

Processamento Inteligente de Sinais – Semana 2 – Convolução

Michel Batistin Fiório – Matrícula: 48376
Departamento de Engenharia Elétrica,
Universidade Federal de Viçosa, Viçosa – MG, E-mail: mbfiorio@gmail.com

Resumo - Este trabalho visa introduzir o conceito de convolução e sua aplicação no âmbito do processamento de sinais. Serão apresentados exemplos práticos do uso da convolução para alteração de dados de áudio e de imagens usando a resposta ao impulso de sistemas lineares invariantes no tempo. Os resultados obtidos serão comentados.

I. INTRODUÇÃO

Dadas as definições de sinais e sistemas conforme visto em [1], a análise de sistemas no domínio do tempo trata da metodologia matemática para obter a saída de um sistema a partir de uma entrada.

Um dos métodos mais comuns para analisar os efeitos de sinais em sistemas é o método da convolução. A ideia básica da convolução é transformar o sinal de entrada do sistema em uma soma de sinais mais simples, sendo esses a função impulso representada na “Figura 1”.

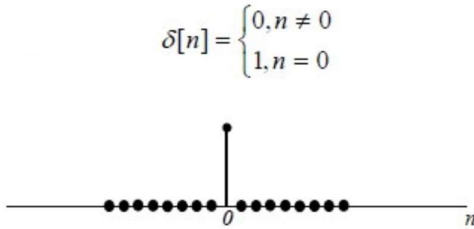


Fig. 1. Função impulso unitário no tempo discreto

Consideramos um sinal $x[n]$ sendo um sinal discreto infinito, representado na coluna da esquerda da “Figura 2”. Para cada instante de tempo ‘n’ desse sinal será associada uma função impulso deslocada para aquele instante. A soma dessas funções impulso deslocadas formam o sinal original $x[n]$. Sendo assim $x[n]$ pode ser descrito conforme

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n - k], \quad (1)$$

onde $x[k]$ representa a amplitude do sinal original e ele é multiplicado pelo impulso deslocado no tempo para determinado instante ‘k’. A partir desse entendimento pode-se desenvolver então a operação de convolução.

A partir de um sistema H, conforme visto na “Figura 3”, pode-se definir a saída $y[n]$ pela equação (2).

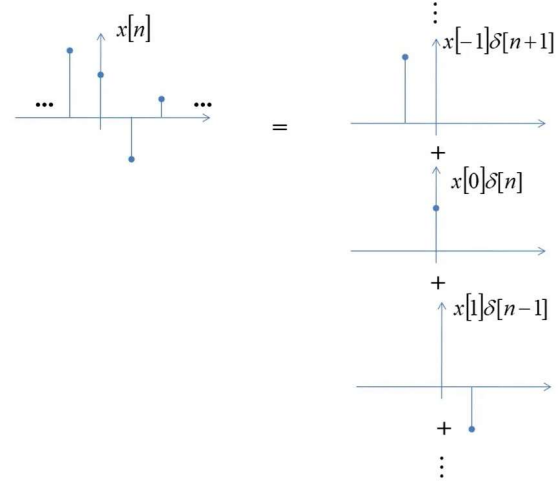


Fig. 2. Representação do sinal original $x[n]$ decomposto em sinais impulsos deslocados no tempo.

Assumindo-se que o sistema H é linear e invariante no tempo, conforme definições encontradas em [1], usamos as propriedades da aditividade, homogeneidade e invariância temporal para chegar na equação (3), que representa a equação da convolução.

$$y[n] = H\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n - k]\} \quad (2)$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n - k] = x[n] \times h[n] \quad (3)$$

Considerando a invariância temporal do sistema H, podemos assumir que as respostas ao impulso desse sistema são iguais e que, portanto, o sistema possui apenas uma única resposta ao impulso, representada por $h[n]$, conforme visto em (3).

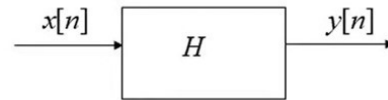


Fig. 3. Sistema H linear e invariante no tempo

A “Equação (3)” nos diz que a saída pode ser obtida relacionando-se a entrada com a resposta ao impulso do sistema H. Podemos dizer que a resposta ao impulso de um sistema carrega a informação necessária para criar um modelo desse sistema. Somente dispondo da resposta ao impulso do

sistema podemos simular o comportamento dele para qualquer situação de entrada.

A convolução é uma operação matemática muito utilizada para a criação de filtros digitais em processamento de sinais. Esse termo se tornou mais popular com o crescimento da área de Inteligência Artificial e Aprendizado de Máquina, que utilizam processamento de imagens para alimentar seus modelos.

Basicamente a convolução é uma operação que gera uma função a partir de outras duas funções. Ela exerce o papel de filtro para extrair informações de interesse dos dados de entrada.

