników podanych na stronie. Sprawdzone to jedynie na instancji burma14 przy użyciu algorytmu Brutal Force i Helda Karpa. W tym przypadku różnica wynosiła około 4% (długości trasy). Dla instancji gr229 podobny błąd też ma duże prawdopodobieństwo wystąpić, co ma wpływ na wielkość błędu otrzymanego dla wyniku po wykonaniu algorytmu symulowanego wyżarzania.

Instancje są przechowywane jako tablica sąsiedztwa. Wagi są nieujemnymi liczbami całkowitymi. Odległości są symetryczne, co oznacza, że koszt podróży z miasta A do miasta B jest taki sam co koszt podróży z miasta B do miasta A. Algorytmy obliczają minimalny koszt, ale też pokazują ścieżkę, czyli miasta, które składają się na cykl Hamiltona.

2.1.Procedura badawcza

Przeprowadzono 2 serie pomiarów. W pierwszej serii (wyniki znajdują się w tabelach: *Tab. 1.* – *Tab. 6.*) zmierzono dla 6 różnych zestawów parametrów: wartości temperatury początkowej i współczynnika schładzania w jakim czasie algorytm jest w stanie zwrócić wynik o błędzie $\leq 25\%$. Jeśli nie było to możliwe algorytm kończył działanie po 5 minutach. Dla każdej pary parametrów i instancji uruchomiono algorytm trzykrotnie, a następnie uśredniono wyniki.

W drugiej serii pomiarów dla każdej pary parametrów i instancji zbadano wielkość błędu po 5 minutach działania algorytmu. Wyniki widoczne są na wykresie *Wyk. 1.*

3.Tabele z wynikami pomiarów

temperatura =
1000 delt T = 0.9

nazwa instancji	dokładny wynik	wynik z S.W.	błąd [%]	czas_S.W. [ms]
burma 14	3454	3930,33	13,79%	2,62
gr17	2085	2378,67	14,08%	3,24
gr21	2707	3074,33	13,57%	3,90
fri26	937	1122,00	19,74%	5,89
gr48	5046	6139,00	21,66%	16,54
gr120	6942	9014,33	29,85%	200080,00
gr229	134602	225295,00	67,38%	300000,00

Tab. 1.

temperatura = 100 delt T = 0.9

nazwa instancji	dokładny wynik	wynik z S.W.	błąd [%]	czas_S.W. [ms]
burma 14	3454	3967,33	14,86%	4,27
gr17	2085	2461,67	18,07%	2,46
gr21	2707	3264,33	20,59%	1,46
fri26	937	1107,67	18,21%	4,02
gr48	5046	6465,00	28,12%	100006,00
gr120	6942	10449,00	50,52%	300000,00
gr229	134602	281517,00	109,15%	300000,00

Tab. 2.

temperatura =
1000 delt T = 0.99

nazwa instancji	dokładny wynik	wynik z S.W.	błąd [%]	czas_S.W. [ms]
burma 14	3454	4079,67	18,11%	3,16
gr17	2085	2498,33	19,82%	9,30
gr21	2707	3186,33	17,71%	15,74
fri26	937	1125,33	20,10%	39,69
gr48	5046	6164,00	22,16%	119,05
gr120	6942	8556,33	23,25%	1768,92
gr229	134602	177889,00	32,16%	300000,00

Tab. 3.

temperatura = 100 delt T = 0.99

nazwa instancji	dokładny wynik	wynik z S.W.	błąd [%]	czas_S.W. [ms]
burma 14	3454	4074,33	17,96%	2,85
gr17	2085	2229,00	6,91%	2,52
gr21	2707	3290,00	21,54%	49,08
fri26	937	1138,00	21,45%	8,19
gr48	5046	6214,00	23,15%	7,47
gr120	6942	8837,67	27,31%	200168,00
gr229	134602	262474,00	95,00%	300000,00

Tab. 4.

temperatura =
1000 delt T = 0.9999

nazwa instancji	dokładny wynik	wynik z S.W.	błąd [%]	czas_S.W. [ms]
burma 14	3454	4103,00	18,79%	52,58
gr17	2085	2508,00	20,29%	323,71
gr21	2707	3135,00	15,81%	772,73
fri26	937	1131,00	20,70%	3248,37
gr48	5046	6137,33	21,63%	10090,40
gr120	6942	8507,67	22,55%	159847,00
gr229	134602	166389,00	23,62%	175469,00

Tab. 5.

