学号：

姓名：

学生所在系：

答题时不要超过此线

中 国 科 学 技 术 大 学

2014 – 2015 学年第一学期《计算方法(B)》考试试卷

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
复评人								

注意事项：

1. 答题前，考生务必将所在系、姓名、学号等填写清楚。
2. 计算结果保留4位小数。
3. 本试卷为闭卷考试，共 7 道试题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。

得分	评卷人

一、填空题（本题有6小题，每小题6分，共36分）

(1) 设$\sqrt{20}$的近似值$\bar{x}$相对误差为0.1%，则$\bar{x}$的绝对误差限为__________，有__________位有效数字。

(2) 设$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$，则范数$\|A\|_2 =$ __________，谱半径$\rho(A) =$ __________。

(3) 设$f(x) = 8x^8 - x^6 + 3$，则差商$f[0,1] =$ __________，$f[2^0, 2^1, \cdots, 2^8] =$ __________。

(4) 设三次样条函数$S(x) = \begin{cases} x^3, & 0 \le x \le 1 \\ \frac{1}{2}(x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$，
则$a =$ __________，$b =$ __________，$c =$ __________。

(5) 设对称矩阵$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$，则Givens变换$Q(1,3,\theta) = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$，
使得$Q(1,3,\theta)^T A Q(1,3,\theta) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$。

(6) 设$f(x) \in C^4[0,1]$，则满足$h(0) = f(0) = 1$，$h'(0) = f'(0) = 3$，$h''(0) = f''(0) = -4$，$h(1) = f(1) = 3$的最低次插值多项式$h(x)$为____________________，插值余项为____________________。

得分	评卷人

二、（本题10分）

用Courant分解法求解线性方程组：

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 7 & -4 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 29 \\ -6 \end{pmatrix}$$

得分	评卷人

三、（本题10分）

下表为$f(x)=e^{2x}$在$[0,1]$区间某些等分点上的函数值，分别用复化梯形积分公式和复化Simpson积分公式计算$\int_0^1 e^{2x}dx$。

x	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.75	0.875	1
$f(x)$	1	1.2840	1.6487	2.1170	2.7183	3.4903	4.4817	5.7546	7.3891

答题时不要超过此线

得分	评卷人

四、（本题10分）

用最小二乘法原理求一个形如$y=a+bx^2$的经验公式，使其与下列数据相拟合：

x	3	4	5	6	7
y	19.0	32.3	49.0	73.3	97.8

得分	评卷人

五、（本题12分）

已知方程$x^3-x^2-1=0$在$x=1.5$附近有实根，

(1) 用牛顿迭代法求根，取初值$x_0=1.5$，计算到$|x_{k+1}-x_k|<0.05$时停止；

(2) 判断迭代序列：$x_{k+1}=1+\dfrac{1}{x_k^2}$对初值$x_0=1.5$的收敛性，并简述理由。

答题时不要超过此线

得分	评卷人

六、（本题12分）

用迭代法解线性方程组$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$，其中实数$a \neq 1$。

(1) 分别写出Jacobi迭代公式、Gauss-Seidel迭代公式及松弛因子为ω的松弛迭代公式；

(2) 写出Gauss-Seidel的迭代矩阵，并求a的取值范围使得Gauss-Seidel迭代收敛。

得分	评卷人

七、（本题10分）

设有线性多步格式：$y_{n+1} = y_n + h[Af(x_n, y_n) + Bf(x_{n-2}, y_{n-2}) + Cf(x_{n-4}, y_{n-4})]$, $n \geqslant 4$，其中$A, B, C \in \mathbb{R}$是常数。当该数值格式应用于常微分方程初值问题

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = a + bx + cx^2, \ x \in [x_0, +\infty) \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

时，对于任意给定的$a, b, c \in \mathbb{R}$可以得到该方程的精确解(假定计算过程中无舍入误差)，试确定常数A, B, C。