

Biomechanica practicum

WEEK 4

JEROME KEMPER (17086906)

Doel van practica week 4 is een (versimpelde) simulatie maken van een arm. Hierin is de elleboog gefixeerd en is de beweging alleen mogelijk vanuit de schouder (anteflexie/retroflexie). Deze situatie is erg vergelijkbaar met een “simpele” pendelum die heen en weer beweegt.

In de simulatie is een grove meting gemaakt van de lengte van een arm dat het volgende geeft.

```
# length of body parts

lengths = {
    "hand": 20,
    "upperarm": 32,
    "underarm": 30
}
```

Ook is de massa meegenomen van de segmenten waardoor een zwaartepunt vastgesteld kan worden.

```
# total mass of person

bodyweight = 74

# percentage weight of body part

mass_percentages = {
    "hand": 0.6,
    "upperarm": 1.6,
    "underarm": 2.7
}
```

Alles lengtes en massa's worden samengenomen tot een enkele punt. Dit wordt de kogel van de slinger.

```
lengths, masses = body_info

x1, x2, x3 = lengths["hand"], lengths["upperarm"], lengths["underarm"]
m1, m2, m3 = masses["hand"], masses["upperarm"], masses["underarm"]

distance_center_of_gravity = (m1 * x1 + m2 * x2 + m3 * x3) / (m1 + m2 + m3)
```

Begincondities van de Euler integratie:

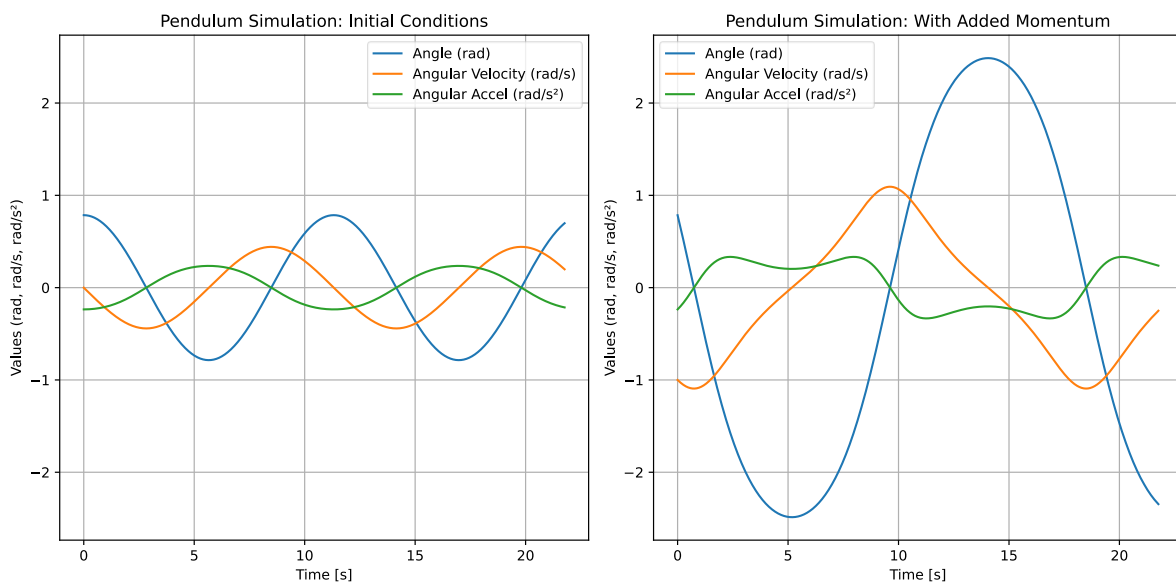
```
time_step = 1E-3 # s  
running_time = 0 # s  
gravity = -9.81 # m/s^2
```

Numerieke simulatie door middel van Euler integratie:

```
while running_time <= time_period * 2:  
    # Update angular acceleration considering gravity  
    angular_acceleration = (gravity / length_pendulum) * math.sin(phi)  
  
    # Update omega and phi using Euler's method  
    omega += angular_acceleration * time_step  
    phi += omega * time_step
```

Deze waarden worden in een list opgeslagen om de punten later weer te geven in een grafiek en een animatie.

