

analysis_results

November 28, 2022

1 Framework

I risultati qui presenti sono stati ottenuti usando il mio piccolo dataset contenente ~ 430 aziende contenute attualmente nell'SP500 dal 1995-02 al 2022-09. Il codice per eseguire la simulazione con i dati CSRP è il medesimo tuttavia essendo quel dataset sostanzialmente più grande e richiedendo molto più tempo ho pensato di eseguire una prima grid search su questo dataset piccolo al fine di selezionare un sottoinsieme dei parametri da testare.

Durante l'implementazione del motore per il backtesting ho identificato 3 fasi indipendenti l'una dall'altra, in ognuna delle quali diversi approcci erano perseguibili. Le tre fasi le ho denominate:

- data / residuals, in questa fase vengono scelti i dati da utilizzare nelle fasi successive per estrarre gli spreads, etc. gli approcci disponibili sono:
 1. returns, vengono utilizzati i log-returns mensili
 2. residuals, vengono utilizzati i residui uscenti da una linear regression usando i Fama-French 5 factors (tramite cross validation ho verificato che è meglio utilizzare una elastic net con parametro $\alpha \sim 3 \cdot 10^{-3}$ piuttosto che gli OLS)
- spreads, in questa fase vengono presi in input i dati uscenti dalla fase precedente e calcolati gli spreads, gli approcci che ho testato sono:
 1. Identity, in questo caso gli spreads sono esattamente i dati uscenti dalla fase precedente senza nessun processamento (questo approccio non è legato al pairs trading, rappresenta un benchmark)
 2. Corr-k, in questo caso i ritorni (residui) vengono approssimati con i ritorni (residui) delle k stocks più correlate in valore assoluto (i valori di k che ho testato sono 1, 5, 20, 50, essendo quelli che più ho ritrovato in letteratura)
 3. SGS, Smooth Graph Signal, questo algoritmo si basa sull'ipotesi che il segnale sul grafo sia smooth. Utilizzando un'approssimazione al posto del $\log \det^*$ l'algoritmo è estremamente veloce anche per grafi molto grandi [How to learn a graph from smooth signals, Vassilis Kalofolias, 2016]
 4. LGMRF, Laplacian constrained Gaussian Markov Random Field, questo algoritmo, dei miei test, sembra essere più "robusto" del precedente tuttavia è abbastanza lento, in quanto richiede il calcolo dei autovettori e autovalori molteplici volte, richiedendo all'incirca tra i 10s e i 20s per ogni esecuzione [Algorithms for Learning Graphs in Financial Markets, Cardoso et al., 2020]
- trading, in questa fase vengono creati i segnali che definiscono quali operazioni verranno effettuate nel prossimo periodo, per ogni stock viene aperta una operazione long (short) se 1. la media degli spreads degli ultimi w periodi è all'interno del primo (ultimo) quantile q e 2. la deviazione dello spread attuale dalla sua media negli ultimi w periodi è minore (maggiore) di γ volte la sua deviazione standard. In questo caso ho testato varie combinazioni di parametri:

1. $w = 1, 2, 4, 12, 24$
2. $q = 20\%, 50\%, 100\%$, quando $q = 1$ il filtro basato sui quantili viene ignorato
3. $\gamma = 0, 2$, quando $\gamma = 0$ il filtro basato sulla deviazione standard viene ignorato
4. Trading Strategy: long, short.

Ho notato che i ritorni ottenuti comprando le stocks che l'algoritmo diceva di shortare si ottenevano ritorni positivi, sebbene più bassi del benchmark, pertanto da ora in avanti quando ci sarà scritto **trading_strategy='short'** mi riferirò ad i ritorni ottenuti con una posizione long quando l'algoritmo suggeriva una posizione short. Un possibile utilizzo, ipotizzo ben noto in letteratura, è quello di ridurre, in un portfolio, l'esposizione alle azioni che l'algoritmo ritiene siano sopravvalutate.

Il benchmark utilizzato è un equal weight portfolio su tutto il dataset.

Per verificare l'effetto che diversi metodi / hyper-parameter hanno sul risultato finale di seguito fisseremo di volta in volta una o più variabili e calcoleremo la distribuzione degli expected returns e dell'expected sharpe ratios tramite bootstrap. Dal momento che i risultati sono fortemente dipendenti dalla scelta della trading_strategy, per ogni combinazione mostreremo i risultati per trading_strategy='long' e per trading_strategy='short'.

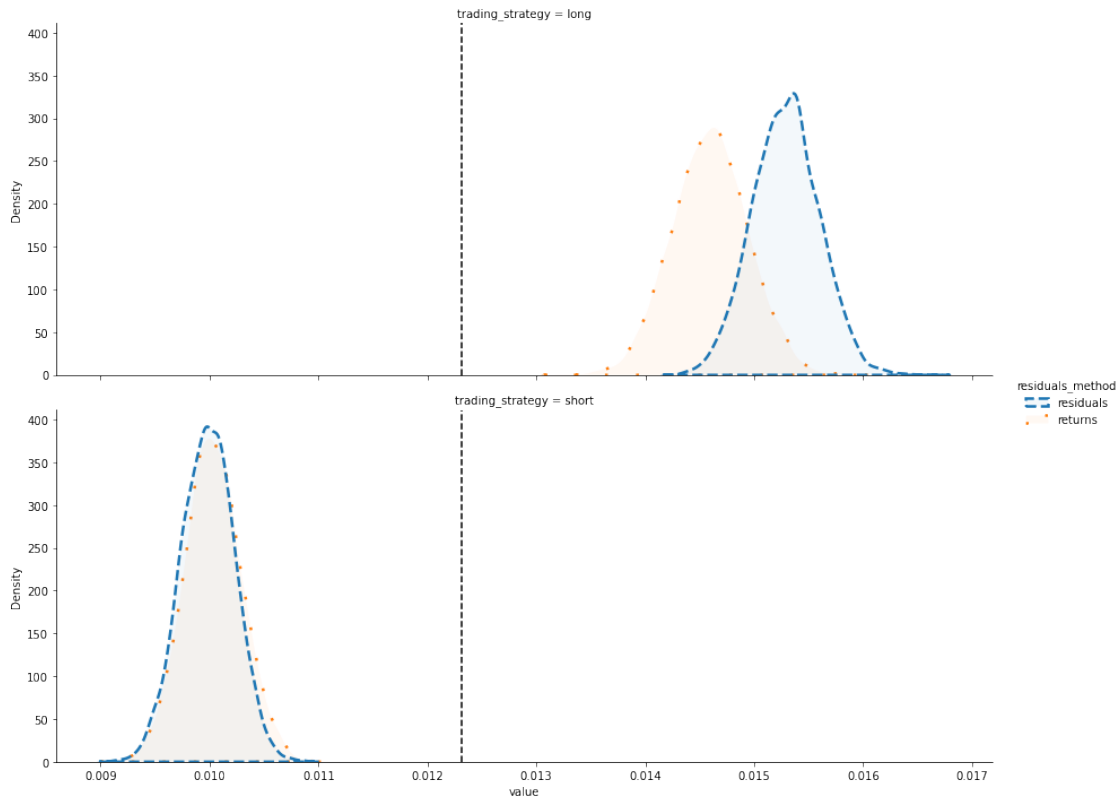
Nel caso di trading_strategy='long' valori alti di ritorni attesi e di Sharpe ratio sono preferibili mentre nel caso di trading_strategy='short' valori bassi sono preferibili.

I grafici sono spesso accoppiati, quello superiore mostra gli expected returns, quello inferiore mostra gli expected Sharpe ratios

2 Data / Residuals

Di seguito mostriamo la differenza nei risultati quando vengono utilizzati i ritorni rispetto a quando vengono utilizzati i residui.

2.0.1 Bootstrap Expected Returns



Long Returns:

	mean	std	min	25%	50%	75%	\
residuals_method							
residuals	0.015290	0.000306	0.014324	0.015081	0.015291	0.015491	
returns	0.014595	0.000346	0.013249	0.014360	0.014599	0.014827	

	max
residuals_method	
residuals	0.016627
returns	0.015931

Short Returns:

	mean	std	min	25%	50%	75%	\
residuals_method							
residuals	0.009984	0.000245	0.009118	0.009815	0.009986	0.010151	
returns	0.010030	0.000261	0.009142	0.009859	0.010024	0.010205	

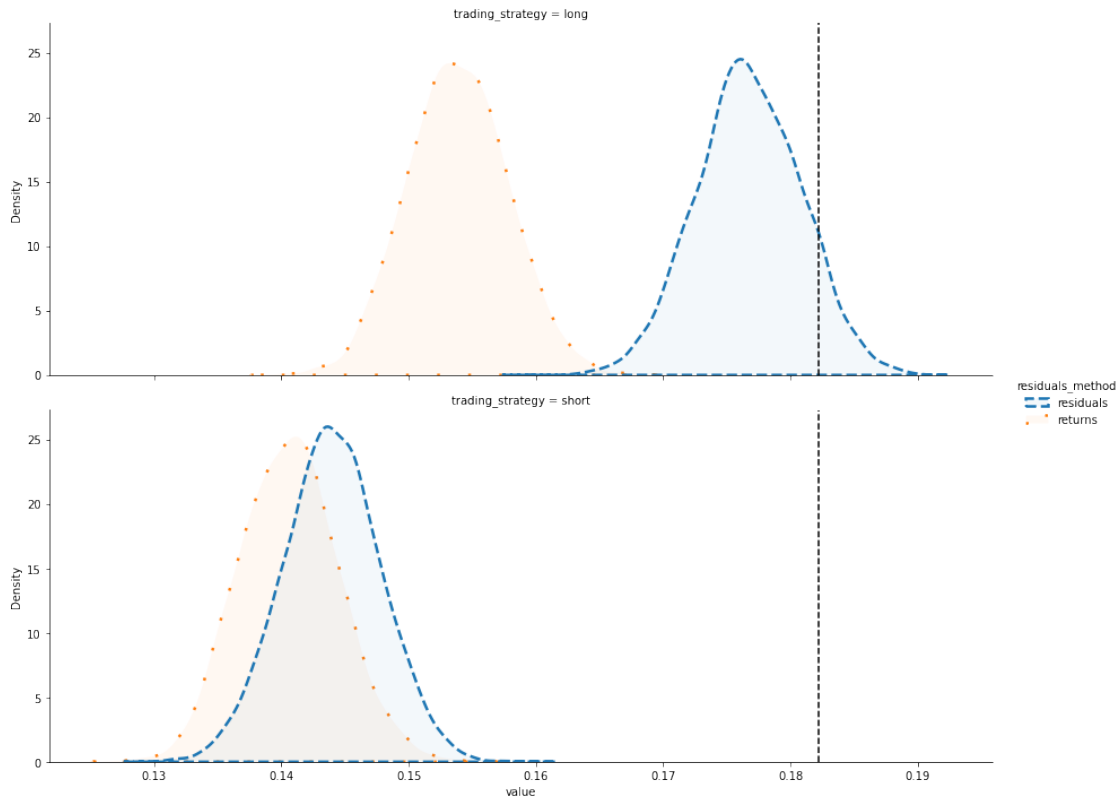
	max
residuals_method	

```

residuals      0.010871
returns        0.010976

```

2.0.2 Bootstrap Sharpe Ratio



Long Sharpe:

	mean	std	min	25%	50%	75%	\
residuals_method							
residuals	0.176729	0.004098	0.159582	0.174054	0.176664	0.179546	
returns	0.153880	0.003956	0.139755	0.151194	0.153836	0.156564	
	max						
residuals_method							
residuals	0.190242						
returns	0.168401						

Short Sharpe:

	mean	std	min	25%	50%	75%	\
residuals_method							
residuals	0.143942	0.003833	0.129703	0.141412	0.143944	0.146462	
returns	0.140622	0.003872	0.127248	0.137874	0.140610	0.143176	

```

                                max
residuals_method
residuals      0.159512
returns        0.155992

```

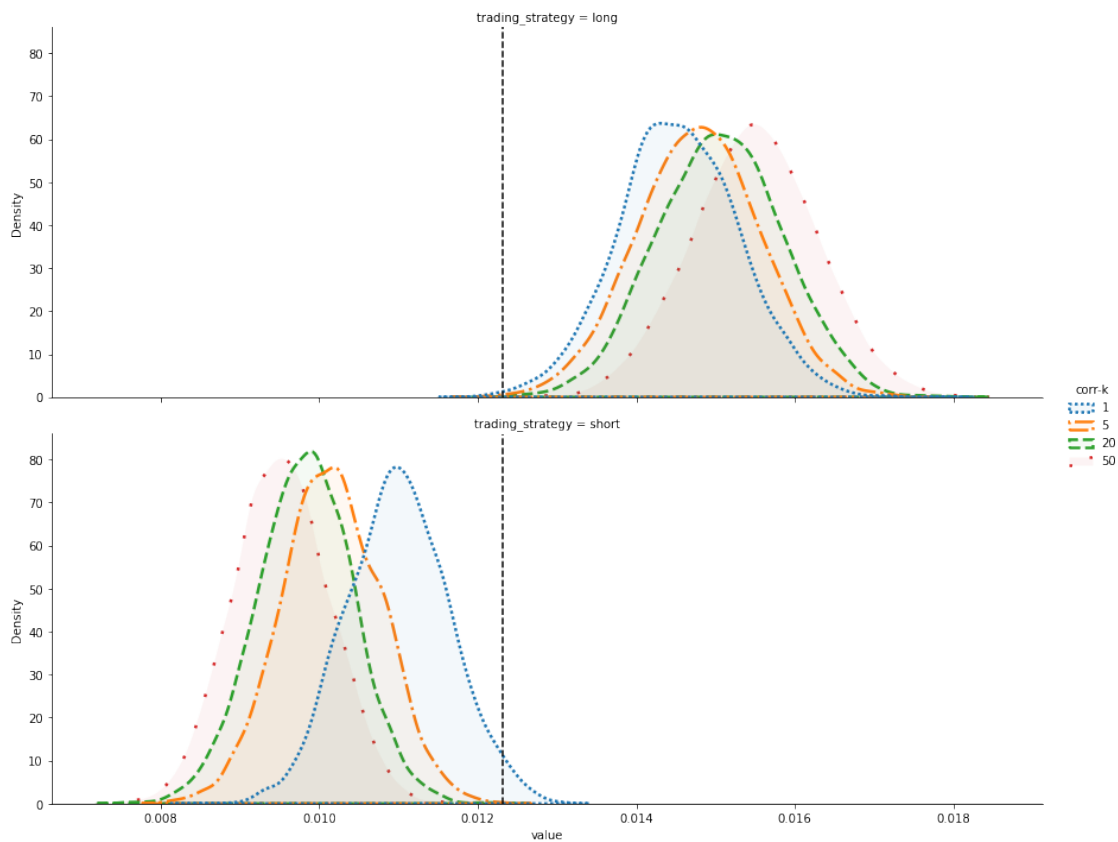
Come è possibile vedere l'utilizzo dei residui, in particolare in caso di strategia long, porta un grande beneficio sia in termini di ritorno medio che di Sharpe ratio.

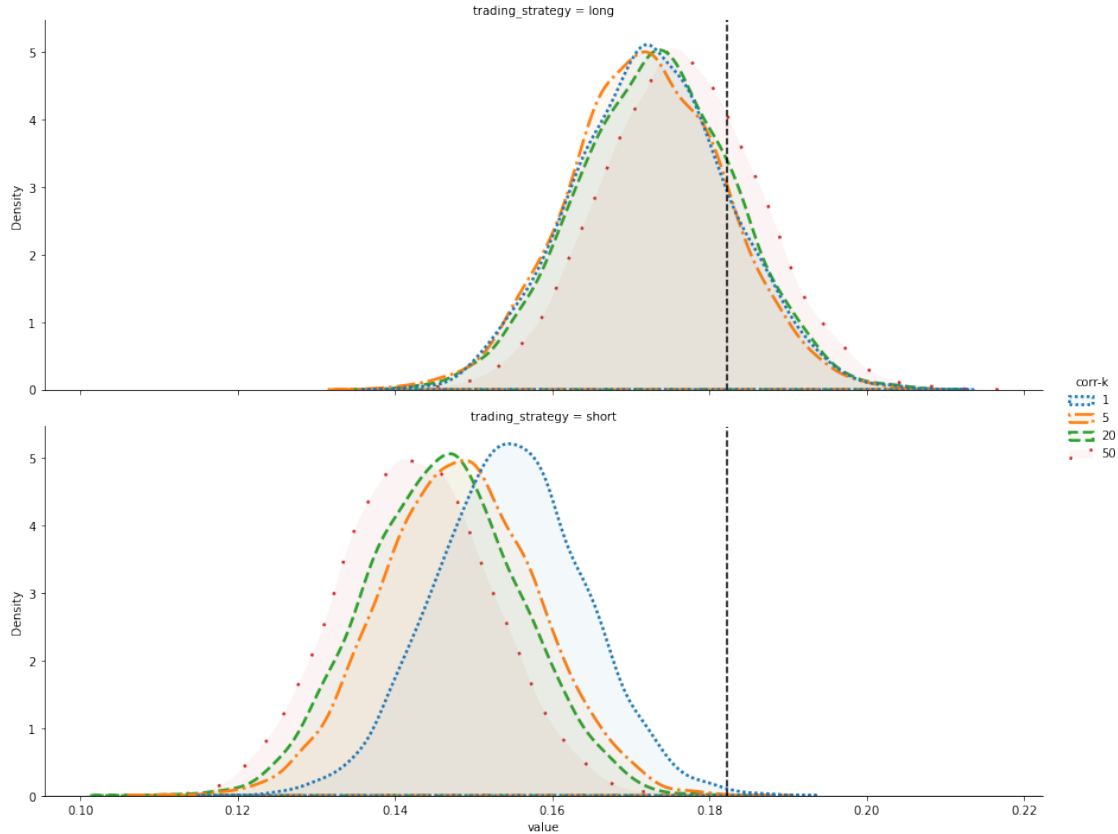
3 Spreads

In questa sezione verifichiamo se vi siano delle differenze nei risultati utilizzando diversi metodi nella fase di creazione degli spreads

3.1 Corr-k

Questo metodo richiede la selezione di un hyper-paramer k che descrive il numero di stocks più correlate da utilizzare.



