

N° d'ordre 93-2011

Année 2011

THÈSE

Présentée devant
l'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD - LYON 1

pour l'obtention du
DIPLÔME DE DOCTORAT
(arrêté du 30 mars 1992)

Spécialité :

Mécanique

présentée et soutenue publiquement le 9 Juin 2011 par

Florent MOISSENET

**MODÉLISATION MUSCULO-SQUELETTIQUE :
VERS UN MODÈLE PLUS PROCHE DE LA CLINIQUE**

Directeur de thèse : Laurence CHÈZE
Co-Directeur de thèse : Raphaël DUMAS

devant le jury composé de

Frédéric CHANTRAIN
Bernard ESPIAU
Alexandre TERRIER
Paul FISSETTE
Didier PRADON
Eric BESSON

Docteur, Rehazenter, Luxembourg
Directeur de Recherche, INRIA, Grenoble
Professeur des Universités, EPFL, Lausanne
Professeur des Universités, UCL, Louvain
Ph.D., Hôpital Raymond Poincaré, Garches
Directeur, Médimex, Ste Foy les Lyon

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Examinateur
Invité

N° d'ordre 93-2011

Année 2011

THÈSE

Présentée devant
l'UNIVERSITÉ CLAUDE BERNARD - LYON 1

pour l'obtention du
DIPLÔME DE DOCTORAT
(arrêté du 30 mars 1992)

Spécialité :

Mécanique

présentée et soutenue publiquement le 9 Juin 2011 par

Florent MOISSENET

**MODÉLISATION MUSCULO-SQUELETTIQUE :
VERS UN MODÈLE PLUS PROCHE DE LA CLINIQUE**

Directeur de thèse : Laurence CHÈZE
Co-Directeur de thèse : Raphaël DUMAS

devant le jury composé de

Frédéric CHANTRAIN
Bernard ESPIAU
Alexandre TERRIER
Paul FISSETTE
Didier PRADON
Eric BESSON

Docteur, Rehazenter, Luxembourg
Directeur de Recherche, INRIA, Grenoble
Professeur des Universités, EPFL, Lausanne
Professeur des Universités, UCL, Louvain
Ph.D., Hôpital Raymond Poincaré, Garches
Directeur, Médimex, Ste Foy les Lyon

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Examinateur
Invité

"Nos rêves doivent être assez grands pour ne pas les perdre de vue lorsqu'on les poursuit."

Oscar Wilde.

Remerciements

Malgré toutes les pages qui suivent et qui rapportent une grande partie de mes travaux, j'accorde une importance considérable au côté « *humain* » de cette thèse. D'une part parce qu'une thèse n'est et ne peut être à mon sens le fruit d'un seul individu, mais bien au contraire le résultat d'échanges et de discussions permanentes. D'autre part parce qu'il s'agit là d'une véritable aventure humaine, avec ses moments de gloire et ses défaites, mais surtout avec ses rencontres !

Je tiens donc tout d'abord à remercier Laurence Chèze et Raphaël Dumas pour m'avoir permis de rejoindre leur équipe pendant ces trois dernières années. Merci pour le temps que vous avez su m'accorder, pour les débats que nous avons pu avoir et pour votre bonne humeur constante ! La tranquilité qui régnait au début de ma thèse au sein de l'équipe s'est vite transformée en un bouillonnement d'idées et de rigolades, avec l'arrivée progressive de plusieurs autres doctorants, post-doctorants et masters, et je pense sincèrement que vous y êtes pour beaucoup. Merci également d'avoir pris le temps de m'écouter et de me guider, chose qui n'est pas toujours très simple étant donné que j'ai une fâcheuse tendance à changer d'idée et d'intérêt d'un jour à l'autre. Cette thèse n'aurait jamais abouti sans vous !

Merci bien entendu à toute l'équipe de Médimex et plus particulièrement à toute l'équipe technique avec laquelle j'ai eu le plus d'interactions. Mais merci surtout à Eric Piffaut pour m'avoir fait voyager en première classe sur les routes de France (voir plus) ! Le guide Médimex des hôtels et restaurants ne saurait tarder à voir le jour ! Plus sérieusement, merci pour tous les échanges que nous avons pu avoir. Ta rigueur, ton sens de l'observation et ta gestion des risques m'ont impressionné du début à la fin, mais je retiendrai surtout les franches rigolades que nous avons pu avoir ensemble.

Merci à Bernard Espiau, Alexandre Terrier, Frédéric Chantraine, Paul Fisette et Didier Pradon pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de faire partie de mon jury de thèse. Merci pour le temps que vous avez consacré à mon travail et pour vos remarques autant pertinentes qu'enrichissantes.

J'aimerais aussi remercier les personnes que j'ai rencontrées tout au long de ma formation d'ingénieur et qui m'ont, petit à petit, conforté sur l'idée de me lancer dans l'aventure de la thèse. Dans l'ordre des rencontres, merci donc à Philippe Martinet, à Nicolas Andreff, à Christine Azevedo, à Rodolphe Héliot, à Abderrahmane Kheddar et à l'ensemble des équipes du JRL et du laboratoire de mécatronique de l'université de Nagoya (Japon).

Comme je le disais en introduction de ces remerciements, la thèse a surtout été pour moi un moment riche en rencontres. Merci donc tout d'abord à l'équipe du laboratoire d'analyse du mouvement de l'Hôpital Raymond Poincaré de Garches pour les échanges que nous avons

eu, pour le temps que vous m'avez accordé (même si cela n'a pas encore été porteur de résultats, cela ne saurait tarder) et pour m'avoir fait découvrir le milieu clinique. Merci tout particulièrement à Didier Pradon, grand « *Shaman* » de ces lieux, à qui je dois beaucoup et notamment mon poste actuel au sein du Rehazenter (Luxembourg). J'ai découvert en lui la plus « *grande gueule* » de la biomécanique ! Mais derrière cette grande gueule se cache un dynamisme et une passion incroyables que j'apprécie énormément ! A quand la suite de nos projets ?! Merci également à toutes les autres personnes que j'ai pu rencontrer, que ce soit à travers mon activité au sein de Médimex ou lors des congrès.

Avant d'en venir à des remerciements plus personnels, je me dois bien entendu de saluer la fine équipe des amateurs de bonnes bières (pour ne pas dire alcooliques) ! Merci Angèle, Cindy, Perrine, Guillaume, Mat (dit « *l'hydrophobe* »), Mike, Sebastian, Thomas, William et Xavier (pourvu que je n'oublie personne ...). Les heures passées avec vous à l'UFR ont été ... incroyables ! Et les heures passées aux Berthoms ont été ... trop peu nombreuses pour ma part ! Merci bien évidemment à l'ensemble de l'UFR, et surtout du « *coulloir* », avec un clin d'oeil particulier à Lionel (qui se cache derrière une grande partie du développement mathématique de cette thèse) et à Christophe (qui prend soin de notre forme en nous faisant porter des cartons régulièrement ...).

Merci à tous mes amis, de Lyon ou d'ailleurs, pour leur amitié, leur écoute et nos fous rires ... Ma vie lyonnaise, non, ma vie croix-roussienne a été berçée de rencontres plus belles les unes que les autres et je voudrais vous remercier, vous tous qui vous reconnaîtrez, ... d'exister !

Merci infiniment à ma famille, Maman, Papa, Clara et Thibaut, pour votre soutien et votre amour. Les années d'études, pour ne pas dire de galères, arrivent à leur terme et je ne serais pas arrivé là sans vous. Merci également à ma belle famille pour votre aide et votre soutien.

Et comme il faut garder le meilleur (ou plutôt la meilleure) pour la fin, merci Chloé pour avoir su endurer ces trois longues années de thèse à mes côtés. Je ne te remercierai jamais assez pour ta patience, ta compréhension, ton soutien moral et physique ... ton amour. Merci.

Merci à tous !

Florent Moissenet.

PS : Cette thèse a été réalisée sans caféine ni nicotine.

Avant propos

Cette thèse a été réalisée dans le cadre d'une convention CIFRE, fruit de la collaboration entre le LBMC (Laboratoire de Biomécanique et Mécanique des Chocs) et l'entreprise Médimex.

Le LBMC résulte du rapprochement en janvier 2003 d'une équipe d'enseignants-chercheurs de l'université Claude Bernard Lyon 1 et du Laboratoire de Biomécanique et Mécanique des Chocs de l'Ifsttar sous le label UMR_T9406. Regroupant environ 40 permanents, le LBMC est dirigé par Philippe Vezin, Directeur de Recherche à l'Ifsttar.

L'entreprise Médimex, créée il y a un peu plus de 20 ans par Pierre Lemire, a réussi à s'introduire et à s'imposer sur le marché des équipements de rééducation et d'évaluation fonctionnelle grâce à l'isocinétisme. Depuis quelques années, Médimex cherche activement à élargir son offre et deux nouveaux axes ont ainsi été initiés, à savoir la rééducation robotisée, avec notamment la commercialisation du Lokomat de la société *Hocoma*, et l'analyse du mouvement, avec une solution complète intégrant le système de capture du mouvement *Motion Analysis*, les électromyographes portables *Mega Electronics* et les plateformes de force *Bertec*. L'intégration d'un ingénieur sous contrat CIFRE au sein de l'équipe technique de Médimex, ainsi que la consolidation de la collaboration avec le LBMC, se sont donc imposées naturellement, de manière à développer le marché de l'analyse du mouvement et d'y apporter une plus-value scientifique.

Les travaux que j'ai menés dans ce contexte, sous l'encadrement et avec l'aide d'Eric Piffaut, directeur technique de Médimex, se répartissent sur trois axes : Le premier concerne le développement commercial de l'offre d'analyse du mouvement. Cela comprend à la fois la rédaction de documents techniques et commerciaux, la réponse à de nombreux appels d'offres, les démonstrations sur site et la présence sur les principaux congrès français de biomécanique. Le second concerne l'aspect technique avec l'installation des systèmes, incluant des technologies variées, le suivi et l'assistance technique des clients et le développement de modèles et de protocoles. Enfin, le dernier axe concerne la formation des clients avec deux niveaux d'apprentissage : un premier se faisant directement à l'installation du système et un second quelques mois plus tard pour arriver à un niveau avancé d'utilisation du système.

Que ce soit du côté du LBMC ou de Médimex, beaucoup de travaux ont donc été réalisés pendant ces trois années de thèse, mais l'articulation et le respect des deux parties m'ont permis de mener à bien les différentes tâches qui m'incombaient. De plus, la tutelle de Laurence Chèze, de Raphaël Dumas et d'Eric Piffaut s'est révélée être une source de connaissances grâce à leurs compétences inépuisables (en tout cas je n'en suis pas arrivé à bout) et m'a très largement aidé à grandir, autant scientifiquement qu'humainement, pendant ces heures passées à leurs côtés. Je suis donc ravi d'avoir pu réaliser ma thèse dans un tel contexte, même si ce double statut n'a pas toujours été facile à porter.

Table des matières

Remerciements	iii
Avant propos	v
Résumé	xi
Notations	xiii
1 Introduction générale	1
1.1 Préambule	1
1.2 Objectifs de l'étude	5
1.3 Présentation du document	5
2 La modélisation musculo-squelettique : besoins et moyens	7
2.1 Enjeux cliniques	8
2.1.1 Complément à l'analyse quantifiée de la marche	8
2.1.2 Outil d'aide au choix thérapeutique	9
2.2 Les outils de la modélisation musculo-squelettique	10
2.2.1 Paramétrages	10
2.2.1.1 Paramétrage en coordonnées relatives	11
2.2.1.2 Paramétrage en coordonnées absolues	12
2.2.1.3 Paramétrage en coordonnées naturelles	13
2.2.2 Modèles cinématiques	14
2.2.2.1 Traitement de la cinématique	14
2.2.2.2 Modèles cinématiques de la hanche	15
2.2.2.3 Modèles cinématiques du genou	15
2.2.2.4 Modèles cinématiques de la cheville	16
2.2.3 Modèles cinétiques	16
2.2.3.1 Tables de régression	17
2.2.3.2 Personnalisation	17
2.2.4 Calculs de dynamique	18
2.2.4.1 Dynamique directe	19
2.2.4.2 Dynamique inverse	19
2.2.5 Modèles de géométrie musculo-squelettique	20
2.2.6 Modèles musculaires	21
2.2.6.1 Modèle d'activation musculaire	22
2.2.6.2 Complexes muscle-tendon : représentation macroscopique	22
2.2.6.3 Complexes muscle-tendon : représentation microscopique	24
2.3 Détermination des forces musculo-tendineuses	26
2.3.1 Problématique des mesures	26

TABLE DES MATIÈRES

2.3.1.1	Mesure des élongations	26
2.3.1.2	Mesure des forces	28
2.3.2	Emploi de l'optimisation	30
2.3.2.1	Contexte	30
2.3.2.2	Optimisation statique	31
2.3.2.3	Optimisation en dynamique directe avec asservissement de données	32
2.3.2.4	Stratégies de commande optimale	33
2.3.2.5	Méthodes alternatives	34
2.3.3	Principaux critères employés	36
2.4	Conclusion	37
3	Simulateur numérique pour le calcul des forces musculo-tendineuses	39
3.1	Présentation du simulateur numérique existant	40
3.1.1	Paramétrage du système	40
3.1.2	Modèle cinématique	42
3.1.2.1	Notations	42
3.1.2.2	Modèle cinématique de la cheville	42
3.1.2.3	Modèle cinématique du genou	44
3.1.2.4	Modèle cinématique de la hanche	46
3.1.2.5	Contraintes de corps rigide	47
3.1.3	Application des contraintes cinématiques par optimisation globale	47
3.1.4	Modèle cinétique	49
3.1.5	Forces extérieures généralisées	50
3.2	Extension à la problématique musculo-squelettique	52
3.2.1	Modèle géométrique musculo-squelettique	52
3.2.2	Cinématique de la rotule	54
3.2.3	Mise à l'échelle du modèle	55
3.2.4	Forces musculo-tendineuses généralisées	55
3.3	Calcul des forces musculo-tendineuses par optimisation	56
3.3.1	Etude préliminaire : Optimisation par pseudoinverse	56
3.3.1.1	Introduction	56
3.3.1.2	Matériel et méthodes	57
3.3.1.3	Résultats	58
3.3.1.4	Conclusion	60
3.3.2	Equation de la dynamique	61
3.3.2.1	Application des contraintes cinématiques aux vitesses et accélérations	61
3.3.2.2	Réduction de paramétrage complète	62
3.3.3	Définition et résolution du problème d'optimisation	63
3.3.4	Résultats	64
3.3.4.1	Données expérimentales	64
3.3.4.2	Observation des résultats	64
3.3.5	Discussion et conclusion	66
4	Application du simulateur aux atteintes du système ostéo-articulaire	69
4.1	Le système ostéo-articulaire	70
4.1.1	Rappels anatomiques	70
4.1.1.1	La hanche	70
4.1.1.2	Le genou	71

4.1.1.3	La cheville	73
4.1.2	Pathologies ostéo-articulaires courantes	74
4.1.2.1	Contexte	74
4.1.2.2	L'arthrose	75
4.1.2.3	L'ostéoporose	76
4.1.2.4	La rupture ligamentaire	77
4.1.3	Intérêts et objectifs de la simulation	77
4.2	Extension du simulateur à une optimisation multicritères	78
4.2.1	Identification des multiplicateurs de Lagrange	78
4.2.1.1	Identification des forces de contact	78
4.2.1.2	Identification des forces ligamentaires et des forces segmentaires axiales	81
4.2.2	Première approche : Calcul a posteriori	84
4.2.2.1	Mise en équations	84
4.2.2.2	Avantages et limites de cette approche	85
4.2.3	Seconde approche : Calcul simultané	85
4.2.3.1	Mise en équations	85
4.2.3.2	Avantages et limites de cette approche	86
4.2.4	Influence du choix du critère sur les forces calculées	87
4.2.4.1	Critères étudiés	87
4.2.4.2	Influence sur les forces musculo-tendineuses	88
4.2.4.3	Influence sur les forces de contact	90
4.2.4.4	Influence sur les forces ligamentaires	92
4.2.4.5	Influence sur les forces segmentaires	95
4.2.4.6	Discussion	97
4.3	Capacités d'adaptation du système musculo-squelettique	97
4.3.1	Scénario n°1 : Diminution des forces de contact du genou	98
4.3.1.1	Problématique	98
4.3.1.2	Résultats	98
4.3.1.3	Discussion	100
4.3.2	Scénario n°2 : Diminution de la force segmentaire axiale du fémur	101
4.3.2.1	Problématique	101
4.3.2.2	Résultats	102
4.3.2.3	Discussion	102
4.3.3	Scénario n°3 : Diminution de la force du ligament croisé antérieur	104
4.3.3.1	Problématique	104
4.3.3.2	Résultats	105
4.3.3.3	Discussion	105
4.3.4	Conclusion	107
5	Conclusion générale	109
5.1	Bilan de l'étude	109
5.2	Perspectives	111
5.3	Publications et communications	112
Liste des figures		131
Liste des tableaux		133
Annexes		135

Résumé

Dans un contexte où l'on voit émerger une demande croissante en termes de prévention, diagnostic, suivi et traitement, la modélisation numérique est devenue un outil incontournable pour comprendre les conditions de fonctionnement du système musculo-squelettique et quantifier des données encore inaccessibles par mesure directe telles que les efforts musculaires, ligamentaires ou de contact.

De nombreux modèles ont été proposés et plusieurs logiciels commerciaux ont vu le jour ces dernières années autour de cette problématique. Ces derniers proposent d'utiliser un modèle générique, généralement basé sur un squelette de sujet adulte, afin de calculer ce type de données via des programmes de calcul plus ou moins ouverts. Néanmoins, si l'on s'écarte du cas idéal de l'homme adulte asymptomatique, ces modèles sont, pour le moment, tout à fait critiquables car difficiles à personnaliser. Ainsi, de nombreuses équipes se penchent aujourd'hui sur le développement d'une mise à l'échelle géométrique qui pourrait permettre à terme d'avoir un modèle sujet-spécifique. Cependant, très peu de travaux sont initiés autour de l'adaptation des algorithmes d'optimisation permettant d'obtenir les forces recherchées. Il est pourtant indispensable de personnaliser également ces programmes de calcul pour différentes pathologies.

Les travaux de cette thèse reposent ainsi sur le développement d'algorithmes pour le calcul des forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires pendant la marche. Pour cela, un modèle musculo-squelettique versatile du membre inférieur, basé sur un paramétrage en coordonnées naturelles et comprenant une représentation détaillée des articulations de la cheville et du genou, est introduit. Un processus d'optimisation multicritères est également proposé, reposant sur la méthode par pseudoinverse et permettant l'introduction des forces ostéo-articulaires dans le problème de minimisation des forces musculo-tendineuses.

De manière générale, cette thèse propose des bases de réflexion et de travail pour le développement de programmes de calcul appliqués et applicables à l'étude des pathologies de la marche.

