

# Calcolo Scientifico e Metodi Numerici: Prova pratica

A.A. 2021/2022

# Indice

<b>1.1 – radice.m</b>	<b>1</b>
Descrizione . . . . .	1
Test . . . . .	1
<b>1.2 – menu.m</b>	<b>1</b>
Descrizione . . . . .	1
Test . . . . .	1
<b>2.1 - approx.m</b>	<b>2</b>
Descrizione . . . . .	2
Test . . . . .	2
<b>3.1 – matprod.m</b>	<b>3</b>
Descrizione . . . . .	3
Test . . . . .	3
<b>3.2 – vettnorm.m</b>	<b>4</b>
Descrizione . . . . .	4
Test . . . . .	4
<b>3.3 – eigmat.m</b>	<b>5</b>
Descrizione . . . . .	5
Test . . . . .	5
<b>4.1 – test_gauss_lu.m</b>	<b>6</b>
Descrizione . . . . .	6
Test . . . . .	6
<b>4.2 – test_gauss_palu.m</b>	<b>7</b>
Descrizione . . . . .	7
Test . . . . .	7
<b>4.3 – function_gs.m</b>	<b>8</b>
Descrizione . . . . .	8
Test . . . . .	8
<b>4.4 – test_metodi_iter.m</b>	<b>9</b>
Descrizione . . . . .	9
Test . . . . .	9
<b>5.1 – corde.m</b>	<b>10</b>
Descrizione . . . . .	10
Test . . . . .	10
<b>5.2 - secanti.m</b>	<b>11</b>
Descrizione . . . . .	11
Test . . . . .	11
<b>5.3 - test_nonlin.m</b>	<b>12</b>
Descrizione . . . . .	12
Test . . . . .	12

<b>6.1 - canint.m</b>	<b>14</b>
Descrizione . . . . .	14
Test . . . . .	14
<b>6.2 - lagrint.m</b>	<b>15</b>
Descrizione . . . . .	15
Test . . . . .	15
<b>6.3 - test_interp.m</b>	<b>16</b>
Descrizione . . . . .	16
Test . . . . .	16

## 1.1 – radice.m

### Descrizione

Lo script prende in input dall'utente un valore compreso tra 0 e 50 tramite la funzione *input* e lo salva nella variabile *val*.

Tramite il costrutto *if* verifica che il valore *val* sia compreso tra 0 e 50. Se lo è: stampa a video la radice quadrata di *val*, se non lo è: stampa a video un messaggio di errore che notifica l'utente dell'errato inserimento.

### Test

```
>> radice
Inserire un valore numerico compreso tra 0 e 50: 20
4.4721
```

```
>> radice
Inserire un valore numerico compreso tra 0 e 50: 79
Il valore inserito non è compreso tra 0 e 50.
```

## 1.2 – menu.m

### Descrizione

Lo script stampa a video un menu di 4 portate, ognuna associata ad un numero (da 1 a 4).

Viene chiesto all'utente di inserire il numero corrispondente alla portata da lui desiderata e l'input viene salvato nella variabile *val*.

Tramite il costrutto *switch-case-otherwise*, se il valore inserito è compreso tra 1 e 4 viene stampata a video la portata scelta, altrimenti viene stampato a video un messaggio di errore che notifica l'utente dell'errato inserimento.

Le stampe a video vengono effettuate tramite la funzione *disp*.

### Test

```
>> menu
1 - Costata di maiale
2 - Pesce spada
3 - Pizza margherita
4 - Pasta al ragù
```

```
Inserire numero portata scelta: 3
```

```
Pizza margherita - 700 Kcal
```

```
>> menu
1 - Costata di maiale
2 - Pesce spada
3 - Pizza margherita
4 - Pasta al ragù
```

```
Inserire numero portata scelta: 10
```

```
Il numero della portata deve essere compreso tra 1 e 4.
```

## 2.1 - approx.m

### Descrizione

Lo script prende tre valori in input (tramite la funzione *input*) e li salva nelle variabili *a*, *b* e *c*.

Vengono calcolate e salvate le seguenti quantità:

- $d1\_reale = (a + b) + c$
- $d2\_reale = a + (b + c)$

Successivamente, in un sistema a virgola mobile con  $N = 3$  cifre significative, vengono calcolate e salvate le medesime quantità:

- $d1 = (a + b) + c$
- $d2 = a + (b + c)$

Per fare ciò viene utilizzata la funzione *round*.

Vengono calcolati gli errori relativi usando la seguente formula:

$$\frac{|d_{approssimato} - d_{reale}|}{|d_{reale}|}$$

Gli errori relativi vengono salvati rispettivamente nelle variabili: *p1* e *p2*.