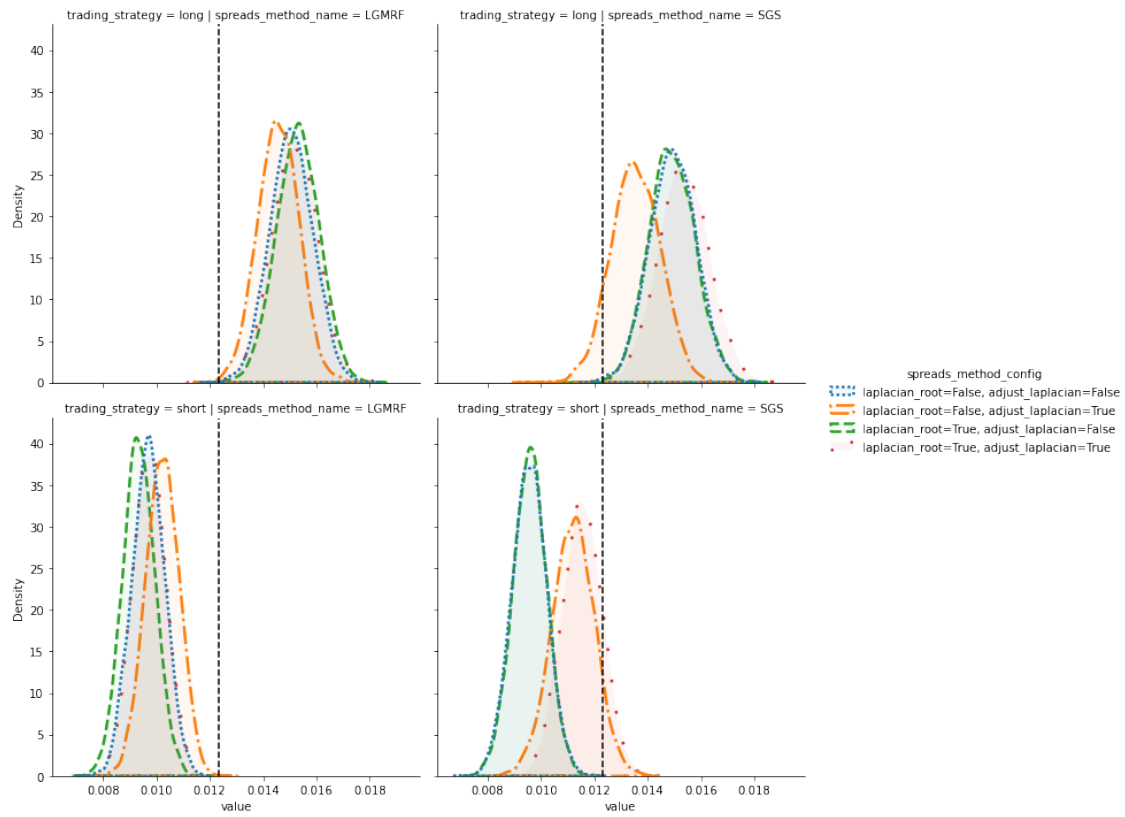


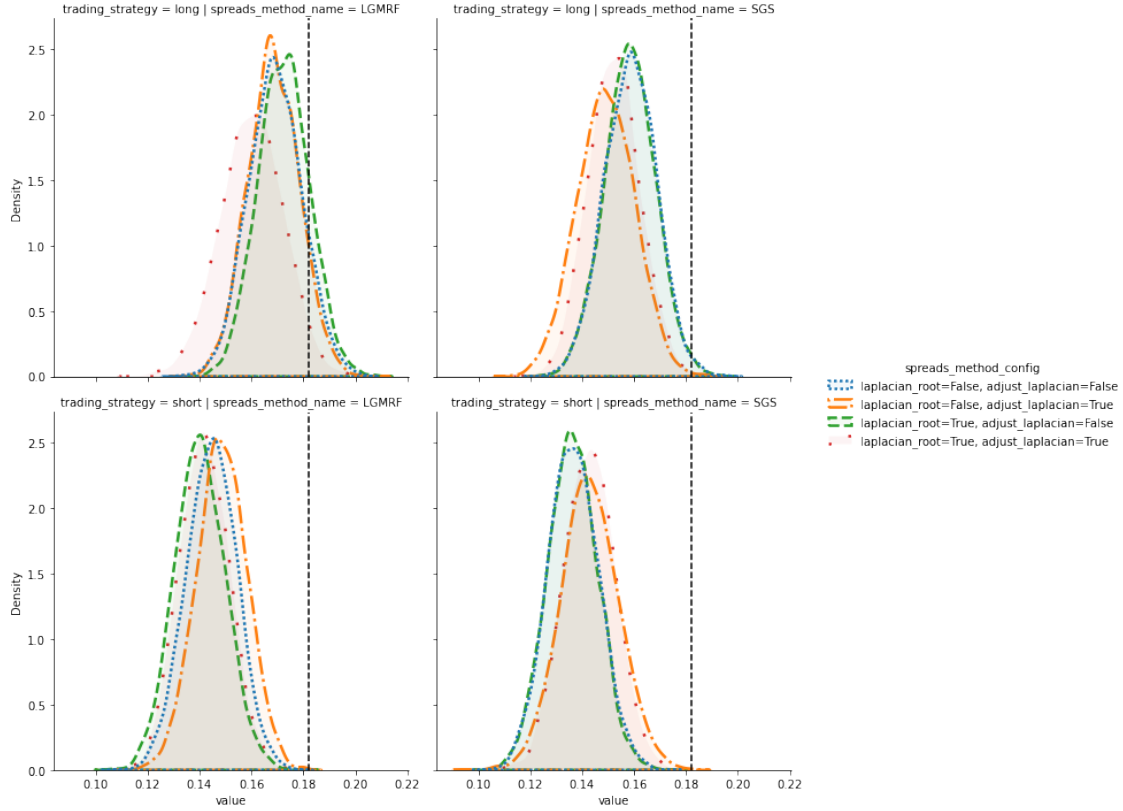
Come è possibile vedere dai grafici l'aumento del numero di stocks sembra portare un beneficio, quantomeno in termini di ritorno atteso. Aumentando il valore di k le distribuzioni tendono a spostarsi verso destra nel caso di strategia long e verso sinistra nel caso di strategia short. Questi movimenti non sono apprezzabili per quanto riguarda lo Sharpe ratio nel caso di strategia long.

3.1.1 Graph Estimation Hyper-parameters (SGS, LGMRF)

Per questi due approcci basati sulla creazione di una laplaciana ho testato 4 possibili settaggi dipendenti dal valore di 2 variabili booleane:

- `laplacian_root`: se `True` veniva utilizzata la radice della laplaciana per calcolare i residui, in caso negativo veniva utilizzata direttamente la laplaciana;
- `adjust_laplacian`: guardando gli spreads ho notato una fortissima correlazione tra spreads e returns/residuals, per diminuire la correlazione tra questi ho pensato di fittare un OLS usando i returns/residuals approssimati dal grafo come variabile indipendente e i returns/residuals originali come variabile dipendente. Tutto ciò in ultima istanza comporta una variazione della diagonale della laplaciana. Se `adjust_laplacian=True` la diagonale della laplaciana viene alterata come descritto altrimenti rimane invariata.





In generale non vi è molta differenza tra i vari approcci tuttavia le configurazioni in cui `adjust_laplacian=True` sembrano performare peggio di quelle in cui è `False`.