Notations

P	point géométrique
n	scalaire
\mathbf{f}	vecteur
\mathbf{K}	matrice
\mathcal{P}	puissance
$\mathbf{0}_{i \times j}$	matrice nulle de taille $i \times j$
$\mathbf{E}_{i \times i}$	matrice identité de taille i
\mathbf{u}_i	vecteur u du segment i
$\mathbf{N}_i^{V_i^j}$	matrice d'interpolation du $j^{\text{ième}}$ point V du segment i
$\mathbf{n}_i^{V_i^j}$	coordonnées du $j^{\text{ième}}$ point V du segment i dans la base non orthogonale $(P_i, u_i, r_{P_i} - r_{D_i}, w_i)$
\mathbf{K}^T	transposée de la matrice \mathbf{K}
\mathbf{K}^{-1}	inverse de la matrice \mathbf{K}
\mathbf{K}^\dagger	pseudoinverse de la matrice \mathbf{K}
\mathbf{N}^*	pseudo matrice d'interpolation
$\dot{\mathbf{K}}$ ou $\frac{d\mathbf{K}}{dt}$	dérivée partielle de \mathbf{K} par rapport au temps
$\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{x}}$	dérivée partielle de \mathbf{K} par rapport au vecteur \mathbf{x}
\bullet	produit scalaire
\times	produit matriciel
$\ \mathbf{J}\ $	norme de \mathbf{J}
$diag(\mathbf{W})$	diagonale de la matrice \mathbf{W}

Chapitre 1

Introduction générale

1.1 Préambule

« (...) Mais j'ai voulu aussi passionnément connaître et comprendre la nature humaine, savoir ce qu'il y avait à l'intérieur de nos corps. Pour cela, des nuits entières, j'ai disséqué des cadavres, bravant ainsi l'interdiction du pape. (...) Ce que j'ai cherché finalement, à travers tous mes travaux et particulièrement à travers mes peintures, ce que j'ai cherché toute ma vie, c'est à comprendre le mystère de la nature humaine (...) ».

Léonard de Vinci, Carnets.

Cette citation de Léonard de Vinci n'est qu'un exemple parmi tant d'autres pour illustrer l'intérêt ancien autour de la compréhension du fonctionnement interne du corps humain. Les difficultés rencontrées par de Vinci à son époque, principalement de l'ordre métaphysique, l'ont grandement freiné dans ses recherches et, malgré ses talents incomparables d'observateur et de dessinateur, les détails de ses planches anatomiques sont ainsi souvent restés superficiels (Figs. 1.1 et 1.2).

Les nombreuses évolutions technologiques et méthodologiques qui ont été opérées depuis son époque lui auraient été très certainement bien utiles, puisqu'il n'est désormais plus nécessaire d'avoir recours à la dissection pour visualiser l'organisation interne du corps humain. Ceci est notamment possible grâce aux nombreuses technologies de l'imagerie médicale qui ont permis, et permettent encore, d'importantes avancées au niveau de la compréhension du fonctionnement du corps humain. De multiples représentations (2D ou 3D) des systèmes internes, tels que le système musculo-squelettique, sont ainsi désormais accessibles et apportent de nombreux détails sur le plan anatomique.

Mais il est également possible de dépasser cette représentation purement géométrique à l'aide des outils de simulation numérique. Ces outils, désormais utilisés dans un grand nombre de domaines, permettent de simuler des phénomènes physiques et ainsi d'étudier la cinématique et la dynamique de systèmes plus ou moins complexes. Mais ils peuvent également permettre de voir et comprendre ce qui se passe au sein même du système étudié au cours d'un mouvement. Pour en arriver là, il faut néanmoins dépasser le stade d'une analyse purement anatomique et

1.1. PRÉAMBULE

définir tout un ensemble de lois (e.g., physiques, mécaniques, ...) définissant les capacités et les limites du système.

C'est justement dans ce contexte que cette thèse prend racine. La modélisation musculo-squelettique est devenue depuis quelques années un sujet porteur en biomécanique. Cette modélisation, regroupant des informations géométriques, cinématiques et cinétiques du squelette, des articulations et des muscles, permet aujourd'hui d'envisager de nombreuses explorations visant à mieux comprendre le comportement de ces structures dans un contexte donné. Cet outil intéresse bien entendu grandement la médecine, et notamment la médecine physique et de réadaptation, dans laquelle il pourrait, à terme, être intégré pour des questions d'analyse des pathologies et des troubles de la locomotion, mais également de choix thérapeutique. En effet, il peut permettre l'estimation des forces musculo-tendineuses, impliquées dans un grand nombre de pathologies, et ouvre ainsi la voie à des données jusqu'alors bien souvent inaccessibles. Pour cela, plusieurs méthodes ont été proposées, dont l'optimisation, permettant de prendre en compte des aspects mécaniques mais également neurophysiologiques du système.

Cependant, avant d'en arriver là, ce type de modèle doit être suffisamment détaillé et fiable pour permettre pleinement son intégration dans le milieu médical. De nombreux outils existent pour cela. D'un point de vue mécanique, la modélisation des systèmes multi-corps rigides permet de décrire un système mécanique complexe, composé de plusieurs corps mobiles reliés entre eux par des liaisons, et d'en calculer sa dynamique. D'un point de vue anatomique, les nombreux travaux réalisés dans ce domaine permettent d'ores et déjà de disposer de modèles de géométrie musculo-squelettique éprouvés, provenant notamment de mesures cadavériques. Ces modèles devraient par ailleurs rapidement évoluer vers des modèles sujet-spécifiques, grâce encore une fois à l'imagerie médicale. De plus, des modèles mécaniques détaillés des articulations, proches de l'anatomie fonctionnelle, sont aujourd'hui également disponibles.

Les raisons qui ont poussé à l'élaboration de cette thèse sont multiples, mais gravitent principalement autour du problème de personnalisation de ces modèles. En effet, les modèles existants se trouvent être plus ou moins bien adaptés à l'étude d'un cas ou d'un autre. Cela concerne tout d'abord l'utilisation de modèles génériques, obtenus très souvent à partir d'une population bien précise, et ne pouvant donc pas, *a priori*, être employés pour étudier une autre population. Cela concerne l'ensemble des structures, qu'elles soient osseuses, articulaires, ligamentaires, ou musculaires. La géométrie toute entière de ces modèles doit donc être personnalisable. Mais il en va de même pour les propriétés mécaniques définies au sein de chaque structure. Un muscle, par exemple, est souvent représenté à travers un ensemble d'amortisseurs et de ressorts en série ou en parallèle. Il semble indispensable d'adapter les propriétés de ces entités à chaque muscle, mais également à chaque sujet qui, de par son contexte physique et social n'aura pas forcément développé les mêmes capacités. Enfin, il ne faut pas oublier que le calcul des forces musculo-tendineuses fait intervenir bien souvent tout un ensemble d'hypothèses, ou de critères lors de l'emploi de méthodes d'optimisation. Un énorme travail reste à faire à ce propos : ces hypothèses reposent la plupart du temps sur des aspects mécaniques et neurophysiologiques, mais à nouveau, il semble invraisemblable de définir des hypothèses identiques pour des contextes faisant intervenir des individus différents.

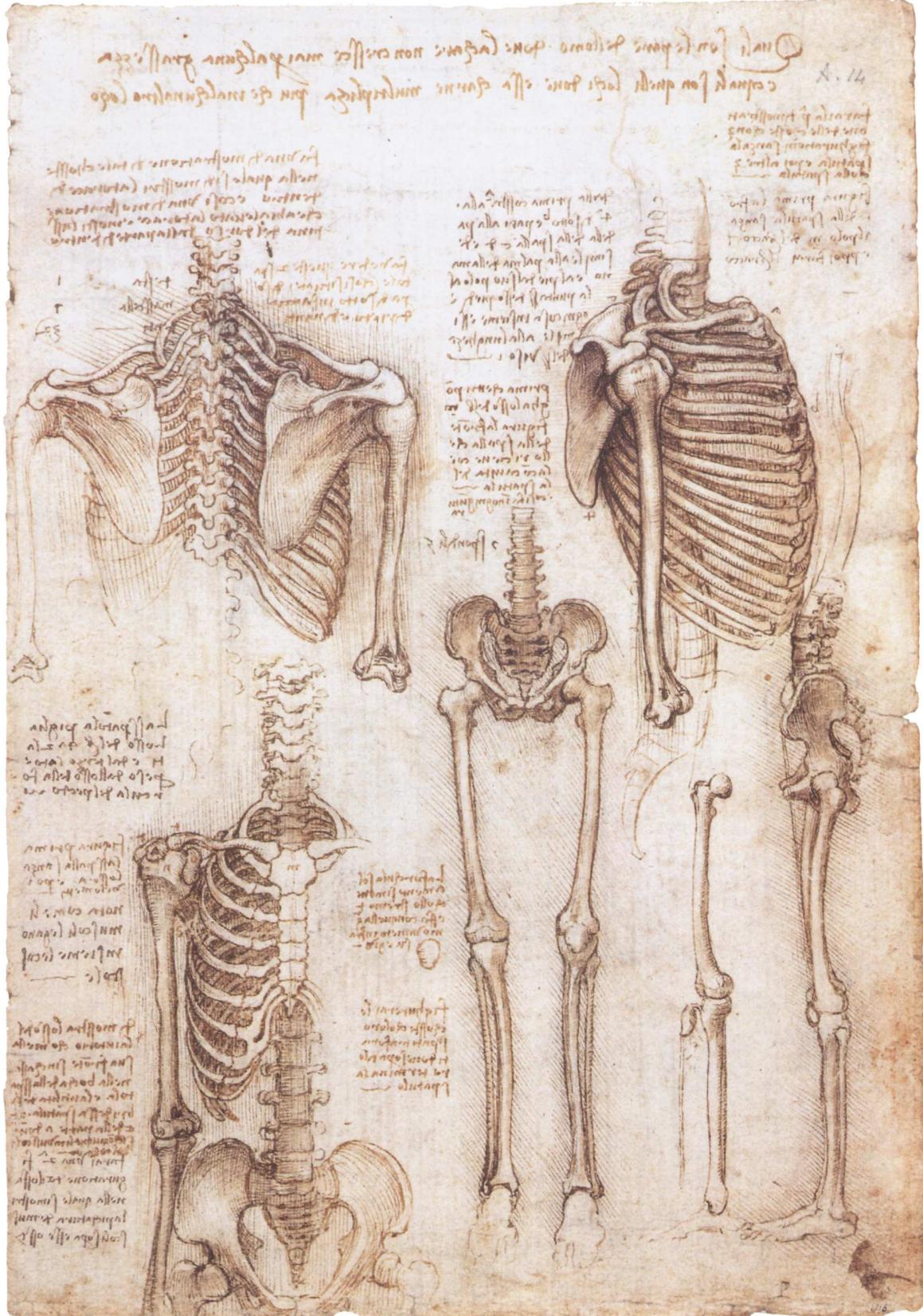


FIG. 1.1: Croquis de portions du squelette par Léonard de Vinci

1.1. PRÉAMBULE

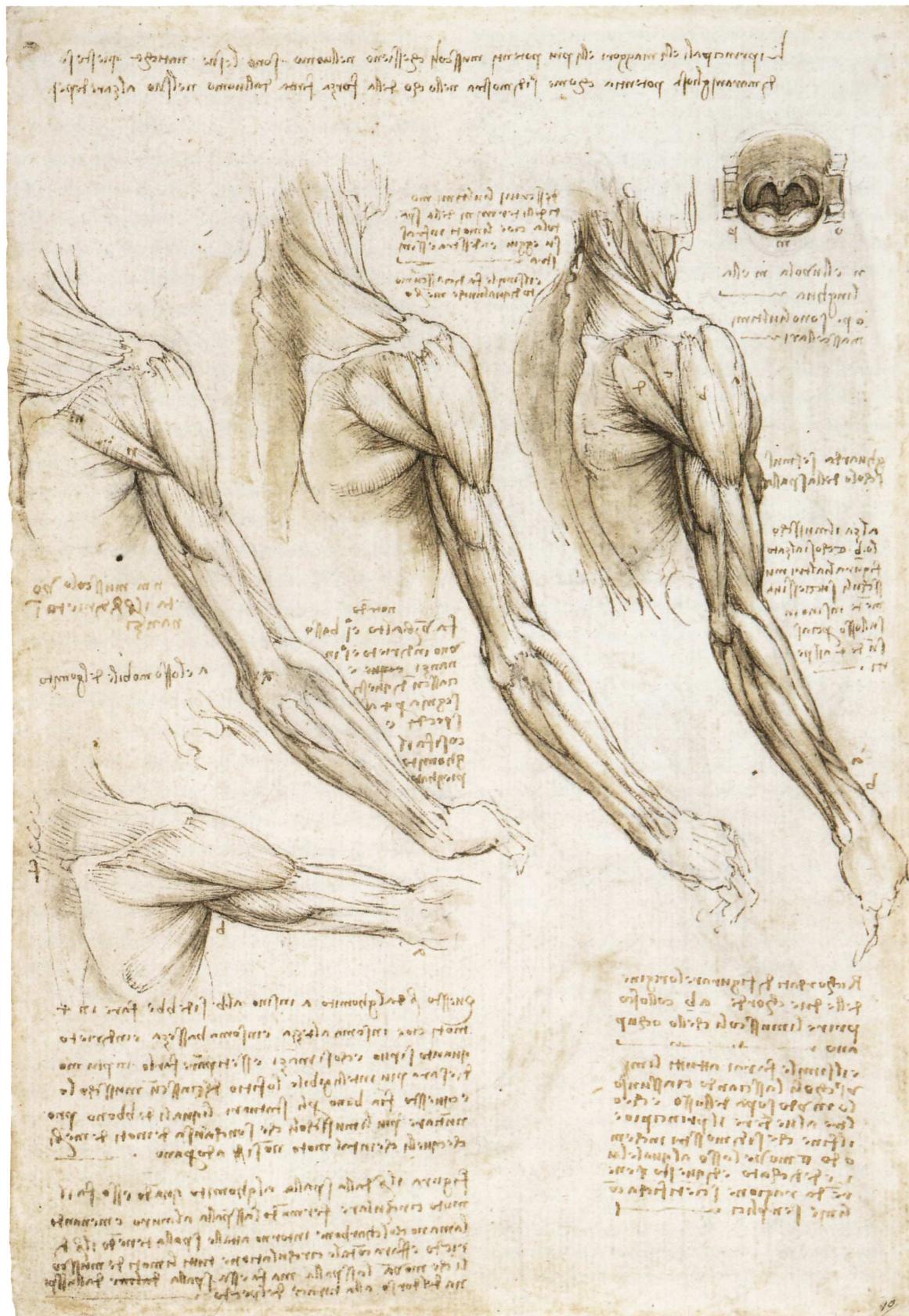


FIG. 1.2: Croquis de la musculature postérieure du bras par Léonard de Vinci

1.2 Objectifs de l'étude

La mise en place systématique de modèles personnalisés restant complexe, il semble pertinent de mettre en place des modèles génériques personnalisables, offrant des possibilités d'ajustement au niveau de la géométrie, de la cinématique articulaire, de la dynamique et des stratégies neuro-motrices employées.

Cette thèse vise ainsi deux objectifs. Le premier concerne le développement d'un modèle musculo-squelettique versatile complétant les travaux précédents, issus du Laboratoire de Biomécanique et Mécanique des Chocs (LBMC), autour du développement d'un simulateur numérique permettant l'étude cinématique et dynamique du mouvement humain, membres supérieurs ou inférieurs. Cette thèse ne s'intéresse néanmoins qu'à l'étude des membres inférieurs pendant la marche. Deux aspects importants sont abordés, à savoir l'utilisation d'un paramétrage surabondant en coordonnées naturelles et l'intégration de modèles géométriques et cinématiques génériques. Ce modèle musculo-squelettique prend notamment en compte la possibilité de modifier très simplement l'architecture du modèle (e.g., géométrie et modèles cinématiques des articulations) et donc de pouvoir à plus long terme personnaliser l'ensemble des structures le composant. Le second objectif concerne le développement de routines de calcul liées à l'emploi de l'optimisation pour l'estimation des forces musculo-tendineuses. A nouveau, l'accent est mis sur la nécessité de personnalisation, par le biais de la mise en place d'un cadre d'optimisation multicritères, permettant notamment d'intégrer les forces ostéo-articulaires au problème de minimisation des forces musculo-tendineuses.

Sans avoir la prétention de proposer un modèle musculo-squelettique adapté à tous les cas de figure, l'originalité de ce travail est donc de mettre en place un outil versatile, proposant d'ores et déjà plusieurs variantes (notamment au niveau des modèles cinématiques et des critères d'optimisation), mais offrant surtout un cadre de travail adapté au développement et à l'intégration de nouveaux modèles.

1.3 Présentation du document

Au-delà de cette introduction générale, ce document est constitué d'un ensemble de trois chapitres et d'une conclusion générale, répondant aux objectifs fixés pour cette thèse et proposant en perspective une continuité à l'ensemble des travaux menés pendant ces trois années de thèse.

La modélisation musculo-squelettique : besoins et moyens - Avant de s'intéresser aux développements réalisés au cours de cette thèse, il est nécessaire de replacer ces travaux dans leur contexte. La modélisation musculo-squelettique regroupe en effet sous ce terme un grand nombre de notions et d'hypothèses, qu'il est important de bien cerner avant de s'y intéresser plus en détail. Ce chapitre s'articule ainsi autour de deux questions fondamentales concernant la modélisation musculo-squelettique : pourquoi et comment ? Qu'est-ce que ce type de modélisation peut apporter, notamment dans le domaine clinique, et à quels besoins et objectifs répond-elle ? De plus, de quelle manière et à travers quels outils la modélisation musculo-squelettique peut-elle espérer remplir le cahier des charges qui lui est attribué ? Bien entendu, il ne s'agit pas ici de répondre à toutes ces questions, mais plutôt de faire le point sur les nombreuses pistes d'ores et déjà proposées.

1.3. PRÉSENTATION DU DOCUMENT

Simulateur numérique pour le calcul des forces musculo-tendineuses - Ce chapitre présente les travaux de développement réalisés à partir d'un simulateur numérique existant, mis au point au sein du laboratoire. Ce simulateur, initialement prévu pour l'étude cinématique et dynamique du mouvement humain, membres supérieurs ou inférieurs, se voit ainsi complété d'un module pour le calcul des forces musculo-tendineuses à partir d'un modèle musculo-squelettique générique existant. De plus, il possède la particularité d'être très versatile, en offrant la possibilité de modifier aisément les modèles cinématiques et cinétiques employés, ainsi que la géométrie musculo-tendineuses du modèle. Cette thèse étant intimement liée à la problématique clinique de l'analyse quantifiée de la marche, seuls les membres inférieurs sont modélisés dans nos travaux. Nous présentons donc ici les différents modèles employés par ce simulateur dans le cadre de l'étude des membres inférieurs pendant la marche.

Application du simulateur aux atteintes du système ostéo-articulaire - Ce chapitre présente des outils pour l'estimation des forces ostéo-articulaires. Après avoir présenté les pathologies couramment liées au fonctionnement du système ostéo-articulaire et après avoir discuté de l'intérêt de la simulation dans un tel contexte, nous verrons comment une optimisation multicritères peut être implémentée dans notre simulateur afin d'intégrer les forces ostéo-articulaires dans l'optimisation des forces musculo-tendineuses. A nouveau, l'accent est mis sur la possibilité de personnalisation du modèle, l'optimisation multicritère offrant un cadre de travail idéal pour l'intégration de critères et contraintes divers et variés. Enfin, nous montrerons comment ce simulateur pourrait, à terme, permettre l'étude de certaines atteintes du système ostéo-articulaire, en proposant d'ores et déjà des investigations quant aux interactions existant entre les forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires.

Chapitre 2

La modélisation musculo-squelettique : besoins et moyens

Avant de s'intéresser aux développements réalisés au cours de cette thèse, il est nécessaire de replacer ces travaux dans leur contexte. La modélisation musculo-squelettique regroupe en effet sous ce terme un grand nombre de notions et d'hypothèses, qu'il est important de bien cerner avant de s'y intéresser plus en détail. Ce chapitre s'articule ainsi autour de deux questions fondamentales concernant la modélisation musculo-squelettique : pourquoi et comment ? Qu'est-ce que ce type de modélisation peut apporter, notamment dans le domaine clinique, et à quels besoins et objectifs répond-elle ? De plus, de quelle manière et à travers quels outils la modélisation musculo-squelettique peut-elle espérer remplir le cahier des charges qui lui est attribué ? Bien entendu, il ne s'agit pas ici de répondre à toutes ces questions, mais plutôt de faire le point sur les nombreuses pistes d'ores et déjà proposées.

Sommaire

2.1 Enjeux cliniques	8
2.1.1 Complément à l'analyse quantifiée de la marche	8
2.1.2 Outil d'aide au choix thérapeutique	9
2.2 Les outils de la modélisation musculo-squelettique	10
2.2.1 Paramétrages	10
2.2.2 Modèles cinématiques	14
2.2.3 Modèles cinétiques	16
2.2.4 Calculs de dynamique	18
2.2.5 Modèles de géométrie musculo-squelettique	20
2.2.6 Modèles musculaires	21
2.3 Détermination des forces musculo-tendineuses	26
2.3.1 Problématique des mesures	26
2.3.2 Emploi de l'optimisation	30
2.3.3 Principaux critères employés	36
2.4 Conclusion	37

2.1 Enjeux cliniques

2.1.1 Complément à l'analyse quantifiée de la marche

La dégradation de la marche, due à une pathologie orthopédique ou neurologique, est une situation souvent très difficile à gérer, avec l'apparition de douleurs, une incapacité partielle voire totale à se mouvoir par ses propres moyens et ainsi une rupture sociale non négligeable.

La prise en charge des patients présentant ce type d'atteintes est donc souvent multidisciplinaire (assistance sociale, orthophonie, ophtalmologie, physiothérapie, orthopédie, neurologie, psychomotricité, ergothérapie, psychologie, ...) et les objectifs principaux sont avant tout l'amélioration du confort général de la personne ainsi que la réduction de la douleur, tout en travaillant, quand cela est possible, au retour à la posture verticale voire au retour à une marche parfaitement autonome, ou à défaut à une marche assistée. Il s'agit donc en soi de travailler sur une amélioration globale de la qualité de vie de la personne.

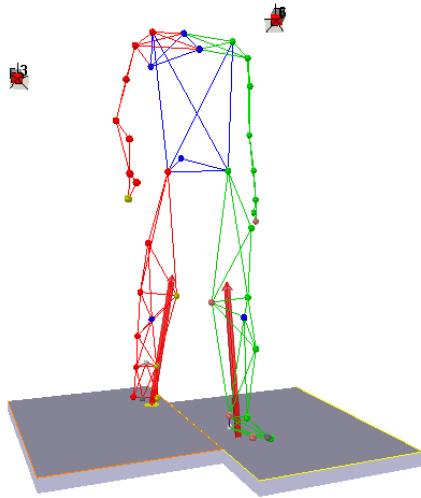


FIG. 2.1: Reconstruction tridimensionnelle de la cinématique d'un sujet au cours de la marche

Les outils et les traitements disponibles pour l'équipe soignante, et donc pour le patient, s'améliorent fort heureusement d'année en année, et l'apparition d'outils permettant une analyse quantifiée de la marche marque sûrement un tournant important dans un tel contexte. Que ce soit autour de la cinématique articulaire, des forces et pressions de contact au sol, de l'activité musculaire ainsi que de l'ensemble des paramètres spatiaux-temporels de la marche, peu de détails échappent encore aujourd'hui à cette analyse. Bien entendu, les outils et méthodes mis en oeuvre s'accompagnent de nombreuses limites et imperfections, mais permettent néanmoins au clinicien d'avoir un regard nouveau sur l'évolution de la marche d'un patient.

Ainsi, les laboratoires d'analyse du mouvement se sont multipliés ces dernières années au sein des structures hospitalières et un examen, portant le nom d' « *analyse quantifiée de la marche* » (AQM) a vu le jour. Les laboratoires sont équipés, quand cela est possible, de caméras optoélectroniques, de plateformes de force et d'électromyographes, leur permettant d'établir un recueil de données essentiel au dossier du patient. Une fois l'examen achevé, le plus gros du travail reste à faire, puisqu'il faut donner un sens à toutes ces informations. Pour cela, de nombreux outils numériques ont été mis en place et proposent, la plupart du temps, une

analyse déclinée en trois étapes : une étude cinématique permettant l'obtention des variations angulaires au niveau des différentes articulations concernées, une étude dynamique permettant l'obtention des forces et moments intersegmentaires, voire l'étude des puissances articulaires, et enfin une étude de l'activité musculaire recueillie par électromyographie de surface.

La modélisation musculo-squelettique peut aujourd'hui apporter une nouvelle facette à cette analyse, en introduisant la notion de simulation et ainsi la possibilité « *de voir ce qui ne peut être vu* ». En effet, cet outil se propose de fournir des informations, basées sur tout un ensemble de modèles, sur ce qu'il se passe au niveau des muscles pendant un mouvement. Cela peut paraître surprenant, mais il n'existe pas aujourd'hui de moyen simple et surtout non invasif permettant la mesure des forces musculo-tendineuses (voir le paragraphe 2.3.1 pour de plus amples détails). Ainsi, l'accès aux données que propose ce type de modélisation est un pas en avant important permettant de mieux comprendre les fonctions neuromotrices, la coordination et beaucoup d'autres notions neurophysiologiques.

Cette modélisation est d'autant plus intéressante qu'elle s'insère parfaitement dans la structure de l'examen mis en place jusqu'à maintenant puisqu'elle est dans la continuité de l'étude. En effet, la cinématique et la dynamique, calculées à partir des données expérimentales, sont justement les entrées d'une simulation musculo-squelettique. Les données d'électromyographie (EMG), quant à elles, peuvent également servir d'entrées, afin de guider les résultats obtenus en fonction des patterns d'activation musculaire recueillis, ou bien servir de moyen d'évaluation quant aux résultats obtenus.

Mais malgré tout l'enthousiasme que cela pourrait susciter, il est de rigueur d'utiliser avec précaution ce genre d'outils. En effet, il ne faut jamais oublier que le squelette qui s'anime sur notre écran n'est jamais qu'un empilement de modèles plus imparfaits les uns que les autres, regroupant un nombre important d'hypothèses et ne représentant pas la réalité des faits. C'est d'ailleurs bien là la définition de « *modèle* » !

2.1.2 Outil d'aide au choix thérapeutique

Au-delà de cette complémentarité avec l'examen déjà en place, la modélisation musculo-squelettique peut permettre des investigations et donc potentiellement devenir une aide au choix du traitement à envisager.

Il est en effet d'ores et déjà possible de simuler une intervention chirurgicale telle qu'une réinsertion tendineuse grâce à la modélisation géométrique musculaire proposée. Concrètement, le point représentant l'insertion du tendon peut être déplacé dans le modèle, de la même manière que le ferait le chirurgien lors d'une intervention, et il est alors possible d'étudier le comportement du membre ainsi modifié pendant des mouvements plus ou moins complexes. Mais il est également possible de simuler l'implantation d'une prothèse, en entrant les informations géométriques et mécaniques de celle-ci dans le modèle, de simuler une boîterie en modifiant les amplitudes articulaires admissibles pour une articulation donnée, ...

Bien entendu, avant de fournir une aide pertinente quant au choix thérapeutique à privilégier, les modèles actuels nécessitent encore de nombreuses améliorations. Cela concerne notamment les fonctions neuromotrices, simplifiées à l'extrême pour le moment derrière, par exemple, des critères d'optimisation présentant de manière très globale les phénomènes (e.g., minimiser la somme des forces musculo-tendineuses) et absolument pas une représentation

localisée qui prendrait en compte les spécificités individuelles de chaque muscle ainsi que ses déficiences ou activités anormales (e.g., spasticité).

Quoi qu'il en soit, l'évolution de la compréhension des phénomènes neuro-musculo-squelettiques se fera très certainement par le biais de ce genre d'outils, qui animent d'ores et déjà de plus en plus de débats quant à leur utilisation.

2.2 Les outils de la modélisation musculo-squelettique

L'emploi du terme « *modèle musculo-squelettique* » prête bien souvent à confusion dans le sens où il ne s'agit pas d'un, mais de tout un ensemble de modèles qui se cachent en fait derrière cette appellation, comme l'illustre la figure 2.2.

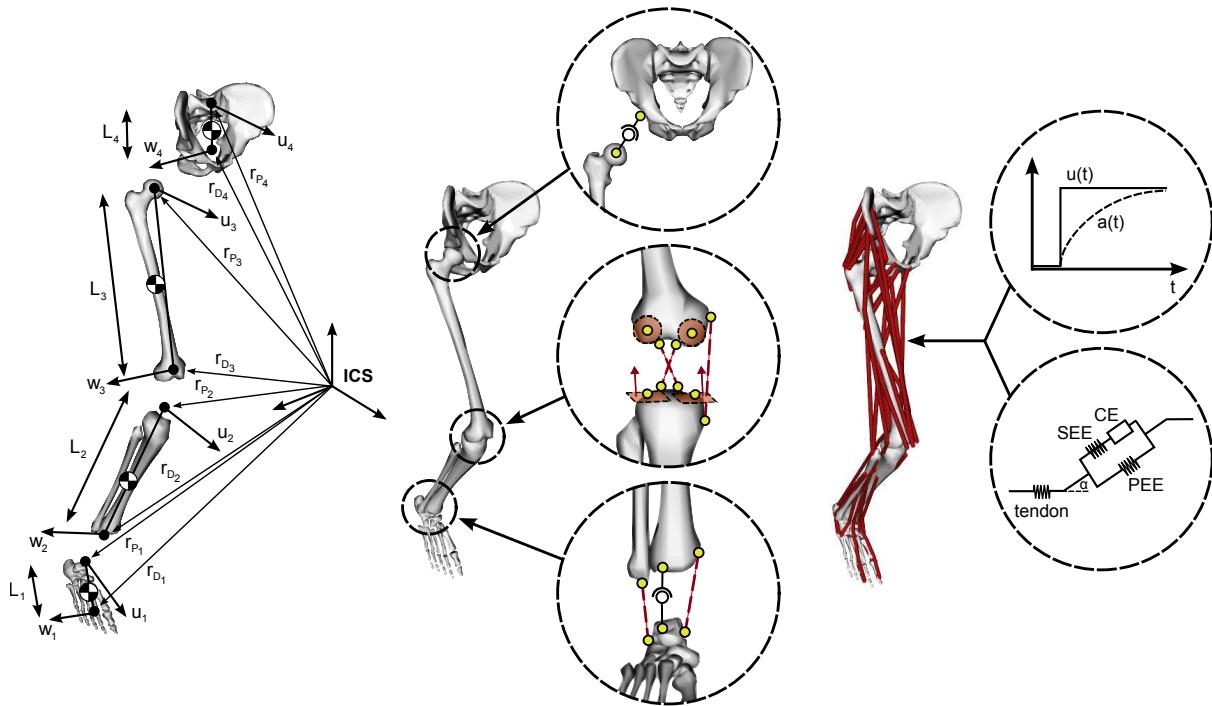


FIG. 2.2: Aperçu des modèles intervenant sous le terme de modèle musculo-squelettique (de gauche à droite : paramétrage du système et géométrie des masses, modèles cinématiques, géométrie musculo-squelettique, modèles d'activation musculaire et de dynamique de contraction du complexe muscle-tendon)

Les paragraphes suivants présentent un aperçu de la variété des modèles qui ont été introduits dans la littérature et ce à chaque « *étage* » de la modélisation musculo-squelettique.

2.2.1 Paramétrages

Lorsque l'on souhaite étudier la cinématique et la dynamique d'un système mécanique multi-corps, la première chose à définir est le paramétrage que l'on souhaite utiliser, c'est-à-dire la manière dont les positions, vitesses et accélérations des corps vont être décrites à chaque instant. Trois paramétrages parmi les plus répandus sont présentés ci-après, sur la base d'un même exemple de système plan constitué de trois corps mobiles et d'un bâti.

2.2.1.1 Paramétrage en coordonnées relatives

Le principe de ce paramétrage est de repérer un corps par rapport à un autre corps du mécanisme (corps parent) (Fig. 2.3). Ce type de paramétrage est tout à fait adapté à des mécanismes à arborescence tels que les robots manipulateurs par exemple. Il a d'ailleurs été très bien développé pour ce type d'applications, avec notamment la convention de Denavit et Hartenberg [Denavit 55].

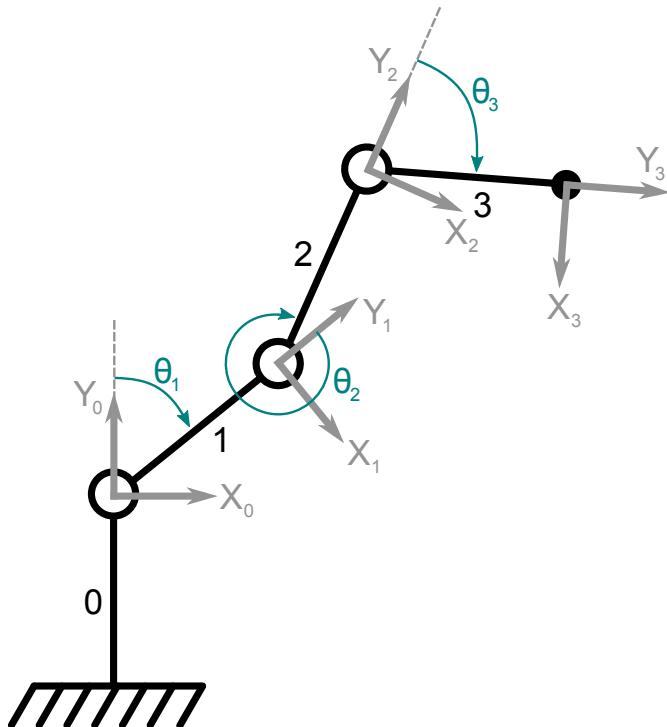


FIG. 2.3: Paramétrage d'un système plan à boucle ouverte en coordonnées relatives (paramétrage minimum à l'aide des variables articulaires θ_1, θ_2 et θ_3)

Le nombre de paramètres dépend ici directement de la nature des liaisons entre chacun des corps (une liaison pivot engendre un paramètre d'angle, une liaison glissière engendre un paramètre de distance, alors qu'une liaison ponctuelle engendre à la fois un paramètre d'angle et de distance). Suivant le mécanisme, le paramétrage en coordonnées relatives sera toujours indépendant (nombre de paramètres minimum et égal à la mobilité du mécanisme) en chaîne ouverte et potentiellement dépendant (nombre de paramètres supérieur à la mobilité) en chaîne fermée.

L'utilisation des coordonnées relatives a l'avantage de ne générer que le nombre minimum de paramètres, qui correspondent directement aux variables articulaires. Par contre, les expressions qui en découlent sont vite lourdes et augmentent donc rapidement le temps de calcul. De plus, ce paramétrage fait intervenir des angles, ce qui peut faire apparaître des positions singulières pour lesquelles on perd l'unicité du lien entre l'orientation du corps et la valeur de ces angles. Enfin, en cas de contraintes (e.g., fermeture d'une chaîne cinématique), celles-ci sont très non-linéaires, avec notamment l'apparition de nombreuses fonctions trigonométriques.

2.2.1.2 Paramétrage en coordonnées absolues

Contrairement au paramétrage en coordonnées relatives, le paramétrage en coordonnées absolues (ou cartésiennes) propose de repérer chaque corps en fonction d'un solide de référence, généralement le bâti, représentant le support du repère global (Fig. 2.4).

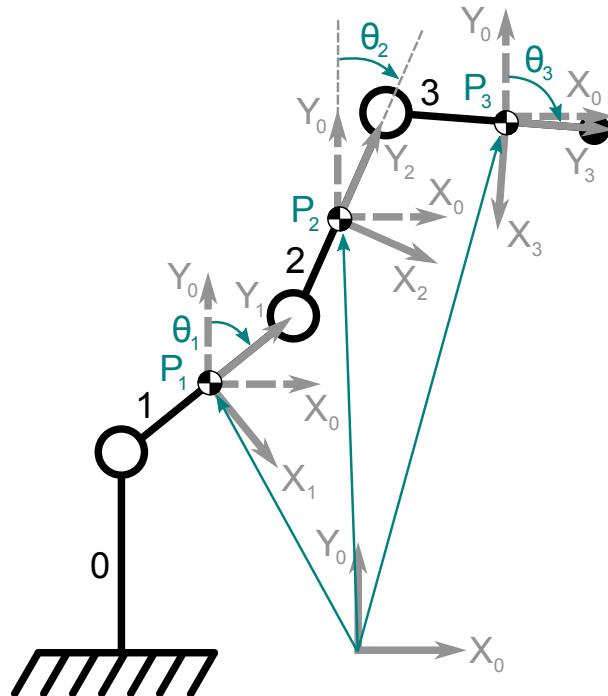


FIG. 2.4: Paramétrage d'un système plan à boucle ouverte en coordonnées absolues (paramétrage maximum à l'aide des variables articulaires θ_1 , θ_2 et θ_3 et des coordonnées cartésiennes des points P_1 , P_2 et P_3)

Un ensemble de paramètres est alors associé à chaque corps : la position du point de référence du corps (typiquement son centre de gravité, mais pas forcément) ainsi que les angles (un pour un problème plan, trois pour un problème spatial, typiquement les trois angles d'Euler) représentant l'orientation du corps par rapport au solide de référence. On obtient ainsi un nombre maximum de paramètres et donc un système dépendant auquel il va falloir associer des relations de contrainte. Pour la représentation d'un système plan comprenant trois corps (soit $n = 9$ paramètres) ayant une mobilité de $f = 3$, il sera ainsi nécessaire de définir $n - f = 6$ relations de contrainte. Ces contraintes sont, ici encore, non-linéaires.