Vengono infine stampate a video le quantità calcolate nel sistema a virgola mobile e gli errori relativi.

### Test

```
>> approx
Inserire valore di a: 72.213
Inserire valore di b: 41.243
Inserire valore di c: -113.44
```

```
1) d1 = (a + b) + c = 0
1) Errore relativo = 1
```

```
2) d2 = a + (b + c) = 0.4
2) Errore relativo = 24
```

## 3.1 – matprod.m

### Descrizione

Lo script prende in input dall'utente un valore  $n$ .

Vengono creati:

- Una matrice  $A_{n \times n}$  con solo elementi uguali a 0 (tramite la funzione *zeros*);
- Una matrice  $B_{n \times n}$  con solo elementi uguali a 1 (tramite la funzione *ones*);
- Un vettore colonna  $z_n$  con solo elementi uguali a 2.

Successivamente vengono calcolati e salvati i risultati dei seguenti prodotti:

- $b = A \cdot z$
- $c = z^T \cdot B$

Infine vengono stampati a video i dati relativi alle matrici e ai vettori.

### Test

```
>> matprod
```

```
Inserire una dimensione: 3
```

```
A =
```

```
    0    0    0
    0    0    0
    0    0    0
```

```
B =
```

```
    1    1    1
    1    1    1
    1    1    1
```

```
z =
```

```
    2
    2
    2
```

```
b = A * z =
```

```
    0
    0
    0
```

```
c = trasp(z) * B =
```

```
    6    6    6
```

## 3.2 – vettnorm.m

### Descrizione

Lo script prende in input dall'utente un valore  $n$ .

Vengono creati:

- Una matrice  $R_{n \times n}$  con valori pseudo-casuali compresi tra 0 e 1 (tramite la funzione *rand*);
- Un vettore colonna  $x$  con gli elementi della diagonale della matrice  $R$  (tramite la funzione *diag*);
- Una matrice  $D_{n \times n}$  avente come diagonale il vettore  $x$ .

Vengono poi salvate: la parte triangolare superiore di  $D$  nella matrice  $U$  (tramite la funzione *triu*) e la parte triangolare inferiore di  $D$  nella matrice  $L$  (tramite la funzione *tril*).

Vengono effettuati dei controlli, utilizzando il costrutto *if-then-else*, per assicurarsi che:

- $D$  sia diagonale (tramite la funzione *isdiag*);
- $U$  sia triangolare superiore (tramite la funzione *istriu*);
- $L$  sia triangolare inferiore (tramite la funzione *istril*).

Infine vengono stampati a video i dati relativi alle matrici e ai vettori.

### Test

```
>> vettnorm
Inserire una dimensione: 3

R =
    1462/2557    1993/2273    477/1514
    2293/3683    371/1870    463/1135
    277/718     442/719     1715/5272

x =
    1462/2557
    371/1870
    1715/5272

D =
    1462/2557         0         0
         0    371/1870         0
         0         0    1715/5272

U =
    1462/2557         0         0
         0    371/1870         0
         0         0    1715/5272

L =
    1462/2557         0         0
         0    371/1870         0
         0         0    1715/5272

D è diagonale.
U è triangolare superiore.
L è triangolare inferiore.
```

### 3.3 – eigmat.m

#### Descrizione

Lo script prende in input dall'utente un valore  $n$ .

Viene creata una matrice  $S_{n \times n}$  con elementi pseudo-casuali compresi tra 10 e 20 (tramite la funzione *rand*).

Viene fatto un controllo tramite la funzione *issymmetric* per verificare che la matrice sia simmetrica, se non lo è viene resa simmetrica tramite la seguente formula:

$$S = \frac{S + S^T}{2}$$

Viene stampata a video la matrice  $S$  seguita dal messaggio che comunica all'utente che la matrice è simmetrica.

Vengono salvati gli autovalori di  $S$  in un vettore  $d$ .

Infine vengono calcolate, salvate e stampate a video le norme: 1, 2 e  $\infty$  del vettore  $d$ .

#### Test

```
>> eigmat
```

```
Inserire una dimensione: 4
```

```
S =
```

```
15.3283    14.5044    16.2012    15.3535  
14.5044    16.2248    15.2898    12.1683  
16.2012    15.2898    12.3049    15.0751  
15.3535    12.1683    15.0751    12.2766
```

```
S è simmetrica.
```

```
Autovalori della matrice S =
```

```
-3.5036  
-1.6078  
2.8262  
58.4197
```

```
Norma indice 1 = 66.3573
```

```
Norma indice 2 = 58.615
```

```
Norma indice inf = 58.4197
```



## 4.1 – test\_gauss\_lu.m

### Descrizione

Lo script esegue dei test sulla risoluzione di 10 sistemi lineari tramite la fattorizzazione  $A = LU$ .

