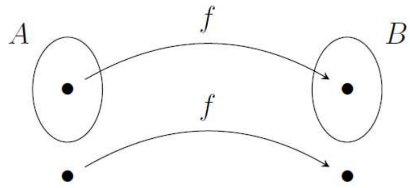
Definicja

Powiemy, że język (problem) A jest redukowalny do języka B jeśli istnieje totalna i obliczalna funkcja $f : \Sigma^* \longrightarrow \Sigma^*$ *taka, że*

$$\forall_{x \in \Sigma^*}\ x \in A \iff f(x) \in B.$$

Funkcję f *nazywamy redukcją* A *do* B.



Graficzna interpretacja redukcji problemów obliczeniowych

Uwaga: Jeżeli B – rozstrzygalny, to A rozstrzygalny!
Jeżeli A – nierozstrzygalny, to B – nierozstrzygalny.

Zadanie 1

Uzasadnij poprzez redukcję znanego Ci problemu nierozstrzygalnego nierozstrzygalność następujących problemów:

1. Czy język akceptowany przez daną maszynę Turinga jest pusty?
2. Czy język akceptowany przez daną maszynę Turinga jest skończony?
3. Czy język akceptowany przez daną maszynę Turinga jest regularny?
4. Czy języki akceptowane przez dwie maszyny Turinga są identyczne?

Zadanie 2

Wykaż, że następujące języki są rekurencyjne:

1. Zbiór kodów maszyn Turinga M, które po uruchomieniu z pustą taśmą wypiszą w jakimś miejscu tej taśmy niepusty symbol.

2. Zbiór kodów maszyn Turinga, które nigdy nie wykonują ruchu w lewo.

Zadanie 3

Dla pary (M,k), gdzie M jest maszyną Turinga, zaś k liczbą naturalną rozstrzygnąć (o ile to możliwe) czy dla każdego możliwego wejścia nad ustalonym alfabetem maszyna M wykonuje dokładnie k kroków obliczeń.

Zadanie 4

Dla pary (M,w), gdzie M jest maszyną Turinga, zaś w jest słowem wejściowym rozstrzygnąć (o ile to możliwe) czy liczba kroków obliczeń maszyny M na słowie k jest liczba naturalną.

Zadania domowe:

A. Wykaż, że zbiór par (M,*w*), takich, że maszyna Turinga M z wejściem *w* nie obserwuje żadnej komórki taśmy więcej niż raz jest językiem rekurencyjnym.

B. Uzasadnij poprzez redukcję znanego Ci problemu nierozstrzygalnego nierozstrzygalność problemu bezkontekstowości języka akceptowanego przez maszynę Turinga.