temperatura = 100 delt T = 0.9999

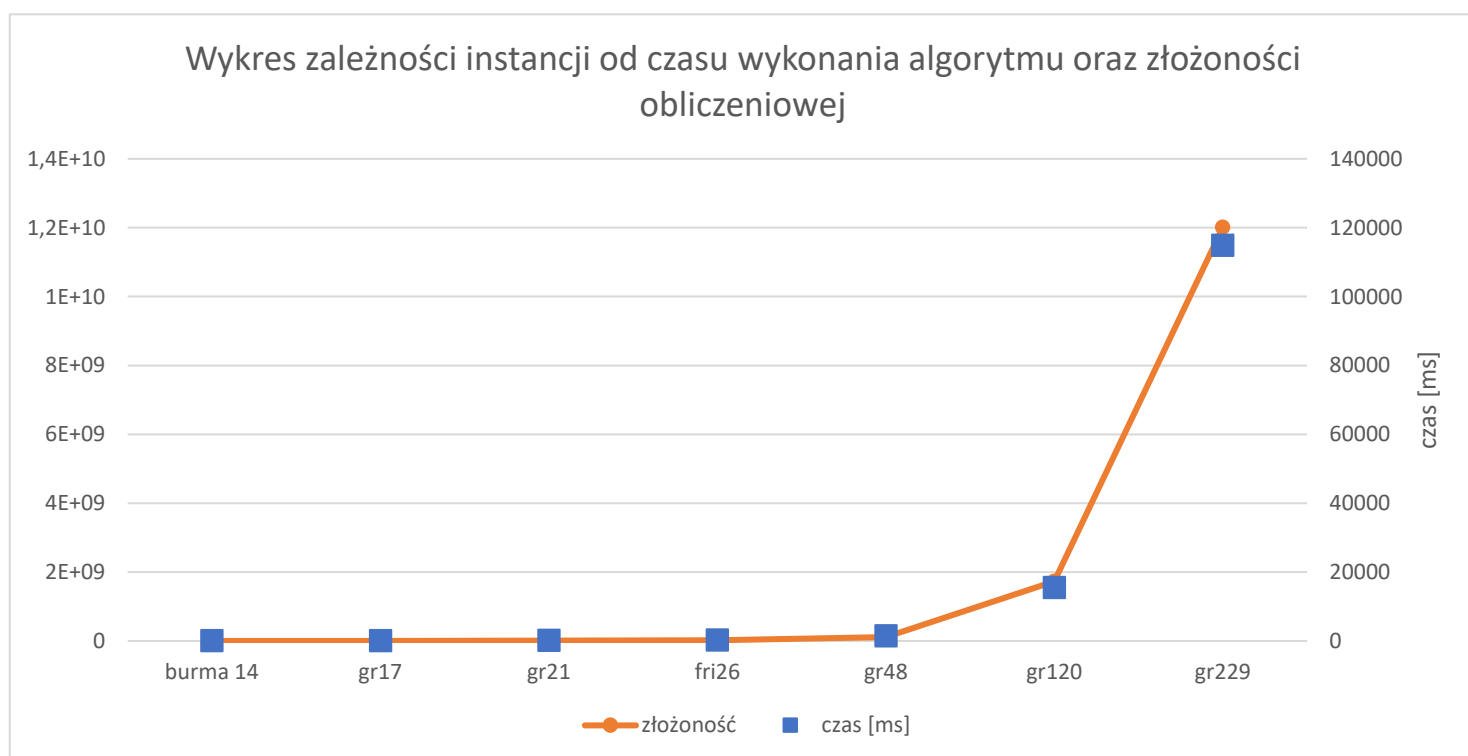
nazwa instancji	dokładny wynik	wynik z S.W.	błąd [%]	czas_S.W. [ms]
burma 14	3454	4220,67	22,20%	2,33
gr17	2085	2486,67	19,26%	2,43
gr21	2707	3195,00	18,03%	2,65
fri26	937	1112,00	18,68%	131,16
gr48	5046	6236,00	23,58%	97,81
gr120	6942	8581,67	23,62%	4610,43
gr229	134602	281037,00	108,79%	300000,00

Tab. 6.