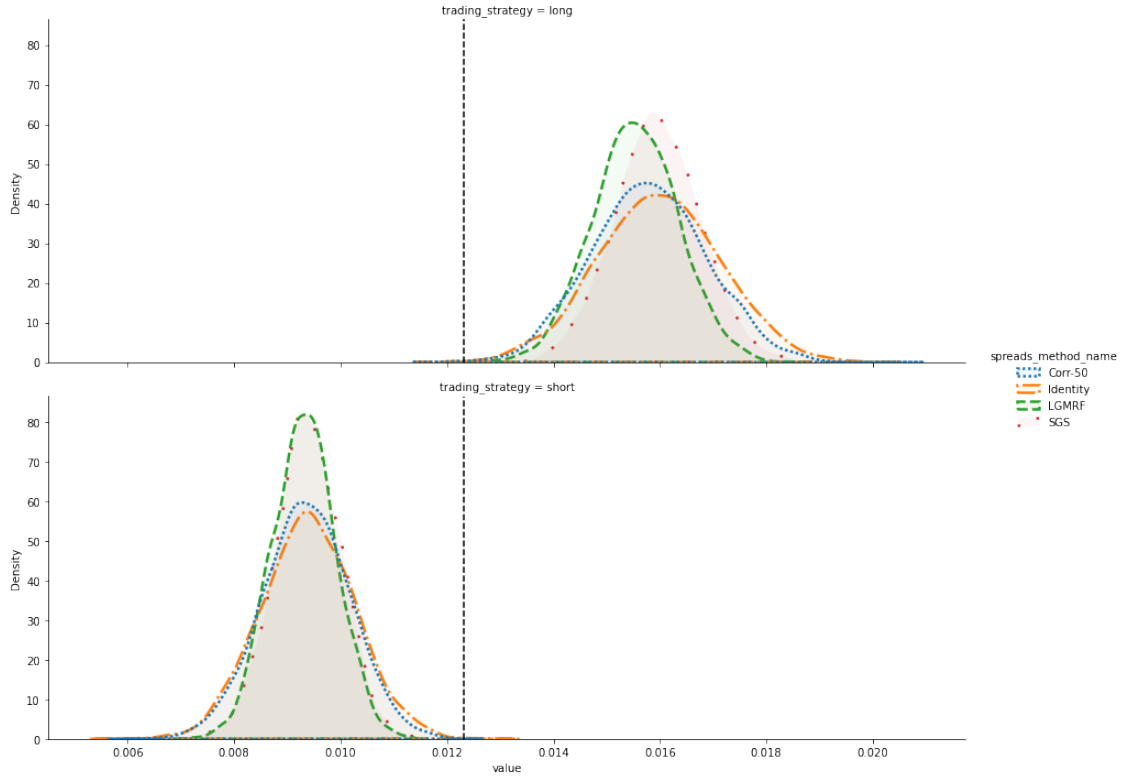
La radice quadrata non sembra avere un grande effetto in termini di performance tuttavia in alcuni casi sembra aiutare leggermente, in particolare quando viene utilizzato LGMRF per l'inferenza del grafo ed una strategia short.

3.2 Spreads Methods

Qui confrontiamo i vari metodi tra di loro.

Come configurazione per il metodo basato sulle correlazioni ho selezionato *Corr-50*. Per quanto riguarda i metodi basati sui grafi ho selezionato quelli in cui `adjust_laplacian=False`.

Per quanto riguarda i dati utilizzati qui ho scelto di selezionare solo i risultati basati sui residui e non sui ritorni.



Long Returns:

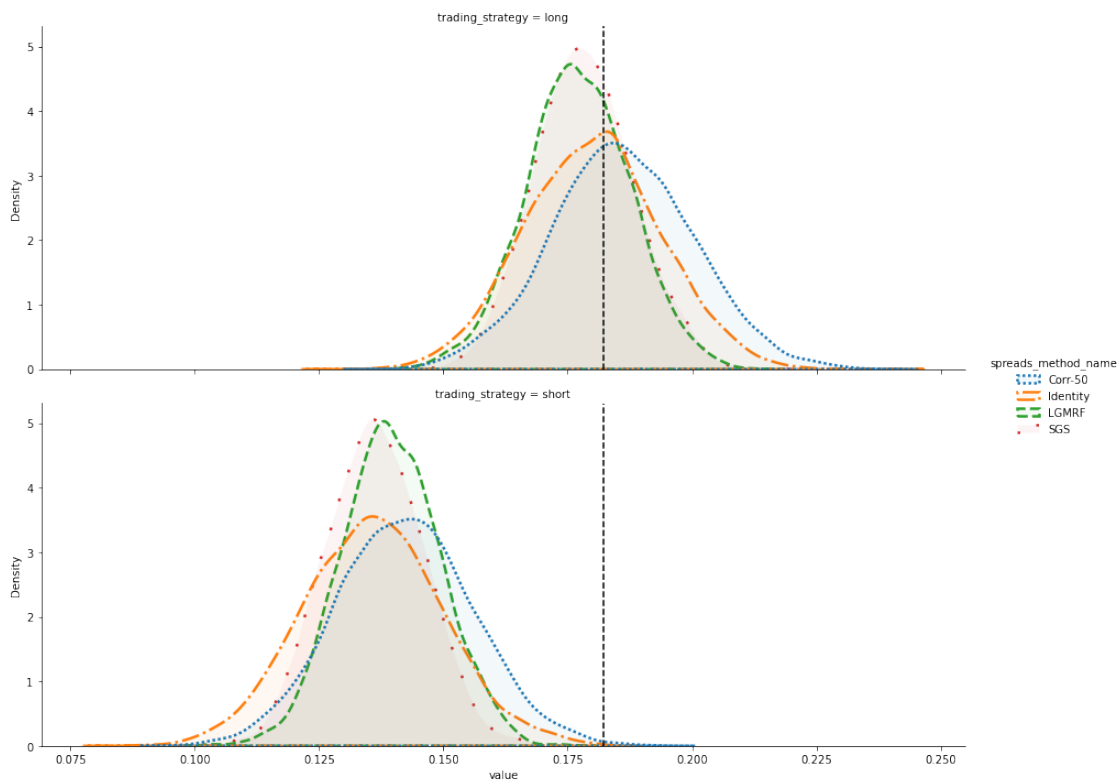
	mean	std	min	25%	50%	\
spreads_method_name						
Corr-50	0.015793	0.001085	0.011952	0.015059	0.015781	
Identity	0.015983	0.001157	0.012034	0.015201	0.015976	
LGMRF	0.015536	0.000812	0.012513	0.015002	0.015540	
SGS	0.015955	0.000808	0.012930	0.015412	0.015944	
	75%	max				
spreads_method_name						
Corr-50	0.016517	0.020371				
Identity	0.016763	0.019910				
LGMRF	0.016088	0.018408				
SGS	0.016493	0.019215				

Short Returns:

	mean	std	min	25%	50% \
spreads_method_name					
Corr-50	0.009352	0.000828	0.006062	0.008810	0.009357
Identity	0.009382	0.000890	0.005771	0.008796	0.009381
LGMRF	0.009305	0.000604	0.007175	0.008903	0.009312

SGS	0.009379	0.000616	0.007110	0.008982	0.009377
-----	----------	----------	----------	----------	----------

	75%	max
spreads_method_name		
Corr-50	0.009904	0.012240
Identity	0.009981	0.012879
LGMRF	0.009706	0.011307
SGS	0.009797	0.011572



