

## Wprowadzenie teoretyczne:

Co to jest Maszyna Turinga?

### Odpowiedź:

**Maszyna Turinga** nazywamy siódmką uporządkowaną  $MT = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{ACC}, q_{REJ})$ , gdzie:

- $Q$  jest skończonym zbiorem stanów
- $\Sigma$  jest alfabetem wejściowym (nie zawierającym symbolu pustego  $\square$ )
- $\Gamma$  jest alfabetem taśmy ( $\square \in \Gamma$  oraz  $\Sigma \subset \Gamma$ )
- $\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$  jest funkcją przejścia
- $q_0$  jest wyróżnionym stanem początkowym
- $q_{ACC}$  jest wyróżnionym stanem akceptującym
- $q_{REJ}$  jest wyróżnionym stanem odrzucającym ( $q_{ACC} \neq q_{REJ}$ )

### Zadanie 1

Skonstruować maszynę Turinga, która prawidłowo oblicza funkcję  $f(x) = x + 1$ .

#### Rozwiązanie

$q_0 0 \rightarrow q_{ACC} 1 S$   
 $q_0 1 \rightarrow q_2 1 R$   
 $q_2 0 \rightarrow q_2 0 R$  -  $q_2$  – szuka końca  
 $q_2 1 \rightarrow q_2 1 R$   
 $q_2 \square \rightarrow q_3 \square L$   
 $q_3 0 \rightarrow q_4 1 L$   
 $q_4 0 \rightarrow q_4 0 L$  -  $q_4$  – szuka początku  
 $q_4 1 \rightarrow q_4 1 L$   
 $q_4 \square \rightarrow q_{ACC} \square R$   
 $q_3 1 \rightarrow q_3 0 L$   
 $q_3 \square \rightarrow q_{ACC} 1 S$  -  $q_{ACC}$  – stan końcowy

### Zadanie 2

Skonstruować maszynę Turinga, która prawidłowo oblicza funkcję  $f(x) = 2x + 1$ .

#### Rozwiązanie

$q_0 1 \rightarrow q_0 1 R$   
 $q_0 0 \rightarrow q_0 0 R$   
 $q_0 \square \rightarrow q_1 1 L$   
 $q_1 1 \rightarrow q_1 1 L$   
 $q_1 0 \rightarrow q_1 0 L$   
 $q_1 \square \rightarrow q_{ACC} \square R$

### Zadanie 3

Skonstruować maszynę Turinga, która prawidłowo oblicza poniższe funkcje (kod argumentów – unarny; alfabet =  $\{1\}$ ).

- $f(x) = 0$
- $f(x) = x+1$
- $f(x,y) = x$
- $f(x,y) = x+y$

**Rozwiązanie**a)  $\boxed{\square \uparrow 111 \square}$ 

$$\begin{aligned} q_0 1 &\rightarrow q_0 1 R \\ q_0 \square &\rightarrow q_1 \square L \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 \square L \\ q_1 \square &\rightarrow q_{ACC} \square R \end{aligned}$$
b)  $\boxed{\square \uparrow 111 \square}$ 

$$\begin{aligned} q_0 1 &\rightarrow q_0 1 R \\ q_0 \square &\rightarrow q_1 1 L \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 1 L \\ q_1 \square &\rightarrow q_{ACC} \square R \end{aligned}$$
c)  $\boxed{\square \uparrow 11 \square 111 \square}$ 

$$\begin{aligned} q_0 1 &\rightarrow q_0 1 R \\ q_0 \square &\rightarrow q_1 \square R \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 \square R \\ q_1 \square &\rightarrow q_2 \square L \\ q_2 \square &\rightarrow q_2 \square L \\ q_2 1 &\rightarrow q_3 1 L \\ q_3 \square &\rightarrow q_{ACC} \square R \end{aligned}$$
d)  $\boxed{\square \uparrow 11 \square 111 \square}$ 

$$\begin{aligned} q_0 1 &\rightarrow q_0 1 R \\ q_0 \square &\rightarrow q_1 1 R \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 1 R \\ q_1 \square &\rightarrow q_2 \square L \\ q_2 1 &\rightarrow q_3 \square L \\ q_3 1 &\rightarrow q_3 1 L \\ q_3 \square &\rightarrow q_4 1 L \\ q_4 \square &\rightarrow q_{ACC} \square R \end{aligned}$$
**Zadanie 4**

Skonstruować maszynę Turinga, która prawidłowo oblicza następującą funkcję (kod argumentów – binarny; alfabet =  $\{0,1\}$ )  $f(x) = 0$ .

**Rozwiązanie** $\boxed{\square \uparrow 110 \square}$ 

$$\begin{aligned} q_0 1 &\rightarrow q_0 1 R \\ q_0 0 &\rightarrow q_0 0 R \\ q_0 \square &\rightarrow q_1 \square L \\ q_1 1 &\rightarrow q_1 \square L \\ q_1 0 &\rightarrow q_1 \square L \\ q_1 \square &\rightarrow q_2 \square R \\ q_2 \square &\rightarrow q_{ACC} 0 S \end{aligned}$$

### **Zadanie domowe**

1. Skonstruować maszynę Turinga, która prawidłowo oblicza funkcje (zapis liczb binarny):
  - a)  $f(x) = x \bmod 4$  (reszta z dzielenia  $x$  przez 4)
  - b)  $g(x) = x \operatorname{div} 4$  (część całkowita z dzielenia  $x$  przez 4).
2. Skonstruować maszynę Turinga, która prawidłowo oblicza poniższe funkcje (kod argumentów – unarny; alfabet =  $\{1\}$ ):
  - a)  $f(x,y) = x \dot{-} y = \begin{cases} x - y & x \geq y \\ 0 & x < y \end{cases}$
  - b)  $f(x) = \operatorname{sg} x = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ .