

2. Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite, wzór Bayesa

- Zad. 2.1** Dziewięćdziesiąt procent samolotów startuje o czasie. Osiemdziesiąt procent samolotów ląduje o czasie. Siedemdziesiąt pięć procent samolotów startuje i ląduje o czasie.
- Czekasz na samolot, który wystartował o czasie. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wyląduje on punktualnie?
 - Samolot wylądował punktualnie. Jakie jest prawdopodobieństwo, że wystartował on o czasie?
 - Czy zdarzenia startu o czasie i punktualnego lądowania są niezależne?
- Zad. 2.2** Kupując tubkę pasty do zębów, Marcin zawsze wybiera markę A lub markę B. Przy pierwszym zakupie dla niego jest równie prawdopodobne, wybrać A czy B, ale przy drugim prawdopodobieństwo, że wybierze on tą samą markę, co poprzednio, wynosi $\frac{1}{3}$, a prawdopodobieństwo, że zmieni on markę, wynosi $\frac{2}{3}$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że zarówno jego pierwszy, jak i drugi zakup, to będzie marka A?
- Zad. 2.3** Trzej strzelcy jednocześnie i niezależnie od siebie strzelają do butelki. W butelkę trafił tylko jeden spośród strzelających. Jakie jest prawdopodobieństwo, że był to pierwszy ze strzelców, skoro trafiają oni z prawdopodobieństwami odpowiednio: 0,3; 0,8; 0,4.
- Zad. 2.4** Gra polega na tym, że spośród dwóch urn losujemy jedną, następnie wyciągamy z niej kulę. Gdy kula jest biała, wygrywamy. Przed rozpoczęciem gry dano nam 2 białe i 7 czarnych kul, które należy włożyć do pustych urn, co najmniej jedną kulę do każdej urny. Jak najkorzystniej rozłożyć kule w urnach przed grą?
- Zad. 2.5** Fabryki A, B, C produkują odpowiednio 50%, 20%, 30% ogólnej produkcji żarówek. Udział braków produkcji wynosi: 5%, 2%, 3% produkcji danej fabryki. Jakie jest prawdopodobieństwo, że:
- losowo wybrana żarówka jest sprawna,
 - jeżeli losowo wybrana żarówka jest sprawna, to pochodzi ona z fabryki A?
- Zad. 2.6** Na pewną chorobę choruje ok. 0,5% populacji ludzi. Test na tę chorobę daje wynik pozytywny u ok. 99% chorych, ale również u ok. 2% ludzi zdrowych (wiemy, iż każdy test nie jest 100% skuteczny). Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana osoba, dla której przeprowadzony test dał wynik pozytywny, jest rzeczywiście chora?
- Zad. 2.7** W jednakowych zamkniętych pudełkach mamy 9 pełnych talii kart i jedną zdekompletowaną, zawierającą 20 kart czarnych i tylko 4 czerwone (po jednej talii w każdym pudełku). Z losowo wybranej talii wylosowano kartę, która okazała się czarną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pochodzi ona z talii zdekompletowanej?
- Zad. 2.8** Przesyłamy ciąg składający się z zer i jedynek, przy czym stosunek liczby wysłanych 1 do 0 wynosi 5 do 7. Załóżmy, że przy przesyłaniu 0 przekłamanie następuje z prawdopodobieństwem $\frac{2}{5}$, a przy przesyłaniu 1 - w jednym przypadku na dziesięć. Wiedząc, że otrzymano 0, oblicz prawdopodobieństwo, że wysłano 0.

2. Prawdopodobieństwo warunkowe, całkowite, wzór Bayesa - zadania do samodzielnego rozwiązania

- Zad. 2.1** Rzucono trzy sześcienną kostki do gry. Jakie jest prawdopodobieństwo, że choćby na jednej z nich wypadnie jedynka, jeżeli wiadomo, że na wszystkich trzech kostkach były różne wyniki?
- Zad. 2.2** Wybieramy losowo jedną rodzinę spośród rodzin z dwojgiem dzieci. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wybierzemy rodzinę z dwoma chłopcami, jeżeli wiemy, że w tej rodzinie
- a) starsze dziecko jest chłopcem;
 - b) jest co najmniej jeden chłopiec
- (prawdopodobieństwa urodzenia chłopca i dziewczynki uważamy za jednakowe).
- Zad. 2.3** W spiżarni było n butelek soku, w tym k butelek soku malinowego. Ktoś wypił jedną butelkę (z jakim sokiem - niewiadomo). Oblicz prawdopodobieństwo, że wyjęta po tym butelka będzie zawierała sok malinowy.
- Zad. 2.4** Z talii 52 kart losujemy 2 karty i odkładamy je na bok. Następnie z pozostałych kart losujemy kolejno 3 karty, przy czym po każdym losowaniu wylosowaną kartę dokładamy z powrotem do talii i tasujemy. Oblicz prawdopodobieństwo, że wszystkie wylosowane 3 karty będą asami.
- Zad. 2.5** W komodach A, B, C są po 2 szuflady. W każdej szufladzie jest jedna moneta, przy czym w komodzie A w obu szufladach są monety złote, w C w obu szufladach są monety srebrne, a w B w jednej z szuflad jest moneta złota, a w drugiej moneta srebrna. Wylosowano komode, następnie szufladę i znaleziono w niej monetę złotą. Oblicz prawdopodobieństwo, że w drugiej szufladzie tej komody też jest moneta złota.
- Zad. 2.6** Do urny zawierającej n kul, w tym k białych, dołożono 2 kule ustalając kolor każdej z nich przez rzut monetą: orzeł oznaczał białą kulę, reszka - czarną. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosowana z tej urny jedna kula będzie biała.
- Zad. 2.7** Średnio pięciu mężczyzn na stu oraz dwie kobiety na tysiąc są daltonistami. Z grupy o jednakowej liczbie kobiet i mężczyzn wybrano losowo jedną osobę.
- a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że wybrana osoba jest daltonistą?
 - b) Wylosowana osoba okazała się daltonistą. Jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to mężczyzna?
- Zad. 2.8** Dane są 3 urny zawierające po 8 kul białych i 4 czarne każda, oraz 5 urn zawierających po 4 kule białe i 6 kul czarnych każda. Z losowo wybranej urny wylosowano kulę.
- a) Jakie jest prawdopodobieństwo, że kula ta jest biała?
 - b) Kula okazała się biała. Jakie jest prawdopodobieństwo, że kula ta została wylosowana z jednej z urn należących do drugiej grupy?