

13.19 在例 9 中如售票处使用自动售票机, 顾客在窗口前的服务时间将减少 20%。这时认为服务时间分布的概率密度是

$$f(z) = \begin{cases} 1.25e^{-1.25z+1} & z \geq 0.8 \\ 0 & z < 0.8 \end{cases}$$

(这里的服务时间 z 与例 9 中(2)的 y 关系很相似, $z=0.8y$) 再求顾客的逗留时间和等待时间。

例 9 有一售票口, 已知顾客按平均为 2 分 30 秒的时间间隔的负指数分布到达。顾客在售票口前服务时间平均为 2 分钟。

- ① 若服务时间也服从负指数分布, 求顾客为购票所需的平均逗留时间和等待时间;
- ② 若经过调查, 顾客在售票口前至少要占用 1 分钟, 且认为服务时间服从负指数分布是不恰当的, 而应服从以下概率密度分布, 再求顾客的逗留时间和等待时间。

$$f(y) = \begin{cases} e^{-y+1} & y \geq 1 \\ 0 & y < 1 \end{cases}$$

以 1 分钟为基准 (记为 $M/G/1$ 模型)

$$\lambda = \frac{1}{2.5} = \frac{2}{5} \text{ (人/分)}, \mu = \frac{1}{2 \times 0.8} = \frac{5}{8} \text{ (人/分)}, \rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{5} \cdot \frac{8}{5} = \frac{16}{25}$$

$$\text{令 } x = z - 0.8$$

$$f(x) = \begin{cases} 1.25e^{-1.25x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, E(x) = \frac{1}{1.25} = \frac{4}{5}, \text{Var}(x) = \frac{1}{1.25^2} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore E(z) = E(x) + 0.8 = \frac{8}{5}, \text{Var}(z) = \text{Var}(x) = \frac{16}{25}$$

$$\text{由 P-K 线: } L_s = \frac{16}{25} + \frac{(\frac{16}{25})^2 + (\frac{2}{5})^2 \cdot \frac{16}{25}}{2(1 - \frac{16}{25})} \approx 1.35$$

$$L_q = L_s - \rho = 1.35 - 0.64 = 0.71$$

$$W_s = L_s / \lambda = 3.375 \text{ (min)}$$

$$W_q = L_q / \lambda = 1.775 \text{ (min)}$$

13.21 一个办事员核对登记的申请书时, 必须依次检查 8 张表格, 核对每份申请书需 1 分钟。顾客到达率为每小时 6 人, 服务时间和到达间隔均为负指数分布, 求:

(1) 办事员空闲的概率;

(2) L_s, L_q, W_s 和 W_q 。

(M/E_k/1 模型)

$$\lambda = 6 \text{ (人/h)}, \mu = 60 \text{ (人/h)}, k = 8, \rho = \frac{\lambda}{k\mu} = \frac{1}{10}$$

$$E(T) = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{60}, \text{Var}(T) = \frac{1}{k\mu^2} = \frac{1}{8 \times 60^2}$$

$$(1) P_0 = 1 - \rho = \frac{9}{10}$$

$$(2) L_s = \rho + \frac{(k\rho)^2 \rho^2}{2k(1-\rho)} = \frac{1}{10} + \frac{9 \times \frac{1}{100}}{2 \times 8 \times \frac{9}{10}} = \frac{17}{16} \times \frac{1}{10} = \frac{17}{160} = 0.10625$$

$$L_q = L_s - \rho = \frac{17}{160} = 0.00625$$

$$W_s = L_s / \lambda = \frac{17}{960} \approx 0.01771 \text{ (h)}$$

$$W_q = L_q / \lambda = \frac{1}{960} \approx 0.00104 \text{ (h)}$$

14.2 某公司采用无安全存量的存储策略。每年使用某种零件 100 000 件，每件每年的保管费用为 30 元，每次订购费为 600 元，试求：

(1) 经济订购批量。

(2) 订购次数。

(不允许缺货，生产时间很短)

$$(1) C_3 = 600 (\text{元}), R = 100\,000 (\text{件/年}), C_1 = 30 (\text{件}^{-1} \cdot \text{年}^{-1})$$

$$\therefore Q_0 = \sqrt{\frac{2C_3R}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 600 \times 10^5}{30}} = 2000 (\text{件})$$

$$(2) n_0 = \frac{R}{Q_0} = 50 (\text{次})$$

14.4 某产品每月用量为 4 件，装配费为 50 元，存储费每月每件为 8 元，求产品每次最佳生产量及最小费用。① 若生产速度为每月生产 10 件，求每次最佳生产量及最小费用。

① 不允许缺货，生产时间很短。

$$C_3 = 50 (\text{元}), R = 4 (\text{件/月}), C_1 = 8 (\text{件}^{-1} \cdot \text{月}^{-1})$$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2C_3R}{C_1}} = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 4}{8}} = 5\sqrt{2} \approx 7 (\text{件})$$

$$\therefore C_0 = \sqrt{2C_1C_3R} = \sqrt{2 \times 50 \times 4 \times 8} \approx 56.6 (\text{元})$$

②. $P = 10 (\text{件/月})$

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2C_3R}{C_1(P-R)}} = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 4 \times 10}{8 \times 6}} = 5\sqrt{\frac{10}{3}} \approx 9 (\text{件})$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{2C_1C_3R(P-R)}{P}} \approx 43.8 (\text{元})$$