

Wprowadzenie teoretyczne:

Przypomnij twierdzenie Rice'a

Odpowiedź:

Niech B będzie właściwym i niepustym podzbiorem zbioru wszystkich funkcji obliczalnych. Wówczas problem „czy $\phi_x \in B$ ” jest nierozstrzygalny. Równoważnie, zbiór $B = \{x \in \mathbb{N} \mid \phi_x \in B\}$ nie jest zbiorem rekurencyjnym.

Zadanie 1

Rozstrzygnij, czy poniższe zbiory są rekurencyjne (wykorzystaj twierdzenie Rice'a)

1. $A_1 = \{x \in \mathbb{N} \mid |D_x| < \aleph_0\}$
2. $A_2 = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \in D_x\}$
3. $A_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ jest liczbą parzystą}\}$
4. $A_4 = \{x \in \mathbb{N} \mid Im_x = D_x\}$
5. $A_5 = \{x \in \mathbb{N} \mid 2018 \in Im_x\}$
6. $A_6 = \{x \in \mathbb{N} \mid x \in Im_x\}$
7. $A_7 = \{x \in \mathbb{N} \mid D_x \subseteq \mathbb{N}\}$
8. $A_8 = \{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x \in Im_y\}$
9. $B = \{x \in \mathbb{N} \mid |D_x| < 10\}$
10. $C = \{x \in \mathbb{N} \mid |D_x| \geq 10\}$
11. $D = \{x \in \mathbb{N} \mid |D_x| = 10\}$
12. $E = D = \{x \in \mathbb{N} \mid |Im_x| > 10\}$
13. $D = \{x \in \mathbb{N} \mid |Im_x| = 10\}$

Zadanie 2

Niech L będzie językiem rekurencyjnie przeliczalnym, ale nie rekurencyjnym.

Czy język $L' = \{0w \mid w \in L\} \cup \{1w \mid w \notin L\}$ lub jego dopełnienie jest

1. rekurencyjne
2. rekurencyjnie przeliczalne

Zadania domowe:

Rozstrzygnij, czy poniższe zbiory są rekurencyjne (wykorzystaj twierdzenie Rice'a)

1. $\{x \in \mathbb{N} \mid Im_x \neq D_x\}$
2. $\{x \in \mathbb{N} \mid D_x \cup D_x \setminus \mathbb{N} = \emptyset\}$
3. $\{x \in \mathbb{N} \mid (D_x \setminus Im_x) \cap (Im_x \setminus D_x) \neq \emptyset\}$.