

teleportation with other bases

Alice en Bob zijn dikke vrienden. Zij besluiten een qubit te verstrengelen. Kan van pas komen.

Ze beginnen ieder met een qubit. De begintiestand is belangrijk. Het is gebruikelijk om de toestand $|0\rangle$ als uitgangstoestand te kiezen. Dat doen ze in het voorbeeld.

In het protocol zijn drie qubit registers. Bob (B), Alice (A) en het psychic-bit $|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. We geven ze altijd in deze volgorde weer $|\Psi\rangle|A\rangle|B\rangle$

Ze beginnen met een paar te verstrengelen:

Dat kan op vier manieren

met $|00\rangle$ als basis

(kleuren ooit nog eens doen)

Eerst een verstrengeld paar maken: **CNOT**(H A, B)

$$HA = H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$|HAB\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)|0\rangle$$

Nu de CNOT:

$$\text{CNOT}(|HA\rangle, |B\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

Het te teleporteren $|\Psi\rangle$ bit komt erbij:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi\rangle(|00\rangle + |11\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle + |11\rangle))$$

en wordt ge-CNOT (met $|\Psi\rangle$ als control:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|00\rangle + |11\rangle) + \beta|1\rangle(|10\rangle + |01\rangle))$$

H-poort op register 0:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha\frac{(|0\rangle+|1\rangle)}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) + \beta\frac{(|0\rangle-|1\rangle)}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle))$$

$$\frac{1}{2}(\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle + |11\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|10\rangle + |01\rangle))$$

$|\Psi AB\rangle$ (dit is de volgorde van de registers)

$$\frac{1}{2}|00\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + (\mathbf{I})$$

$$\frac{1}{2}|01\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) + (\mathbf{X})$$

$$\frac{1}{2}|10\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + (\mathbf{Z})$$

$$\frac{1}{2}|11\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)(\mathbf{ZX})$$

met $|01\rangle$ als basis

Eerst een verstrengeld paar maken: **CNOT**(**HA**, **B**)

$$\mathbf{H}A = \mathbf{H}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$

$$|\mathbf{H}AB\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)|1\rangle$$

Nu de **CNOT**:

$$\mathbf{CNOT}(|\mathbf{H}A\rangle, |B\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$$

Het te teleporteren $|\Psi\rangle$ bit komt erbij:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi\rangle(|01\rangle + |10\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(|01\rangle + |10\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|01\rangle + |10\rangle) + \beta|1\rangle(|01\rangle + |10\rangle))$$

en wordt ge-CNOT (met $|\Psi\rangle$ als control:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|01\rangle + |10\rangle) + \beta|1\rangle(|11\rangle + |00\rangle))$$

H-poort op register 0:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha \frac{(|0\rangle + |1\rangle)}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) + \beta \frac{(|0\rangle - |1\rangle)}{\sqrt{2}}(|11\rangle + |00\rangle))$$

$$\frac{1}{2}(\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|01\rangle + |10\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|11\rangle + |00\rangle))$$

$|\Psi AB\rangle$ (dit is de volgorde van de registers)

$$\frac{1}{2}|00\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) + (\mathbf{X})$$

$$\frac{1}{2}|01\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + (\mathbf{I})$$

$$\frac{1}{2}|10\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle) + (\mathbf{ZX})$$

$$\frac{1}{2}|11\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle)(\mathbf{Z})$$

met $|10\rangle$ als basis

Eerst een verstrengeld paar maken: **CNOT**(**H**A, B)

$$\mathbf{H}A = \mathbf{H}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

$$|\mathbf{H}AB\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)|0\rangle$$

Nu de CNOT:

$$\mathbf{CNOT}(|\mathbf{H}A\rangle, |B\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$$

Het te teleporteren $|\Psi\rangle$ bit komt erbij:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi\rangle(|00\rangle - |11\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(|00\rangle - |11\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|00\rangle - |11\rangle) + \beta|1\rangle(|00\rangle - |11\rangle))$$

en wordt ge-CNOT (met $|\Psi\rangle$ als control:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|00\rangle - |11\rangle) + \beta|1\rangle(|10\rangle - |01\rangle))$$

H-poort op register 0:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha \frac{(|0\rangle + |1\rangle)}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) + \beta \frac{(|0\rangle - |1\rangle)}{\sqrt{2}}(|10\rangle - |01\rangle))$$

$$\frac{1}{2}(\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|00\rangle - |11\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|10\rangle - |01\rangle))$$

$|\Psi AB\rangle$ (dit is de volgorde van de registers)

$$\frac{1}{2}|00\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) + (\mathbf{Z})$$

$$\frac{1}{2}|01\rangle(-\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) + (\mathbf{XZ})$$

$$\frac{1}{2}|10\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + (\mathbf{I})$$

$$\frac{1}{2}|11\rangle(-\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)(\mathbf{ZXZ})$$

met $|11\rangle$ als basis

Eerst een verstrengeld paar maken: **CNOT**(**HA**, **B**)

$$\mathbf{H}A = \mathbf{H}|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

$$|\mathbf{H}AB\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)|1\rangle$$

Nu de **CNOT**:

$$\mathbf{CNOT}(|\mathbf{H}A\rangle, |B\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$$

Het te teleporteren $|\Psi\rangle$ bit komt erbij:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|\Psi\rangle(|01\rangle - |10\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)(|01\rangle - |10\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|01\rangle - |10\rangle) + \beta|1\rangle(|01\rangle - |10\rangle))$$

en wordt ge-CNOT (met $|\Psi\rangle$ als control:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0\rangle(|01\rangle - |10\rangle) + \beta|1\rangle(|11\rangle - |00\rangle))$$

H-poort op register 0:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha \frac{(|0\rangle + |1\rangle)}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) + \beta \frac{(|0\rangle - |1\rangle)}{\sqrt{2}}(|11\rangle - |00\rangle))$$

$$\frac{1}{2}(\alpha(|0\rangle + |1\rangle)(|01\rangle - |10\rangle) + \beta(|0\rangle - |1\rangle)(|11\rangle - |00\rangle))$$

$|\Psi_{AB}\rangle$ (dit is de volgorde van de registers)

$$\frac{1}{2}|00\rangle(\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle) + (\mathbf{ZX})$$

$$\frac{1}{2}|01\rangle(-\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + (\mathbf{XZX})$$

$$\frac{1}{2}|10\rangle(\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle) + (\mathbf{X})$$

$$\frac{1}{2}|11\rangle(-\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle)(\mathbf{ZXZX})$$

kleurtje voor de bits aan **Alice'** en **Bob's** kant