周一：

## 习题

1.1 (Warson实验)（心理学实验）设有四张纸牌，每张纸牌的一面有⊕，另一面有⊗。⊕和⊗的颜色可红可蓝。四张牌放在桌上：

红⊕　蓝⊗　红⊗　蓝⊕

有人提出猜测：“如果朝上的一面是红⊕，则另一面是蓝⊗。”要求通过翻牌检验此猜测。问应该翻哪几张牌？你的检验法能否确定此猜测的真假？

翻“红⊕”
- 若另一面不是“蓝⊗”，则猜测为假.
- 另一面是“蓝⊗”，则再翻“红⊗”，其另一面为
  - “红⊕”，则猜测为假
  - “蓝⊕”，则此猜测为真.

∴ 应翻两张牌：“红⊕”，“红⊗”

周四：

2. 写出以下公式在 $L$ 中的“证明”(即证明它们是 $L$ 的定理).

① $(x_1 \to x_2) \to ((\neg x_1 \to \neg x_2) \to (x_2 \to x_1))$.

② $((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to (x_1 \to x_2)) \to ((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to (x_1 \to x_3))$.

1°

1. $(\neg x_1 \to \neg x_2) \to (x_2 \to x_1)$　(L3)
2. $((\neg x_1 \to \neg x_2) \to (x_2 \to x_1)) \to ((x_1 \to x_2) \to ((\neg x_1 \to \neg x_2) \to (x_2 \to x_1)))$　(L1)
3. $(x_1 \to x_2) \to ((\neg x_1 \to \neg x_2) \to (x_2 \to x_1))$　MP 1, 2

2°

1. $(x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to ((x_1 \to x_2) \to (x_1 \to x_3))$　(L2)
2. $((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to ((x_1 \to x_2) \to (x_1 \to x_3))) \longrightarrow (((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to (x_1 \to x_2)) \to ((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to (x_1 \to x_3)))$　(L2)
3. $((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to (x_1 \to x_2)) \to ((x_1 \to (x_2 \to x_3)) \to (x_1 \to x_3))$　MP 1, 2

3. ③ $\{p \to q, \neg(q \to r) \to \neg p\} \vdash p \to r.$

④ $\{p \to (q \to r)\} \vdash q \to (p \to r).$

3°:
1. $(\neg(q\to r) \to \neg p) \to (p \to (q\to r))$ L3
2. $\neg(q\to r) \to \neg p$ 前提
3. $p \to (q\to r)$ MP 1,2
4. $(p\to(q\to r))\to((p\to q)\to(p\to r))$ L2
5. $(p\to q) \to (p\to r)$ MP 3,4
6. $p\to q$ 前提
7. $p\to r$ MP 5,6

4°.
1. $p\to(q\to r)$ 前提
2. $(p\to(q\to r))\to((p\to q)\to(p\to r))$ L2
3. $(p\to q)\to(p\to r)$ MP 1,2
4. $((p\to q)\to(p\to r))\to(q\to((p\to q)\to(p\to r)))$ L1
5. $q\to((p\to q)\to(p\to r))$ MP 3,4
6. $(q\to((p\to q)\to(p\to r)))\to((q\to(p\to q))\to(q\to(p\to r)))$ L2
7. $(q\to(p\to q))\to(q\to(p\to r))$ MP 5,6
8. $q\to(p\to q)$ L1
9. $q\to(p\to r)$ MP 7,8

---

2. $3°\ x_1 \to (x_2 \to (x_1 \to x_2)).$

直接证明:
1. $(x_2\to(x_1\to x_2))\to(x_1\to(x_2\to(x_1\to x_2)))$ L1
2. $x_2\to(x_1\to x_2)$ L1
3. $x_1\to(x_2\to(x_1\to x_2))$ MP 1,2

简化证明: 由演绎定理: 为证明 $\vdash x_1\to(x_2\to(x_1\to x_2))$

只用证明: $\{x_1\}\vdash x_2\to(x_1\to x_2)$

即: 1. $x_2\to(x_1\to x_2)$ L1

∴得证

3. $1°\ \{\neg p\} \vdash p \to p.$

直接证明:
1. $\neg p\to(\neg p\to\neg p)$ L1
2. $\neg p$ 前提
3. $\neg p\to\neg p$ MP 1,2
4. $(\neg p\to\neg p)\to(p\to p)$ L3
5. $p\to p$ MP 3,4

简化证明: 由同一律: $\vdash p\to p$

再由单调性定理, 记 $\Gamma=\varnothing$, $\Gamma'=\{\neg p\}$

$\because \Gamma\subseteq\Gamma'$ 且 $\Gamma\vdash p\to p$

$\therefore \Gamma'\vdash p\to p$

即 $\{\neg p\}\vdash p\to p$