Ariens Michiel (r0259237) & Teugels Kevin (r0371439)

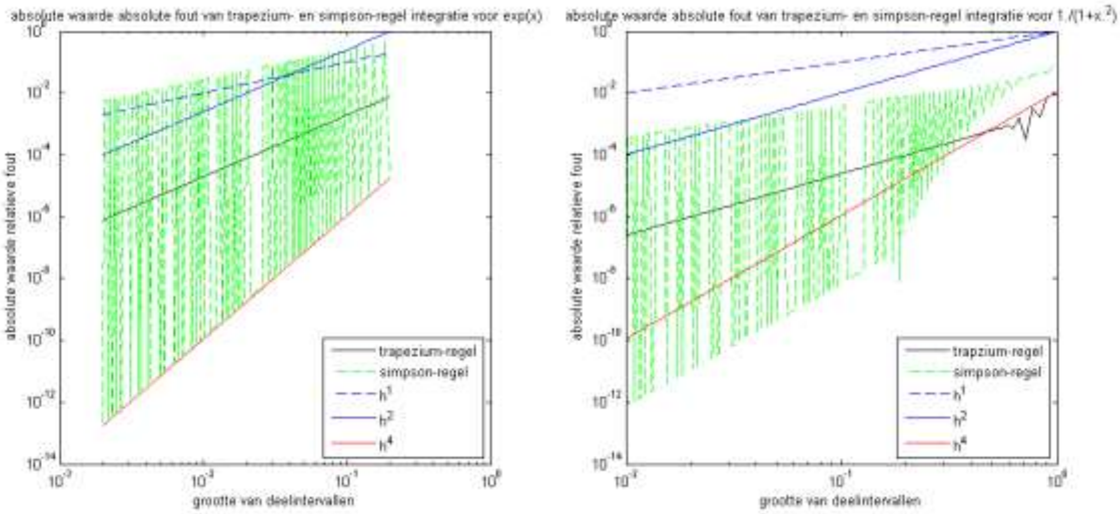
PRACTICUM NUMERIEKE WISKUNDE

Prof. Dr. ir. Marc Van Barel

1-5-2014

1.1

A



Wij hebben zowel voor de x als y assen een logaritmische schaal gekozen. Door deze schaal kan je goed zien wat er met de absolute fout (dat een erg klein getal is) gebeurt wanneer we meer deelintervallen (dit is een groot nummer) gebeurt. De logaritmische schaal is de enige schaal die zorgt dat we erg kleine en erg grote getallen in de plot krijgen. Ook zijn deze functies exponentieel en in een log plot worden ze als rechten voorgesteld.

B

In de onderstaande tabel bevindt zich de waarde van k voor beide algoritmes.

Algoritme	k
Trapezium regels	k=2
Regel van Simpson als we een even aantal deelintervallen gebruiken	k=4
Regel van Simpson als we een oneven aantal deelintervallen gebruiken	k=1

Wanneer we de formule voor de gemiddelde integratiefout van de trapeziumregel bekijken is deze $-(b-a^3)/12\mathrm{n}^2$. We weten ook dat de formule voor h $h=(b-a)/n$ is. Wanneer we deze 2 formules combineren bekomen we de formule $-h^2 * (b-a)/12$ voor de gemiddelde integratiefout. Dit gedraagt zich als $O(h^2)$. Als we uit de formule van de regel van Simpson de integratiefout berekenen zien we dat de formule voor de maximale integratiefout $-((b-a)^5)/n^4$is. We weten ook de formule voor h $h=(b-a)/n$is. Als de deze 2 formules combineren bekomen we de formule $-h^4 * (b-a)$voor de maximale integratiefout. Dit gedraagt zich als $O(h^4)$.

1.2

A

Beide adaptieve routines werken met de gegeven functies

B

Wanneer we de functie bekijken zien we dat deze functie 5 nulpunten heeft. Deze liggen allemaal op dezelfde afstand van hun buren. Doordat de nulpunten samenvallen met de punten die we gebruiken voor te integreren geven beide algoritmes nul terug. Dit komt omdat in alle punten die we gebruiken tijdens de eerste iteratie de functiewaarde 0 is. Hierdoor zijn zowel I_1 als I_2 nul. Dit is natuurlijk kleiner dan e waardoor het algoritme stopt met uitkomst nul.