Ce paramétrage a l'avantage d'être facilement généralisable à l'ensemble des corps, quel que soit le nombre de degrés de liberté de ces derniers. De plus, la gestion des chaînes fermées est simplifiée par rapport au paramétrage en coordonnées relatives. Néanmoins, il présente comme on l'a vu un nombre élevé de paramètres, ce qui implique des matrices de taille importante et donc des temps de calcul relativement longs. A nouveau, l'utilisation d'angles fait intervenir des positions singulières et enfin, étant donné que l'on repère les corps par rapport à une référence globale, il est nécessaire de prévoir un traitement des données pour l'obtention des variables articulaires, plus aisément interprétables.

2.2.1.3 Paramétrage en coordonnées naturelles

Plutôt que d'utiliser des angles faisant intervenir des fonctions trigonométriques gourmandes en temps de calcul et contraignantes avec l'apparition de positions singulières, le paramétrage en coordonnées naturelles propose de n'utiliser que les positions d'un ensemble de points remarquables, définis par leurs coordonnées cartésiennes, pour repérer un corps dans l'espace (Fig. 2.5) [Garcia de Jalon 94].

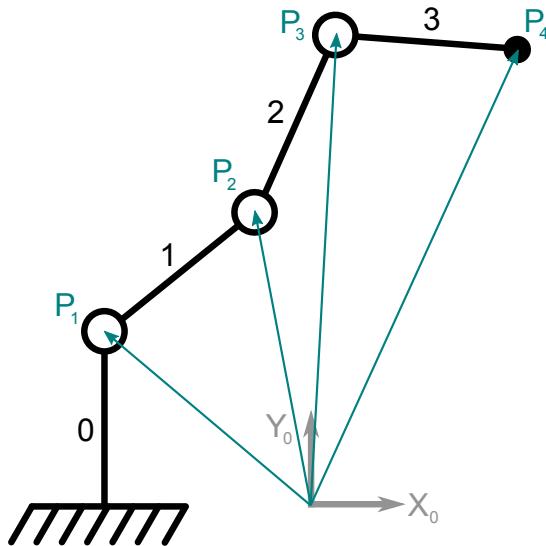


FIG. 2.5: Paramétrage d'un système plan à boucle ouverte en coordonnées naturelles (le segment i est repéré à l'aide des coordonnées cartésiennes des points P_i et P_{i+1})

Pour cela, on peut repérer un corps i d'un système plan à l'aide de deux points (P_i et P_{i+1}), complétés de deux vecteurs unitaires (\mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i) dans le cadre d'un système spatial. Ces points et vecteurs de base sont de préférence placés sur les plans, droites et points caractéristiques des liaisons. On définit ainsi 4 paramètres pour un corps d'un système plan et 12 paramètres pour un corps d'un système spatial. Les relations de contrainte associées représentent alors notamment l'indéformabilité des corps supposés rigides. Une description précise des paramètres et relations de contrainte est donnée au chapitre 3 pour le cas particulier de la modélisation musculo-squelettique du membre inférieur.

Ce paramétrage est relativement difficile à implémenter, mais offre de nombreux avantages. Tout d'abord, comme on l'a vu précédemment, aucun angle n'est utilisé pour repérer les différents corps dans l'espace. Cela réduit considérablement le temps de calcul et évite l'apparition de positions singulières. De plus, un système initialement paramétré en coordonnées relatives (e.g., position d'un point remarquable dans le repère local) peut facilement être retranscrit en paramétrage en coordonnées naturelles. C'est notamment le cas, comme on le verra dans le chapitre suivant, pour les modèles musculo-squelettiques, où les points musculaires sont définis dans les repères des segments osseux. Pour cela, on construit pour chaque point une matrice dite « *d'interpolation* ». Le produit de cette matrice et des paramètres en coordonnées naturelles du segment associé donne alors la position du point dans le repère global. A noter que ces matrices sont constantes dans le temps, ce qui permet de préparer une grande partie des calculs hors ligne, et donc potentiellement de s'orienter vers des applications temps réel. Dans ce cas de figure, les contraintes deviennent linéaires ou quadratiques. Par contre, à nouveau, il est nécessaire de prévoir un traitement pour l'obtention des angles et autres variables articulaires.

2.2.2 Modèles cinématiques

2.2.2.1 Traitement de la cinématique

L'utilisation des systèmes d'analyse du mouvement actuels (Motion Analysis, Vicon, BTS, Codamotion, Qualisys, ...) permet d'obtenir la cinématique des segments sur lesquels sont positionnés des marqueurs cutanés, passifs ou non (Fig. 2.6). Néanmoins, le mouvement des marqueurs fixés sur la peau ne reflète pas directement le mouvement du segment osseux sous-jacent, et ce à cause des mouvements des masses molles, également appelés « *artefacts de tissus mous* ». L'amplitude de ces artefacts et leur impact sur la cinématique des segments sont bien connus pour l'étude des membres inférieurs [Leardini 05] et plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour réduire l'effet de ces artefacts. On distingue notamment trois types d'approche.

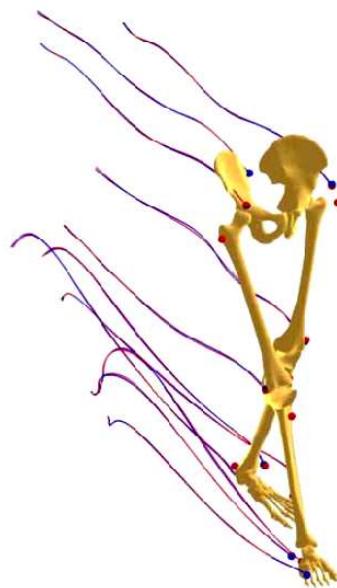


FIG. 2.6: Obtention de la cinématique des segments osseux à partir de la trajectoire des marqueurs cutanés (adapté de [Andersen 09])

La première approche consiste à construire directement les systèmes d'axes à partir des positions de marqueurs. Ces mêmes positions permettent également de déterminer (par régression [Reed 99, Dumas 07b] ou par méthode fonctionnelle [Ehrig 06]) les centres articulaires. Dans ce cas de figure, la longueur du segment varie à chaque image et l'on considère que chaque articulation peut être décrite par une liaison rotule, les segments n'étant pas contraints cinématiquement les uns par rapport aux autres, sinon par leur raccord au niveau des centres articulaires.

La deuxième approche consiste à déterminer la position optimale du segment osseux à partir de la position des marqueurs qui lui sont associés [Soderkvist 93, Challis 95, Cheze 95, Dumas 09]. On obtient ainsi un mouvement rigide (le segment a une longueur constante) mais, étant donné que chaque segment est traité indépendamment et que l'on n'impose pas non plus ici de contraintes articulaires, des déplacements parasites apparaissent au niveau des liaisons.

Enfin, la troisième approche consiste à définir un modèle cinématique du système. On associe alors à chaque articulation un ensemble de relations de contrainte, venant définir précisément sa cinématique, ainsi que des contraintes d'indéformabilité des segments (leur longueur est donc

fixée). Cette approche est appelée optimisation globale car elle consiste à minimiser l'écart entre les marqueurs cutanés et les marqueurs virtuels de l'ensemble de la chaîne, tout en respectant les contraintes cinématiques associées aux articulations [Andersen 09, Lu 99, Reinbold 05].

Les paragraphes suivants présentent les différents modèles proposés dans la littérature pour les articulations de la hanche, du genou et de la cheville, lors de l'utilisation de l'optimisation globale. Une description anatomique détaillée de ces articulations est disponible au chapitre 4.

2.2.2.2 Modèles cinématiques de la hanche

L'articulation de la hanche est très couramment représentée par une liaison rotule [Andersen 09, Charlton 04, Lu 99, Reinbold 05].

Le centre de cette articulation peut être obtenu par régression [Dumas 07b, Reed 99] ou méthode fonctionnelle [Ehrig 06] à partir des données issues des trajectoires des marqueurs cutanés.

2.2.2.3 Modèles cinématiques du genou

Pour l'articulation du genou, différentes modélisations, plus ou moins détaillées, ont été proposées (Fig. 2.7). Les plus simples reposent sur l'utilisation à nouveau d'une liaison rotule [Al Nazer 08, Duda 97, Glitsch 97, Heller 01, Li 98, Lu 99, Nott 10, Patel 07, Seireg 75] ou d'une liaison pivot sans couplage de degrés de liberté [Al Nazer 08, Anderson 01, Brand 86, Crowninshield 81, Glitsch 97, Hardt 78, Keppe 97, Lu 99, Patriarco 81, Pierrynowski 85, Reinbold 05, Rohrle 84]. Cependant, ces modèles sont relativement éloignés de l'anatomie de cette articulation. L'utilisation d'une liaison rotule fait apparaître un degré de liberté autour de l'axe d'adduction/abduction, tandis que l'utilisation d'une liaison pivot, qui peut être tout à fait adaptée à une étude 2D dans le plan sagittal, ne fait pas apparaître la rotation automatique du genou pendant la flexion, notamment due au roulement avec glissement du condyle fémoral latéral sur le plateau tibial.

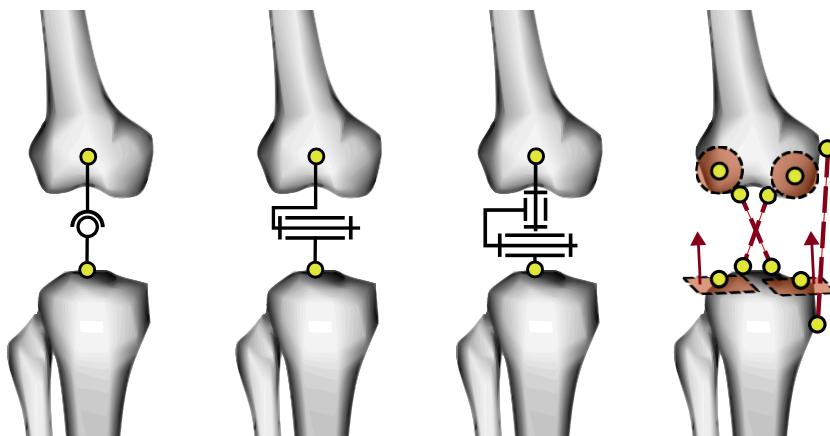


FIG. 2.7: Modélisation de l'articulation du genou (de gauche à droite : liaison rotule, liaison pivot, liaison universelle ou cardan et mécanisme parallèle)

D'autres modèles ont donc été proposés pour cette articulation, à savoir l'utilisation d'une liaison universelle (ou cardan) [Fraysse 09, Kimmel 06] ou l'utilisation d'une liaison pivot avec couplage de degrés de liberté [De Groote 08, De Groote 09, Duprey 10, Lenaerts 08, Neptune 01,

Riley 01, Sholukha 06, Stansfield 03, Xiao 08]. Parmi ces modèles utilisant une liaison pivot avec couplage de degrés de liberté, on peut notamment noter la présence d'un modèle mécanique détaillé, ou « *mécanisme parallèle* », proposant une modélisation proche de l'anatomie du genou [Duprey 10, Feikes 03]. De plus amples détails à propos de ce mécanisme parallèle sont donnés au chapitre 3.

2.2.2.4 Modèles cinématiques de la cheville

Des propositions de modélisation, similaires à celles du genou, ont été proposées pour la cheville (Fig. 2.8). On retrouve ainsi l'utilisation d'une liaison rotule [Glitsch 97, Hardt 78, Heller 01, Kepple 97, Lu 99, Nott 10, Patriarco 81, Seireg 75], d'une liaison universelle [Al Nazer 08, Anderson 01, Andersen 09, De Groote 08, Fraysse 09, Kimmel 06, Patel 07, Pierrynowski 85, Reinbolt 05, Riley 01, Rohrle 84, Siegel 06, Xiao 08], cette liaison décrivant alors les articulations talo-crurale et talo-calcanéenne, et d'une liaison pivot avec [Duprey 10, Sholukha 06] ou sans couplages cinématiques [Brand 86, Crowninshield 81, Glitsch 97, Lenaerts 08, Stansfield 03].

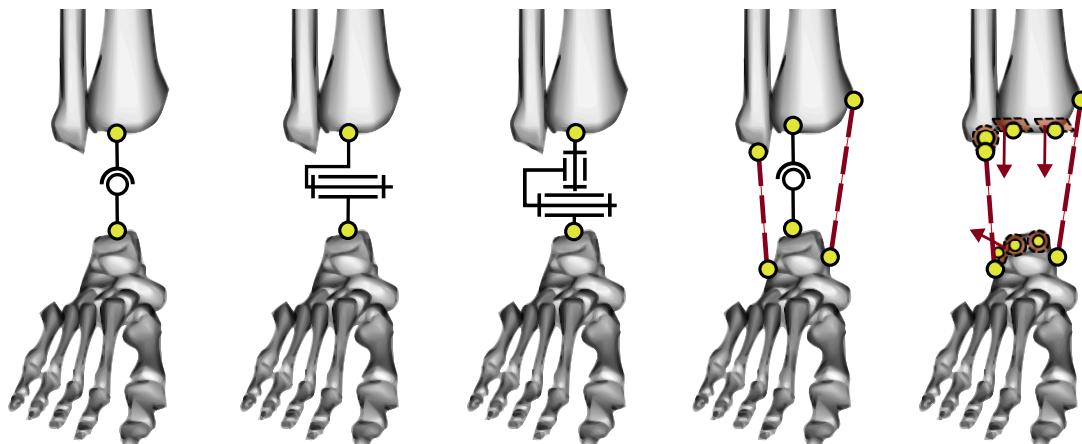


FIG. 2.8: Modélisation de l'articulation de la cheville (de gauche à droite : liaison rotule, liaison pivot, liaison universelle ainsi que les deux mécanismes parallèles proposés)

On notera la proposition de deux mécanismes parallèles différents (Fig. 2.8) [Di Gregorio 07]. Le premier décrit l'articulation de la cheville à l'aide d'une liaison rotule placée au niveau du contact talo-crural latéral, complété par les ligaments latéral interne et latéral externe de la cheville, le second décrit l'articulation de la cheville à l'aide trois contacts « *sphère sur plan* » (contacts talo-cruraux médial et latéral et contact entre la fibula et le talus), également complétés par les ligaments latéral interne et latéral externe de la cheville.

2.2.3 Modèles cinétiques

Le passage de l'étude cinématique à l'étude dynamique d'un système nécessite la définition de la masse, du centre de gravité et de la matrice d'inertie des segments le composant. Ces différentes grandeurs sont couramment réunies sous le terme de paramètres inertIELS.

Les paramètres inertIELS d'un segment peuvent être déterminés de plusieurs manières, à partir de données cadavériques ou de données de sujets vivants, respectivement par l'emploi de tables de régression ou par personnalisation, à l'aide de l'imagerie médicale ou de modèles géométriques.

2.2.3.1 Tables de régression

L'emploi de l'imagerie médicale n'étant pas souvent possible, il est courant de recourir à des tables de régression, permettant d'obtenir les paramètres inertIELS des différents segments d'un sujet à partir d'informations simples à recueillir telles que sa taille, son poids ou son sexe.

Ces tables de régressions peuvent être issues de données cadavériques, avec l'utilisation de moyens de mesure mécaniques [Dempster 55], ou bien provenir justement de mesures issues de l'imagerie médicale [McConville 80, Young 83, Zatsiorsky 85]. Elles sont construites à partir d'un échantillon plus ou moins important de sujets et surtout plus ou moins représentatif d'une catégorie de population donnée (homme âgé, jeune adulte, ...). Plus récemment, De Leva [De Leva 96] et Dumas [Dumas 07b] ont proposé un ajustement de ces tables aux « *systèmes de coordonnées segmentaires anatomiques* » recommandés par l'ISB [Wu 02, Wu 05]. Dumas propose ainsi une table construite à partir des données de 31 sujets males adultes (âge moyen de 27.5 ans, poids moyen de 80.5kg et taille moyenne de 1.77m) [McConville 80] et de 46 sujets femelles (âge moyen de 31.2 ans, poids moyen de 63.9kg et taille moyenne de 1.61m) [Young 83]. Ces deux populations ont la particularité d'avoir été sélectionnées de manière à représenter l'ensemble de la distribution en poids et en taille.

Des erreurs apparaissent bien entendu lors de l'utilisation de ces tables, mais elles restent néanmoins dans la plage de variation reportée dans la littérature, ce qui fait de cette méthode une alternative intéressante, et très employée, à l'utilisation systématique de l'imagerie médicale [Dumas 06].

2.2.3.2 Personnalisation

Quand elle est disponible, l'imagerie médicale apporte néanmoins des solutions intéressantes permettant la mesure de ces paramètres sur des sujets vivants. De nombreuses méthodes ont ainsi été proposées et l'on retiendra notamment l'utilisation de l'IRM, solution non-irradiante, permettant d'obtenir séparément le volume des différents tissus (os, muscles, tissu adipeux), l'utilisation du scanner (CT-scan), basée sur l'absorption des rayons X, permettant d'obtenir le volume et la densité des segments osseux, ou encore l'utilisation des rayons gamma, avec par exemple l'étude de Zatsiorsky [Zatsiorsky 85], permettant d'obtenir une carte 2D de la densité des segments osseux. Ces méthodes apportent la possibilité d'obtenir les paramètres inertIELS propres au sujet, sans simplification. A noter qu'une étude récente [Dumas 05] propose également l'utilisation du système EOS, basé sur la radiographie basse dose biplane, permettant d'obtenir une modélisation 3D du squelette et de la surface extérieure. Les paramètres inertIELS sont alors déduits des informations géométriques, volumiques et de densité recueillies.

Toutefois, l'utilisation de l'imagerie médicale reste problématique pour des questions de disponibilité des systèmes, de coûts d'exploitation voire d'irradiations, et il est donc encore courant d'utiliser d'autres moyens pour obtenir les paramètres inertIELS personnalisés des segments, tels que la modélisation géométrique (Fig. 2.9).

Dans ce cas de figure, les formes géométriques utilisées pour représenter les différents segments peuvent être très simples, avec l'utilisation de sphères et cylindres [Harless 60], ou très complexes avec la modélisation par éléments finis des segments [Hatze 80]. Ces approches sont attrayantes car elles permettent de se baser, plus ou moins, sur la géométrie du sujet et d'utiliser alors les données de densité issues de la littérature.