O sistema H representa essa função de filtro na convolução e também é comumente chamado de máscaras ou kernel. Um kernel é nada mais que uma matriz que pode variar de tamanho de acordo com a aplicação a ser dada. As matrizes são, portanto, a resposta ao impulso do filtro.

Em aplicações de processamento de imagens, por exemplo, o tamanho e valores da matriz, ou kernel, determinam quais características serão extraídas das imagens. Citamos como exemplos filtros de suavização, acentuação de bordas, remoção de ruídos, dentre outros.

Durante aplicação da convolução em uma imagem o kernel vai se deslocando ao longo da imagem, como uma janela móvel, gerando na saída um mapa de características, de tamanho geralmente menor, simplificando os dados originais. A “Figura 4” ilustra esse processo. [2]

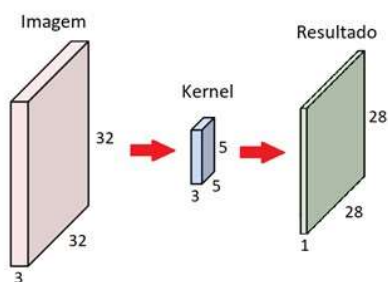


Fig. 4. Ilustração do processo de convolução bidimensional de uma imagem

II. OBJETIVOS

Iremos usar a convolução para alterar sinais em quatro experimentos distintos.

No primeiro experimento iremos convoluir duas funções discretas. A partir do gráfico da função resultante poderemos verificar a propriedade onde o tamanho do sinal de saída é igual à soma dos tamanhos de cada sinal menos um ponto $(L1+L2-1)$.

Na segunda atividade iremos convoluir um sinal de áudio real com uma resposta ao impulso quadrada e observar o efeito no sinal sonoro de saída.

Na terceira atividade aplicaremos através da convolução um kernel conhecido como filtro de Laplace em uma imagem para extração de determinadas características desta.

No último experimento utilizaremos uma outra imagem e aplicaremos nela um filtro ‘desconhecido’ e verificaremos qual o resultado obtido na imagem filtrada.

III. MATERIAIS E MÉTODOS

Utilizaremos neste trabalho o software de código livre Octave para realização das operações matemáticas das convoluções propostas.

Além disso, utilizaremos um sinal de áudio com a gravação de um trompete e duas imagens, uma foto da lua e uma imagem de um texto.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Na “Figura 5” são apresentados os resultados gráficos da primeira atividade. Podemos ver o desenho da entrada do sistema $x[n]$ na imagem superior, o gráfico da resposta ao impulso do sistema $h[n]$ na imagem do meio e o resultado da convolução na saída $y[n]$, representado na imagem inferior. É possível observar na figura como a quantidade de amostras da saída $y[n]$ é definida pela soma das amostras de $h[n]$ e $x[n]$ reduzidos de uma unidade.

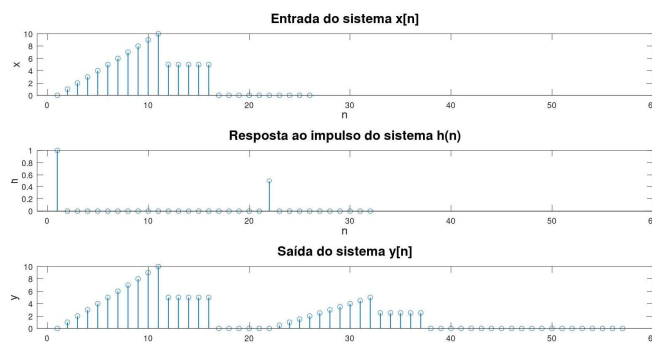


Fig. 5. Gráficos das funções discretas $x[n]$, $h[n]$ e $y[n]$

Na segunda atividade realizada carregamos para o software Octave o arquivo de áudio *trumpet.mat*. Esse arquivo contém aproximadamente 1,2 segundos da gravação do toque de um trompete à uma frequência de amostragem de 22050 hz. Podemos verificar a representação gráfica desse sinal sonoro na imagem superior da “Figura 6”. Nesta mesma figura a imagem do meio representa o filtro (kernel) que aplicamos nesse áudio. Trata-se da resposta ao impulso quadrada. Tal kernel funciona como um filtro passa-baixa, que retira do sinal original componentes de alta frequência. O áudio filtrado torna-se mais grave por ser composto primordialmente por componentes de baixa frequência. Podemos ver o resultado da filtragem na imagem inferior da “Figura 6”.

O kernel utilizado originalmente tinha o comprimento total de 70 amostras, sendo 50 pulsos unitários seguidos de 20 zeros. Para fins de entendimento do impacto na saída do sistema,

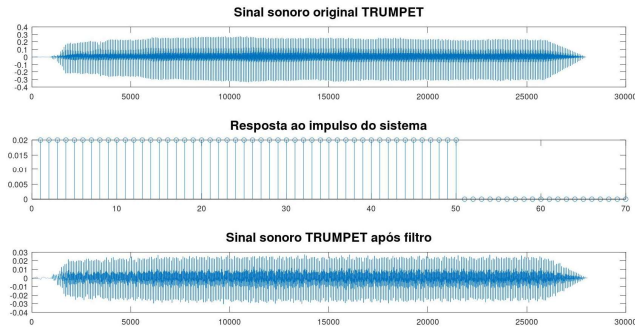


Fig. 6. Sinal sonoro Trumpet, resposta ao impulso do sistema e resultado da convolução

foram realizados outros dois testes com alterações na forma de onda do kernel. Um dos testes adicionou mais 50 pulsos unitários ao filtro. O resultado da saída para esse novo filtro de 100 pulsos pode ser visto na imagem do meio da “Figura 7”. Já para o outro teste foi mantido o número de 50 pulsos unitários e aumentado o número de zeros para 1000. O sinal de saída desse kernel pode ser visto na imagem inferior da “Figura 7”.

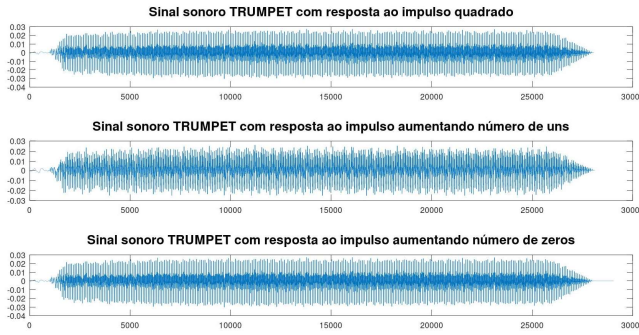


Fig. 7. Sinal sonoro Trumpet, resposta ao impulso do sistema e resultado da convolução

Ao analisar o sinal de saída para os três filtros diferentes dispostos na “Figura 7” observamos que há uma visível alteração no sinal quando foi aumentado o número de pulsos unitários no kernel. Mas não há alteração quando aumentamos a quantidade de zeros (observe a imagem inferior igual a imagem superior). Isso implica em dizer que ao aumentarmos o número de pulsos nós criamos um filtro passa baixas ainda mais restrito, com uma faixa de frequência menor que o anterior. Já o aumento de zeros indicou não fazer efeito no resultado do filtro. Essas conclusões foram igualmente percebidas ao se ouvir os sinais de saída resultantes de cada teste.

O próximo exercício de convolução a ser realizado utilizará uma foto da lua. Por se tratar de uma imagem, realizaremos uma convolução de duas dimensões. Utilizaremos o filtro de Laplace dado por

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

que irá realizar um realce nas características da imagem original.

A “Figura 8” representa a imagem original da lua enquanto a “Figura 9” mostra o resultado da convolução somado à imagem original.



Fig. 8. Foto da lua original



Fig. 9. Foto da lua com aplicação de filtro de realce de detalhes

Como último exercício de convolução utilizamos a imagem da “Figura 10” e aplicaremos nela o kernel dado por (5). Através da fotografia resultante inferiremos de que tipo de filtro se trata.

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

Fig. 10. Imagem com texto original

$$\mathbf{F} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

O resultado da convolução utilizando o kernel (5) pode ser visto na “Figura 11”. Conforme podemos observar o resultado mostra que ocorreu um preenchimento dos espaços vazios nas

palavras da imagem, gerando um significativo ganho de legibilidade do texto.

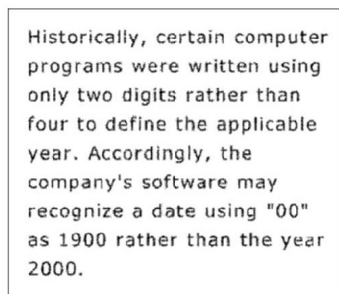


Fig. 11. Imagem com texto após convolução

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Foi apresentado nesse trabalho um resumo da base teórica da operação de convolução e alguns exemplos de aplicação dessa ferramenta em sinais do mundo real.

Pudemos perceber que a convolução é uma ferramenta muito útil no processamento de sinais, com grande variedade de aplicações. Somente nos exercícios realizados nesse trabalho foi demonstrado o processo de extração de características específicas de um sinal de áudio e de duas imagens através do uso de diferentes Kernels.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Felix, Leonardo B., Apostila do curso ELT576 – Processamento Inteligente de Sinais, não publicado.
- [2] Entendendo de uma vez a convolução: base para processamento de sinais. Viceri-Seidor, 24 de jul. de 2020. Disponível em: <<https://viceri.com.br/insights/entendendo-de-vez-a-convolucao-base-para-processamento-de-imagens/>>. Acessado em: 13 de jul. de 2023.