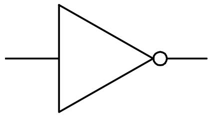
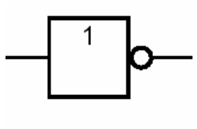
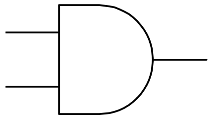
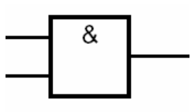
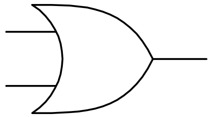
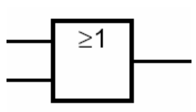
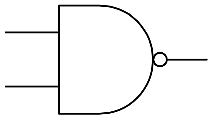
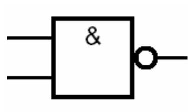
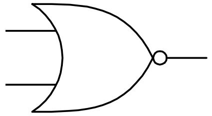
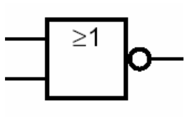
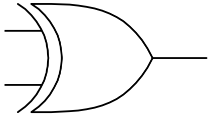
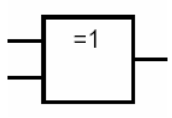
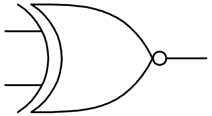
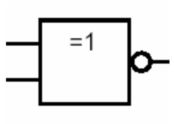
Funkcja logiczna	**IEEE distinctive-shape**	**IEEE rectangular-shape**	**Wyrażenie algebraiczne**	**tabelka zerojedynkowa**
NOT			$Y = \overline{A}$	**A | Y** **0 | 1** **1 | 0**
AND			$Y = A \bullet B$	**A B | Y** **0 0 | 0** **0 1 | 0** **1 0 | 0** **1 1 | 1**
OR			$Y = A + B$	**A B | Y** **0 0 | 0** **0 1 | 1** **1 0 | 1** **1 1 | 1**
NAND			$Y = \overline{A \bullet B}$	**A B | Y** **0 0 | 1** **0 1 | 1** **1 0 | 1** **1 1 | 0**

<table>
<tr><td rowspan="5">NOR</td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5">
</td><td rowspan="5">$Y = \overline{A + B}$</td><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="5">XOR</td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5">
</td><td rowspan="5">$Y = A \oplus B$
$(Y = A\overline{B} + \overline{A}B)$</td><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="5">XNOR</td><td rowspan="5"></td><td rowspan="5">
</td><td rowspan="5">$Y = \overline{A \oplus B}$
$(Y = \overline{A}\,\overline{B} + AB)$</td><td>A</td><td>B</td><td>Y</td></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table>

Każdej sieci przełączającej odpowiada wyrażenie algebry Boole'a lub zbiór takich wyrażeń. Rodzaj wyrażeń zależy od budowy sieci i od elementów podstawowych z których jest ona zbudowana. Jedną z klas opisujących sieci zerojedynkowe są alternatywne wyrażenia normalne (postać normalna sumy).

Alternatywne wyrażenia normalne.

Alternatywne wyrażenie normalne jest dowolną sumą iloczynów zmiennych lub ich negacji o tej własności, że w żadnym iloczynie nie występują wielokrotnie te same czynniki, a w sumie nie ma powtarzających się składników. Pojęcie „iloczynu" może oznaczać tylko jeden czynnik (zmienną lub jej negację), „suma" może zawierać tylko jeden składnik, tzn. pojedyncze iloczyny.

Przykłady alternatywnych wyrażeń normalnych:

$$x_1\overline{x_2} + x_2x_3,\ x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3} + x_2x_4,\ x_1 + x_2 + x_4,\ x_1\overline{x_3},\ x_3,\ \overline{x_2}$$

poniższe wyrażenia nie są wyrażeniami normalnymi:

$x_1\overline{x_2} + x_2x_4 + x_2x_4$ (występują dwa jednakowe składniki w sumie),

$x_1\overline{x_2} + x_2x_3x_3$ (powtarzają się czynniki w iloczynie).