Long Sharpe:

	mean	std	min	25%	50% \
spreads_method_name					
Corr-50	0.185968	0.014237	0.137567	0.176406	0.185698
Identity	0.180005	0.013639	0.128915	0.170605	0.180195
LGMRF	0.177093	0.010480	0.141174	0.170175	0.176865
SGS	0.178228	0.009874	0.140150	0.171443	0.178029

	75%	max
spreads_method_name		
Corr-50	0.195310	0.237485
Identity	0.188970	0.239123
LGMRF	0.184097	0.212609

SGS 0.184833 0.217374

Short Sharpe:

	mean	std	min	25%	50% \
spreads_method_name					
Corr-50	0.142237	0.013804	0.096529	0.132774	0.142278
Identity	0.135866	0.014023	0.085200	0.126212	0.135843
LGMRF	0.139455	0.009929	0.103091	0.132823	0.139251
SGS	0.136185	0.009804	0.101980	0.129464	0.136134
	75%	max			
spreads_method_name					
Corr-50	0.151345	0.193089			
Identity	0.145048	0.181866			
LGMRF	0.146077	0.175250			
SGS	0.142811	0.171325			

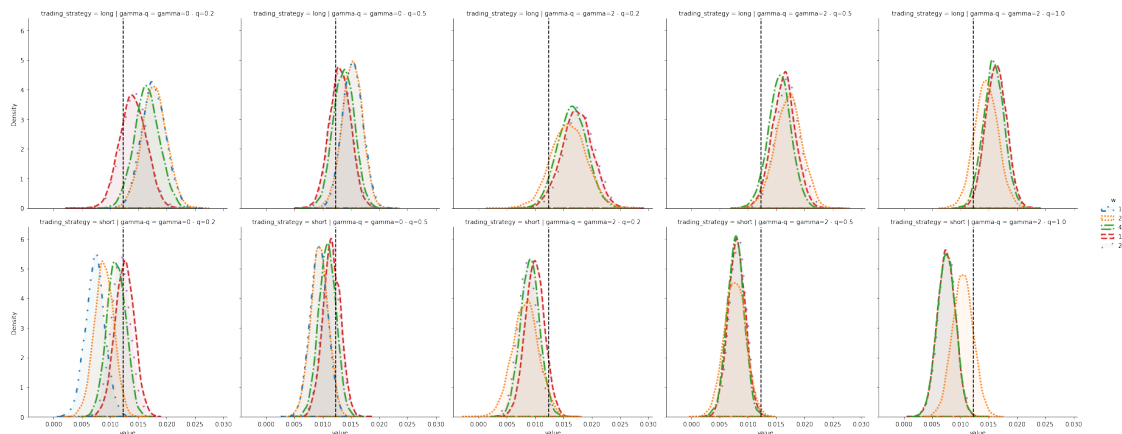
Come si può vedere i risultati sono tutti bene o male sovrapponibili, anche Identity che non sfrutta un approccio basato sul pairs trading ma uno basato sul classico mean-reversion.

Per quanto riguarda gli expected returns le distribuzioni sono tutte centrate all'incirca nello stesso punto tuttavia gli approcci basati sui grafi mostrano un'incertezza/deviazione standard considerevolmente minore.

Per quanto riguarda gli Sharpe ratio si può notare come, nel caso long, i maggiori ritorni non siano caratterizzati da una minore volatilità per cui nella maggior parte dei casi, ad eccezione di Corr-50, gli Sharpe ratio ottenuti sono peggiori del benchmark.

4 Trading

Qui verifichiamo quali combinazioni di w, q, γ generi i miglio risultati.



Long Returns:

			mean	std	min	25%	50% \
w	gamma-q						
1	gamma=0 - q=0.2		0.017697	0.002116	0.010585	0.016262	0.017648
	gamma=0 - q=0.5		0.015283	0.001786	0.009353	0.014055	0.015285
2	gamma=0 - q=0.2		0.017829	0.002165	0.010783	0.016370	0.017808
	gamma=0 - q=0.5		0.015230	0.001786	0.008894	0.014041	0.015268
	gamma=2 - q=0.2		0.015898	0.003083	0.002969	0.013822	0.015894
	gamma=2 - q=0.5		0.017189	0.002357	0.008589	0.015603	0.017228
	gamma=2 - q=1.0		0.014557	0.002087	0.007332	0.013159	0.014552
4	gamma=0 - q=0.2		0.016519	0.002221	0.008819	0.015050	0.016464
	gamma=0 - q=0.5		0.013746	0.001852	0.006624	0.012477	0.013776
	gamma=2 - q=0.2		0.016529	0.002600	0.006701	0.014770	0.016540
	gamma=2 - q=0.5		0.015628	0.002035	0.008086	0.014290	0.015656
	gamma=2 - q=1.0		0.015851	0.001830	0.009452	0.014630	0.015852
12	gamma=0 - q=0.2		0.014091	0.002333	0.003418	0.012517	0.014056
	gamma=0 - q=0.5		0.013076	0.001870	0.006056	0.011812	0.013067
	gamma=2 - q=0.2		0.017373	0.002716	0.007584	0.015592	0.017369
	gamma=2 - q=0.5		0.016338	0.002061	0.008540	0.014976	0.016383
	gamma=2 - q=1.0		0.016294	0.001830	0.009856	0.015048	0.016303
24	gamma=0 - q=0.2		0.014324	0.002316	0.005598	0.012772	0.014325
	gamma=0 - q=0.5		0.013220	0.001884	0.006000	0.011956	0.013196
	gamma=2 - q=0.2		0.017839	0.002622	0.008667	0.016077	0.017838
	gamma=2 - q=0.5		0.016980	0.002065	0.009397	0.015611	0.017000
	gamma=2 - q=1.0		0.016268	0.001801	0.009424	0.015087	0.016267

