- 2.9 某昼夜服务的公交线路每天各时间区段内所需司机和乘务人员数如表2-19：

表 2-19

班次	时　间	所需人数
1	6:00～10:00	60
2	10:00～14:00	70
3	14:00～18:00	60
4	18:00～22:00	50
5	22:00～2:00	20
6	2:00～6:00	30

– 设司机和乘务人员分别在各时间区段一开始时上班，并连续工作八小时，问该公交线路至少配备多少名司机和乘务人员。列出这个问题的线性规划模型。

设司机和乘务员数在班次1,2,3,4,5,6开始上班分别为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$

则
$$\begin{cases} x_1+x_6 \geq 60 \\ x_1+x_2 \geq 70 \\ x_2+x_3 \geq 60 \\ x_3+x_4 \geq 50 \\ x_4+x_5 \geq 20 \\ x_5+x_6 \geq 30 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

目标函数 $\min z = x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6$

结果截图

```
f=[1,1,1,1,1,1];    %目标函数系数
A=[-1,0,0,0,0,-1;-1,-1,0,0,0,0;0,-1,-1,0,0,0;
   0,0,-1,-1,0,0;0,0,0,-1,-1,0;0,0,0,0,-1,-1];  %约束不等式系数矩阵(转化为小于等于形式)
b=[-60,-70,-60,-50,-20,-30];    %约束不等式对应的右端常数
aeq=[];                         %约束等式系数矩阵
beq=[];                         %约束等式右端常数
lb=[0,0,0,0,0,0];               %变量的最小取值限制
[x,fval]=linprog(f,A,b,aeq,beq,lb); %函数linprog:用单纯型法求解线性规划问题，参数意义与前面所述一致
disp('x=');     %最终各变量取值，即一个最优解
disp(x);
disp('fval=');  %目标函数最优值
disp(fval);
```

命令行窗口

```
x=
    60
    10
    50
     0
    20
    10

fval=
   150
```

注：代码及 {注释 / linprog} 参数意义见代码附件。(2.10同)

matlab求解：

变换后可得到：
$$\begin{cases} -x_1-x_6 \leq -60 \\ -x_1-x_2 \leq -70 \\ -x_2-x_3 \leq -60 \\ -x_3-x_4 \leq -50 \\ -x_4-x_5 \leq -20 \\ -x_5-x_6 \leq -30 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0. \end{cases}$$

利用matlab提供的函数 linprog(f, A, b, aeq, beq, lb)

求解得 一个最优解：$x^T = (60, 10, 50, 0, 20, 10)$

对应最优值 $\min z = 150$

- 2.10 某糖果厂用原料A、B、C加工三种不同牌号的糖果甲、乙、丙。已知各种牌号糖果中A、B、C含量，原料成本，各种原料的单位加工费及售价如下表所示。

原料	甲	乙	丙	原料成本/(元/kg)	每月限制用量/kg
A	≥60%	≥15%		2.00	2000
B				1.50	2500
C	≤20%	≤60%	≤50%	1.00	1200
加工费/(元/kg)	0.50	0.40	0.30		
售价/(元/kg)	3.40	2.85	2.25		

- 问该厂每月应生产这三种牌号糖果各多少千克，使该厂获利最大？试建立这个问题的线性规划的数学模型。

用 X_Y 表示生产糖果X使用原料Y的数量.

则
$$\begin{cases} 甲_A \geq 60\%甲, \quad 甲_C \leq 20\%甲 \\ 乙_A \geq 15\%乙, \quad 乙_C \leq 60\%乙 \\ 丙_C \leq 50\%丙 \\ 甲_A + 甲_B + 甲_C = 甲 \\ 乙_A + 乙_B + 乙_C = 乙 \\ 丙_A + 丙_B + 丙_C = 丙 \end{cases}$$

且
$$\begin{cases} 甲_A + 乙_A + 丙_A \leq 2000 \\ 甲_B + 乙_B + 丙_B \leq 2500 \\ 甲_C + 乙_C + 丙_C \leq 1200 \end{cases}$$

设 $x_1 = 甲_A$, $x_2 = 甲_B$, $x_3 = 甲_C$, $x_4 = 乙_A$, $x_5 = 乙_B$, $x_6 = 乙_C$, $x_7 = 丙_A$, $x_8 = 丙_B$, $x_9 = 丙_C$

有
$$\begin{cases} -0.4x_1 + 0.6x_2 + 0.6x_3 \leq 0 \\ -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.8x_3 \leq 0 \\ -0.85x_4 + 0.15x_5 + 0.15x_6 \leq 0 \\ -0.6x_4 - 0.6x_5 + 0.4x_6 \leq 0 \\ -0.5x_7 - 0.5x_8 + 0.5x_9 \leq 0 \\ x_1 + x_4 + x_7 \leq 2000 \\ x_2 + x_5 + x_8 \leq 2500 \\ x_3 + x_6 + x_9 \leq 1200 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0 \end{cases}$$

目标函数
$$\max z = 2.9(x_1+x_2+x_3) + 2.45(x_4+x_5+x_6) + 1.95(x_7+x_8+x_9) - 2(x_1+x_4+x_7) - 1.5(x_2+x_5+x_8) - (x_3+x_6+x_9)$$
$$= 0.9x_1 + 1.4x_2 + 1.9x_3 + 0.45x_4 + 0.95x_5 + 1.45x_6 - 0.05x_7 + 0.45x_8 + 0.95x_9$$

matlab求解：为求 $\max z$，先求 $\min z' = -z = -0.9x_1 - 1.4x_2 - 1.9x_3 - 0.45x_4 - 0.95x_5 - 1.45x_6 + 0.05x_7 - 0.45x_8 - 0.95x_9$

利用matlab提供的函数 linprog(f, A, b, aeq, beq, lb)

求解得 一个最优解：$X^T = (1526.7, 1017.8, 0, 473.3, 1482.2, 1200, 0, 0, 0)^T$

对应最优值 $\max z = 6160$

结果如下图：

```
        0,0,0,-0.6,-0.6,0.4,0,0,0;
        0,0,0,0,0,0,-0.5,-0.5,0.5;
        1,0,0,1,0,0,1,0,0;
        0,1,0,0,1,0,0,1,0;
        0,0,1,0,0,1,0,0,1]; %约束不等式系数矩阵(转化为小于等于形式)
    b=[0,0,0,0,0,2000,2500,1200];     %约束不等式对应的右端常数
    aeq=[];                          %约束等式系数矩阵
    beq=[];                          %约束等式右端常数
    lb=[0,0,0,0,0,0,0,0,0]                %变量的最小取值限制
```

命令行窗口

```
Optimal solution found.


x=
   1.0e+03 *


    1.5267
    1.0178
         0
    0.4733
    1.4822
    1.2000
         0
         0
         0


fval=
       -6160
```