De twee grafiek beelden de bewegingen uit van dezelfde arm (over twee perodes). De linker is passief waarin alleen de hoek in bepaald wordt. De rechter begint op dezelfde hoek, maar heeft een initiële meegaande snelheid (-1 rad/s). Die zorgt ervoor dat de amplitude groter wordt.



Grafiek passief:

- Begint op ingestelde hoek - hoek van 45 graden.
- Snelheid is 0 rad/s.
- Versnelling is gelijk aan -9.81 m/s^2 .

Grafiek meegegeven snelheid:

- Begint op dezelfde ingestelde hoek van 45 graden, maar bevat grotere amplitudes door de snelheid.
- Snelheid start met 1 rad/s, maar wordt hoger dankzij de valversnelling.
- Het gedrag van de lijnen van snelheid en versnelling zijn geen pure sinussen, dit is het gevolg van de startwaarde van de snelheid. Bij lagere waarden is dit minder aanwezig. Echter komt die wel overeen met de animatie.

Het fasehoekverschil van de hoek en de snelheid en de versnelling zijn verschoven ten opzichte van elkaar. Dit heeft te maken met het differentiëren van de sinussen - het verschuift 90 graden bij orde.

```
# Run Part 1
```

```
initial_data = euler_integration(center_point_distance)
```

```
# Run Part 2 with additional momentum (initial velocity of -1 rad/s - give additional speed)
```

```
momentum_data = euler_integration(center_point_distance, initial_flick_velocity=-1)
```

De formule om de tijdsperiode uit te rekenen is als volgt:

```
# formula used for simulation
```

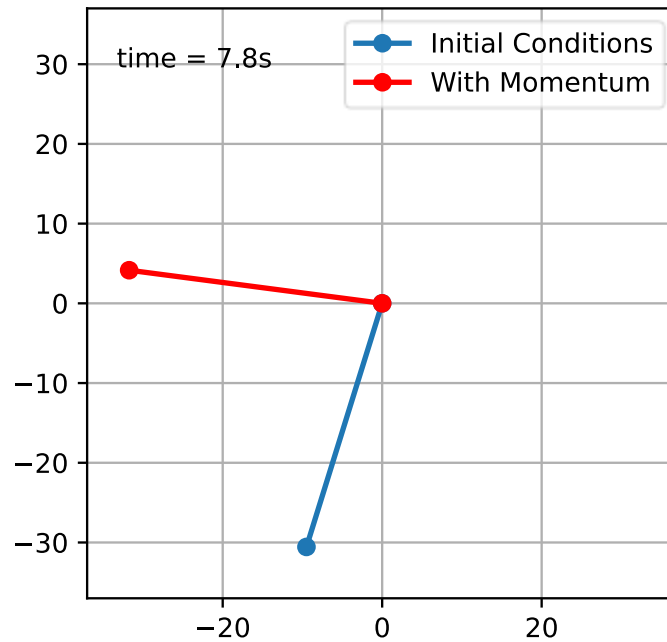
```
time_period = 2 * math.pi * math.sqrt(length_pendulum / abs(gravity))
```

De waarden die eruit komen, komen overeen met de blauwe lijn die de hoek beschrijft in de grafiek:

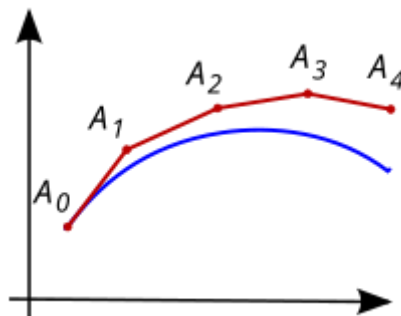
- Zonder snelheid: 10.882
- Met snelheid: 10.882

Dit laat zien dat de periodes van de slinger niet afhankelijk zijn van snelheid, mits je demping niet meeneemt.

In de animatie is te zien dat de blauwe arm, die een vaste hoek heeft, stopt op een kortere hoek dan de rode arm. De rode arm heeft naast de ingestelde hoek ook een initiële snelheid gekregen, waardoor deze veel verder uitwijkt voordat hij terugkeert.