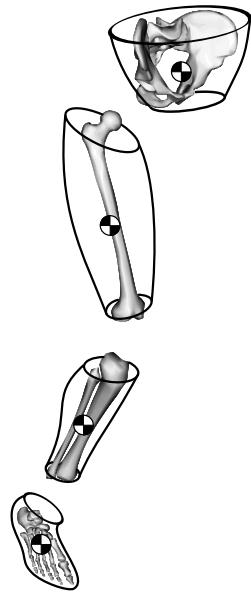


FIG. 2.9: Exemple de modélisation des différents segments du membre inférieur lors de l'identification de leurs paramètres inertIELS (adapté de [Dumas 10])

Cependant, l'utilisation de formes géométriques simples et l'hypothèse de densité constante entraînent des erreurs relativement importantes lors des calculs de dynamique [Durkin 03]. Enfin, l'utilisation de modèles complexes est relativement longue à mettre en place au cas par cas (242 mesures anthropométriques pour le modèle de Hatze).

2.2.4 Calculs de dynamique

Une fois que l'on a décidé d'un paramétrage pour notre système et qu'on lui a attribué des contraintes cinématiques et des paramètres inertIELS, il est alors possible de calculer sa dynamique au cours d'un mouvement. On différencie ici à nouveau deux approches (Fig. 2.10). Une étude en dynamique directe utilise en entrée les moments articulaires moteurs pour déterminer en sortie la cinématique du système ainsi que ses interactions avec l'environnement (i.e., contact pied-sol), tandis qu'une étude en dynamique inverse se propose d'utiliser en entrée les données issues de l'enregistrement de la cinématique et des forces extérieures (i.e., forces de réaction au sol) pour déterminer en sortie les efforts intersegmentaires.

Quelle que soit la méthode employée, les équations de la dynamique d'un système peuvent s'écrire sous la forme suivante [Dumas 10, Moissenet 11a] :

$$\mathbf{G}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}^T \lambda = \mathbf{E} + \mathbf{Lf} \quad (2.1)$$

avec \mathbf{Q} , $\dot{\mathbf{Q}}$ et $\ddot{\mathbf{Q}}$ les vecteurs représentant respectivement les positions, vitesses et accélérations de chaque segment, \mathbf{G} la matrice d'inertie du système, \mathbf{K} la matrice Jacobienne des contraintes cinématiques et de corps rigides, λ les multiplicateurs de Lagrange associés au système, \mathbf{E} les forces extérieures agissant sur le système (i.e., poids et forces de réaction au sol), \mathbf{Lf} les moments articulaires moteurs calculés à partir des bras de levier musculaires \mathbf{L} et des forces musculo-tendineuses \mathbf{f} (se référer au chapitre 3 pour de plus amples détails).

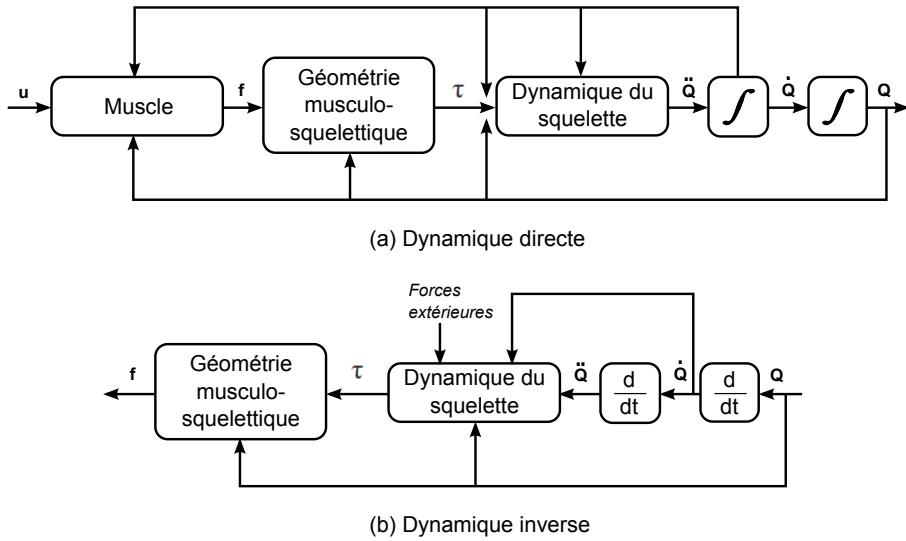


FIG. 2.10: Comparaison entre dynamique directe et dynamique inverse pour la détermination des forces musculo-tendineuses (adapté de [Pandy 01])

2.2.4.1 Dynamique directe

Une étude en dynamique directe permet d'exprimer les mouvements du squelette en fonction des forces musculo-tendineuses ou des moments articulaires moteurs pendant un mouvement donné. On se trouve ici dans le sens direct, c'est à dire dans le sens opéré par le corps humain : les actionneurs (ici les muscles) pilotés en amont par une commande du système nerveux central, engendrent un mouvement du squelette (Fig. 2.10). Si l'on repart de l'expression de la dynamique (Eq. 2.1), cela peut se traduire par la relation suivante [Erdemir 07] :

$$\ddot{\mathbf{Q}} = \mathbf{G}^{-1}(-\mathbf{K}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{E} + \mathbf{L}\mathbf{f}) \quad (2.2)$$

Cette méthode est parfaitement adaptée lorsqu'il s'agit de faire de la simulation pure, c'est-à-dire faire interagir un système parfaitement défini dans un environnement physique. Néanmoins, elle demande la connaissance *a priori* de l'état initial des actionneurs, à savoir ici les valeurs initiales des forces, activations ou excitations musculaires, puis leur état à chaque pas de temps, ajusté à l'aide d'une boucle de rétrocontrôle. Les temps de calcul de cette méthode sont rapidement importants, d'une part à cause des multiples intégrations nécessaires à chaque pas de temps pour déterminer les positions des différents segments à partir de leur accélération, d'autre part parce que le système doit posséder cette boucle de rétrocontrôle pour fonctionner correctement, d'où la mise en place d'une optimisation très lourde en terme de calculs. A noter que bien souvent, le contact pied-sol, engendrant des forces de réaction au sol agissant sur le système, peut être modélisé par un contact élastique [Pandy 01] ou viscoélastique [Erdemir 07].

2.2.4.2 Dynamique inverse

Contrairement à la dynamique directe, la dynamique inverse renverse le problème en se plaçant à la fin de la chaîne des actions produites par le squelette en mouvement. Il n'est plus question cette fois de calculer ce mouvement en fonction des forces motrices, mais l'inverse (Fig.

[2.10](#)). Les forces motrices (moments articulaires moteurs ou forces musculo-tendineuses) peuvent alors être calculées de la manière suivante [[Erdemir 07](#)] :

$$\mathbf{Lf} = \mathbf{G}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{E} \quad (2.3)$$

La dynamique inverse est dite descriptive [[Erdemir 07](#)], et non prédictive, dans le sens où elle décrit la manière dont le mouvement a été généré à l'aide des forces motrices. Cette méthode est particulièrement intéressante dans le cadre d'un laboratoire d'analyse du mouvement, où la cinématique des différents segments du corps, ainsi que les forces de réaction au sol, sont connues car mesurées. Néanmoins, les résultats obtenus dépendent très largement de la qualité des données cinématiques (trajectoires des marqueurs cutanés) et des données des efforts extérieurs (notamment la position du centre de pression).

2.2.5 Modèles de géométrie musculo-squelettique

Les modèles présentés ci-avant peuvent intervenir lors d'investigations n'allant pas nécessairement jusqu'au niveau musculaire (études cinématiques et dynamiques du mouvement). Les modèles dits musculo-squelettiques prennent en compte, entre autre, une géométrie osseuse et musculaire (Fig. [2.11](#)), apportant notamment comme information supplémentaire le trajet de chaque muscle et ainsi la possibilité d'évaluer le bras de levier de ce dernier par rapport à chaque articulation qu'il croise. De plus, il faut noter qu'il peut être également intéressant d'utiliser des modèles de géométrie osseuse pour les calculs de la cinématique [[Sholukha 06](#), [Van Sint Jan 06](#)]. L'animation temps réel d'une articulation à travers un modèle personnalisé du sujet peut être en effet utile pour des investigations avancées autour des pathologies articulaires, mais également pour l'apprentissage de l'anatomie fonctionnelle.



FIG. 2.11: Exemple de modèles musculo-squelettiques (à gauche, modèle implémenté dans le logiciel Anybody, à droite, modèle implémenté dans le logiciel SIMM)

La géométrie osseuse des différents segments est reconstruite à partir de données provenant de différentes technologies d'imagerie médicale, telles que la tomographie informatisée,

l'imagerie par résonance magnétique (IRM) [Blemker 07, Delp 90b, Jolivet 08, Le Bras 04, Mesgarzadeh 88], ou encore à l'aide de scanners 3D tels que EOS, système de radiographies biplanaires [Dubousset 05, Dubousset 08]. Ces mesures ne pouvant pas être facilement effectuées pour chaque sujet, il est courant d'utiliser des données existantes, issues d'un modèle générique, et de les mettre à l'échelle, plus ou moins précisément, à l'aide de mesures anthropométriques par exemple [Piernowski 85, White 89].

Dans le cadre de l'étude des forces musculo-tendineuses, une géométrie musculaire est ensuite définie. Traditionnellement, les muscles sont modélisés à l'aide d'une représentation linéaire. Le muscle est alors représenté par un segment de droite entre son origine et son insertion [Bonnefoy 06, Erdemir 07, Delp 90b, Pandy 01]. Les mesures cadavériques employées initialement pour l'obtention de ces données [Brand 82, Dostal 81, Duda 96, Piernowski 85, Seireg 73, White 89] tendent également aujourd'hui à être remplacées par des données issues de l'imagerie médicale, avec notamment l'utilisation de l'IRM [Arnold 01, Blemker 07, Scheys 05, Scheys 07]. L'emploi de ces nouvelles technologies incite par ailleurs aujourd'hui à développer une représentation 3D des muscles [Arnold 01, Dubousset 05, Dubousset 08, Blemker 07, Scheys 05, Scheys 07]. Néanmoins, les muscles sont encore très largement modélisés par leur seule ligne d'action [Anderson 01, Delp 07, Desailly 08, Neptune 99, Rasmussen 01, Thelen 06].

Quelle que soit la méthode, il est souvent nécessaire de prendre en compte les éventuelles déviations des trajets des muscles dues à certaines pièces osseuses, voire à la présence de muscles voisins. Une solution est alors d'utiliser des points de passage supplémentaires, appelés « *via points* », pouvant être fixes dans le repère local d'un segment osseux, ou mobiles, fonction par exemple de l'angle réalisé par l'articulation mise en mouvement [Brand 82, Delp 90b]. Il faut enfin noter que l'emploi de la représentation linéaire des muscles nécessite, pour des muscles ayant des surfaces d'attache larges, le découpage du muscle en un ensemble d'entités linéaires dissociées.

A partir de ces données reconstruites, les géométries osseuse et musculaire sont finalement assemblées pour l'établissement du modèle musculo-squelettique. De nombreuses géométries ont été proposées [Dostal 81, Piernowski 85, Seireg 73], comprenant plus ou moins de muscles, mais les plus utilisés pour les membres inférieurs restent les modèles de Brand et de White [Brand 82, White 89] et les modèles plus récents reposent d'ailleurs souvent sur leurs travaux [Delp 90b, Hoy 90, Piernowski 85].

2.2.6 Modèles musculaires

Le muscle peut être représenté par un ensemble de deux modèles. Un premier modèle, que nous nommerons modèle d'activation musculaire, traduit le passage de l'excitation neuronale à l'activation musculaire. Un second modèle, que nous nommerons modèle de la dynamique de contraction du complexe muscle-tendon, traduit quant à lui la transformation de l'activation à la force transmise par le tendon.

Ce découpage résulte du fait que l'intensité de la force générée par le complexe muscle-tendon dépend à la fois du niveau d'activation de celui-ci, mais également de ses propriétés de génération de force, définies à travers deux relations (force/longueur et force/vitesse) décrites par la suite [Erdemir 07].

2.2.6.1 Modèle d'activation musculaire

Le modèle d'activation musculaire part du constat qu'un muscle ne peut pas être activé ou désactivé de manière instantanée [Pandy 01]. Un certain délai d'activation résulte du fait que pendant ces processus, un mécanisme chimique est déclenché et de l'énergie chimique est dépensée : il s'agit de l'hydrolyse des molécules d'ATP en ADP. Ainsi, lors du processus d'activation, de l'énergie est dépensée afin d'expulser les ions calcium en dehors du réticulum sarcoplasmique (Fig 2.12). Ce délai d'activation correspond alors au temps nécessaire pour expulser ces ions calcium.

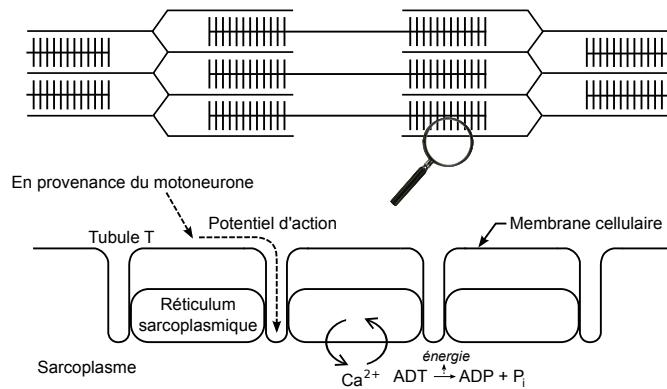


FIG. 2.12: Processus d'activation d'un muscle (adapté de [Ackermann 07]). Le délai observé lors de l'activation d'un muscle correspond au temps mis par le calcium Ca^{2+} pour être expulsé du réticulum sarcoplasmique

Pour exprimer ce délai, l'activation musculaire a^M est exprimée comme étant fonction du temps et sa dérivée \dot{a}^M fonction du temps et de l'excitation u . L'excitation correspond ici à l'excitation neuronale normalisée entre 0 et 1. Cette grandeur représente à la fois le pourcentage de fibres recrutées et la fréquence d'excitation de ces mêmes fibres [Zajac 89]. Une excitation $u = 1$ correspond ainsi à un recrutement de l'ensemble des unités motrices du muscle à une fréquence maximale. Dans des conditions isométriques, cette excitation correspond donc à la force isométrique maximale f_0^M . Enfin, une fois que le muscle a commencé à se contracter, la force du muscle f^M est proportionnelle à l'excitation u .

Quoi qu'il en soit, cette dynamique d'activation peut être exprimée de la manière suivante [Ackermann 07, Pandy 01, Thelen 03, Zajac 89] :

$$\dot{a}^M = (u - a^M) \left(\frac{u}{\tau_{act}} + \frac{1-u}{\tau_{desact}} \right) \quad (2.4)$$

où τ_{act} et τ_{desact} représentent respectivement les constantes d'activation et de désactivation. Ces grandeurs sont variables dans la littérature. On retrouve ainsi une constante d'activation variant entre 12 et 20ms et une constante de désactivation variant entre 24 et 200ms [Pandy 01]. Cela s'explique sûrement par la difficulté à estimer ce type de grandeurs.

2.2.6.2 Complexe muscle-tendon : représentation macroscopique

Le modèle de Hill [Hill 38], composé de trois éléments (Fig. 2.13) censés chacun représenter un aspect physiologique du muscle, est encore très largement utilisé de nos jours.

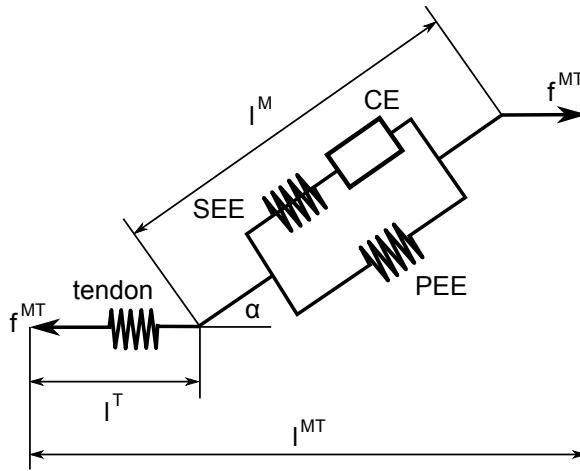


FIG. 2.13: Modèle de Hill avec tendon (adapté de [Zajac 89]). Les éléments CE, SEE et PEE représentent respectivement l'élément contractile, l'élément élastique en série et l'élément élastique en parallèle du modèle

Les éléments de ce modèle sont :

- Un élément contractile (CE) représentant les relations force/longueur et force/vitesse du muscle,
- Un élément élastique en série (SEE) représentant la raideur active du muscle,
- Un élément élastique en parallèle (PEE) représentant la raideur passive du muscle.

Il s'agit donc d'un modèle assimilable à une boîte noire, avec lequel ne cherche pas à comprendre comment fonctionne le muscle, mais plutôt comment il réagit en fonction des contraintes qui lui sont appliquées. Des outils mécaniques et mathématiques sont alors mis en place et permettent d'obtenir les mêmes résultats en sortie pour des conditions identiques en entrée. Il s'agit donc ici d'une vision macroscopique du muscle.

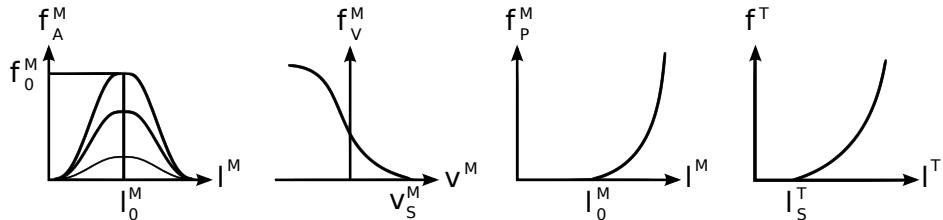


FIG. 2.14: Propriétés du modèle de Hill avec tendon (adapté de [Erdemir 07]). De gauche à droite : force de l'élément actif du muscle en fonction de la longueur du muscle, force du muscle en fonction de la vitesse d'étirement, force de l'élément passif du muscle en fonction de la longueur du muscle et force du tendon en fonction de la longueur du tendon

Le muscle est alors représenté à travers un ensemble de quatre propriétés (Fig. 2.14) [Hill 38, Zajac 89], à savoir :

- La relation force/longueur de l'élément passif,
- La relation force/longueur de l'élément actif,
- La relation force/vitesse,
- L'équation de la dynamique d'activation musculaire (définie précédemment).

En plus de ces propriétés, quatre paramètres servent à adapter le modèle au cas d'étude :

- La force isométrique maximale f_0^M ,
- La longueur optimale de la fibre musculaire l_0^M ,
- L'angle de pennation de la fibre musculaire α ,
- La vitesse maximale de raccourcissement v_s^M .

Ce modèle initial se voit ensuite complété par l'ajout du tendon [Zajac 89]. Celui-ci est souvent représenté par un élément élastique en série avec le muscle [Anderson 01, Delp 90b, Hoy 90, Zajac 89]. Une relation force/longueur du tendon vient donc s'ajouter aux trois relations déjà présentes et un nouveau paramètre, à savoir la longueur à partir de laquelle le tendon commence à transmettre la force du muscle, doit être pris en compte. Nous utiliserons par la suite le terme anglophone de « *tendon slack length* » ou l_S^T pour des raisons de commodité.