Vengono generate casualmente 10 matrici quadrate, aventi  $n \times n$  entrate comprese tra 0 e 1 ( $n$  va da 100 a 1000 con passo 100).

Per ogni matrice:

1. Viene creato un vettore  $x$  contenente le soluzioni del sistema, avente tutte le entrate uguali a uno (tramite la funzione *ones*);
2. Viene creato un vettore  $b$  dei termini noti;
3. Vengono calcolate e salvate le matrici  $L$  e  $U$  di  $A$ , ottenute tramite la funzione *gauss\_lu*;
4. Viene calcolata la soluzione  $x_1$  tramite la fattorizzazione  $A = LU$  e con essa viene calcolato l'errore relativo;
5. Vengono stampate a video tutte le informazioni riguardanti la matrice.

### Test

```
>> test_gauss_lu
Matrice 100x100
    Errore relativo: 1.58E-12
    Indice di condizionamento: 2.90E+03
Matrice 200x200
    Errore relativo: 1.22E-11
    Indice di condizionamento: 1.02E+04
Matrice 300x300
    Errore relativo: 2.20E-10
    Indice di condizionamento: 2.03E+05
Matrice 400x400
    Errore relativo: 9.07E-12
    Indice di condizionamento: 6.47E+04
Matrice 500x500
    Errore relativo: 1.09E-09
    Indice di condizionamento: 3.73E+05
Matrice 600x600
    Errore relativo: 1.99E-11
    Indice di condizionamento: 2.50E+04
Matrice 700x700
    Errore relativo: 3.27E-10
    Indice di condizionamento: 4.64E+04
Matrice 800x800
    Errore relativo: 4.10E-09
    Indice di condizionamento: 4.13E+06
Matrice 900x900
    Errore relativo: 2.88E-10
    Indice di condizionamento: 8.73E+04
Matrice 1000x1000
    Errore relativo: 1.26E-10
    Indice di condizionamento: 8.07E+04
```

## 4.2 – test\_gauss\_palu.m

### Descrizione

Lo script esegue dei test sulla risoluzione di 10 sistemi lineari tramite la fattorizzazione  $PA = LU$ .

Vengono generate casualmente 10 matrici quadrate, aventi  $n \times n$  entrate comprese tra 0 e 1 ( $n$  va da 100 a 1000 con passo 100).

Per ogni matrice:

1. Viene creato un vettore  $x$  contenente le soluzioni del sistema, avente tutte le entrate uguali a uno (tramite la funzione *ones*);
2. Viene creato un vettore  $b$  dei termini noti;
3. Vengono calcolate e salvate le matrici  $P$ ,  $L$  e  $U$  di  $A$ , ottenute tramite la funzione *gauss\_palu*;
4. Viene calcolata la soluzione  $x_1$  tramite la fattorizzazione  $PA = LU$  e con essa viene calcolato l'errore relativo;
5. Vengono stampate a video tutte le informazioni riguardanti la matrice.

### Test

```
>> test_gauss_palu
Matrice 100x100
    Errore relativo: 5.92E-14
    Indice di condizionamento: 4.33E+03
Matrice 200x200
    Errore relativo: 1.49E-12
    Indice di condizionamento: 4.46E+04
Matrice 300x300
    Errore relativo: 9.00E-13
    Indice di condizionamento: 1.93E+04
Matrice 400x400
    Errore relativo: 2.17E-12
    Indice di condizionamento: 6.56E+04
Matrice 500x500
    Errore relativo: 3.98E-13
    Indice di condizionamento: 4.62E+04
Matrice 600x600
    Errore relativo: 9.77E-13
    Indice di condizionamento: 3.48E+04
Matrice 700x700
    Errore relativo: 1.61E-11
    Indice di condizionamento: 2.06E+06
Matrice 800x800
    Errore relativo: 3.07E-12
    Indice di condizionamento: 5.03E+04
Matrice 900x900
    Errore relativo: 4.50E-12
    Indice di condizionamento: 1.90E+05
Matrice 1000x1000
    Errore relativo: 2.84E-11
    Indice di condizionamento: 3.63E+05
```

## 4.3 – function\_gs.m

### Descrizione

Funzione che approssima la soluzione di una matrice tramite l'algebra iterativa di Gauss-Seidel.