Probleem met de Euler methode is dat het een schatting is van wat daadwerkelijk gebeurt. Dit is afhankelijk van de stapgrootte in dit proces. In de simulatie is een stapgrootte gemaakt van 10^{-2} [S]. Stapgrootte verkleinen heeft impact op de afwijking.



https://en.wikipedia.org/wiki/File:Euler_method.svg

Afbeeldingen en code is terug te vinden op Github:

https://github.com/MichelangeloCodes/BioMechanica_practicum

Analytisch

Disclaimer: De simulatie was eerder gemaakt dande analytische beschrijving van de opstelling. De simulatie was ter plekke gemaakt in het practicum en de opstelling is meer gesimuleerd in de richting van een pendulum. De schetsen geven beter weer wat de werkelijk simulatie is, maar zijn niet gebruikt.

Dit is opgesteld aan de hand van de aantekeningen.

m_1, m_2 : massa boven- en onderarm [kg]

g = valversnelling [m/s^2]

d_1, d_2 = lengte tot massamiddelpunt respectievelijk boven- en onderarm [m]

I_1, I_2 = traagheidsmoment [$\text{kg}\cdot\text{m}^2$]

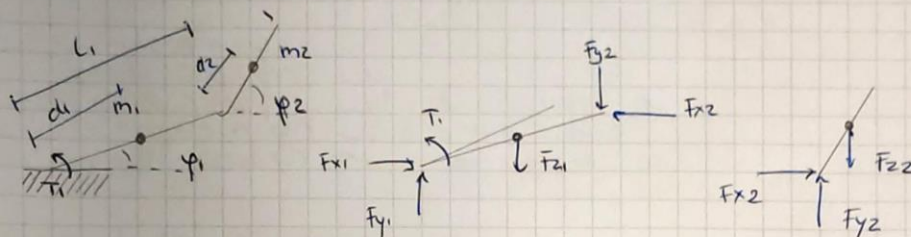
T_1, T_2 = moment [Nm]

Φ_1, ϕ_2 = hoek bovenarm ten opzichte van torso en hoek onderarm tot bovenarm [graden]

$F_{x1}, F_{y1}, F_{x2}, F_{y2}$ = reactiekrachten [N]

De benodigde formules hieruit extraheren zouden waarschijnlijk een beter resultaat geven voor de bedoelde simulatie.

double omgekeerde slinger



$$\sum F_x: \quad \bullet \quad F_{1x} - F_{2x} = m_1 a_{1x} \quad \# \quad F_z = m_2 g$$

$$m_1 a_{1x} - F_{1x} + F_{2x} = 0$$

$$\sum F_y \uparrow \quad F_{1y} - F_{2y} - m_1 g = m_1 a_{1y}$$

$$m_1 a_{1y} - F_{1y} + F_{2y} = -m_1 g$$

$$\sum M \curvearrowright \quad T_1 - T_2 + F_{1x} \cdot d_1 \sin(\varphi_1) - F_{1y} \cdot d_1 \cos(\varphi_1) + F_{2x}(L_1 - d_1) \sin(\varphi_1) - F_{2y}(L_1 - d_1) \cos(\varphi_1) = I_1 \alpha_1$$

$$I_1 \alpha_1 - F_{1x} \cdot d_1 \cdot \sin(\varphi_1) + F_{1y} \cdot d_1 \cdot \cos(\varphi_1) - F_{2x}(L_1 - d_1) \sin(\varphi_1) + F_{2y}(L_1 - d_1) \cos(\varphi_1) = T_2 - T_1$$

$$\sum F_x \quad F_{2x} = m_2 \cdot a_{2x}$$

$$m_2 a_{2x} - F_{2x} = 0$$

$$\sum F_y \uparrow \quad F_{2y} - m_2 g = m_2 a_{2y}$$

$$m_2 a_{2y} - F_{2y} = m_2 g$$

$$\sum m_2 \curvearrowright \quad T_2 + F_{2x} d_2 \sin(\varphi_2) - F_{2y} d_2 \cos(\varphi_2) = I_2 \alpha_2$$

