

# HW7

## 题目:

### 练习 17

1. 设  $K$  中  $C = \{c_1\}$ ,  $F = \emptyset$ ,  $R = \{R_1^1, R_2^1, R_1^2\}$ . 已知  $E_1, E_2 \subseteq \mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{Q}$  为有理数集. 令  $\bar{c}_1 = 0$ ,  $\mathbf{Q}$  上一元关系  $\bar{R}_1^1$  为  $E_1$ ,  $\bar{R}_2^1$  为  $E_2$ , 二元关系  $\bar{R}_1^2$  为 “ $>$ ”. 这样,  $\mathbf{Q}$  便成了  $K$  的解释域. 现已知关于  $\mathbf{Q}$  中元素的两个命题:

命题甲: “若数集  $E_1$  中某数比零大, 则数集  $E_2$  中所有数都比零大.”

命题乙: “并非  $E_1$  中的数都小于或等于  $E_2$  中的每个数.”

试把命题甲, 乙分别按以下要求用  $K$  中公式表示出来:

- (1) 出现全称量词.
- (2) 不出现全称量词.
- (3) 写成前束范式.

答案:

1. 甲:

- (1)  $\exists x_1 (R_1^1(x_1) \wedge R_1^2(x_1, c_1)) \rightarrow \forall x_2 (R_2^1(x_2) \rightarrow R_1^2(x_2, c_1))$ ,
- (2)  $\exists x_1 (R_1^1(x_1) \wedge R_1^2(x_1, c_1)) \rightarrow \neg \exists x_2 \neg (R_2^1(x_2) \rightarrow R_1^2(x_2, c_1))$ ,
- (3)  $\forall x_1 \forall x_2 (((R_1^1(x_1) \wedge R_1^2(x_1, c_1)) \rightarrow (R_2^1(x_2) \rightarrow R_1^2(x_2, c_1))))$ .

乙:

- (1)  $\neg \forall x_1 (R_1^1(x_1) \rightarrow \forall x_2 (R_2^1(x_2) \rightarrow \neg R_1^2(x_1, x_2)))$ ,
- (2)  $\exists x_1 (R_1^1(x_1) \wedge \exists x_2 (R_2^1(x_2) \wedge R_1^2(x_1, x_2)))$ ,
- (3)  $\exists x_1 \exists x_2 (R_1^1(x_1) \wedge R_2^1(x_2) \wedge (R_1^2(x_1, x_2)))$ .

要注意的:

1. 谓词  $R_1^2$  中变元顺序

2. 否定词的位置

一些其他答案:

$$\text{甲: } \exists x_1 (R_1^1(x_1) \wedge R_1^2(x_1, c_1)) \rightarrow \forall x_2 (R_2^1(x_2) \rightarrow R_1^2(x_2, c_1))$$

$\uparrow$   
 这个可以换成  $\wedge$

$$\text{乙: (2) } \exists x_1 (\neg (R_1^1(x_1) \rightarrow \neg \exists x_2 \neg (R_2^1(x_2) \rightarrow \neg R_1^2(x_1, x_2)))$$

$$(3) \exists x_1 \exists x_2 \neg (R_1^1(x_2) \rightarrow (R_2^1(x_2) \rightarrow \neg R_1^2(x_1, x_2)))$$

本题错的比较多的地方：谓词使用的地方

2.5. P84 1.
 

命题甲: (1)  $\exists x_1 R_1^2(R_1^1(x_1), c_1) \rightarrow \forall x_2 R_1^2(R_2^1(x_2), c_1)$

(2)  $\exists x_1 R_1^2(R_1^1(x_1), c_1) \rightarrow \neg \exists x_2 \neg R_1^2(R_2^1(x_2), c_1)$

(3)  $\exists x_1 \forall x_2 (R_1^2(R_1^1(x_1), c_1) \rightarrow R_1^2(R_2^1(x_2), c_1))$

命题乙: (1)  $\neg \forall x_1 \neg R_1^2(R_1^1(x_1), \forall x_2 R_2^1(x_2))$

(2)  $\exists x_1 (\neg \exists x_2 \neg R_1^2(R_1^1(x_1), R_2^1(x_2)))$

(3)  $\exists x_1 \forall x_2 R_1^2(R_1^1(x_1), R_2^1(x_2))$

要注意的一些问题

K4的错误使用(和之前L2错误用一样)

(1)  $\forall x (q \rightarrow \neg p)$

(8)  $\neg q \rightarrow \neg p$

(9)  $(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q)$

(P74. 1)

MP (5) (6)

(K4)

这个应该不算大问题，但是用到了永真式最好写原名称(如换位律，否定前件律等)，没有名称的最好在之前证明

(14)  $(\neg \forall x p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg \neg \forall x p)$

(15)  $\neg q \rightarrow \neg \neg \forall x p$

(16)  $(\neg q \rightarrow \neg \neg \forall x p) \rightarrow (\neg q \rightarrow \forall x p)$

(17)  $\neg q \rightarrow \forall x p$

(18)  $(\neg q \rightarrow \forall x p) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

(19)  $\neg q \rightarrow \neg p$

K3

(3), (4) MP

永真式

(5), (6) MP

永真式

(7), (8) MP

UG使用问题:

$$4. \forall x_2 R_1^2(x_1, x_2) \rightarrow R_1^2(x_1, x_3) \quad (K_4)$$

$$5. R_1^2(x_1, x_3) \quad \text{mp 3, 4}$$

$$6. \forall x_3 R_1^2(x_1, x_3) \quad (UG)$$