IUT - Département Informatique

Théorie des langages

Devoir Surveillé

Maths 2013-2014

Sans documents, durée 1h30

1 Grammaires algébriques

$\boxed{1}$ Soit la grammaire $\mathcal{G}$ ci dessous, d'axiome S

$$\left|\begin{array}{lll} S & \to & aSa \\ S & \to & T \end{array}\right| \begin{array}{lll} T & \to & bTb \\ T & \to & \epsilon \end{array}\right|$$

1. Dessinez l'arbre de dérivation du mot $aabbaa$.
2. Quel est le langage engendré par $\mathcal{G}$?

$\boxed{2}$ Les **palindromes** sont des mots qui se lisent de la même façon dans les 2 sens). Par exemple $\epsilon, aaa, abba, aaabbaaa$ sont des palindromes.

1. Donnez une grammaire pour les palindromes sur $A = \{a, b\}$
2. Montrez l'arbre de dérivation du mot $babab$.

$\boxed{3}$ Dans le manuel d'un langage de programmation, la syntaxe des *instructions* est définie ainsi

Instr.	$\to$	<u>si</u> Cond. <u>alors</u> Instr.
Instr.	$\to$	<u>si</u> Cond. <u>alors</u> Instr. <u>sinon</u> Instr.
Instr.	$\to$	Affect.
...		

à partir des conditions, des affectations etc.

1. Montrez que cette grammaire est ambigüe
2. Proposez une modification du langage pour éviter ce problème.

$\boxed{4}$ Soit $\mathcal{G}_1$, $\mathcal{G}_2$ les grammaires - d'axiomes respectifs - S_1 et S_2, qui reconnaissent deux langages algébriques L_1 et L_2. Montrez comment, en y ajoutant un axiome S et quelques règles, on peut construire des grammaires pour :

1. le produit par concaténation $L_1 L_2$,
2. l'union $L_1 + L_2$,
3. l'étoile L_1^*.

2 Langages rationnels

$\boxed{5}$ Donnez un automate déterministe sur l'alphabet $A = \{a, b, c\}$ qui reconnaisse le langage L_1 des mots qui commencent par le préfixe ab.

$\boxed{6}$ Même question pour L_2, les mots qui finissent par le suffixe bc.

$\boxed{7}$ Expliquez comment construire un automate qui reconnait l'intersection de deux langages rationnels, en l'illustrant sur le cas de $L_1 \cap L_2$.

3 Expressions régulières

$\boxed{8}$ Par définition, l'étoile de Kleene d'un langage L est

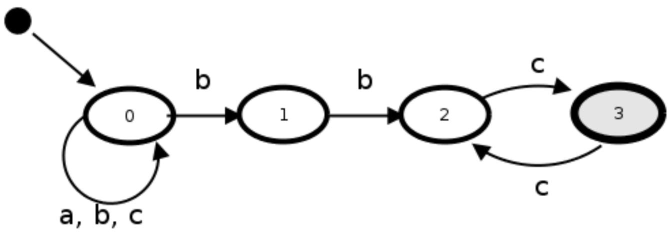
$$L^* = \epsilon + L + L^2 + L^3 + \dots$$

Prouvez que pour tout L :

$$L^* = \epsilon + LL^* \quad (1)$$
$$L^*L^* = L^* \quad (2)$$
$$(L^*)^* = L^* \quad (3)$$

$\boxed{9}$ Est-ce que $(L_1 + L_2)^* = L_1^* + L_2^*$? (justifiez).

$\boxed{10}$ Soit $\mathcal{A}$ l'automate non-déterministe ci-dessous, où l'état 0 est initial, et 3 est final.



1. Quelles équations entre le langage L reconnu par $\mathcal{A}$ et $L_0, L_1, \dots$ (liés aux états).
2. En déduire une expression régulière pour L.