Au final, la dynamique du complexe muscle-tendon peut être exprimée par une unique relation, non-linéaire et différentielle, de la forme [Pandy 01] :

$$\dot{f}^{MT} = f(f^{MT}, l^{MT}, v^{MT}, a^M) \quad (2.5)$$

avec $0 \leq a^M \leq 1$

avec \dot{f}^{MT} la variation de la force musculo-tendineuse à chaque instant, l^{MT} la longueur du complexe muscle-tendon, $v^{MT} = v^M$ la vitesse de raccourcissement du complexe muscle-tendon et a^M l'activation du muscle.

2.2.6.3 Complexes muscle-tendon : représentation microscopique

Le modèle de Huxley (Fig. 2.15) [Huxley 57], basé cette fois sur une réelle compréhension des mécanismes intervenant au sein du muscle, est également couramment employé.

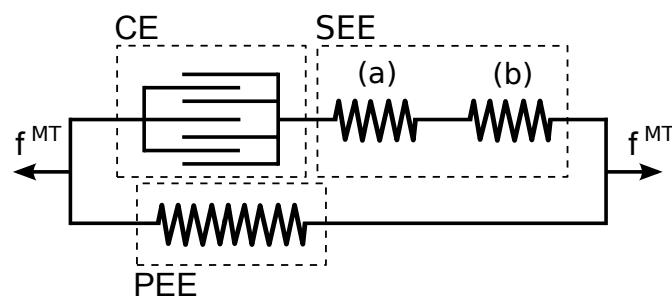


FIG. 2.15: Modèle de Huxley (adapté de [Bonnefoy 06]). En (a), la partie active de l'élément élastique en série. En (b), sa partie passive

Pour mieux comprendre la théorie mise en place à travers ce modèle, il peut être intéressant de revenir en détail sur la structure même d'un muscle. Le muscle peut être comparé à une poupée gigogne ou « *matriochka* » dans le sens où chaque structure qui le compose comporte une sous-structure dont l'organisation reste semblable.

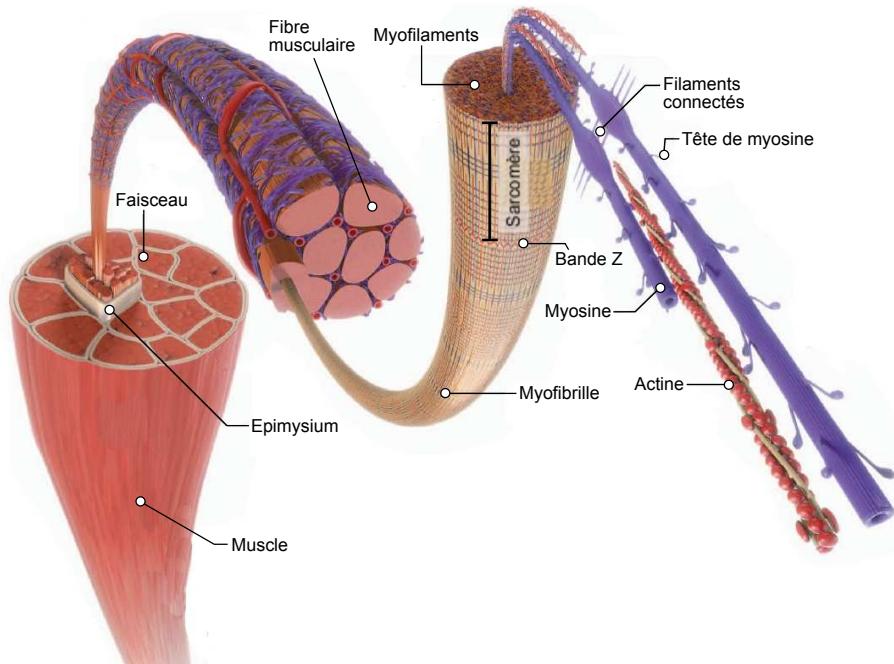


FIG. 2.16: Structure d'un muscle et organisation microscopique d'une fibre musculaire

Ainsi, le muscle est composé d'un ensemble de faisceaux, contenant un ensemble de fibres musculaires, contenant à leur tour un ensemble de myofibrilles qui enfin contiennent un ensemble de myofilaments (Fig. 2.16). Ce qui nous intéresse ici se situe au niveau de ces myofilaments, c'est à dire à une échelle microscopique.

Huxley s'est en effet intéressé à l'organisation de ces myofilaments pour en dégager un mécanisme basé sur ce que l'on appelle « *la théorie des filaments glissants* » [Huxley 57]. On distingue deux types de myofilaments :

- Les myofilaments épais, ou myosine,
- Les myofilaments fins, ou actine.

La théorie des filaments glissants décrit la force de contraction musculaire comme étant générée par un processus selon lequel les myofilaments épais et fins s'imbriquent et glissent les uns par rapport aux autres (Fig. 2.16) [Huxley 57]. A partir de ces travaux, un nouveau modèle est donc mis en place (Fig. 2.15), prenant en compte cette fois les mécanismes de relaxation et de contraction se déroulant au sein du muscle. Il s'agit alors d'une vision microscopique du muscle.

Ce nouveau modèle se compose :

- D'un élément contractile (CE), représentant le processus de génération de force correspondant aux ponts actine-myosine,
- D'un élément élastique en série (SEE) découpé en deux parties. Une première partie, active, est localisée au niveau des ponts actine-myosine. Une seconde partie, passive, se situe principalement au niveau des structures tendineuses,
- D'un élément élastique en parallèle (PEE) correspondant notamment au sarcoleme.

2.3 Détermination des forces musculo-tendineuses

2.3.1 Problématique des mesures

La mesure « *in vivo* » des élongations et forces du système musculo-squelettique demeure un véritable challenge. Etre capable de déterminer la force de chaque muscle lors d'un mouvement permettrait pourtant des avancées majeures pour la résolution d'un grand nombre de problèmes neurologiques et orthopédiques. Il existe toutefois plusieurs méthodes, possédant toutes des contraintes non négligeables, permettant ce type de mesures. Nous discernons ici la mesure des élongations et la mesure des forces. Les méthodes étant la plupart du temps semblables, nous présentons les mesures réalisées sur les ligaments ainsi que sur les tendons.

2.3.1.1 Mesure des élongations

L'une des premières mesure d'élongations « *in vivo* » du système musculo-squelettique remonte à 1985 avec les travaux de Henning [Henning 85]. Dans ses travaux, Henning emploie une sonde filaire (Fig. 2.17), insérée dans le ligament croisé antérieur, servant de jauge pour la mesure de l'élongation du ligament et permettant alors la détermination de la tension de ce dernier, à condition de connaître sa tension ainsi que sa longueur au repos.

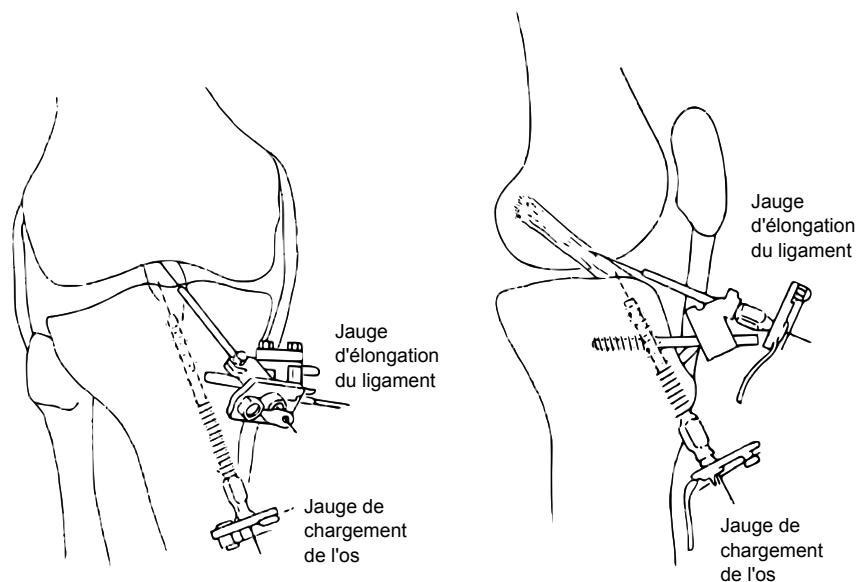


FIG. 2.17: Représentation des instrumentations proposée par Henning (adapté de [Henning 85])

Des mesures ont ainsi été réalisées sur deux sujets pour différents mouvements. Malgré le fait que cette technique soit clairement très invasive et qu'aucune mesure de référence ne soit utilisée pour valider les tensions déterminées, ces travaux ont été et sont encore une référence pour de nombreuses techniques de mesure « *in vivo* » des élongations et forces du système musculo-squelettique [Fleming 04].

L'invasivité du matériel a été considérablement réduite avec la conception du DVRT (*Differential Variable Reluctance Transducer*, MicroStrain Inc., Burlington, VT). En effet, le DVRT est petit et surtout peut être installé au niveau du ligament croisé antérieur par une simple arthroscopie (Fig. 2.18) [Fleming 04]. Ce dispositif, pouvant être utilisé sur d'autres ligaments et tendons, permet la mesure des variations de longueur entre les deux points d'ancre du DVRT.

2.3. DÉTERMINATION DES FORCES MUSCULO-TENDINEUSES

Etant simple à calibrer et surtout biotolérable, le DVRT a été utilisé pour de nombreuses applications [Fleming 04], avec notamment des mesures lors de contractions isométriques du triceps surae. Néanmoins, l'introduction d'un tel équipement au sein du genou vient limiter l'extension de ce dernier. Les mouvements entre 5° de flexion et une hyperextension ne sont donc pas mesurables, ce qui empêche l'emploi du DVRT pour des mesures de la marche par exemple.

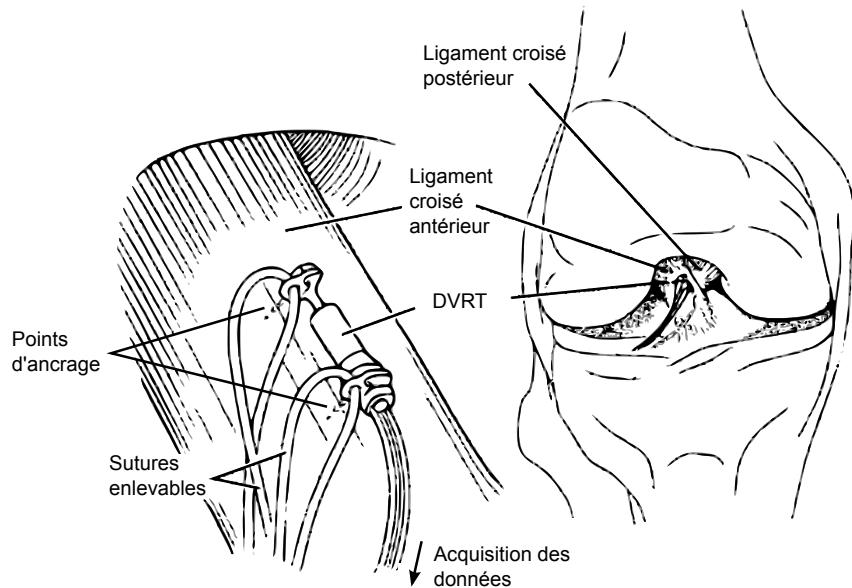


FIG. 2.18: Représentation de l'installation du DVRT (adapté de [Fleming 04])

L'ultrasonographie peut également être employée pour mesurer l'élongation au niveau d'un tendon [Fleming 04]. Utilisée pour des mouvements de contractions isométriques ou de pédalage lent, cette technique permet de déterminer la variation de longueur entre la jonction myotendineuse et le point d'ancrage distal du tendon sur l'os. Pour cela, des sonogrammes sont générés tout au long du cycle du mouvement étudié. Cette technique a l'avantage de ne pas être invasive. Néanmoins, la position de tension nulle n'est pas connue : cela peut être résolu en installant un capteur de force au niveau du tendon, mais on perd alors le côté non-invasif de cette technique.

Enfin Sheehan et Rebmann [Sheehan 03] proposent l'emploi couplé du ciné-IRM, permettant la production d'images anatomiques de la structure lors d'un mouvement périodique, et de l'IRM par phase de contraste, permettant la mesure en 3D, de manière relative, de la vitesse et de la direction des flux grâce à l'information de phase. La technique, appelée « *Cine Phase Contrast MRI* », leur permet notamment de déterminer l'élongation du ligament croisé antérieur lors d'un mouvement périodique de flexion du genou. Pour cela, les variations de longueur du ligament sont mesurées entre son point d'origine et son point d'insertion en fonction de l'angle de flexion du genou. Tout comme l'ultrasonographie, cette technique a l'avantage d'être non-invasive. Néanmoins, elle nécessite une identification précise de différents points anatomiques, dont notamment l'origine et l'insertion du ligament. De plus, le ligament est supposé rester droit tout au long du mouvement, sans jamais s'enrouler sur une pièce osseuse ou sur le ligament croisé postérieur. Cette dernière limitation devrait être néanmoins surmontée dans les années à venir étant donné que les structures environnantes sont également accessibles via cette technique [Fleming 04].

2.3.1.2 Mesure des forces

Il existe également un ensemble de technologies permettant la mesure directe des forces. Henning [Henning 85] propose par exemple de mesurer la déflexion osseuse au niveau de l'insertion tibiale du ligament croisé antérieur. Il utilise pour cela une jauge de déformation placée directement au niveau de l'insertion du ligament (Fig. 2.17). A nouveau, cette technique est extrêmement invasive et ne permet pas une calibration de la mesure de force.

De nombreuses études utilisant des jauge de déformation calibrées [Fleming 04] ont également été réalisées pour la mesure de la force de tissus mous pendant des mouvements complexes tels que la marche. La figure 2.19 présente un exemple d'instrumentation avec l'emploi d'une sonde de force (*Arthroscopic Implantable Force Transducer*, MicroStrain Inc., Burlington, VT) pouvant être insérée au sein des fibres d'un ligament. Lorsqu'une force de traction est développée par ce ligament, celle-ci engendre une force de compression sur la sonde. Cette compression est alors mesurée par les jauge de déformation placées sur cette sonde. La première limite de cette méthode est liée à la géométrie de la fente où s'insère la sonde. En effet, une augmentation de la longueur de la fente diminue la sensibilité de la sonde. Il faut donc veiller à ce que cette longueur ne varie pas pendant l'enregistrement. De plus, il a été montré [Fleming 04] que les résultats obtenus étaient sujet-dépendants et orientation-dépendants. Enfin, il ne faut pas oublier qu'à nouveau, il s'agit là d'un procédé invasif.

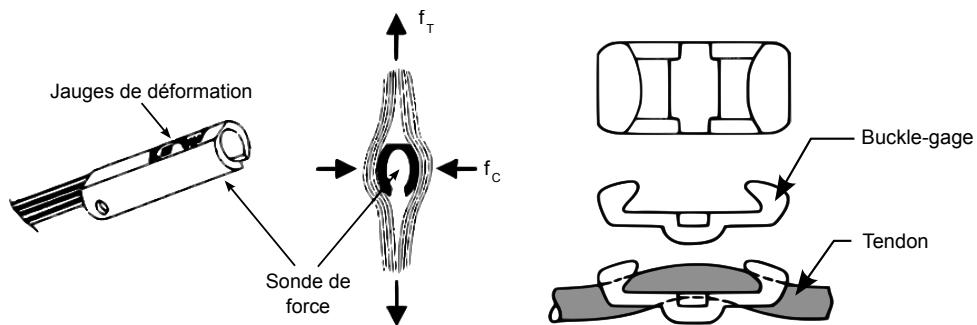


FIG. 2.19: Représentation d'une sonde de force et du « *Buckle-gage* » (adapté de [Fleming 04])

Un autre exemple est celui du « *Buckle-gage* » utilisé par Komi [Komi 90]. Ce capteur est constitué d'une boucle métallique, à nouveau instrumentée de jauge de déformation, dans laquelle le tendon est placé (Fig. 2.19). Les efforts appliqués sur le tendon via le muscle déforment cette boucle et les jauge de déformation produisent alors un voltage en sortie, proportionnel à la charge du tendon. La géométrie de ce capteur est simple à modifier en fonction du tendon et de son positionnement, mais il reste néanmoins réservé aux tendons superficiels. Ce type de capteur a notamment été utilisé pour la mesure des forces au niveau du tendon calcaneen pendant la marche [Komi 90]. Il présente cependant deux limitations importantes : il est invasif et sa taille importante demande une large incision lors de sa mise en place. Une période de 2 à 3 semaines est donc requise avant que les sujets ne puissent marcher normalement. De plus, la boucle de ce capteur allonge le trajet du tendon, ce qui a pour effet direct de raccourcir la longueur utile de ce dernier. La relation force/longueur du tendon se retrouve ainsi modifiée.

Enfin, un dernier exemple consiste à équiper des patients de prothèses instrumentées de jauge de déformation [Bergmann 01, Brand 94, D'Lima 06, Kim 09, Lin 10, Lu 98, Sharma 08,

[Stansfield 03](#), [Taylor 98](#)]. Il est alors possible de mesurer les forces et moments au niveau des articulations, et cela sans contrainte supplémentaire pour le sujet. Néanmoins il ne s'agit pas là d'une mesure directe des forces tendineuses ou ligamentaires, mais des forces de contact articulaires. Cette méthode peut par contre être intéressante pour évaluer, dans une certaine mesure et de manière globale, les forces musculo-tendineuses mesurées ou calculées par d'autres procédés.

Afin de limiter l'aspect invasif de ces techniques, Komi [[Komi 96](#)] propose d'utiliser la fibre optique plutôt que les jauge de déformation. Le principe reste le même : la fibre est insérée perpendiculairement au tendon, au centre de celui-ci. Lorsque le tendon se contracte, la fibre optique est compressée et il en résulte une modulation de l'intensité lumineuse réceptionnée par un capteur au bout de la fibre. Cette méthode étant peu coûteuse et peu invasive, elle a été employée à plusieurs reprises, notamment pour l'étude de la marche [[Komi 96](#)]. Contrairement au système de boucle, la fibre optique ne perturbe presque pas la géométrie du tendon et son faible diamètre la rend simple à installer. Néanmoins, la fibre est très sensible et le moindre mouvement engendrant un appui, même un contact un peu prononcé de la peau sur la fibre, peut venir perturber les mesures.

