Zad 2.1.

A - zdanie polegająca na tym że wypadnie 1 jedynka (przynajmniej).

B - zdanie polegające na tym że na wszystkich 3 kostkach są różne wyniki.

$$P(B) = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{6\cdot 6\cdot 6} = \frac{5\cdot 4}{6\cdot 6} = \frac{5}{9}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{5\cdot 5\cdot 5}{6\cdot 6\cdot 6} = \frac{91}{216}$$

$$P(A|B) = \frac{P(B\cap A)}{P(B)} = \frac{\frac{60}{216}}{\frac{5}{9}} = \frac{4\cdot 3}{24} = \frac{1\cdot 3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(B\cap A) = \frac{5\cdot 4\cdot 3}{6\cdot 6\cdot 6} = \frac{20\cdot 3}{216} = \frac{60}{216}$$

Zadanie 2.2

a) A - wybrana rodzina ma 2 chłopców

B - młodsze dziecko jest chłopcem

A∩B - młodsze i starsze dziecko jest chłopcem

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

$$P(A\cap B) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

b) C - jest conajmniej 1 chłopiec

$$P(C) = \frac{3}{4}$$

$$P(A\cap C) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$
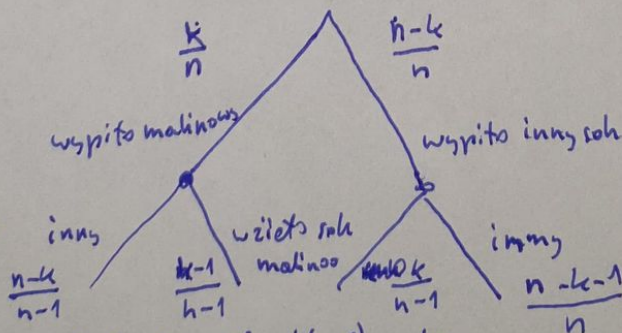
$$P(A|C) = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Zad 2.3.

n - butelki soku

k - butelki soku malinowego

n-k - butelki innych soków
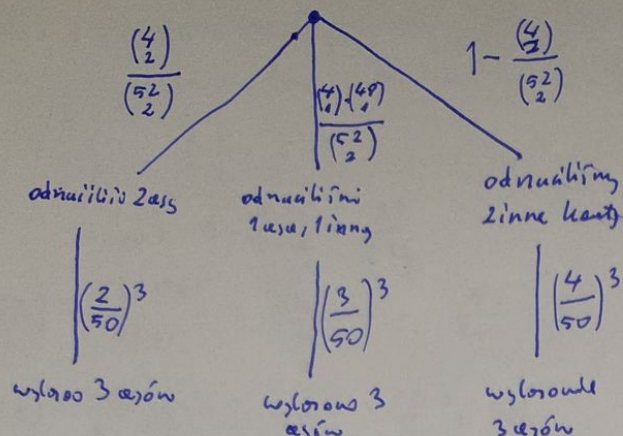
A - wzięto po tym butelkę będzie zawierała sok malinowy

$$P(A) = \frac{k}{n}\cdot\frac{k-1}{n-1} + \frac{n-k}{n}\cdot\frac{k}{n-1} = \frac{k^2 - k + kn - k^2}{n(n-1)} = \frac{k(n-1)}{n(n-1)} = \frac{k}{n}$$

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Zad 2.4.

A - zdarzenie polegające na wylosowaniu
3 asów z 50 kart w 3 próbach po wcześniejszym
odrzuceniu 2 kart.

B - odrzuciliśmy 2 asy
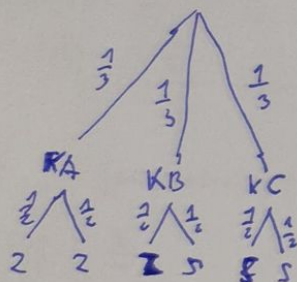C - odrzuciliśmy 1 asa i 1 inną kartę
D - odrzuciliśmy 2 karty inne niż asy.