Prende come input la matrice dei coefficienti  $A$ , il vettore dei termini noti  $b$ , la tolleranza  $tol$ , il numero massimo di iterazioni  $kmax$  e il vettore iniziale  $x^0$ .

Vengono inizializzate le matrici:

- $D$  = matrice di zeri avente la diagonale di  $A$ ;
- $E$  = matrice triangolare superiore di  $A$ , con le entrate cambiate di segno e la diagonale pari a 0;
- $F$  = matrice triangolare inferiore di  $A$ , con le entrate cambiate di segno e la diagonale pari a 0.

Vengono poi calcolati:

- la matrice di iterazione  $B_{gs}$  tramite la formula:

$$B_{gs} = (D - E)^{-1} \cdot F$$

- il vettore  $f$  tramite la formula:

$$f = (D - E)^{-1} \cdot b$$

- il raggio spettrale di  $B_{gs}$ :  $\max(\text{abs}(\text{eig}(B_{gs})))$

Tramite un ciclo *while* vengono calcolate le  $k$ -esime approssimazioni usando la formula:  $x^{k+1} = B_{gs} \cdot x^k + f$ .

Il ciclo termina quando non è vero che:  $(|x^{k+1} - x^k|_2 > tol \cdot |x^k|_2) \wedge (k < k_{max})$

Viene stampato un messaggio di warning in caso si fosse raggiunto e/o superato il numero massimo di iterazioni.

Infine vengono restituiti:

- la soluzione  $x$ ;
- il numero di iterazioni effettuate  $k$ .

### Test

```
>> [x,k] = function_gs(rand(3), [1 1 1]', 1e-20, 10, [0 0 0]')
```

```
x =  
-17557/239  
 48444/79  
-52859/166
```

```
k =  
10
```

## 4.4 – test\_metodi\_iter.m

### Descrizione

Lo script esegue dei test sulla risoluzione di 10 sistemi lineari tramite i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel.

Vengono generate casualmente 10 matrici quadrate, aventi  $n \times n$  entrate comprese tra 0 e 1 ( $n$  va da 100 a 1000 con passo 100).

Per ogni matrice:

1. Viene creata una matrice casuale  $A$  strettamente diagonalmente dominante;
2. Viene creato un vettore  $x$  contenente le soluzioni del sistema (in questo caso tutte uguali a 1) e un vettore  $b$  contenente i termini noti;
3. Vengono calcolate le matrici:  $D$ ,  $E$  e  $F$  usate in seguito per il calcolo del raggio spettrale;
4. Vengono inizializzate le variabili relative alla tolleranza  $tol$ , al numero massimo di iterazioni  $k_{max}$  e il vettore iniziale  $x^0$ ;
5. Vengono calcolate le matrici di iterazione  $B_j$  e  $B_{gs}$ ;
6. Vengono calcolate le soluzioni e il numero di iterazioni effettuate per ogni metodo;
7. Vengono calcolati gli errori relativi e il raggio spettrale per ciascuna matrice di iterazione ( $B_j$  e  $B_{gs}$ );
8. Viene stampata una tabella con i risultati ottenuti.

### Test

```
>> test_metodi_iter
```

Metodo di Jacobi				Metodo di Gauss-Seidel		
Dimensione	N. Iterazioni	Errore relativo	Raggio spettrale	N. Iterazioni	Errore relativo	Raggio spettrale
100	10	8.43e-04	4.93e-01	10	4.34e-10	1.05e-01
200	10	8.90e-04	4.95e-01	10	4.89e-10	1.07e-01
300	10	9.41e-04	4.98e-01	10	4.69e-10	1.06e-01
400	10	9.42e-04	4.98e-01	10	4.83e-10	1.07e-01
500	10	9.49e-04	4.99e-01	10	5.03e-10	1.07e-01
600	10	9.68e-04	5.00e-01	10	5.08e-10	1.07e-01
700	10	9.55e-04	4.99e-01	10	4.92e-10	1.07e-01
800	10	9.61e-04	4.99e-01	10	4.87e-10	1.07e-01
900	10	9.56e-04	4.99e-01	10	4.99e-10	1.07e-01
1000	10	9.63e-04	4.99e-01	10	4.97e-10	1.07e-01

## 5.1 – corde.m

### Descrizione

Funzione per la risoluzione di un sistema non lineare tramite metodo delle corde:

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{m}$$

La funzione prende come parametri: la funzione *fun*, la pendenza *m*, il valore iniziale *x0*, la tolleranza *tol* e il numero massimo di iterazioni *k<sub>max</sub>*.

Per prima cosa viene inizializzata la variabile *k* usata per calcolare le iterazioni e controlla che *fun(x0)* ed *m* non siano troppo piccoli (o non siano uguali a 0).