Quad gaat dit probleem vermijden door de deelintervallen niet even groot te nemen. De quad methode zal deelintervallen van verschillende grootte nemen. Hierdoor zullen niet alle punten die geëvalueerd worden samenvallen met de nulpunten. Hierdoor is het probleem opgelost.

C

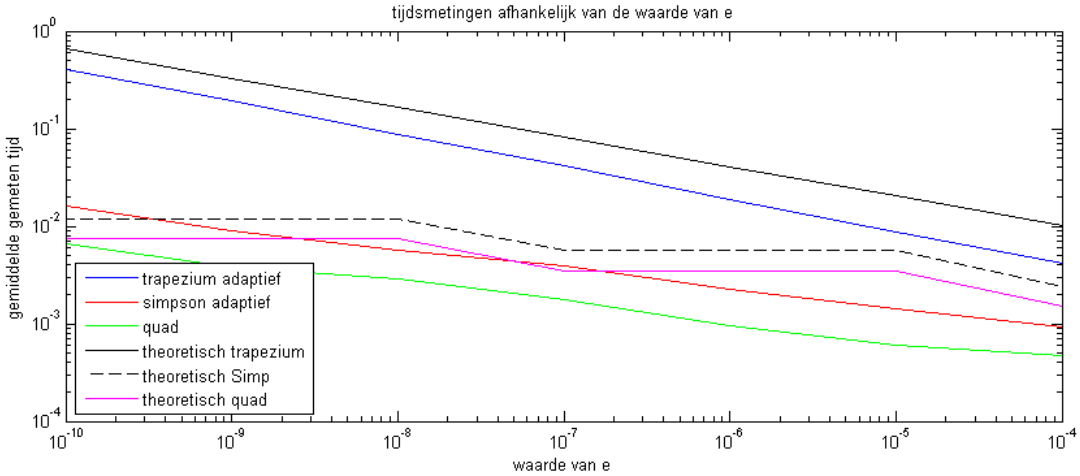
Deze functie heeft voor de ondergrens van de integraal de waarde oneindig. Doordat beide algoritmes de functiewaarde in dit punt nodig hebben om hun berekeningen te doen zullen deze algoritmes niet werken.

De quad methode gaat dit oplossen door eerst te kijken of dat een van de eindpunten oneindig is. Wanneer dit het geval is bij de ondergrens wordt deze opgeschoven naar het dichtstbijzijnde grotere getal dat met dubbele precisie kan beschreven worden.
Wanneer dit het geval is bij de bovengrens wordt deze opgeschoven naar het dichtstbijzijnde kleinere getal dat met dubbele precisie kan beschreven worden.

E

We weten dat de fout na i recursie-stappen ongeveer gelijk is aan e. Als we dit combineren met het gedrag van de fout: $C_1 h^k$ dan weten we dat de hoogte h van de deelintervallen gelijk is aan $\sqrt[k]{C_1 e}$. Hieruit leiden we af door gebruik te maken van de hoogte van het interval bij het aanvangen van het algoritme, h_b, dat $\frac{h_b}{\sqrt[k]{C_1 e}} = 2^i$. Wanneer we dit vermenigvuldigen met de tijd nodig om een deelinterval uit te rekenen bekomen we de theoretische uitvoertijd.