$P(B) = \dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}}$, $P(C) = \dfrac{4 \cdot 48}{\binom{52}{2}}$, $P(D) = 1 - \dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}}$

Tree diagram branches:

- $\dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}}$ — odrzuciliśmy 2 asy — $\left(\dfrac{2}{50}\right)^3$ — wylosowano 3 asów
- $\dfrac{\binom{4}{1}\binom{48}{1}}{\binom{52}{2}}$ — odrzuciliśmy 1 asa, 1 inną — $\left(\dfrac{3}{50}\right)^3$ — wylosowano 3 asów
- $1 - \dfrac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}}$ — odrzuciliśmy 2 inne karty — $\left(\dfrac{4}{50}\right)^3$ — wylosowano 3 asów

$$P(A) = P(A|B)\cdot P(B) + P(A|C)\cdot P(C) + P(D)\cdot P(A|D)$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}}\cdot\left(\frac{2}{50}\right)^3 + \frac{4\cdot48}{\binom{52}{2}}\cdot\left(\frac{3}{50}\right)^3 + \left(1-\frac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}}\right)\cdot\left(\frac{4}{50}\right)^3 =$$

$$= \frac{6\cdot8 + 192\cdot27 + 1320\cdot64}{1326 \cdot 50\cdot50\cdot50} = \frac{48+5184+84480}{165\ 750\ 000} = \frac{1869}{3453125} \approx 0.000541$$
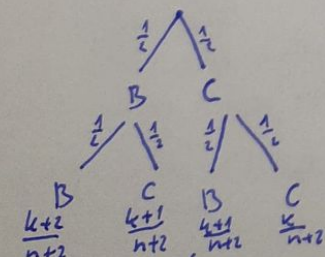
Zad 2.5

Tree diagram:
- $\frac{1}{3}$ — KA — $\frac{1}{2}$/$\frac{1}{2}$ — 2, 2
- $\frac{1}{3}$ — KB — $\frac{1}{2}$/$\frac{1}{2}$ — 2, 5
- $\frac{1}{3}$ — KC — $\frac{1}{2}$/$\frac{1}{2}$ — 5, 5

$$P(B) = \frac{1}{3}\cdot1 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

A - drugie wylosowana moneta jest złota. , B - w pierwszej szufladzie jest moneta złota.

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{1} = \frac{2}{3}$$

Zadanie 2.6.

Tree diagram:
- $\frac{1}{2}$ — B — $\frac{1}{2}$/$\frac{1}{2}$ — B: $\frac{k+2}{n+2}$, C: $\frac{k+1}{n+2}$
- $\frac{1}{2}$ — C — $\frac{1}{2}$/$\frac{1}{2}$ — B: $\frac{k+1}{n+2}$, C: $\frac{k}{n+2}$

A - po jednej wylosowanej kula będzie biała.

$$P(A) = \frac{1}{4}\left(\frac{k+2}{n+2} + \frac{k+1}{n+2} + \frac{k+1}{n+2} + \frac{k}{n+2}\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{4k+4}{n+2}\right) = \frac{k+1}{n+2}$$

Zad 2.7.

A - osoba jest daltonista

a) $P(A) = \frac{1}{2}\left(\frac{5}{100} + \frac{2}{1000}\right) = \frac{52}{1000} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{500}$
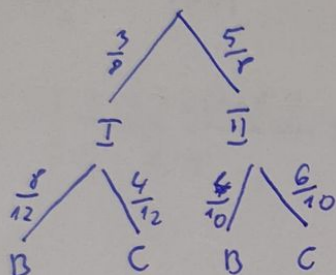
b) B - żeby daltonista to mężczyzna.

$P(B|A) = \dfrac{\frac{5}{100}}{\frac{5}{100} + \frac{2}{1000}} = \frac{5}{100} \cdot \frac{1000}{52} = \frac{50}{52} = \frac{25}{26}$

Zadanie 2.8

3 x 8b, 4c

5 x 4b, 6c

A - wylosowana kula jest biała

$P(A) = \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{12} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{10} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$