Vengono poi effettuate le iterazioni all'interno di un *while*, andando ad incrementare il valore di *k*, salvando il vecchio valore di *x* in *x0* e il nuovo valore in *x<sub>new</sub>*.

Il ciclo termina quando non è vero che:  $(|x^{k+1} - x^k| > tol \cdot \max\{1, |x^{k+1}|\}) \wedge (k < k_{max})$ .

Stampa un messaggio di warning in caso si fosse raggiunto e/o superato il numero massimo di iterazioni.

Infine vengono restituiti:

- l'approssimazione *x* della radice;
- il numero di iterazioni effettuate *k*.

### Test

```
>> fun = @(x) cos(x.*4) - x.*2 - 1/4;  
>> fund = @(x) -4 * sin(4*x) - 2;  
>> [x,k] = corde(fun,fund(0),0,1e-10,2)
```

```
x =  
-0.0896
```

```
k =  
2
```

Nota: *x0* assume il valore di  $x^k$  mentre *x<sub>new</sub>* assume il valore di  $x^{k+1}$  all'interno del ciclo *while*.

## 5.2 - secanti.m

### Descrizione

Funzione per la risoluzione di un sistema non lineare tramite il metodo delle secanti:

$$x^{k+1} = \frac{x^{k-1} \cdot f(x^k) - x^k \cdot f(x^{k-1})}{f(x^k) - f(x^{k-1})}$$

La funzione prende come parametri: la funzione *fun*, i valori iniziali *x0* e *x1*, la tolleranza *tol* e il numero massimo di iterazioni *k<sub>max</sub>*.

Per prima cosa viene inizializzata la variabile *k* per le iterazioni, viene controllato se la funzione calcolata in *x0* o *x1* restituisca un valore molto piccolo (in quel caso interrompe l'esecuzione della funzione) e verifica che il denominatore non sia troppo piccolo (o uguale a 0).

Vengono poi effettuate le iterazioni all'interno di un *while*, andando ad incrementare il valore di *k*, salvando il vecchio valore di *x1* in *x0* e il nuovo valore di *x<sub>new</sub>* in *x1*.

Il ciclo termina quando non è vero che:  $(|x^{k+1} - x^k| > tol \cdot \max\{1, |x^{k+1}|\}) \wedge (k < k_{max})$ .

Stampa un messaggio di warning in caso si fosse raggiunto e/o superato il numero massimo di iterazioni.

Infine vengono restituiti:

- l'approssimazione *x* della radice;
- il numero di iterazioni effettuate *k*.

### Test

```
>> fun = @(x) cos(x.*4) - x.*2 - 1/4;  
>> [x,k] = secanti(fun,0,1/4,1e-10,3)
```

```
x =  
    0.2089
```

```
k =  
    3
```

## 5.3 - test\_nonlin.m

### Descrizione

Lo script esegue dei test sui metodi di risoluzione di un sistema non lineare utilizzando i dati forniti dalle tabelle 7.1, 7.2, 7.3 e 7.4 del libro di testo.

Lo script è strutturato in questo modo:

- 7.1 risoluzione sistemi tramite metodo di bisezione (*bisec.m*)
- 7.2 risoluzione sistemi tramite metodo di Newton (*newton.m*)
- 7.3 risoluzione sistemi tramite metodo delle corde (*corde.m*)
- 7.4 risoluzione sistemi tramite metodo delle secanti (*secanti.m*)

Per ogni metodo sono dati 4 sistemi da risolvere e per ogni sistema sono dati 2 input distinti.

Vengono stampati i risultati a video.

### Test

```
>> test_nonlin
```

#### 7.1) Metodo di bisezione

```
1) f(x) = x^2 - 2, alpha = sqrt(2)
   [0, 2], |x - alpha| = 1.87e-09, n. iter. = 28
   [0, 200], |x - alpha| = 2.90e-09, n. iter. = 35
2) f(x) = e^x - 2, alpha = log(2)
   [0, 2], |x - alpha| = 1.82e-09, n. iter. = 28
   [0, 200], |x - alpha| = 2.17e-09, n. iter. = 35
3) f(x) = 1/x - 3, alpha = 1/3
   [0, 2], |x - alpha| = 1.24e-09, n. iter. = 28
   [0, 200], |x - alpha| = 6.60e-10, n. iter. = 35
4) f(x) = (x - 3)^3, alpha = 3
   [1.33, 3.33], |x - alpha| = 1.24e-09, n. iter. = 28
   [1.33, 201.33], |x - alpha| = 2.52e-09, n. iter. = 35
```

