

中国科学技术大学

2011— 2012学年 第 2 学期 《计算方法(B)》 考试试卷

题号	一	二	三	四	五	六	总计
得分							
评卷人							

- 注意事项:
- 答卷前, 考生务必将所在系、姓名、学号等填写清楚。
 - 本试卷为闭卷考试。共 6 道试题, 满分 100 分, 考试时间 120 分钟。
 - 计算结果保留4位小数。

填空

一、 填空

- (6分) 准确值 $x^* = 0.715251828\cdots$, 保留四位有效数字所得的近似值为_____, 相对误差为_____.
- (6分) 设 $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 1 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$, 则 $\|A\|_1 = ______$, $\|A\|_\infty = ______$.
- (6分) n 个积分节点的数值积分公式, 最高能达到____阶代数精度, 达到时称_____
- (6分) 解方程 $x^3 + x - 1 = 0$, 用Newton迭代法格式为_____; 用弦截法格式为_____.
- (6分) 给出矩阵的LU分解。

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ ______ & 1 & 0 \\ ______ & ______ & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ______ & ______ & ______ \\ 0 & ______ & ______ \\ 0 & 0 & ______ \end{pmatrix}.$$
- (6分) Gauss顺序消元法能进行的条件为_____, 解 n 阶线性方程组的计算量大约为_____.
- (6分) $f(x) = x^4 + 2x - 1$, 满足 $h(-1) = f(-1), h(0) = f(0), h'(0) = f'(0), h(1) = f(1)$ 最低次的插值多项式为_____, 插值误差为_____.

得分	评卷人

二、解答题

二、（12分）下表为 $f(x) = \frac{4}{1+x^2}$ 在 $[0, 1]$ 区间等分点上的函数值，分别用复化梯形和复化 Simpson 积分公式计算 $\int_0^1 \frac{4}{1+x^2} dx$.

x	0	0.125	0.25	0.375	0.5	0.675	0.75	0.875	1
$f(x)$	4	3.9385	3.7647	3.5068	3.200	2.8764	2.5600	2.2655	2

三、（10分）设有数据

x_i	1	4	9	16
$f(x_i)$	2.96	5.04	6.88	9.24

, 求 $y = a + b\sqrt{x}$ 形式的拟合函数。

四、（10分）对某3阶矩阵 A 采用规范化幂法计算其模最大特征值，取初始向量 $x^{(0)} = (1, 0, 0)^T$ 按照 $x^{(k+1)} = A \frac{x^{(k)}}{\|x^{(k)}\|_\infty}$ 算得向量序列 $\{x^{(i)}\}$ 如下表所示，请根据表格计算矩阵 A 的按模最大特征值和相应的特征向量，并简单说明理由.

i	$x^{(i)T}$
0	(1, 0, 0)
1	(-4.625, 1.688, -1.125)
2	(3.865, -1.095, 0.7297)
3	(-4.035, 1.227, -0.8182)
4	(3.991, -1.193, 0.7955)
5	(-4.002, 1.202, -0.8011)
6	(3.999, -1.200, 0.7997)
7	(-4.0, 1.200, -0.8001)
8	(4.0, -1.200, 0.8000)
9	(-4.0, 1.200, -0.8000)
10	(4.0, -1.200, 0.8000)

五、 (14分) $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $b = (1, 2, 3)^T$, 用迭代法解方程组 $Ax = b$.

(1). 写出Jacobi迭代和Gauss-Seidel迭代的分量形式.

(2). 判断(1)中两种方法的收敛性, 如果均收敛, 说明哪一种方法收敛更快.

六、（12分）用线性多步法求初值问题
$$\begin{cases} y' = f(x, y) & (a \leq x \leq b) \\ y(a) = y_0 \end{cases}$$
 的数值解（取等距分割），请构造 $p = 1, q = 2$ 时的显式差分格式，并求出局部截断误差.