Postać wyrażeń normalnych wynika bezpośrednio z tożsamości logicznych w algebrze Boole'a. Iloczyny, które nie są tożsamościowo równe zeru, mogą mieć co najwyżej n czynników (n - liczba zmiennych). Iloczyn różny od wartości stałej, który zawiera dokładnie n czynników jest nazywany iloczynem pełnym. Cechą charakterystyczną iloczynu pełnego jest to, że jest równy 1 dla tylko jednego ciągu wartości zmiennych.

Np. dla n = 4:

$x_1x_2\overline{x_3}x_4$ jest iloczynem pełnym, który jest równy 1, gdy: $x_1 = x_2 = x_4 = 1 \wedge x_3 = 0$.

Jeśli oznaczymy ciąg zmiennych jednym symbolem $x = x_1, x_2, x_3, x_4$, można stwierdzić że iloczyn jest równy jeden, gdy: x = 1101.

Jeśli znamy postać ciągu zerojedynkowego możemy zapisać iloczyn,

np. gdy x = 0110 iloczyn ma postać $\overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4}$.

Iloczyn, zawierający n-1 czynników jest równy 1 dla dwóch różnych wartości ciągu x.

Np. dla n=4

iloczyn $x_2\overline{x_3}x_4$ jest równy 1 gdy $x_2 = x_4 = 1 \wedge x_3 = 0$, wartość zmiennej x_1 nie ma znaczenia ponieważ nie występuje ona w iloczynie.

Ciąg zmiennych można zapisać: x = -101.

Kreska oznacza, że wartości zmiennych w określonym miejscu ciągu x są bez znaczenia (mogą przyjmować wartość 0 lub 1). Zatem po podstawieniu 0 lub 1 do ciągu x= -101 otrzymamy dwie kombinacje dla których iloczyn jest równy 1: 0101 i 1101.

Iloczynom zawierającym n-2 czynniki odpowiadają ciągi z dwiema kreskami (cztery kombinacje zmiennych wejściowych dają wartość ciągu = 1).

Np. iloczynowi $x_2\overline{x_3}$ (dla n=4) będzie odpowiadał ciąg -10- (kombinacje: 0100, 0101, 1100, 1101).

Uogólniając powyższe można stwierdzić, że dowolnemu alternatywnemu wyrażeniu normalnemu, odpowiada zbiór wszystkich ciągów, odpowiadających składnikom wyrażenia.

Np. wyrażeniu:

$x_1\overline{x_2} + x_1x_2x_4 + x_1\overline{x_3}\,\overline{x_4} + \overline{x_1}$ odpowiada zbiór ciągów:

10 – –, 11 – 1, 1 – 0 0 , 0 – – –.

Oczywiście mając zbiór ciągów można zapisać odpowiadające mu wyrażenie alternatywne:

Np. zbiorowi:

1 – 0 –, 0 – 1 1, 1 0 0 0, 0 – 1 – odpowiada wyrażenie $x_1\overline{x_3} + \overline{x_1}x_3x_4 + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_3}\,\overline{x_4} + \overline{x_1}x_3$.

Tablicę zerojedynkową wyrażenia $w = x_1\overline{x_3} + x_4 + x_1\overline{x_2}\,\overline{x_4} + \overline{x_1}x_3$ i wszystkich jego składników przedstawiono poniżej:

x_1	x_2	x_3	x_4	iloczyny				**w**
				$x_1\overline{x_3}$	x_4	$x_1\overline{x_2}\,\overline{x_4}$	$\overline{x_1}x_3$	
				ciągi				
				1 – 0 –	– – – 1	1 0 0 –	0 – 1 –	
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0	1

Zamiast zapisu w tabelkach zerojedynkowych stosuje się zapis w tzw. Tabelach Karnaugh'a. Krawędzie tabel Karnaugh'a opisane są przy pomocy kodu Graya (refleksyjnego), co pozwala na łatwe znajdywanie 1 dla określonego iloczynu zmiennych, kombinacje, w których tylko jedna zmienna ma inną wartość są swoimi sąsiadami.

x_2 \ x_1	0	1
0		
1		

n=2

x_3 \ $x_1 x_2$	00	01	11	10
0				
1				

n=3

$x_3x_4 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

n=4

$x_3x_4x_5 \backslash x_1x_2$	00	01	11	10
000				
001				
011				
010				
110				
111				
101				
100				

n=5

Przykład zapisu funkcji zerojedynkowej w tabelce zerojedynkowej i w tabeli Karnaugh’a:

x_1	x_2	x_3	x_4	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$X_3 X_4$ \ $X_1 X_2$	00	01	11	10
00	0	1	1	1
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	1	1	1	0

F

Koniunkcyjne wyrażenia normalne.