#### 7.2) Metodo di Newton

```
1) f(x) = x^2 - 2, alpha = sqrt(2)
   2, |x - alpha| = 0.00e+00, n. iter. = 5
   200, |x - alpha| = 0.00e+00, n. iter. = 12
2) f(x) = e^x - 2, alpha = log(2)
   2, |x - alpha| = 0.00e+00, n. iter. = 6
   200, |x - alpha| = 9.93e+01, n. iter. = 100
3) f(x) = 1/x - 3, alpha = 1/3
   2, |x - alpha| = Inf, n. iter. = 9
   0.10, |x - alpha| = 5.55e-17, n. iter. = 7
4) f(x) = (x - 3)^3, alpha = 3
   2, |x - alpha| = 4.02e-08, n. iter. = 42
   2.90, |x - alpha| = 4.58e-08, n. iter. = 36
```

### 7.3) Metodo delle corde

- 1)  $f(x) = x^2 - 2$ ,  $\alpha = \sqrt{2}$   
2,  $|x - \alpha| = 2.64e-09$ , n. iter. = 15  
200,  $|x - \alpha| = 1.97e-06$ , n. iter. = 1991
- 2)  $f(x) = e^x - 2$ ,  $\alpha = \log(2)$   
2,  $|x - \alpha| = 2.13e-08$ , n. iter. = 54  
200,  $|x - \alpha| = 1.92e+02$ , n. iter. = 2000
- 3)  $f(x) = 1/x - 3$ ,  $\alpha = 1/3$   
2,  $|x - \alpha| = 2.40e+04$ , n. iter. = 2000  
0.10,  $|x - \alpha| = 9.87e-08$ , n. iter. = 147
- 4)  $f(x) = (x - 3)^3$ ,  $\alpha = 3$   
2,  $|x - \alpha| = 2.73e-02$ , n. iter. = 2000  
2.90,  $|x - \alpha| = 2.73e-03$ , n. iter. = 2000

### 7.4) Metodo delle secanti

- 1)  $f(x) = x^2 - 2$ ,  $\alpha = \sqrt{2}$   
[1, 2],  $|x - \alpha| = 0.00e+00$ , n. iter. = 7  
[199, 200],  $|x - \alpha| = 2.22e-16$ , n. iter. = 17
- 2)  $f(x) = e^3$ ,  $\alpha = \log(2)$   
[2, 3],  $|x - \alpha| = 1.11e-16$ , n. iter. = 10  
[199, 200],  $|x - \alpha| = 1.30e+02$ , n. iter. = 100
- 3)  $f(x) = 1/x - 3$ ,  $\alpha = 1/3$   
[2, 3],  $|x - \alpha| = \text{Inf}$ , n. iter. = 9  
[0.10, 0.11],  $|x - \alpha| = 5.00e-16$ , n. iter. = 10
- 4)  $f(x) = (x - 3)^3$ ,  $\alpha = 3$   
[1, 2],  $|x - \alpha| = 9.03e-08$ , n. iter. = 59  
[2.50, 2.90],  $|x - \alpha| = 7.00e-08$ , n. iter. = 52

Osservazione: nei test 7.2, 7.3 e 7.4 il numero di iterazioni effettuate risulta maggiore di 1 rispetto al valore riportato sul libro. Testando le stesse funzioni sui sistemi visti a lezione questo non accade.



## 6.1 - canint.m

### Descrizione

La funzione interpola dei dati punti tramite il polinomio in base canonica.

Prende come input:

- le ascisse di interpolazione  $x$ ;
- le ordinate di interpolazione  $y$ ;
- le ascisse per disegnare il grafico della funzione interpolante  $xx$ .

La funzione trasforma i vettori  $x$ ,  $y$  e  $xx$  in vettori colonna (se già non lo sono) e crea la matrice dei coefficienti  $X$ :

$$X = \begin{bmatrix} x_0^0 & x_0^1 & \dots & x_0^n \\ x_1^0 & x_1^1 & \dots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_n^0 & x_n^1 & \dots & x_n^n \end{bmatrix}$$

Salva la dimensione del vettore  $x$  in  $n$  e la dimensione del vettore  $xx$  in  $m$ .

Calcola la soluzione del sistema  $a = X^{-1} \cdot y$  e inizializza il vettore  $yy$  che conterrà le ordinate del polinomio interpolante in corrispondenza dei punti  $xx$  dati.

Costruisce il polinomio interpolante e ne calcola i valori assunti nei punti  $xx$ :

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k \implies yy_j = \sum_{i=1}^n a_i \cdot xx_j^{i-1} \text{ con } j = 0, \dots, m$$

Infine restituisce il vettore delle ordinate  $yy$  e stampa a video il grafico del polinomio interpolante.

### Test

```
>> x = [0 1 2 3];  
>> y = [3 1 0 2];  
>> xx = -1:0.1:4;  
>> yy = canint(x,y,xx);
```

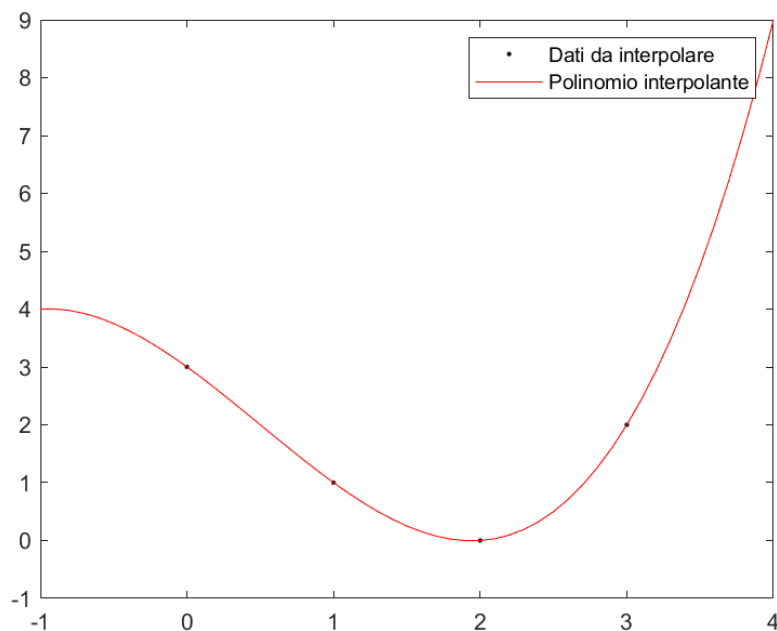


Figura 1: Polinomio interpolante in forma canonica.

## 6.2 - lagrint.m

### Descrizione

La funzione interpola dei dati punti tramite il polinomio interpolante di Lagrange.

Prende come input:

- le ascisse di interpolazione  $x$ ;
- le ordinate di interpolazione  $y$ ;
- le ascisse per disegnare il grafico della funzione interpolante  $xx$ .

La funzione trasforma i vettori  $x$ ,  $y$  e  $xx$  in vettori colonna.

Tramite ciclo *for* vengono calcolati i polinomi caratteristici di Lagrange:

$$L_j(x) = \prod_{k=0, k \neq j}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \text{ con } j = 0, \dots, n$$

Viene poi costruito e calcolato, nei punti dati e all'interno dello stesso ciclo *for*, il polinomio interpolante di Lagrange:

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^n y_j L_j(x)$$

Infine restituisce il vettore delle ordinate  $yy$  e stampa a video il grafico del polinomio interpolante.

### Test

```
>> x = [0 1 2];  
>> y = [-1 1 -1];  
>> xx = -1:0.1:3;  
>> yy = lagrint(x,y,xx);
```

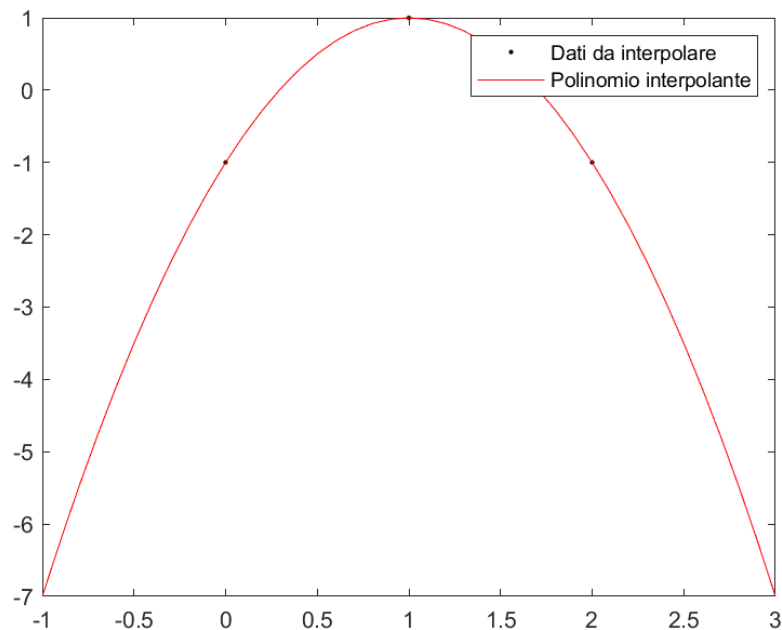


Figura 2: Polinomio interpolante di Lagrange.

