1~3 概率论　　　　4~5 数理统计

一、 概率 —— 可列可加性

离散型、连续

古典、几何 —— 等概率发生

全概率公式 　　贝叶斯~　　　　及使用条件

↓

完备事件群 | 样本空间
的分割 　　　　　∪1

事件的独立性　　(区别 随机变量的独立性)

二、 随机变量　$X:\Omega\to R$　　随机实验的结果数量化.

离散型：取值离散

连续型：~连续且有密度函数　(反例：$X\sim U(0,1)$, $Y=X$, (X,Y)无联合f)

$$\begin{cases} f\ge 0 \quad \int f\,dx = 1 \\ P(X=x) \end{cases}$$

分布函数 离散 / 连续　　$U(0,1)$　$F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ x & 0\le x<1\\ 1 & x\ge 1\end{cases}$

$U(a,b)$　$\frac{x-a}{b-a}$　$a\le x<b$

(难点..)
多维　　条件分布 $Y\mid X=x \sim$　　$f(x,y)$、$f_X(x)$、$f_Y(y)$
(多对多)

→ 和差商比

随机变量函数 [J]　$\begin{cases} Y_1 = g_1(U_1,U_2) \\ Y_2 = g_2(U_1,U_2)\end{cases}$　$(U_1,U_2)\sim$. 求$(Y_1,Y_2)\sim$.

↓

(一维　　$Y=g(X)$　$\begin{cases} ①定义 \\ ②g单调 \quad g^{-1}存在. 用公式 \end{cases}$)

$X+Y$

$\begin{cases} U_1 = X+Y \\ U_2 = X \end{cases} \Rightarrow (U_1, U_2)$的 $\Rightarrow$ U_1边缘

注意:取值范围 → 画图

写上,否则扣分　　如……, $0<x<\infty$

随机变量的独立性　　独立 ⇒ 不相关.

不(线性)相关 ⇏ 独立　　$Y=\cos X$ 不独立不相关

三. 计算为主

中心极限定理
大数定律 | 极限理论.

样本均值 → 总体均值
/分布 → 标正
↓
渐近分布.
(相合性) | 好的统计量.

四. 估计　　五. 检验

统计推断

范围问题

$\hat{\theta} = \max\{x_1, x_2 \dots x_n\}$

$L(\theta, x_1, \cdots x_n) = (\frac{1}{\theta})^n$, $0<x_1<\cdots x_n<\theta$

特殊,回归概念..

求导

四. 点估计
- 矩估计
- 极大…: 较优. → ① 求法 | $U(0,\theta)$　② 离散型
- 优良性准则
  - 无偏
  - 相合(弱的) $B(1,p) \Rightarrow p^x(1-p)^{1-x}$　$x=0,1$.
  - 误差小　依概率收敛

大数定律: $\bar{X}_n \xrightarrow{P} EX$

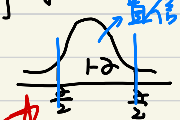
$\hat{\theta}=2\bar{X}$

$\hat{\theta}=\max\{\ \}$ | 无偏 → 修正

区间估计　置信区间,水平 $(1-\alpha)$

找个 检验统计量 | 枢轴变量

置信区间



假设检验

五、 1、H_0，H_1
2、α、β.

两总体检验（参数）

① μ { σ未 / σ已 } σ^2

② $\mu_1-\mu_2$ { σ未 / σ已 } $\sigma_1^2=\sigma_2^2$ $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$

先检验 $\sigma_1^2=\sigma_2^2$

$\mu_1-\mu_2$ 三大分布

③ 区分 { 成对数据的检验 / 两总体 } 看样本量

作差，看成一总体 $\boxed{\mu_1-\mu_2=d}$.

拟合优度检验（非参）—— 列联表：因素是否独立

H_0：$X\sim F(x)$ 卡方 $\chi_{(a-1)(b-1)}$ 原因

卡方：有自由度

χ^2_{r-b-1}

③ r个区间

理论 $np\geq5$