

### Zadanie 1

Przypomnij schematy programów na maszynie licznikową dla

- podprogramów,
- rekursji,
- operatora minimalizacji.

### Zadanie 2

Napisz program na maszynie licznikową obliczający funkcje:

- $PLUS(x,y) = x + y$
- $MNOZ(x,y) = x \cdot y$  (nie korzystając z  $PLUS$  jako procedury)
- $MNOZ(x,y) = x \cdot y$  (z wykorzystaniem  $PLUS$  jako procedury)
- $MNOZ(x,y) = x \cdot y$  (z wykorzystaniem schematu rekursji)

### Zadanie 3

Wykaż, że następujące funkcje są ML-obliczalne:

- $g_1(\bar{x}) = \mu y (f(\bar{x}, y) = k), k \in \mathbb{N},$
- $g_2(\bar{x}) = \mu y (f(\bar{x}, y) < k), k \in \mathbb{N},$
- $g_3(\bar{x}) = \mu y (f(\bar{x}, y) \geq k), k \in \mathbb{N},$

### Zadanie 4

Podaj przykład funkcji totalnej, dla której zastosowanie operatora minimalizacji da w wyniku funkcję, która nie jest totalna.

### Zadania domowe:

A. Zapisz równoważny instrukcji  $T(n,m)$  ciąg złożony z pozostałych instrukcji maszyny licznikowej.

B. Wykaż, że następujące funkcje są ML-obliczalne:

- $g_1(\bar{x}) = \mu y (f(\bar{x}, y) > k), k \in \mathbb{N},$
- $g_2(\bar{x}) = \mu y (f(\bar{x}, y) \leq k), k \in \mathbb{N},$

C. Uzasadnij, że jeśli  $f \in \mathbb{C}_n$ , to również  $f \in \mathbb{C}_{n+1}$ .