F

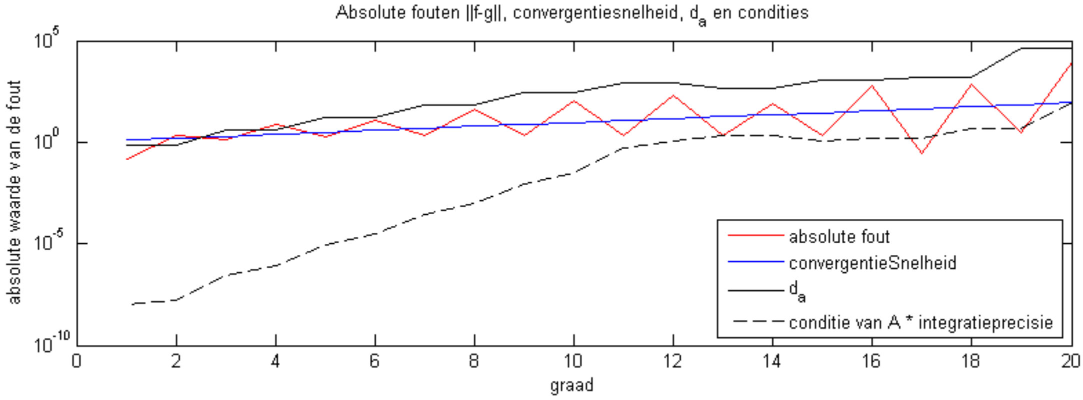


ARIENS MICHIEL
TEUGELS KEVIN

2.2

D-E

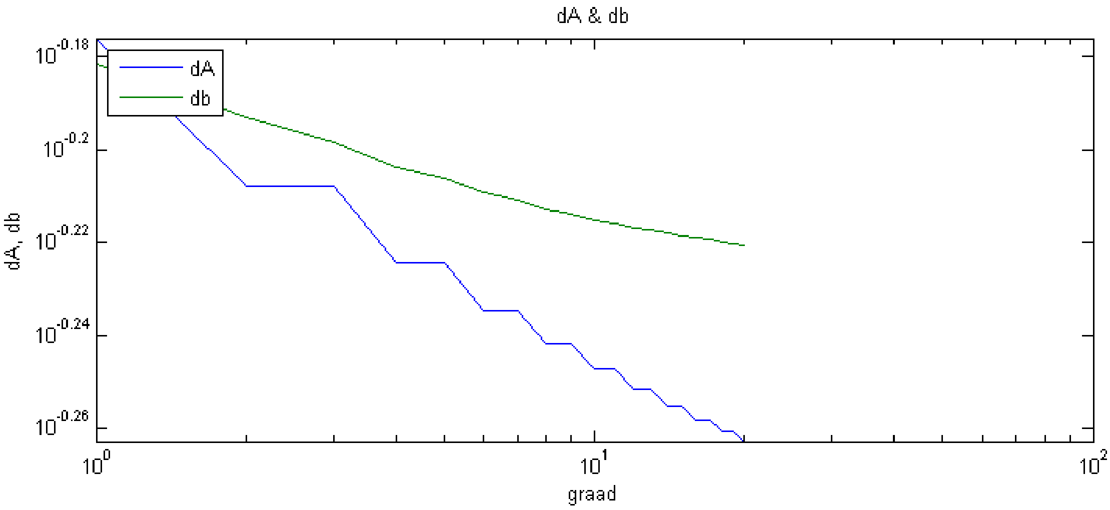
Tot n = 4 stijgt de fout snel wegens de benadering fouten. De benadering is in zeer ruw. De benaderingsfouten zouden moeten beginnen afvlakken maar al heel snel nemen de afrondingsfouten het over. De slechte conditie van de A matrix zorgt hiervoor. De y-as is logaritmisch gekozen om de explosieve groei in de buurt van 20 in kaart te brengen. Hoewel de fout sterk schommelt is een stijgende trend zichtbaar. Dit betekent dat deze fout exponentieel groeit voor de graad gaande naar 20.



F

We schatten de convergentiesnelheid op 0.8^(-n). We vinden het vreemd dat deze een divergerende functie is maar de vermoeden dat de effecten van de slecht geconditioneerde matrix A bij het zoeken naar een oplossing a elke vorm van convergentie overtreft.

H



I

We zien dat na graad tien “de conditie van A maal de integratieprecisie” in de grote orde van 1 komt en daar blijft. δa stijgt zeer snel zodat het verschil tussen de optimale waarden a^* in $A^* a^* = b^*$ en de feitelijke waarden a snel groeit. Uiteraard volgen de absolute fouten mee.

Tijdsbesteding

Deel	Tijd besteedt in uur
1	16u
2	15u
Verslag	2u