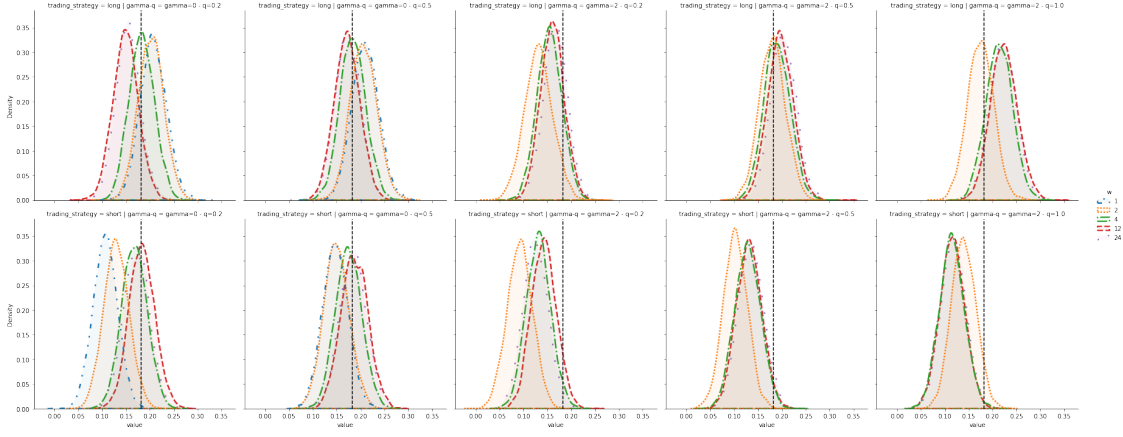
			75%	max
w	gamma-q			
1	gamma=0 - q=0.2		0.019150	0.025382
	gamma=0 - q=0.5		0.016508	0.022431
2	gamma=0 - q=0.2		0.019256	0.026253
	gamma=0 - q=0.5		0.016464	0.022559
	gamma=2 - q=0.2		0.017985	0.026574
	gamma=2 - q=0.5		0.018780	0.026661
	gamma=2 - q=1.0		0.015960	0.022431
4	gamma=0 - q=0.2		0.017997	0.023819
	gamma=0 - q=0.5		0.015034	0.020261
	gamma=2 - q=0.2		0.018305	0.025385
	gamma=2 - q=0.5		0.016952	0.023451
	gamma=2 - q=1.0		0.017114	0.023118
12	gamma=0 - q=0.2		0.015697	0.022789
	gamma=0 - q=0.5		0.014348	0.019981
	gamma=2 - q=0.2		0.019164	0.027639
	gamma=2 - q=0.5		0.017666	0.025800
	gamma=2 - q=1.0		0.017546	0.022644
24	gamma=0 - q=0.2		0.015860	0.023031
	gamma=0 - q=0.5		0.014531	0.019763
	gamma=2 - q=0.2		0.019601	0.026943
	gamma=2 - q=0.5		0.018348	0.024276

gamma=2 - q=1.0 0.017470 0.023453

Short Returns:

		mean	std	min	25%	50% \
w	gamma-q					
1	gamma=0 - q=0.2	0.007380	0.001718	0.001491	0.006278	0.007403
	gamma=0 - q=0.5	0.009365	0.001546	0.003403	0.008322	0.009362
2	gamma=0 - q=0.2	0.008957	0.001712	0.002570	0.007825	0.008943
	gamma=0 - q=0.5	0.009438	0.001568	0.004157	0.008413	0.009438
	gamma=2 - q=0.2	0.008277	0.002324	-0.001612	0.006737	0.008303
	gamma=2 - q=0.5	0.007740	0.001884	0.000654	0.006456	0.007743
	gamma=2 - q=1.0	0.010423	0.001838	0.004492	0.009189	0.010413
4	gamma=0 - q=0.2	0.011123	0.001644	0.005659	0.009993	0.011104
	gamma=0 - q=0.5	0.010843	0.001526	0.004997	0.009813	0.010848
	gamma=2 - q=0.2	0.009092	0.001696	0.002835	0.007949	0.009090
	gamma=2 - q=0.5	0.007830	0.001500	0.002477	0.006826	0.007847
	gamma=2 - q=1.0	0.007520	0.001607	0.001878	0.006442	0.007523
12	gamma=0 - q=0.2	0.012587	0.001702	0.006478	0.011437	0.012605
	gamma=0 - q=0.5	0.011614	0.001536	0.005677	0.010580	0.011594
	gamma=2 - q=0.2	0.009951	0.001705	0.003580	0.008792	0.009949
	gamma=2 - q=0.5	0.008035	0.001519	0.002359	0.007006	0.008022
	gamma=2 - q=1.0	0.007503	0.001592	0.001405	0.006426	0.007497
24	gamma=0 - q=0.2	0.011856	0.001682	0.005389	0.010753	0.011862
	gamma=0 - q=0.5	0.011459	0.001523	0.005646	0.010445	0.011488
	gamma=2 - q=0.2	0.008637	0.001709	0.000649	0.007505	0.008653
	gamma=2 - q=0.5	0.008255	0.001502	0.002868	0.007237	0.008289
	gamma=2 - q=1.0	0.007641	0.001587	0.001358	0.006589	0.007666
		75%	max			
w	gamma-q					
1	gamma=0 - q=0.2	0.008482	0.013835			
	gamma=0 - q=0.5	0.010401	0.014842			
2	gamma=0 - q=0.2	0.010131	0.015776			
	gamma=0 - q=0.5	0.010492	0.015681			
	gamma=2 - q=0.2	0.009806	0.016890			
	gamma=2 - q=0.5	0.009025	0.013944			
	gamma=2 - q=1.0	0.011635	0.016512			
4	gamma=0 - q=0.2	0.012263	0.016449			
	gamma=0 - q=0.5	0.011899	0.016165			
	gamma=2 - q=0.2	0.010210	0.015752			
	gamma=2 - q=0.5	0.008820	0.013271			
	gamma=2 - q=1.0	0.008604	0.014192			
12	gamma=0 - q=0.2	0.013745	0.018010			
	gamma=0 - q=0.5	0.012711	0.018079			
	gamma=2 - q=0.2	0.011085	0.016865			
	gamma=2 - q=0.5	0.009074	0.013361			
	gamma=2 - q=1.0	0.008597	0.014198			
24	gamma=0 - q=0.2	0.012973	0.017769			

gamma=0 - q=0.5	0.012492	0.016960
gamma=2 - q=0.2	0.009792	0.015060
gamma=2 - q=0.5	0.009278	0.013354
gamma=2 - q=1.0	0.008699	0.014297



		mean	std	min	25%	50% \
w	gamma-q					
1	gamma=0 - q=0.2	0.207378	0.027574	0.111092	0.189047	0.206567
	gamma=0 - q=0.5	0.210266	0.027829	0.085833	0.191329	0.210095
2	gamma=0 - q=0.2	0.202526	0.026500	0.092393	0.184662	0.202699
	gamma=0 - q=0.5	0.206567	0.027875	0.107518	0.187468	0.205740
	gamma=2 - q=0.2	0.131784	0.029548	0.025598	0.111885	0.131463
	gamma=2 - q=0.5	0.180251	0.027163	0.085273	0.161531	0.180389
	gamma=2 - q=1.0	0.175251	0.027269	0.078551	0.156472	0.175119
4	gamma=0 - q=0.2	0.183091	0.026182	0.099686	0.165120	0.182941
	gamma=0 - q=0.5	0.183955	0.026841	0.086023	0.165609	0.183456
	gamma=2 - q=0.2	0.154599	0.025800	0.054519	0.136916	0.154524
	gamma=2 - q=0.5	0.189949	0.027364	0.102745	0.171342	0.189323
	gamma=2 - q=1.0	0.214199	0.027751	0.119974	0.195256	0.213907
12	gamma=0 - q=0.2	0.149065	0.026414	0.046661	0.131535	0.149094
	gamma=0 - q=0.5	0.172061	0.026712	0.087559	0.153822	0.171800
	gamma=2 - q=0.2	0.160513	0.024874	0.064186	0.143821	0.160334
	gamma=2 - q=0.5	0.196861	0.026844	0.090404	0.178700	0.196570
	gamma=2 - q=1.0	0.223935	0.028261	0.123211	0.204711	0.223498
24	gamma=0 - q=0.2	0.154538	0.025629	0.057996	0.137517	0.154253
	gamma=0 - q=0.5	0.173557	0.026573	0.067125	0.155701	0.173340
	gamma=2 - q=0.2	0.166920	0.025387	0.080732	0.150280	0.167028
	gamma=2 - q=0.5	0.203323	0.026647	0.114211	0.184940	0.202750
	gamma=2 - q=1.0	0.221222	0.027860	0.109405	0.201987	0.220818