## 6.3 - test\_interp.m

### Descrizione

Lo script effettua dei test con le funzioni *canint.m* e *lagrint.m*.

I test vengono effettuati su due diverse funzioni:

1.  $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$
2.  $f(x) = \sin(2\pi x)$

Come ascisse vengono utilizzati: dei punti equispaziati  $x_1$  e gli zeri del polinomio di Chebyshev  $x_2$ , questi ultimi ottenuti tramite la formula:

$$x_k = \cos\left(\frac{2k+1}{2n+2}\pi\right) \text{ con } k = 0, \dots, n$$

Vengono stampati a video i grafici dei polinomi interpolanti.

### Test

```
>> test_interp
```

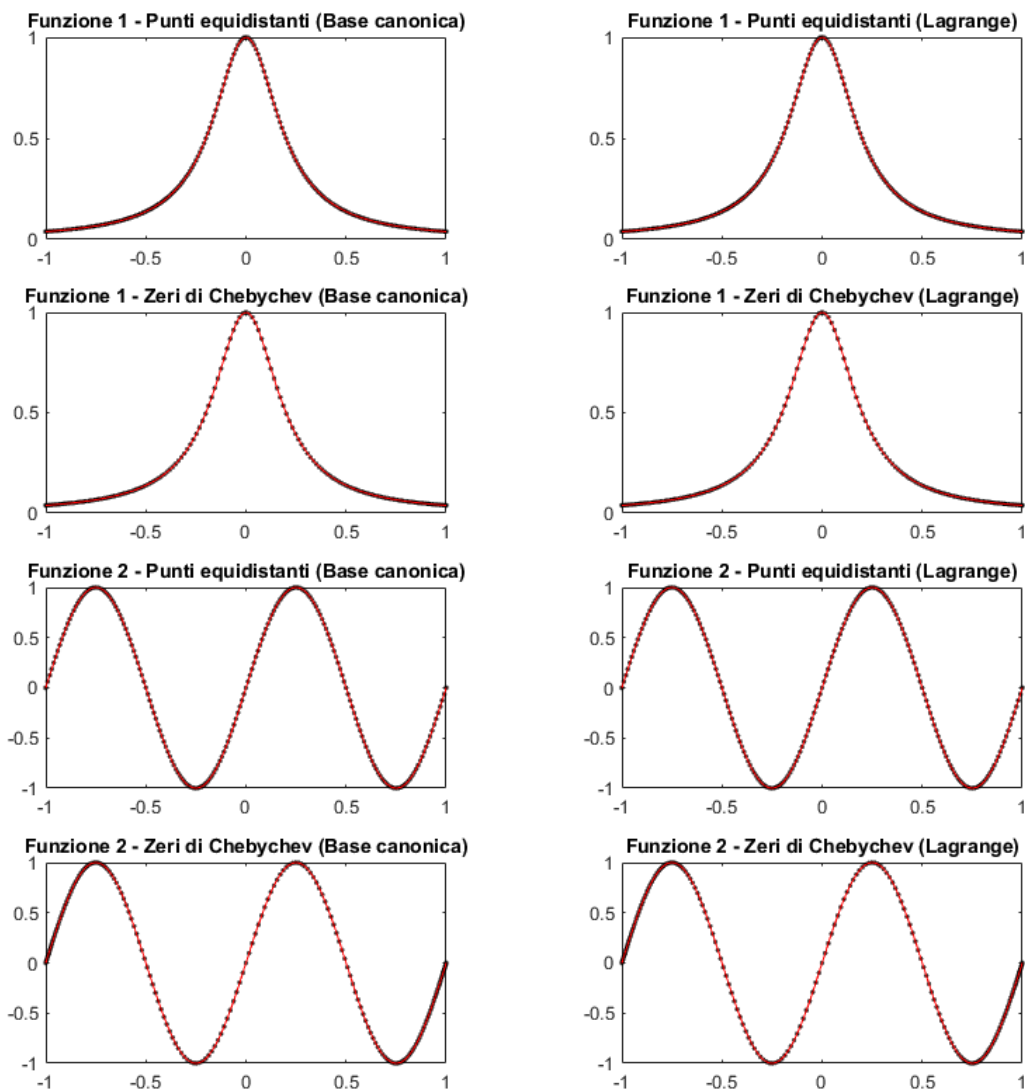


Figura 3: Grafici dei test effettuati.