Koniunkcyjne wyrażenie normalne jest dowolnym iloczynem sum zmiennych lub ich negacji o tej własności, że w żadnej sumie nie występują jednakowe składniki, a w iloczynie nie ma powtarzających się czynników.

Przykłady koniunkcyjnych wyrażeń normalnych:

$(x_1+\overline{x_2})(x_2+x_3)$, $(x_1+\overline{x_2}+\overline{x_3})(x_2+x_4)$, $x_1+x_2+x_4$, $x_1\overline{x_3}$, x_3, $\overline{x_2}$

poniższe wyrażenia nie są wyrażeniami normalnymi:

$(x_1+\overline{x_2})(x_2+x_4)(x_2+x_4)$ (występują dwa jednakowe czynniki w iloczynie),

$(x_1+\overline{x_2})(x_2+x_3+x_3)$ (powtarzają się składniki sumy).

Sumy, które nie są tożsamościowo równe 1, mogą mieć co najwyżej n składników (n - liczba zmiennych). Suma różna od wartości stałej, która zawiera dokładnie n składników jest nazywana sumą pełną. Cechą charakterystyczną sumy pełnej jest to, że jest równa 0 dla tylko jednego ciągu wartości zmiennych.

Np. dla n = 4:

$x_1 + x_2 + \overline{x_3} + x_4$ jest sumą pełną, który jest równy 0, gdy: $x_1 = x_2 = x_4 = 0 \wedge x_3 = 1$.

Jeśli oznaczymy ciąg zmiennych jednym symbolem $x = x_1, x_2, x_3, x_4$, można stwierdzić że suma jest równa 0, gdy: x = 0 0 1 0.

Jeśli znamy postać ciągu zerojedynkowego możemy zapisać sumę,

np. gdy x = 0 1 1 0 suma ma postać $x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3} + x_4$.

Podobnie jak w przypadku wyrażeń alternatywnych można stwierdzić, że dowolnemu koniunkcyjnemu wyrażeniu normalnemu, odpowiada zbiór wszystkich ciągów, odpowiadających czynnikom iloczynu.

Np. wyrażeniu:

$(x_1 + \overline{x_2})(x_1 + x_2 + x_4)(x_1 + \overline{x_3} + \overline{x_4})\overline{x_1}$ odpowiada zbiór ciągów:

0 1 – –, 0 0 – 0, 0 – 1 1 , 1 – – –.

Oczywiście mając zbiór ciągów można zapisać odpowiadające mu wyrażenie koniunkcyjne:

Np. zbiorowi:

0 – 1 –, 1 – 0 0, 0 1 1 1, 1 – 0 – odpowiada wyrażenie

$(x_1 + \overline{x_3})(\overline{x_1} + x_3 + x_4)(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4})(\overline{x_1} + x_3)$.

Tabelę zerojedynkową wyrażenia $w = (x_1 + \overline{x_3})x_4(x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_4})(\overline{x_1} + x_3)$ i wszystkich jego składników przedstawiono poniżej:

x_1	x_2	x_3	x_4	sumy				w
				$x_1 + \overline{x_3}$	x_4	$x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_4}$	$\overline{x_1} + x_3$	
				ciągi				
				0 – 1 –	– – – 0	0 1 1 –	1 – 0 –	
0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

W przypadku wyrażeń alternatywnych normalnych stanem aktywnym w sieci opisanej takimi wyrażeniami są jedynki. Jeśli sieć jest opisana przy pomocy wyrażeń koniunkcyjnych stanem aktywnym jest zero.