Pour finir, une méthode non-invasive a récemment été proposée par Pourcelot [[Pourcelot 05](#)] pour la mesure des forces tendineuses. Cette méthode repose à nouveau sur l'emploi de l'ultrasonographie, mais cette fois dans le but de mesurer la vitesse de propagation d'une onde ultrasonique dans le tendon. Pour cela, un boîtier équipé d'un émetteur à ultrasons et de 5 récepteurs est placé le long d'un tendon superficiel. Lorsqu'une force est générée par un muscle, les propriétés mécaniques du tendon varient et par conséquent la vitesse de propagation de ces ondes est modifiée. Il est ainsi possible d'établir une relation non-linéaire entre la vitesse des ultrasons et la force du tendon. Cette étude a notamment montré que la vitesse des ultrasons augmente avec la force. La première limite de cette méthode est liée au fait que le tendon doit être superficiel et que le contact entre le boîtier et la peau doit être parfaitement préservé tout au long de l'expérimentation, de manière à obtenir un bon contact acoustique. La seconde limite est que la relation non-linéaire entre la vitesse des ultrasons et la force du tendon reste difficile à établir et que, pour le moment, seule la déformation du tendon est correctement calculée.

La géométrie et la fonction mécanique des ligaments et tendons sont complexes. De plus, les propriétés mécaniques de ces structures sont hétérogènes sur leur longueur : la distribution des forces et des tensions n'est donc pas uniforme [[Fleming 04](#)]. Dans un tel contexte, on comprend bien que la mesure des forces et tensions du système musculo-squelettique n'est pas une mince affaire. Comme nous venons de le voir, des techniques existent, mais sont pour la plupart très invasives et se limitent à des ligaments ou des tendons très spécifiques, souvent de par leur accessibilité. Enfin, la mesure se fait régulièrement sur une portion limitée de la structure.

Quoi qu'il en soit, il est encore difficile aujourd'hui de réaliser des mesures « *in vivo* » des forces et tensions du système musculo-squelettique et cela quel que soit le mouvement étudié. Ainsi, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant, les efforts se sont portés, depuis déjà plusieurs années, sur le développement de méthodes indirectes, basées sur des outils de simulation, afin de trouver une alternative, au moins temporaire, à cet obstacle.

2.3.2 Emploi de l'optimisation

2.3.2.1 Contexte

L'ensemble des méthodes indirectes existantes pour estimer les forces musculo-tendineuses se heurtent au même problème : le corps possède près de 244 degrés de liberté pour environ 630 muscles squelettiques [Prilutsky 02], ce qui fait de lui un système très redondant. Le nombre de degrés de liberté exprime clairement le fait qu'il existe de nombreuses manières de réaliser une tâche motrice, de même que, si l'on s'intéresse aux muscles, on s'aperçoit qu'en moyenne un degré de liberté peut être actionné par 2.6 muscles et donc que de nombreuses combinaisons d'activations musculaires peuvent produire un moment moteur équivalent. Le problème est donc le suivant : comment déterminer la solution sélectionnée par un système aussi redondant ?

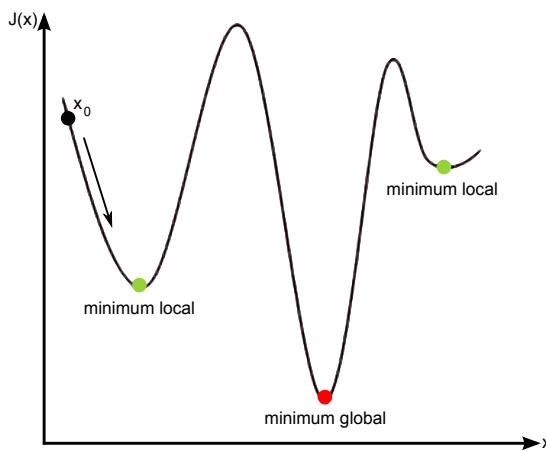


FIG. 2.20: Minima locaux et minimum global d'une fonction à une variable (adapté de [Bonnefoy 06])

Le but de l'optimisation, dans le cadre de l'estimation des forces musculo-tendineuses, est donc d'utiliser une ou plusieurs hypothèses, physiologiques ou non, afin de sélectionner une solution parmi toutes celles possibles. Cette méthode diffère ainsi des méthodes dites « *réductionnistes* » [Brown 00, Morrison 69] cherchant à simplifier le problème en réduisant le nombre d'inconnues. Pour cela, un problème d'optimisation consiste en une ou plusieurs fonctions objectif (ou fonctions coût), que l'on va chercher à maximiser ou à minimiser, ainsi qu'en un ensemble de contraintes, d'égalité ou d'inégalité, que l'on va chercher à respecter. De manière générale, ces fonctions objectif et contraintes correspondent aux hypothèses que l'on a choisi d'utiliser pour résoudre notre problème et reposent sur des principes physiologiques et/ou mécaniques. Ainsi, un problème d'optimisation peut être exprimé sous la forme suivante :

$$\min_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \quad \text{contraint à} \quad \begin{cases} g(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \\ h(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.6)$$

où J est une fonction objectif scalaire, ou vectorielle suivant la méthode d'optimisation choisie, devant être minimisée et les fonctions g et h les contraintes respectivement d'inégalité et d'égalité associées au problème d'optimisation. La résolution d'un tel problème d'optimisation doit nous mener au minimum (ou maximum) global de la ou des fonctions objectif définies

précédemment. Le problème ici est, bien entendu, d'arriver à un minimum (ou maximum) global et non local (Fig. 2.20). Le choix des conditions initiales, notées ici \mathbf{x}_0 , est donc souvent crucial.

Les méthodes d'optimisation pour l'estimation des forces musculo-tendineuses se répartissent aujourd'hui en trois familles : l'optimisation statique, l'optimisation en dynamique directe avec asservissement de données et enfin les stratégies de commande optimale. Le choix de la méthode va surtout provenir des données expérimentales que l'on a à notre disposition ainsi que des objectifs que l'on s'est fixés.

2.3.2.2 Optimisation statique

Utilisée depuis de nombreuses années [Erdemir 07], l'optimisation statique se base sur les calculs de dynamique inverse pour la résolution du problème d'estimation des forces musculo-tendineuses. Elle nécessite donc des mesures de la cinématique et des efforts extérieurs au système (Fig. 2.21). La particularité de cette approche repose sur le fait que le problème d'optimisation est résolu à chaque pas de temps, d'où le terme statique. Un tel problème correspond donc à minimiser une fonction objectif J (scalaire ou vectorielle) à chaque instant. Un ensemble de contraintes est souvent associé à ce problème, avec notamment une contrainte liée à l'égalité de la somme des moments musculaires, résultats du produit entre les bras de levier musculaires \mathbf{L} et les forces musculo-tendineuses \mathbf{f} estimées par optimisation, et les moments intersegmentaires moteurs τ , calculés par dynamique inverse. A cette contrainte peuvent venir s'ajouter des bornes à chacune des forces musculo-tendineuses, afin de définir une force minimale \mathbf{f}^{\min} et une force maximale \mathbf{f}^{\max} . Enfin, d'autres contraintes, d'égalité h ou d'inégalité g , peuvent intervenir. Au final, un problème d'optimisation statique peut s'écrire de la manière suivante [Anderson 01, Erdemir 07] :

$$\min_{\mathbf{f}} J(\mathbf{f})$$

contraint à

$$\begin{cases} \mathbf{Lf} = \tau \\ \mathbf{f}^{\min} \leq \mathbf{f} \leq \mathbf{f}^{\max} \\ g(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) \leq 0 \\ h(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

où \mathbf{Q} représente les paramètres du système.

L'optimisation statique a été employée à de nombreuses reprises pour l'estimation des forces musculo-tendineuses des membres inférieurs lors de la marche [Erdemir 07]. Le principal avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas d'intégrations des équations différentielles de la dynamique, ce qui réduit considérablement le temps de calcul pour la résolution du problème d'optimisation. Les forces musculo-tendineuses obtenues sont souvent comparées aux mesures EMG et l'on montre généralement qu'il existe des similitudes entre les patterns des forces calculées et des signaux EMG mesurés, bien que la prédiction des co-contractions avec cette méthode reste controversée [Herzog 92, Jinha 06a, Jinha 06b]. Quoi qu'il en soit l'optimisation statique est critiquée pour plusieurs raisons :

- La première raison vient de la difficulté à obtenir des mesures précises lors d'une acquisition en analyse du mouvement. Il en résulte alors des perturbations plus ou moins importantes au niveau du calcul des moments moteurs,

- Sans que cela ne soit impossible [Pipeleers 07], il est difficile d'inclure dans la résolution la physiologie musculaire, notamment les dynamiques de contraction et d'activation. Les résultats obtenus ne sont donc pas *a priori* viables en termes de coordination motrice,
- Enfin, la dépendance au temps de cette méthode, et donc des fonctions objectif utilisées, ne permet pas de caractériser correctement les tâches motrices. Il n'est pas, par exemple, aisément de définir un problème d'optimisation lié à une performance (minimiser le coût métabolique global en terme d'énergie), puisque le problème d'optimisation n'est pas défini pour le cycle complet du mouvement, mais à chaque pas de temps [Ackermann 06, Anderson 01].

Cette optimisation reste néanmoins intéressante si l'on cherche à réaliser une investigation poussée quant aux troubles d'un patient. En effet, elle est très bien adaptée à une étude clinique, avec notamment l'emploi de mesures et calculs couramment utilisés en laboratoire d'analyse du mouvement. De plus, cette optimisation apporte une solution intéressante et équivalente à celle obtenue pour d'autres types d'optimisation plus complexes (tels que les stratégies de commande optimale) pour l'étude des forces musculo-tendineuses dans le cadre de mouvements relativement lents tels que la marche [Pandy 01], à condition de veiller à l'obtention de données expérimentales de bonne qualité.

2.3.2.3 Optimisation en dynamique directe avec asservissement de données

Une autre approche utilisant les données recueillies lors d'une analyse du mouvement est l'optimisation par dynamique directe avec asservissement de données [Erdemir 07]. Cette méthode fait intervenir, tout comme l'optimisation statique, les données cinématiques [Neptune 99] voire les efforts extérieurs [Remy 09] issus de l'expérimentation (Fig. 2.21). Le but ici est de minimiser l'écart entre les données cinématiques (et/ou efforts extérieurs) calculées et mesurées. Ce nouveau problème d'optimisation peut donc s'écrire de la manière suivante [Erdemir 07] :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{f}} J &= \mathbf{Q} - \mathbf{Q}^{\text{exp}} \\ \text{contraint à } &\begin{cases} 0 \leq \mathbf{u} \leq 1 \\ g(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) \leq 0 \\ h(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.8)$$

où \mathbf{Q} et \mathbf{Q}^{exp} représentent respectivement les données cinématiques calculées et mesurées. L'expression sera similaire lors de l'utilisation des efforts extérieurs dans l'asservissement. Les excitations musculaires \mathbf{u} initiales (puis à chaque pas de temps) sont nécessaires ici (Fig. 2.21).

Contrairement à l'optimisation statique, cette approche permet d'incorporer les données expérimentales dans un processus basé sur des calculs de dynamique directe, permettant ainsi une étude plus approfondie de la dynamique musculaire et réduisant la sensibilité des calculs aux erreurs de mesure. Ce type d'approche permet notamment d'étudier l'impact d'une perturbation au niveau de la commande motrice, de manière à explorer les mécanismes intervenant lors de traumatismes neurologiques [Erdemir 07].

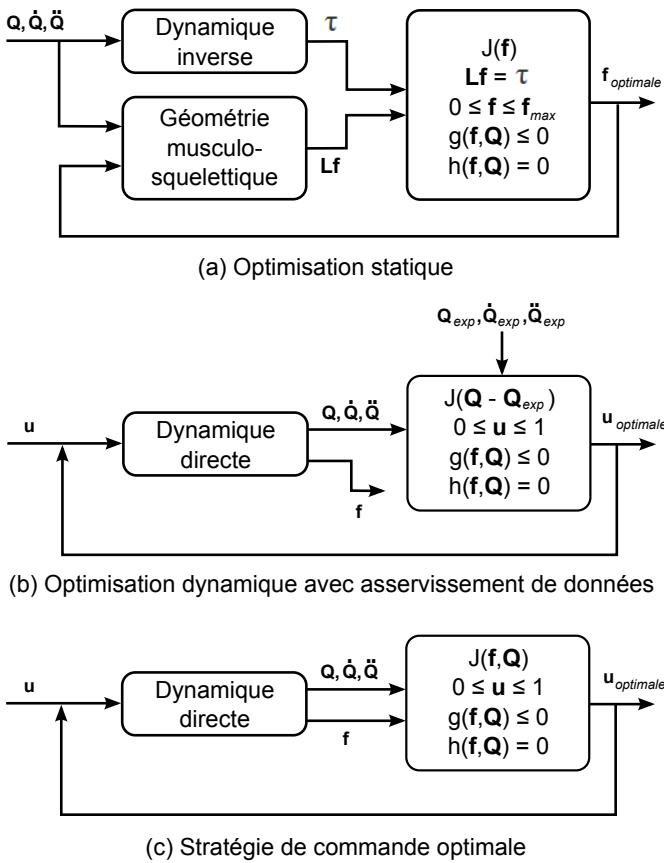


FIG. 2.21: Méthodes d'optimisation couramment employées pour l'estimation des forces musculo-tendineuses (adapté de [Erdemir 07])

Néanmoins, le temps de calcul se trouve ici alourdi par les multiples intégrations des équations différentielles de la dynamique. Cette méthode peut également être critiquée sur le fait que plusieurs solutions, pour un même jeu de données expérimentales, peuvent exister. Une alternative est alors de compléter cette approche par un second critère. Yamaguchi et Zajac [Yamaguchi 90] proposent par exemple de compléter cet asservissement par la minimisation de la somme des contraintes musculaires. Cette approche permet de limiter le nombre de solutions possibles en introduisant un ou plusieurs critères physiologiques, tout en gardant une cinématique proche de l'expérimentation. Néanmoins, l'utilisation de plusieurs critères fait intervenir le problème de la pondération de ces critères et aucune réponse précise n'a été apportée à ce jour sur ce sujet dans le cadre de la modélisation musculo-squelettique [Erdemir 07].

2.3.2.4 Stratégies de commande optimale

Les stratégies de commande optimale interviennent dans un cadre quelque peu différent. Elles sont entièrement basées sur des calculs de dynamique directe, sans apport de données expérimentales. Elles peuvent en cela être utiles lorsque les données cinématiques ou les efforts extérieurs ne sont pas accessibles mais qu'une analyse au niveau musculaire est tout de même souhaitée.

Ce type d'optimisation se place donc dans un cadre de pure simulation, où le but n'est pas de comprendre les faits, mais de les envisager. En effet, l'emploi de la dynamique directe

permet de tester quels mouvements et moments intersegmentaires pourront être obtenus en fonction de l'activité motrice et donc de la commande motrice développée en amont. Cette vision a de nombreuses applications, notamment dans le domaine des neurosciences, où il va alors être possible d'étudier le schéma moteur mis en place, ainsi que la coordination motrice dans son ensemble. Une autre application, non moins importante, est la simulation d'actes chirurgicaux. En effet, il est possible, à travers la modélisation géométrique mise en place, de simuler par exemple une modification d'insertion musculaire et d'en voir les conséquences sur les mouvements du système neuro-musculo-squelettique [Arnold 04, Neptune 00, Pandy 01].

A partir de patterns d'excitations musculaires initiaux prédéfinis, ce type d'optimisation permet donc le calcul de la cinématique des différents segments ainsi que des forces musculo-tendineuses, ces dernières étant ici un résultat intermédiaire dans le schéma de résolution du problème d'optimisation (Fig. 2.21).

Concrètement, la fonction objectif employée peut porter sur les excitations ou les forces musculo-tendineuses. Les excitations u sont normalisées et contraintes à se trouver entre 0 et 1. D'autres contraintes peuvent à nouveau être définies. Au final, le problème d'optimisation peut s'écrire sous la forme [Erdemir 07, Neptune 00, Pandy 01] :

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{f}, \mathbf{Q}} J(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) \\ \text{contraint à } & \begin{cases} 0 \leq \mathbf{u} \leq 1 \\ g(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) \leq 0 \\ h(\mathbf{f}, \mathbf{Q}) = 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2.9)$$

Ce type d'optimisation a été employé à plusieurs reprises [Erdemir 07], notamment pour des mouvements tels que le saut en hauteur [Anderson 99b], avec un critère d'optimisation basé sur la performance de hauteur maximale.

Le principal avantage de cette méthode est bien entendu qu'elle repose sur des simulations prédictives en termes de contrôle moteur et de forces motrices. Les activations et mouvements ainsi générés sont couramment comparés aux données cinématiques, aux efforts extérieurs et aux signaux EMG. Bien que les résultats soient bien souvent en accord avec ces données [Erdemir 07], l'utilisation de cette méthode reste controversée. En effet, s'il est relativement aisé de définir un objectif de performance pour un saut en hauteur, il n'en est pas de même pour un mouvement complexe tel que la marche, où les fonctions objectif mises en place sont bien souvent très variées et critiquables d'une étude à une autre. Or, il est tout à fait légitime de se demander si des fonctions objectif différentes peuvent conduire aux mêmes résultats. Enfin, ce type d'optimisation demande des temps de calcul très importants, ce qui reste un facteur limitant pour leur introduction en routine clinique par exemple [Pandy 01].

2.3.2.5 Méthodes alternatives

Les limites et contraintes des méthodes courantes exposées précédemment ont amené plusieurs équipes à chercher des méthodes alternatives, toujours basées sur le principe d'optimisation.

Yamaguchi [Yamaguchi 95] propose par exemple une méthode numérique permettant d'accélérer le temps de calcul d'une optimisation dynamique directe avec asservissement de don-

nées. Cette méthode, basée sur l'utilisation d'une pseudoinverse, s'intéresse à l'implication de chaque complexe muscle-tendon sur l'accélération des segments osseux. En définissant un vecteur d'accélérations segmentaires produit par une contrainte musculo-tendineuse unitaire, la relation suivante est établie :

$$\begin{aligned} \mathbf{Ax} &= \mathbf{b} \\ \Leftrightarrow \mathbf{x} &= \mathbf{A}^\dagger \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.10)$$

où \mathbf{A} est la matrice des vecteurs d'accélérations segmentaires produits par une contrainte musculo-tendineuse unitaire, \mathbf{x} le vecteur des contraintes musculo-tendineuses et \mathbf{b} le vecteur des accélérations segmentaires souhaitées. En cherchant à calculer \mathbf{x} , on fait alors intervenir la pseudoinverse de la matrice \mathbf{A} (Eq. 2.10), ce qui revient à calculer les contraintes musculo-tendineuses au sens des moindres carrés. Cette méthode est rapide, puisqu'elle ne fait intervenir qu'une inversion de matrice, mais ne permet que l'emploi de critères quadratiques. Enfin, cette méthode ne prend pas en compte la dynamique musculaire.

