第六次作业 共三道题，下周四（11 月 5 号）交。

T1：

绝对概率 $p_j(n)$ 的性质

[证明定理] 设 $\{X_n, n \in T\}$ 为马尔可夫链，则对于任意整数 $n \geq 1$ 和 $j \in I$，绝对概率 $p_j(n)$ 具有下列性质：

(1) $p_j(n) = \sum_{i \in I} p_i p_{ij}^{(n)}$

(2) $p_j(n) = \sum_{i \in I} p_i(n-1) \cdot p_{ij}$

T2&3：

2. (20 分) 设移民到某地区定居的户数$N(t)$是一个Poisson过程，平均每周有2户定居，即强度$\lambda = 2$. 如果每户的人口数为独立同分布的随机变量$Y_i, i = 1, 2, 3, \ldots$, 且分布律为 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$. 记$X(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i$. (1)试求5周内移民到该地区人口的数学期望及方差; (2)求$X(t)$的矩母函数.

3. (20 分) 设某路口蓝车，白车和黄车的到达次数分别为强度λ_1, λ_2和λ_3的Poisson过程，且相互独立. 试求: (1) 第一辆车的平均达到时间和第一辆蓝车的平均到达时间; (2) 蓝车首先到达的概率; (3) 白车先于黄车到达，但却落后于蓝车的概率; (4) 在相继到达的两辆蓝车之间，恰有k辆车到达的概率.