		75%	max
w	gamma-q		
1	gamma=0 - q=0.2	0.226064	0.316595

	gamma=0	- q=0.5	0.228747	0.304617
2	gamma=0	- q=0.2	0.220299	0.303695
	gamma=0	- q=0.5	0.225143	0.308437
	gamma=2	- q=0.2	0.150844	0.270286
	gamma=2	- q=0.5	0.198068	0.274700
	gamma=2	- q=1.0	0.193858	0.273094
4	gamma=0	- q=0.2	0.200938	0.276306
	gamma=0	- q=0.5	0.201815	0.280206
	gamma=2	- q=0.2	0.171902	0.242659
	gamma=2	- q=0.5	0.208809	0.306228
	gamma=2	- q=1.0	0.232833	0.317229
12	gamma=0	- q=0.2	0.166239	0.246615
	gamma=0	- q=0.5	0.189960	0.288303
	gamma=2	- q=0.2	0.176825	0.256722
	gamma=2	- q=0.5	0.215118	0.343710
	gamma=2	- q=1.0	0.242809	0.345213
24	gamma=0	- q=0.2	0.171383	0.252396
	gamma=0	- q=0.5	0.192095	0.266994
	gamma=2	- q=0.2	0.183898	0.258871
	gamma=2	- q=0.5	0.220919	0.311947
	gamma=2	- q=1.0	0.240332	0.326578

			mean	std	min	25%	50% \
w	gamma-q						
1	gamma=0	- q=0.2	0.106610	0.025718	-0.000980	0.089285	0.106737
	gamma=0	- q=0.5	0.147065	0.026635	0.059117	0.129211	0.146806
2	gamma=0	- q=0.2	0.129950	0.026366	0.038894	0.111891	0.129404
	gamma=0	- q=0.5	0.149738	0.026797	0.064197	0.131608	0.149064
	gamma=2	- q=0.2	0.092531	0.026480	-0.009519	0.074354	0.092767
	gamma=2	- q=0.5	0.102582	0.025269	0.022694	0.085349	0.102440
	gamma=2	- q=1.0	0.139830	0.025648	0.052706	0.122082	0.139051
4	gamma=0	- q=0.2	0.167646	0.026538	0.079594	0.149472	0.167719
	gamma=0	- q=0.5	0.175042	0.027215	0.067153	0.156562	0.174736
	gamma=2	- q=0.2	0.131612	0.025973	0.043149	0.114158	0.131509
	gamma=2	- q=0.5	0.128295	0.026867	0.031784	0.109958	0.128004
	gamma=2	- q=1.0	0.115083	0.026351	0.030210	0.097618	0.114605
12	gamma=0	- q=0.2	0.183320	0.027001	0.079870	0.164957	0.183046
	gamma=0	- q=0.5	0.187313	0.027945	0.080589	0.168262	0.186760
	gamma=2	- q=0.2	0.142776	0.026004	0.054730	0.124787	0.142670
	gamma=2	- q=0.5	0.131271	0.026433	0.040213	0.112930	0.131115
	gamma=2	- q=1.0	0.115948	0.025791	0.036877	0.098777	0.115809
24	gamma=0	- q=0.2	0.171867	0.026814	0.073223	0.153540	0.172132
	gamma=0	- q=0.5	0.184403	0.027861	0.092414	0.165501	0.184427
	gamma=2	- q=0.2	0.125460	0.026283	0.036085	0.107909	0.124871
	gamma=2	- q=0.5	0.135410	0.026848	0.046236	0.116931	0.135448
	gamma=2	- q=1.0	0.118493	0.025858	0.029957	0.100922	0.118454

75%	max
-----	-----

w	gamma-q			
1	gamma=0 - q=0.2	0.123855	0.199112	
	gamma=0 - q=0.5	0.165037	0.247837	
2	gamma=0 - q=0.2	0.147617	0.247471	
	gamma=0 - q=0.5	0.167382	0.260391	
	gamma=2 - q=0.2	0.110266	0.180136	
	gamma=2 - q=0.5	0.119552	0.201859	
	gamma=2 - q=1.0	0.157421	0.237281	
4	gamma=0 - q=0.2	0.185778	0.264198	
	gamma=0 - q=0.5	0.193619	0.270994	
	gamma=2 - q=0.2	0.148557	0.225235	
	gamma=2 - q=0.5	0.146517	0.239478	
	gamma=2 - q=1.0	0.132195	0.226532	
12	gamma=0 - q=0.2	0.201348	0.280727	
	gamma=0 - q=0.5	0.206518	0.286172	
	gamma=2 - q=0.2	0.159761	0.254232	
	gamma=2 - q=0.5	0.149125	0.223313	
	gamma=2 - q=1.0	0.133380	0.213577	
24	gamma=0 - q=0.2	0.189894	0.266657	
	gamma=0 - q=0.5	0.202716	0.275136	
	gamma=2 - q=0.2	0.143192	0.222159	
	gamma=2 - q=0.5	0.153660	0.233545	
	gamma=2 - q=1.0	0.136090	0.211492	

Innanzitutto va notato come spesso non vi sia moltissima differenza tra le varie combinazioni.

Per quanto riguarda la strategia long: le combinazioni che massimizzano gli expected returns fanno uso principalmente di finestre corte ($w=1, 2$) e un limitato uso di gamma ($\text{gamma}=0, q=0.2$); d'altro canto le combinazioni che massimizzano gli Sharpe ratios usano finestre più lunghe ($w=12, 24$) e approcci basati su gamma ($\text{gamma}=2, q=1.0$).

Per quanto riguarda la strategia short: le combinazioni migliori sono all'incirca le stesse, finestre corte con approcci basati sui quantili ($w=1, \text{gamma}=0, q=0.2$) oppure finestre lunghe con approcci basati su gamma ($w=12, \text{gamma}=2, q=1.0$).