$$I_2 \alpha_2 - F_{2x} d_2 \sin(\varphi_2) + F_{2y} d_2 \cos(\varphi_2) = -T_2$$

$$x_1 = d_1 \cos(\varphi_1)$$

$$v_1 = -d_1 \sin(\varphi_1) \cdot \omega_1$$

$$a_1 = -d_1 \cos(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 - d_1 \sin(\varphi_1) \cdot \alpha_1$$

$$= -d_1 (\cos(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 - \sin(\varphi_1) \cdot \alpha_1)$$

$$a_{1x} + d_1 \sin(\varphi_1) \alpha_1 = -d_1 \cos(\varphi_1) \omega_1^2$$

$$y_1 = d_1 \sin(\varphi_1)$$

$$v_{1y} = d_1 \cos(\varphi_1) \cdot \omega_1$$

$$a_{1y} = -d_1 \sin(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 + d_1 \cos(\varphi_1) \cdot \alpha_1$$

$$= -d_1 (\sin(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 + \cos(\varphi_1) \cdot \alpha_1)$$

$$a_{1y} - d_1 \cos(\varphi_1) \cdot \alpha_1 = -d_1 \sin(\varphi_1) \cdot \omega_1^2$$

$$x_2 = L_1 \cos(\varphi_1) + d_2 \cos(\varphi_2)$$

$$v_{2x} = -L_1 \sin(\varphi_1) \cdot \omega_1 - d_2 \sin(\varphi_2) \cdot \omega_2$$

$$a_{2x} = -L_1 \cos(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 - L_1 \sin(\varphi_1) \cdot \alpha_1 - d_2 \cos(\varphi_2) \cdot \omega_2^2 - d_2 \sin(\varphi_2) \cdot \alpha_2$$

$$a_{2x} + L_1 \sin(\varphi_1) \cdot \alpha_1 + d_2 \cos(\varphi_2) \cdot \alpha_2 = -L_1 \cos(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 - d_2 \cos(\varphi_2) \cdot \omega_2^2$$

$$y_2 = L_1 \sin(\varphi_1) + d_2 \sin(\varphi_2)$$

$$v_{2y} = L_1 \cos(\varphi_1) \cdot \omega_1 + d_2 \cos(\varphi_2) \cdot \omega_2$$

$$a_{2y} = -L_1 \sin(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 + L_1 \cos(\varphi_1) \cdot \alpha_1 - d_2 \sin(\varphi_2) \cdot \omega_2^2 + d_2 \cos(\varphi_2) \cdot \alpha_2$$

$$a_{2y} - L_1 \cos(\varphi_1) \cdot \alpha_1 - d_2 \cos(\varphi_2) \cdot \alpha_2 = -L_1 \sin(\varphi_1) \cdot \omega_1^2 - d_2 \sin(\varphi_2) \cdot \omega_2^2$$

$$A \cdot \vec{p} = \vec{b}, \quad \vec{p} = [\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_{xy}, \alpha_{yz}, \alpha_{zx}, f_{ix}, f_{iy}, f_{iz}, f_{ex}, f_{ey}]$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & I_1 & 0 & 0 & 0 & -d \sin \varphi_1 & d \cos \varphi_1 & -(l_1 - d_1) \sin \varphi_1 & (l_1 - d_1) \cos \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & n_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d \sin(\varphi_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d \sin \varphi_2 & d \cos \varphi_2 \\ 0 & 0 & d \cos(\varphi_1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L_1 \sin(\varphi_1) & 1 & 0 & -d \sin \varphi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_1 \cos(\varphi_1) & 0 & 1 & d \cos \varphi_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -m_1 \cdot g \\ T_1 - T_2 \\ 0 \\ -m_2 \cdot g \\ T_2 \\ d_1 \cos \varphi_1 \cdot \varphi_1^2 \\ d_1 \sin \varphi_1 \cdot \varphi_2^2 \\ L_1 \cos \varphi_1 \cdot \varphi_2^2 + d_2 \cos \varphi_1 \cdot \varphi_2^2 \\ L_1 \sin \varphi_1 \cdot \varphi_1^2 + d_2 \sin \varphi_2 \cdot \varphi_2^2 \end{bmatrix}$$