

1. 下面哪些符号串是谓词演算的公式? 其中有没有闭式?

1°  $\forall x_1 R_1^1(f_1^1(x_1), x_1)$ . ✓

2°  $f_1^3(x_1, x_3, x_4)$ . ✗  $\rightarrow$  取项

3°  $R_1^1(x_2) \rightarrow R_1^3(x_3, c_1)$ . ✗  $\rightarrow$  谓词仅两个取

4°  $\neg \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2)$ . ✓  $\rightarrow x_1$  自由出现

5°  $\forall x_2 R_1^1(x_1) \rightarrow \neg R_1^1(x_2)$ . ✓  $\rightarrow x_1, x_2$  自由出现

6°  $R_1^3(f_2^3(x_1, c_2, x_2))$ . ✗  $\rightarrow$  谓词仅一项

7°  $\neg R_1^1(x_1) \rightarrow R_1^1(x_2)$ . ✓  $\rightarrow x_1, x_2$  自由出现

8°  $R_1^3(c_1, c_2, f_1^1(c_3))$ . ✓

1. 0, 1°, 4°, 5°, 7°, 8° 均是谓词演算的公式

② 闭式有: 1°, 8°

2. 在以下公式中, 哪些  $x_1$  的出现是自由的? 哪些  $x_1$  的出现是约束的? 项  $f_1^2(x_1, x_3)$  对这些公式中的  $x_2$  是不是自由的?

1°  $\forall x_2 (R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow R_1^2(x_2, c_1))$ .

2°  $R_1^1(x_3) \rightarrow \neg \forall x_1 \forall x_2 R_1^1(x_1, x_2, c_1)$ .

3°  $\forall x_1 R_1^1(x_1) \rightarrow \forall x_2 R_1^1(x_1, x_2)$ .

4°  $\forall x_2 R_1^1(f_1^2(x_1, x_2), x_1) \rightarrow \forall x_1 R_2^2(x_3, f_2^2(x_1, x_2))$ .

1°:  $x_1$  自由出现是自由的;  $\because x_2$  在 1° 中不自由出现,  $\therefore$  项  $f_1^2(x_1, x_2)$  对 1° 中  $x_2$  是自由的

2°:  $x_1$  只有两个约束出现, 没有自由出现;  
 $\because x_2$  在 2° 中不自由出现,  $\therefore$  项  $f_1^2(x_1, x_2)$  对 2° 中  $x_2$  是自由的

3°:  $\forall x_1 R_1^1(x_1)$  中两个  $x_1$  是约束出现;  $\forall x_2 R_2^2(x_1, x_2)$  中有一个自由出现的  $x_1$ .  
 $\because x_2$  在 3° 中不自由出现,  $\therefore$  项  $f_1^2(x_1, x_2)$  对 3° 中  $x_2$  是自由的

4°:  $\forall x_2 R_1^1(f_1^2(x_1, x_2), x_1)$  中有一个自由出现的  $x_1$ ;  $\forall x_1 R_2^2(x_3, f_2^2(x_1, x_2))$  中有一个约束出现的  $x_1$ .

现在  $\forall x_1 R_2^2(x_3, f_2^2(x_1, x_2))$  中有一个  $x_2$  自由出现, 用  $f_1^2(x_1, x_3)$  替换该  $x_2$  后,  $f_1^2(x_1, x_3)$  中的  $x_1$  在 4° 中为约束出现,  $\therefore$  项  $f_1^2(x_1, x_3)$  对 4° 中的  $x_2$  不是自由的

3. 设  $t$  是项  $f_1^2(x_1, x_3)$ ,  $p(x_1)$  是下面的公式. 确定  $t$  对  $p(x_1)$  中的  $x_1$  是否自由? 如果是自由的, 写出  $p(t)$ .

1°  $\forall x_1 R_1^2(x_2, f_1^2(x_1, x_2)) \rightarrow R_1^1(x_1)$ .

2°  $\forall x_1 \forall x_3 (R_1^1(x_3) \rightarrow R_1^1(x_1))$ .

3°  $\forall x_2 R_1^1(f_1^1(x_2)) \rightarrow \forall x_3 R_1^3(x_1, x_2, x_3)$ .

4°  $\forall x_2 R_1^3(x_1, f_1^1(x_1), x_2) \rightarrow \forall x_3 R_1^1(f_1^2(x_1, x_3))$ .

1°. 自由.  $p(t): \forall x_1 R_1^2(x_2, f_1^2(x_1, x_2)) \rightarrow R_1^1(f_1^2(x_1, x_3))$

2°. 自由.  $p(t): \forall x_1 \forall x_3 (R_1^1(x_3) \rightarrow R_1^1(x_1))$

3°. 不自由

4°. 不自由