HW₃

1.证明:

- ❖ 定理(语义后承的性质)
 - 1. 若 $\Gamma \subset \Gamma$ '且 $\Gamma \models p$, 则 Γ ' $\models p$; (语义后承单调性)
 - 2. 若 $\Gamma \models p$ 且 $\Gamma \models p \rightarrow q$, 则 $\Gamma \models q$; (语义MP)
 - 3. $\Gamma \models p \rightarrow q$ 当且仅当 $\Gamma \cup \{p\} \models q$; (语义演绎定理)
 - 4. p是重言式当且仅当 $\varnothing \models p$ 。 (p是内定理当且仅当 $\varnothing \vdash p$)

(1)

所以若对任一 $q' \in \Gamma'$ 有 v(q')=1 则对任一 $q \in \Gamma$ 有 v(q)=1 〈1〉由于 $\Gamma \mid =p$,

所以若对任一 q \in Γ 有 v(q)=1 则 v(p)=1 <2> 结合<1>和<2>可得:

若对任一 $q' \in \Gamma'$ 有 v(q')=1 则 v(p)=1,既 $\Gamma'|=p$ 。 证毕

(2)

命题 5 $\Gamma \models p \perp \Gamma \models p \rightarrow q \Rightarrow \Gamma \models q$.

证 每当v(p) = 1且 $v(p \rightarrow q) = 1$ 时,便有

$$v(q) = 1 \rightarrow v(q)$$

$$= v(p) \rightarrow v(q)$$

$$= v(p \rightarrow q) = 1.$$

(1.3.1 小节公式 2)

命题 5 是 MP 规则的语义形式.

(3)

命题 6 (语义演绎定理)

$$\varGamma \cup \{p\} \models q \ \Leftrightarrow \ \varGamma \models p \to q.$$

证 (⇒) 设 $\Gamma \cup \{p\} \models q$, 且设 ν 是使 Γ 中成员的真值都为 1 的赋值. 若有 $\nu(p) = 1$, 则由所设条件可得 $\nu(q) = 1$, 此时 $\nu(p \rightarrow q) = 1 \rightarrow 1 = 1$. 若有 $\nu(p) = 0$, 则 $\nu(p \rightarrow q) = 0 \rightarrow \nu(q) = 1$. 这就证明了 $\Gamma \models p \rightarrow q$.

 (\Leftarrow) 设 $\Gamma \models p \rightarrow q$. 当 $\nu(p) = 1$ 且 $\nu(p \rightarrow q) = 1$ 时,必有 $\nu(q) = 1$. 这说明 $\Gamma \cup \{p\} \models q$.

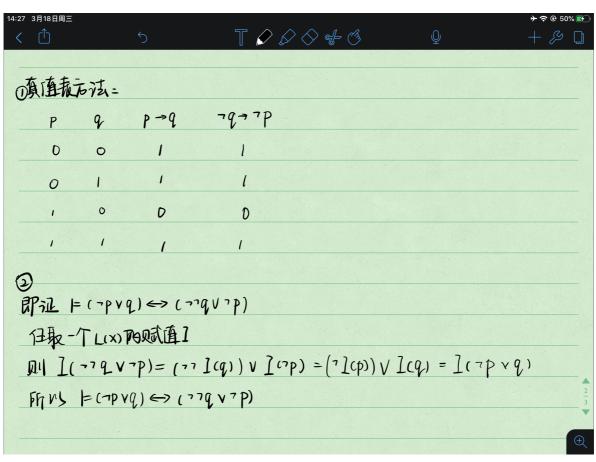
(4)

2.p49: 1(1); p53: 1(3)

P49: 1(1)

1. 证明以下各对公式是等值的. $1^{\circ} p \rightarrow q \pi \neg q \rightarrow \neg p$.

两种方法: 真值表和直接证明



P53:1(3)

1. 求以下公式的等值主析取范式.

$$1^{\circ} x_{1} \leftrightarrow x_{2}.$$

$$2^{\circ} x_{1} \rightarrow (\neg x_{2} \lor x_{3}).$$

$$3^{\circ} (x_{1} \land x_{2}) \lor (\neg x_{2} \leftrightarrow x_{3}).$$

通过真值表,找到成真指派,然后转换为等值主析取范式:

