

### Wprowadzenie teoretyczne:

Co to jest wielotaśmowa Maszyna Turinga?

#### Odpowiedź:

Maszynę Turinga  $MT = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{ACC}, q_{REJ})$ , z funkcją przejścia określoną jako  $\delta: Q \times \Gamma^k \rightarrow Q \times \Gamma^k \times \{L, R, \_ \}^k$ , gdzie  $k > 0$  nazywamy  $k$ -taśmową maszyną Turinga.

#### Przykład

Ideę działania wielotaśmowej maszyny Turinga przedstawimy na podstawie maszyny Turinga rozpoznającej język  $L = \{a^n b^{2n} c^{3n} : n \geq 1\}$ .

Wykorzystamy maszynę z czterema taśmami. Jakie jest działanie maszyny?

1. Na pierwszej taśmie znajduje się słowo wejściowe  $w$ . Sprawdzamy czy słowo  $w$  ma odpowiednią strukturę. Wystarczy sprawdzić, czy najpierw występują litery  $a$ , potem  $b$ , a na końcu  $c$ . Jeśli nie, odrzucamy.
2. Jeśli słowo jest właściwej postaci, sprawdzamy czy zgadza się liczba odpowiednich liter.
3. Na drugą taśmę przepisujemy tyle liter  $a$  ile posiada słowo wejściowe  $w$ .
4. Na trzecią taśmę wpisujemy słowo mające dwa razy tyle liter  $b$  co słowo na drugiej taśmie.
5. Na czwartą taśmę wpisujemy słowo mające trzy razy tyle liter  $c$  co słowo na drugiej taśmie.
6. Do słowa na taśmie 2 dopisujemy słowo z taśmy 3. Kasujemy słowo na taśmie 3.
7. Do tak powstałego słowa na taśmie 2 dopisujemy słowo z taśmy 4. Kasujemy słowo na taśmie 4.
8. Sprawdzamy czy słowa na taśmie pierwszej i drugiej są identyczne. Jeśli tak, akceptujemy, jeśli nie, odrzucamy.

#### Zadanie 1

Skonstruuj maszynę Turinga, która wykona mnożenie dwóch liczb zapisanych unarnie.

#### Zadanie 2

Przyjmijmy  $\Sigma = \{0, 1\}$ . Skonstruuj maszyny Turinga rozpoznające następujące języki:

- a. zbiór palindromów
- b.  $\{w\$w : w \in \Sigma^*\}$

#### Zadanie 3

Skonstruuj maszynę Turinga obliczającą funkcję  $\lceil \log_2 n \rceil$  reprezentowaną unarnie.

#### Zadanie 4

Skonstruuj maszynę Turinga obliczającą funkcję  $2^n$  reprezentowaną unarnie.

#### Zadanie domowe

1. Zaprojektuj maszynę Turinga dodającą dwie liczby w zapisie binarnym.
2. Skonstruować maszynę Turinga rozpoznającą zbiór ciągów reprezentujących binarnie liczby pierwsze. (dla ochotników)
3. Zaprojektuj maszynę Turinga generującą  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 1\}$ , czyli wypisującą słowo  $0^n 1^n$  dla wprowadzonej na taśmę liczby naturalnej  $n \geq 1$ .