Komentarz:

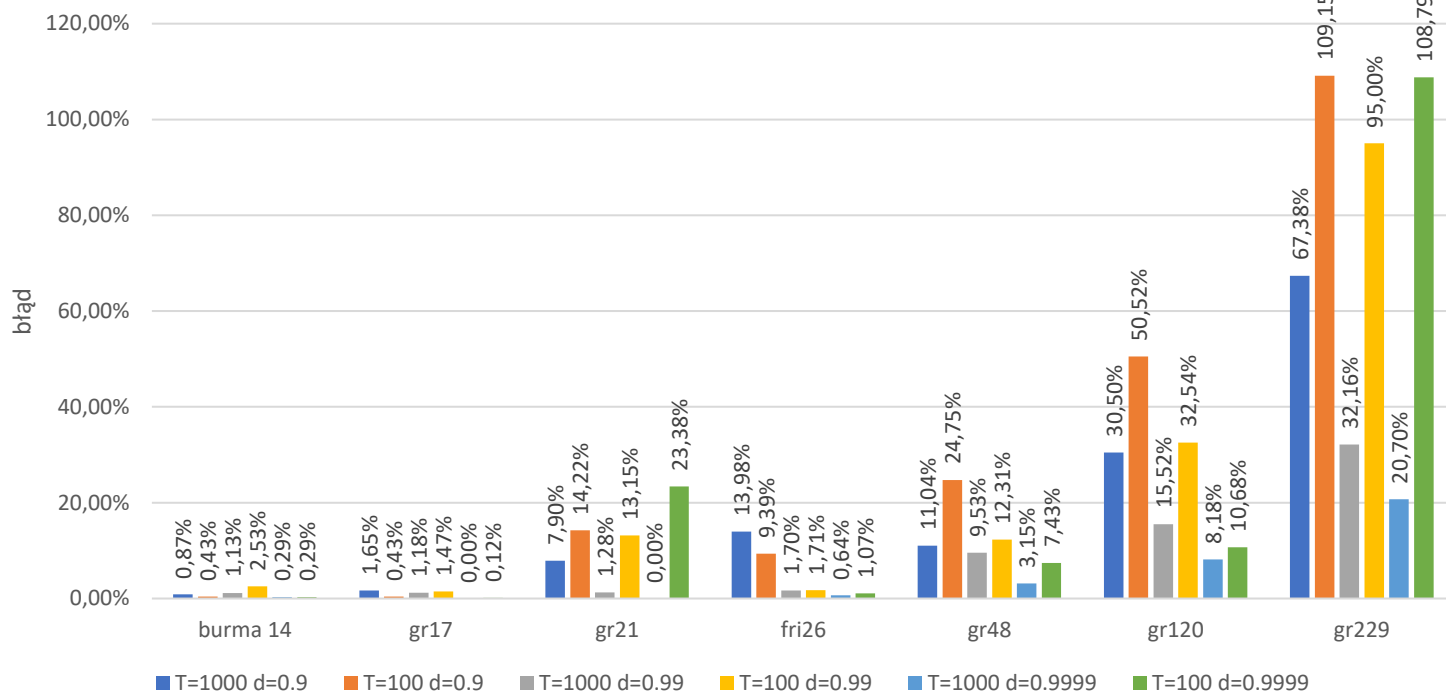
Błąd dla instancji gr229 może być zawyżony we względu na format danych wejściowych (problem opisany w paragrafie 2. Badania).

5. Wykresy



Wykres 1.

Wykres zależności błędu otrzymanego rozwiązania od instancji dla różnych parametrów temperatury (T) i wartości spadku (d) temperatury



Wykres 2.

6. Wnioski

Podsumowując udało się zaimplementować algorytm symulowanego wyżarzania. Działa on poprawnie – w zależności od wartości parametrów temperatury początkowej oraz współczynnika schładzania można uzyskać lepsze i gorsze wyniki.

Z wykresu (Wykres 1.) wynika, że złożoność zaimplementowanego algorytmu zgadza się z teoretyczną złożonością obliczeniową.

Na podstawie Wykres 2. Można wywnioskować, że parametry mają istotny wpływ na jakość rozwiązania. Wysokość temperatury początkowej (odpowiedzialnej za eksplorację) ma większy wpływ na wynik niż wielkość współczynnika schładzania. Bez odpowiednio dużej temperatury początkowej algorytm będzie zwracał wyniki o błędach zbyt dużych do zaakceptowania.

Wielkość współczynnika schładzania ma istotny, ale już nie tak duży wpływ na wielkość błędu wyniku. Im współczynnik ten jest bliższy liczbie 1 tym większy poziom eksploatacji i mniejszy błąd.

W tabelach Tab. 1. – Tab. 6. Widać, że przy nieodpowiednich współczynnikach w ograniczonym czasie nie jest możliwe osiągnięcie wyników z odpowiednio małym błędem.