

Wypełnij miejsca wykropkowane [.....]. Oceniane będą wyłącznie odpowiedzi wpisane w wykropkowane miejsca na tej karcie, bez uzasadnień i rachunków. Wpisz odpowiedzi dopiero po ostatecznym ich sprawdzeniu; odpowiedzi pokreślone lub nieczytelne będą traktowane jako błędne! Możesz korzystać z kalkulatora, tablic statystycznych, notatek, książek. Nie wolno korzystać z komputerów, telefonów ani z tabletów. Nie wolno się porozumiewać. Powodzenia!

Imię i NAZWISKO:

1. Wiadomo, że $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.4$ i $P(A \setminus B) = 0.2$. Oblicz

(a) $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$

(b) $P(A \cup B) = \dots\dots\dots$

(c) $P(B \setminus A) = \dots\dots\dots$

2. Rzucamy dwie rzetelne kostki do gry: białą i czarną.

- (a) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że liczba oczek na czarnej kości będzie większa niż na białej.

Odpowiedź:.....

- (b) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że na obu kościach liczba oczek będzie taka sama.

Odpowiedź:.....

- (c) Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek na obu kościach równej 11.

Odpowiedź:.....

3. Fabryki A, B i C produkują odpowiednio 50%, 30% i 20% ogólnej produkcji żarówek. Udział braków wynosi odpowiednio 5% produkcji fabryki A, 2% produkcji B i 3% produkcji C.

- (a) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana żarówka jest brakiem.

Odpowiedź:.....

- (b) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana żarówka pochodzi z fabryki A, jeśli wiadomo, że jest brakiem.

Odpowiedź:.....

- (c) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana żarówka pochodzi z fabryki A, jeśli wiadomo, że nie jest brakiem.

Odpowiedź:.....

Zmienna losowa X ma rozkład prawdopodobieństwa o gęstości danej wzorem

$$f(x) = \begin{cases} 4x^3 & \text{dla } 0 \leq x \leq 1; \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku.} \end{cases}$$

(a) Oblicz $E(X)$. Odpowiedź:.....

(b) Oblicz $Var(X)$. Odpowiedź:.....

(c) Oblicz $P(X \leq 0.5)$. Odpowiedź:.....

(d) Podaj medianę rozkładu zmiennej losowej X . Odpowiedź:.....

5. Wykonujemy 6 rzutów symetryczną monetą.

(a) Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie 3 orłów.

Odpowiedź:.....

(b) Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania następującego ciągu wyników: OOORRR (w tej kolejności).

Odpowiedź:.....

(c) Oblicz prawdopodobieństwo tego, że liczba orłów jest mniejsza od liczby reszek.

Odpowiedź:.....

(d) Oblicz wartość oczekiwaną (średnią) liczby orłów.

Odpowiedź:.....

(e) Oblicz wariancję liczby orłów.

Odpowiedź:.....

6. Zakładamy, że dzienny utarg w pewnym markecie jest zmienną losową X taką, że $EX = 10$ i $VarX = 10^2$ (w tysiącach PLN). Zakładamy, że zmienne X_1, \dots, X_{256} opisujące utarg w kolejnych dniach roku (rok ma 256 dni roboczych) są niezależne i mają taki sam rozkład prawdopodobieństwa. Niech $S = X_1 + \dots + X_{256}$ będzie sumarycznym utargiem w ciągu roku.

(a) Oblicz $E(S)$. Odpowiedź:.....

b) Oblicz $Var(S)$. Odpowiedź:.....

c) Oblicz w przybliżeniu $P(S > 2500)$, wykorzystując Centralne Twierdzenie Graniczne.

Odpowiedź:.....

Znajdź liczbę a taką, że $P(S \leq a) \approx 0.975$.

Odpowiedź:.....

Imię i NAZWISKO:

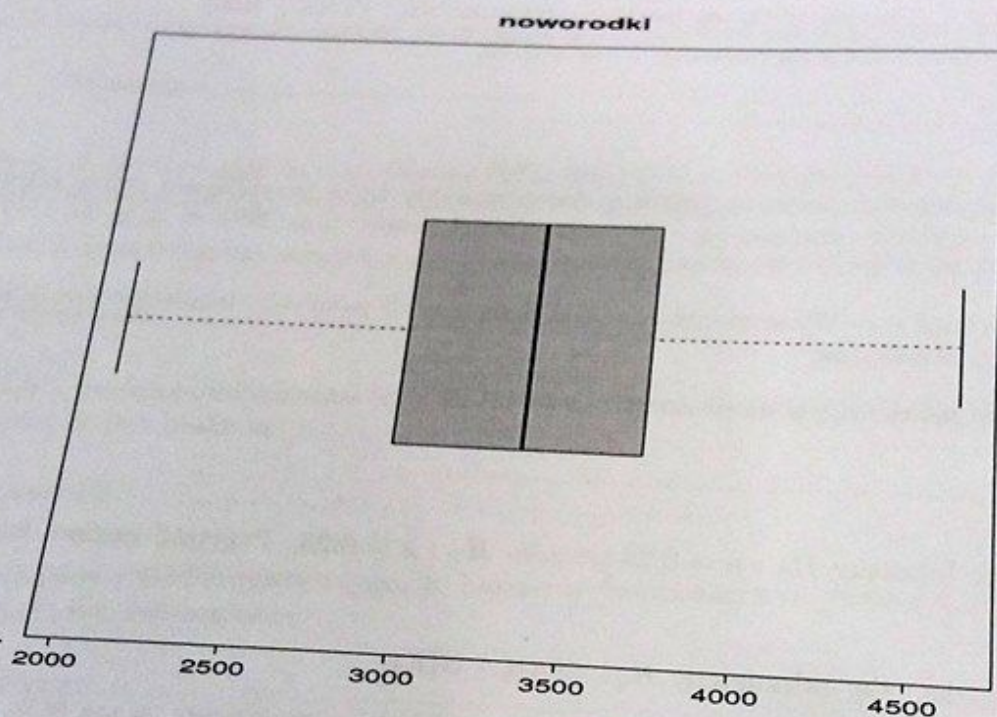
7. Wysokości cen 11 mieszkań sprzedanych przez pewnego pośrednika były następujące:

150, 245, 225, 195, 300, 170, 120, 390, 200, 190, 235

Na podstawie tych danych należy obliczyć następujące wielkości.

- (a) Oblicz wartość średnią ceny mieszkania. Odpowiedź:
- (b) Oblicz medianę ceny mieszkania. Odpowiedź:
- (c) Oblicz wariancję ceny mieszkania. Odpowiedź:
- (d) Oblicz odchylenie standardowe ceny mieszkania. Odpowiedź:

8. Na podstawie pomiarów wagi (w gramach) 120 noworodków, sporządzono następujący wykres pudełkowy (Box-and-Whiskers).



Odczytaj z rysunku przybliżone wartości pewnych charakterystyk liczbowych.

- (a) Podaj medianę wagi noworodka. Odpowiedź:

(b) Podaj kwartyle Q_1 i Q_3 (kwantyle rzędu $1/4$ i $3/4$). Odpowiedź:.....

(c) Podaj rozstęp międzykwartylowy. Odpowiedź:.....

(d) Ile w przybliżeniu było noworodków o wadze większej, niż 3700 g? Odpowiedź:.....

Wskazówka: Dokładne wartości są niemożliwe do obliczenia bez znajomości danych. Niemniej, na podstawie rysunku można podać bardzo rozsądne przybliżenia.

9. Zakładamy, że X_1, \dots, X_{400} jest próbą z rozkładu normalnego $N(\mu, \sigma^2)$ z nieznaną wartością oczekiwaną μ i wariancją σ^2 . Obliczono średnią z próbki i nieobciążony estymator wariancji: $\bar{X} = 51.75$, $S^2 = 20^2$.

(a) Przeprowadź test hipotezy $H_0 : \mu = 50$ przeciw alternatywie $H_1 : \mu > 50$ na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Oblicz wartość statystyki T (t-Studenta), porównaj z odpowiednim kwantylem i podejmij decyzję: odrzucamy H_0 czy nie?

$T = \dots$ Zakreśl właściwą decyzję: odrzucamy H_0 ? (TAK / NIE)

(b) Przeprowadź test hipotezy $H_0 : \mu = 50$ przeciw alternatywie $H_1 : \mu \neq 50$ na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. Oblicz wartość statystyki T (t-Studenta), porównaj z odpowiednim kwantylem i podejmij decyzję: odrzucamy H_0 czy nie?

$T = \dots$ Zakreśl właściwą decyzję: odrzucamy H_0 ? (TAK / NIE)

(c) Oblicz przedział ufności dla μ na poziomie $1 - \alpha = 0,95$.

Odpowiedź:.....

Uwaga: Kwantyle rozkładu t-Studenta z 399 stopniami swobody są w przybliżeniu równe odpowiednim kwantylom rozkładu normalnego. W szczególności mamy $t_{0,95}(399) \approx z_{0,95} = 1.65$ i $t_{0,975}(399) \approx z_{0,975} = 1.96 \approx 2$.

W losowo wybranej próbce $n = 400$ studentów, znalazło się $x = 80$ palących. Interesuje nas frakcja p palących w populacji studentów.

(a) Zbuduj przedział ufności dla p na poziomie ufności 0,95.

Odpowiedź:.....

(b) Przeprowadź test hipotezy $H_0 : p = 0.25$ przeciw $H_1 : p \neq 0.25$. Przyjmij poziom istotności 0,05.

Zakreśl właściwą decyzję: odrzucamy H_0 ? (TAK / NIE)

Uwaga: Możesz przyjąć przybliżoną wartość kwantyla rozkładu normalnego: $z_{0,975} \approx 2$.