Zad 5.9.

Za sukces przyjmiemy zapłacenie kary za jazdę bez biletu. ($p = 0{,}02$). Liczba prób $n=100$. Nie mamy podstaw by podważyć tezę o niezależności prób losowych. Mamy więc doświadczenie z rozkładem dwumianowym. Wykorzystam więc Tw. de Moivre'a-Laplace'a.

$$P\left(\frac{S_n - pn}{\sqrt{pn(1-p)}} \geq a\right) \approx 1 - \Phi(a)$$

$$P\left(\frac{S_{100} - 0{,}02 \cdot 100}{\sqrt{0{,}02 \cdot 100 \cdot 0{,}98}} \geq \frac{5 - 0{,}02 \cdot 100}{\sqrt{0{,}02 \cdot 100 \cdot 0{,}98}}\right) = P\left(\frac{S_{100} - 0{,}02 \cdot 100}{\sqrt{0{,}02 \cdot 100 \cdot 0{,}98}} \geq \frac{5-2}{\sqrt{\frac{49}{25}}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{15}{7}\right)$$

$$\approx 1 - \Phi(2{,}143) = 1 - 0{,}9838 = \underline{\underline{0{,}0162}}$$

Zad 5.7

Na partię A głosowało 20% wyborców. Za sukces przyjmiemy głosowanie na partię A. Prawdopodobieństwo sukcesu $p = \frac{1}{5}$. Wybieramy losowo 100 osób ($n=100$). Mamy doczynienia z rozkładem "zero-jedynkowym" nie mamy też podstaw by podważyć tezy o niezależności zmiennych losowych. Wykorzystamy więc Twierdzenie Moivre'a Laplace'a.

$$P\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} > a\right) \approx 1 - \Phi(a) \quad \forall_a$$

$$P\left(\frac{S_{100} - 100\cdot\frac{1}{5}}{\sqrt{\frac{1}{5}\cdot 100\cdot\frac{4}{5}}} > \frac{22 - 100\cdot\frac{1}{5}}{\sqrt{\frac{1}{5}\cdot 100\cdot\frac{4}{5}}}\right) = P\left(\frac{S_{100} - \cancel{20}\,100\cdot\frac{1}{5}}{\sqrt{\frac{1}{5}\cdot 100\cdot\frac{4}{5}}} > \frac{2}{4}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{1}{2}\right) \approx$$

$$\approx 1 - 0{,}6915 \approx \cancel{0{,}3085}\ \underline{\underline{0{,}3085}}$$

Zad 5.6

Przyjmijmy za sukces zgłoszenie się pasażera na odprawę. Prawdopodobieństwo sukcesu wynosi $p = \frac{9}{10}$. Mamy $n=441$ rezerwacji. Nie mam podstaw by podważyć tezę o niezależności zmiennych losowych. Mamy więc do czynienia z rozkładem dwumianowym. Wykorzystamy więc Twierdzenie de Moivre'a-Laplace'a.

$$P\left(\frac{S_n - pn}{\sqrt{pn(1-p)}} > a\right) \approx 1-\phi(a)$$

$$P\left(\frac{S_{441} - 441\cdot\frac{9}{10}}{\sqrt{441\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}}} > \frac{408-441\cdot\frac{9}{10}}{\sqrt{441\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}}}\right) = P\left(\frac{S_{441} - 441\cdot\frac{9}{10}}{\sqrt{441\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}}} > \frac{37}{21}\right) \approx 1-\phi(1{,}7619) =$$

$$= 1 - 0{,}968 = \underline{\underline{0{,}032}}$$

Zad 5.8

Przyjmijmy za sukces urodzenie chłopca. Prawdopodobieństwo sukcesu to $p=0{,}51$. Mamy próbkę losową o rozmiarze $n=10000$. Nie mamy podstaw by podważyć tezę o niezależności zmiennych losowych. Mamy do czynienia z rozkładem dwumianowym. Wykorzystamy więc twierdzenie de Moivre'a-Laplace'a. $P\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \le a\right) \approx \phi(a)$.

$$P\left(\frac{S_{10000} - 10000\cdot\frac{51}{100}}{\sqrt{\left(10000\cdot\frac{51}{100}\cdot\frac{49}{100}\right)}} \le \frac{5000-10000\cdot\frac{51}{100}}{\sqrt{10000\cdot\frac{51}{100}\cdot\frac{49}{100}}}\right) = P\left(\frac{S_{1000} - 10000\cdot\frac{51}{100}}{\sqrt{1000\cdot\frac{51}{100}\cdot\frac{49}{100}}} < \frac{-100}{7\sqrt{51}}\right) \approx$$

22

49,99

$$\approx \phi(-2{,}0004) = 1-\phi(-2{,}0004) = 1-0{,}972 = \underline{\underline{0{,}068}}$$