Afin de combiner les avantages de l'optimisation statique et dynamique, Thelen [Thelen 03, Thelen 06] propose une nouvelle méthode baptisée CMC pour « *Computed Muscle Control* ». Cette méthode est réalisée en quatre étapes :

- Une première étape consiste à réaliser un asservissement des données cinématiques à partir de données expérimentales, de manière à obtenir l'ensemble des accélérations segmentaires désirées,
- Une optimisation statique traduit alors ces accélérations désirées en activations musculaires,
- Un contrôleur linéaire vient ensuite comparer les activations calculées aux activations désirées, définies *a priori*, et déterminer un ensemble d'excitations musculaires,
- Pour finir, les nouvelles positions et vitesses segmentaires, ainsi que les activations musculaires sont calculées par dynamique directe.

Cette méthode permet ainsi de réduire considérablement le temps de calcul d'une optimisation par dynamique directe avec asservissement de données, mais demande néanmoins la connaissance *a priori* des patterns d'activation initiaux et est en soi relativement difficile à mettre en place.

Enfin, il ne faut pas oublier les différentes méthodes basées sur l'électromyographie (EMG), dont certaines proposent un emploi couplé avec des procédures d'optimisation [Buchanan 04]. Amarantini [Amarantini 04] propose par exemple une méthode combinant à la fois l'emploi de signaux EMG et un calcul de dynamique inverse. Les moments articulaires résultants, calculés à partir des signaux EMG dans des conditions dynamiques, sont comparés aux moments obtenus par dynamique inverse. En fonction de l'erreur obtenue, un processus d'optimisation vient alors ajuster un ensemble de gains afin de minimiser cette différence. Il est alors possible d'estimer les forces musculo-tendineuses de muscles croisant une articulation. Lloyd et Besier [Lloyd 03], quant à eux, utilisent un modèle musculaire type Hill pour estimer les forces musculo-tendineuses. Pour cela, une relation est mise en place entre l'activation musculaire et les signaux EMG, précédemment filtrés et normalisés, à l'aide encore une fois d'un processus d'optimisation venant comparer les résultats issus du modèle et de la dynamique inverse.

Ces méthodes sont intéressantes d'un point de vue physiologique, car elles permettent notamment de déterminer les co-contractions musculaires, mais restent difficiles à mettre en place. En effet, pour ce type de méthodes, une étape de calibration est bien souvent requise [Amarantini 04, Lloyd 03] et consiste à identifier à travers un processus d'optimisation, comme on a pu le voir, la relation entre les signaux EMG et les moments articulaires moteurs générés individuellement par chaque complexe muscle-tendon dans des conditions isométriques. Enfin, Gagnon [Gagnon 01] a cherché à comparer les résultats obtenus par optimisation, à partir des signaux EMG et par combinaison des deux méthodes. Pour cela un modèle de l'articulation L5/S1 du rachis est utilisé, composé d'un ensemble de douze complexes muscle-tendon, pour des mouvements de porter simulant une tâche classique sur un lieu de travail. Il résulte de cette étude que les méthodes employant l'optimisation permettent surtout d'obtenir des résultats valides d'un point de vue mécanique, avec un équilibre parfait du moment articulaire résultant au niveau de l'articulation, tandis que les méthodes employant l'EMG permettent surtout d'obtenir des résultats valides d'un point de vue physiologique, avec une corrélation plus importante entre les forces calculées et les signaux EMG mesurés.

2.3.3 Principaux critères employés

Lorsque l'on utilise l'optimisation pour l'estimation des forces musculo-tendineuses, les critères d'optimisation se doivent d'être, tant que possible, le reflet des mécanismes employés par le corps pour recruter les muscles adéquats à la production des moments articulaires permettant la réalisation de la tâche motrice initiée par le système nerveux central [Challis 97]. L'approche est donc ici très largement physiologique, avec des critères basés sur des paramètres concrets, tels que la fatigue musculaire ou la consommation d'énergie métabolique. Quatre familles de critères peuvent être identifiées.

La première famille a un lien direct avec les forces musculo-tendineuses. Ces critères peuvent faire intervenir soit directement la somme des forces musculo-tendineuses que l'on va chercher à minimiser [Dul 84, Glitsch 97, Patriarco 81, Pedotti 77, Seireg 73], soit la somme du ratio entre les forces musculo-tendineuses et un facteur pondérant qui peut être la force isométrique maximale [Pedotti 77] ou la surface de section physiologique (PCSA) [Crowninshield 81]. Ces critères linéaires posent néanmoins un problème : seuls les muscles possédant un bras de levier important ou une PCSA importante sont recrutés. Autrement dit, seul le muscle le plus apte à générer le mouvement est sollicité par ce type de critères et ce jusqu'à ce qu'il atteigne ses limites physiologiques (force maximale). Il n'y a donc pas de synergie musculaire et encore moins de co-contraction prise en compte [Dul 84]. Ces critères ne sont donc pas physiologiquement valides, d'autant plus que la fatigue musculaire résultante est élevée. Il a donc été proposé [Crowninshield 81, Happee 94] d'ajouter un facteur n à ce critère, correspondant à la puissance à laquelle ce dernier est élevé :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i (f_i)^n \\ \sum_i (f_i/f_{i\max})^n \\ \sum_i (f_i/PCSA_i)^n \end{array} \right. \quad (2.11)$$

On obtient notamment un critère quadratique pour $n = 2$. De nombreux auteurs ont montré que des résultats physiologiquement plus valides pouvaient être obtenus avec ces critères non

linéaires [Crowninshield 81, Happee 94, Herzog 92]. Crowninshield et Brand [Crowninshield 81] ont montré que de très bons résultats sur le plan physiologique pouvaient être obtenus lors d'un mouvement complexe, tel que la marche, pour un facteur $n = 3$. Ce critère est depuis couramment utilisé pour la marche [Brand 86, Crowninshield 81, Glitsch 97] ou pour la course [Glitsch 97]. A noter enfin que si l'on définit $n \rightarrow \infty$, on retrouve le critère dit de « *minmax* », minimisant la force musculo-tendineuse maximale et répartissant ainsi au mieux la charge entre plusieurs muscles [Dul 84, Rasmussen 01] :

$$\min (\max (f_i)) \quad (2.12)$$

Une autre famille de critères fait appel aux forces ostéo-articulaires. Collins [Collins 95] a par exemple comparé l'emploi de six critères différents pour un mouvement de marche :

- Minimisation de la somme des forces musculo-tendineuses,
- Minimisation de la somme des forces musculo-tendineuses au carré,
- Minimisation de la somme des contraintes musculo-tendineuses,
- Minimisation de la somme des forces ligamentaires,
- Minimisation de la somme des forces de contact articulaire,
- Minimisation de la somme des travaux musculo-tendineux.

Il a ainsi montré que le quatrième critère, reposant sur la minimisation des forces ligamentaires, donnait des résultats très différents des autres critères et ne correspondant pas aux patterns des signaux EMG.

Vient ensuite la famille des critères liés à une performance, utilisés dans le cadre de stratégies de commande optimale. Les définitions de ces critères sont tâche-dépendantes, dans le sens où la performance attendue dépend complètement de la tâche motrice à exécuter. On retrouve donc, parmi les plus classiques, le critère de minimisation de l'énergie métabolique par unité de distance lors de la marche [Anderson 01] ou le critère de maximisation de la hauteur pour un saut vertical [Anderson 99b].

Enfin l'emploi des méthodes d'optimisation en dynamique directe avec asservissement de données revient à utiliser des critères basés sur la minimisation de l'erreur entre les données calculées par optimisation et les données expérimentales. Ces dernières peuvent être cinématiques et/ou dynamiques.

Les méthodes et modèles proposés dans la littérature sont donc nombreux et variés. Les chapitres suivants présentent une application de la modélisation musculo-squelettique à la marche, avec une sélection de méthodes et modèles qui seront présentés plus en détail au chapitre 3.

2.4 Conclusion

Cette revue de littérature permet donc de distinguer la variété des notions et hypothèses se cachant derrière le terme de modélisation musculo-squelettique. Pour ces travaux de thèse, le choix a été fait d'utiliser un paramétrage en coordonnées naturelles, avec une géométrie musculo-squelettique éprouvée, issue de la littérature, des modèles cinématiques détaillés (i.e., mécanismes parallèles) et une table de régression pour les données inertielles des différents segments. L'intégration de modèles musculaires a été mise de côté pour le moment, afin de réduire le nombre

2.4. CONCLUSION

de modèles, et donc d'hypothèses, employés. La sélection de ces modèles repose à la fois sur des raisons pratiques (difficulté d'obtention d'une géométrie et de paramètres cinétiques personnalisés) mais également stratégiques, l'emploi couplé d'un paramétrage en coordonnées naturelles et de modèles cinématiques détaillés nous permettant notamment d'introduire la notion de forces ostéo-articulaires dans le modèle. Le chapitre suivant présente en détails les modèles retenus, en distinguant les travaux déjà réalisés au sein de l'équipe des parties développées au cours de cette thèse.

Chapitre 3

Simulateur numérique pour le calcul des forces musculo-tendineuses

Ce chapitre présente les travaux de développement réalisés à partir d'un simulateur numérique existant, mis au point au sein du laboratoire. Ce simulateur, initialement prévu pour l'étude cinématique et dynamique inverse (par le calcul des moment articulaires « *nets* ») du mouvement humain, membres supérieurs ou inférieurs, se voit ainsi complété d'un module pour le calcul des forces musculo-tendineuses à partir d'un modèle musculo-squelettique générique existant. De plus, il possède la particularité d'être très versatile, en offrant la possibilité de modifier aisément les modèles cinématiques et cinétiques employés, ainsi que la géométrie musculo-tendineuse du modèle. Cette thèse étant intimement liée à la problématique clinique de l'analyse quantifiée de la marche, seuls les membres inférieurs sont modélisés dans nos travaux. Nous présentons donc ici les différents modèles employés par ce simulateur dans le cadre de l'étude des membres inférieurs pendant la marche.

Sommaire

3.1 Présentation du simulateur numérique existant	40
3.1.1 Paramétrage du système	40
3.1.2 Modèle cinématique	42
3.1.3 Application des contraintes cinématiques par optimisation globale	47
3.1.4 Modèle cinétique	49
3.1.5 Forces extérieures généralisées	50
3.2 Extension à la problématique musculo-squelettique	52
3.2.1 Modèle géométrique musculo-squelettique	52
3.2.2 Cinématique de la rotule	54
3.2.3 Mise à l'échelle du modèle	55
3.2.4 Forces musculo-tendineuses généralisées	55
3.3 Calcul des forces musculo-tendineuses par optimisation	56
3.3.1 Etude préliminaire : Optimisation par pseudoinverse	56
3.3.2 Équation de la dynamique	61
3.3.3 Définition et résolution du problème d'optimisation	63
3.3.4 Résultats	64
3.3.5 Discussion et conclusion	66

3.1 Présentation du simulateur numérique existant

3.1.1 Paramétrage du système

Dans l'ensemble des travaux présentés dans ce chapitre, les calculs de cinématique et de dynamique ont été réalisés à partir d'une approche multi-corps rigides décrite à l'aide d'un paramétrage en coordonnées naturelles [Garcia de Jalon 94]. Cette formulation permet de définir la position et l'orientation des segments dans le repère global (ICS) à l'aide uniquement de deux vecteurs positions \mathbf{r}_{P_i} et \mathbf{r}_{D_i} , définissant les points P_i et D_i , ainsi que de deux vecteurs directionnels unitaires \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i (Fig. 3.1.1).

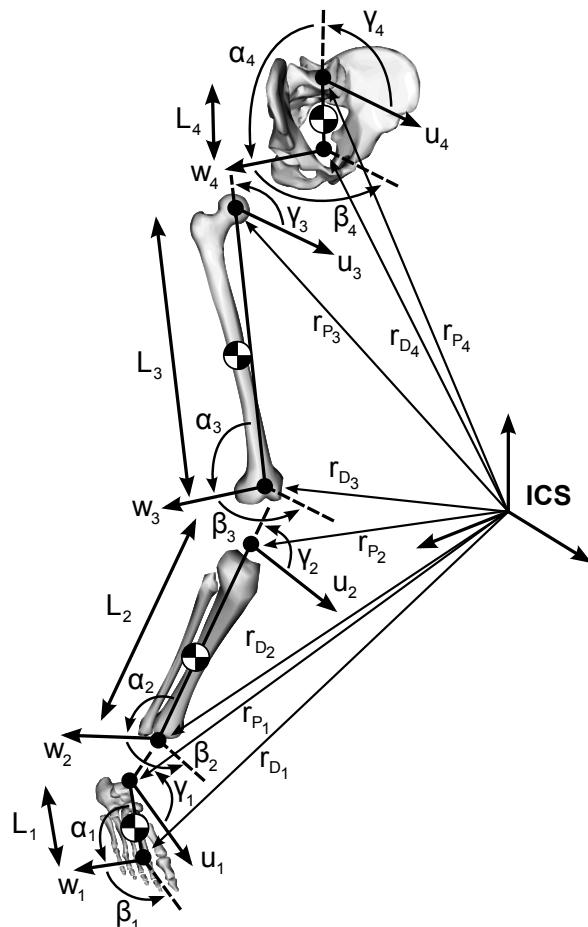


FIG. 3.1: Proposition de paramétrage en coordonnées naturelles pour l'étude biomécanique du membre inférieur (adapté de [Dumas 07a])

Cette formulation a été proposée pour l'étude biomécanique des membres inférieurs [Dumas 07a] et les vecteurs \mathbf{r}_{P_i} , \mathbf{r}_{D_i} , \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i peuvent être construits directement à chaque image à partir des trajectoires de marqueurs cutanés placés sur des points anatomiques remarquables, ainsi que des centres articulaires et axes fonctionnels estimés (Tab. 3.1.1). Ce paramétrage, noté $\mathbf{Q}_i = [\mathbf{u}_i \ \mathbf{r}_{P_i} \ \mathbf{r}_{D_i} \ \mathbf{w}_i]^T$, fait intervenir trois axes non-orthonormés (\mathbf{u}_i , $\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i} = \mathbf{v}_i$ et \mathbf{w}_i), incluant des informations anatomiques, fonctionnelles et inertielles.

3.1. PRÉSENTATION DU SIMULATEUR NUMÉRIQUE EXISTANT

TAB. 3.1: Proposition de paramétrage \mathbf{Q}_i aux membres inférieurs à partir des données issues de la position de points anatomiques remarquables

Segment	Paramètre	Construction
Pied	\mathbf{r}_{P_1}	$= \mathbf{r}_{D_2}$
	\mathbf{r}_{D_1}	Point distal du segment défini par le milieu des 1ère et 5ème têtes métatarsiennes. Représente le centre articulaire métatarso-phalangien dans le cas où l'articulation est définie comme étant une liaison rotule
	\mathbf{u}_1	Vecteur unitaire ayant pour direction la droite passant par le centre du calcaneum et par le point D_1
	\mathbf{w}_1	Vecteur unitaire de la droite allant du 1er au 5ème métatarsal
Jambe	\mathbf{r}_{P_2}	$= \mathbf{r}_{D_3}$
	\mathbf{r}_{D_2}	Point distal du segment défini par le milieu des malléoles médiale et latérale. Représente le centre articulaire de la cheville dans le cas où l'articulation est définie comme étant une liaison rotule
	\mathbf{u}_2	Vecteur unitaire normal au plan contenant la tête du péroné et les points P_2 et D_2
	\mathbf{w}_2	Vecteur unitaire de la droite allant de la malléole médiale à la malléole latérale
Cuisse	\mathbf{r}_{P_3}	Centre articulaire de la hanche, estimé par régression [Reed 99, Dumas 07b] ou fonctionnellement [Ehrig 06]
	\mathbf{r}_{D_3}	Point distal du segment défini par le milieu des épicondyles médial et latéral. Représente le centre articulaire du genou dans le cas où l'articulation est définie comme étant une liaison rotule
	\mathbf{u}_3	Vecteur unitaire normal au plan contenant le point P_3 et les épicondyles médial et latéral
	\mathbf{w}_3	Vecteur unitaire de la droite allant de l'épicondyle médial au latéral ou de l'axe de flexion-extension du genou estimé fonctionnellement [Ehrig 06]
Bassin	\mathbf{r}_{P_4}	Centre articulaire de l'articulation sacro-lombaire placée au centre du plateau sacré et estimé par régression [Reed 99, Dumas 07b]
	\mathbf{r}_{D_4}	Projection du point P_3 dans le plan sagittal du bassin
	\mathbf{u}_4	Vecteur unitaire de la droite allant du centre du segment défini par les épines iliaques antérieures au centre du segment défini par les épines iliaques postérieures
	\mathbf{w}_4	Vecteur unitaire normal au plan sagittal du bassin

Ce paramétrage est ainsi composé de 4×3 paramètres (\mathbf{u}_i , \mathbf{r}_{P_i} , \mathbf{r}_{D_i} et \mathbf{w}_i) pour 6 degrés de liberté par segment. Il s'agit donc d'un paramétrage surabondant et il est nécessaire de le compléter par 6 contraintes de corps rigide afin de pouvoir l'exploiter dans les calculs de cinématique et de dynamique. Pour cela, les 2 vecteurs \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i sont définis comme étant unitaires et l'on définit également 4 constantes : L_i la longueur constante du segment i et α_i , β_i et γ_i les angles constants entre les axes \mathbf{u}_i , $\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i} = \mathbf{v}_i$ et \mathbf{w}_i du segment i (Fig. 3.1.1). Ces constantes sont obtenues à partir des vecteurs définis par le paramétrage, en considérant la moyenne de leurs valeurs sur l'ensemble des images du mouvement étudié :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_i = \sqrt{(\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})^2} \\ \alpha_i = \cos^{-1} \left(\frac{((\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) \bullet \mathbf{w}_i)}{L_i} \right) \\ \beta_i = \cos^{-1} (\mathbf{u}_i \bullet \mathbf{w}_i) \\ \gamma_i = \cos^{-1} \left(\frac{(\mathbf{u}_i \bullet (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}))}{L_i} \right) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

A noter qu'il est possible de revenir à un paramétrage classique, c'est-à-dire un système de coordonnées segmentaire $\mathbf{X}_i \mathbf{Y}_i \mathbf{Z}_i$ [Cappozzo 95, Wu 02, Wu 05] à partir du paramétrage \mathbf{Q}_i .

On définit pour cela une matrice de transformation \mathbf{B}_i pour chaque segment [Dumas 07a] :

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} 1 & L_i \cos \gamma_i & \frac{\cos \beta_i}{\sin \alpha_i - \cos \beta_i \cos \gamma_i} \\ 0 & L_i \sin \gamma_i & \frac{\sin \gamma_i}{\sqrt{1 - (\cos \beta_i)^2 - \left(\frac{\cos \alpha_i - \cos \beta_i \cos \gamma_i}{\sin \gamma_i}\right)^2}} \\ 0 & 0 & \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Cette transformation peut être utile lorsqu'il s'agit d'exprimer des données géométriques issues de modèles dans le système de coordonnées segmentaire $\mathbf{X}_i \mathbf{Y}_i \mathbf{Z}_i$. C'est notamment le cas, comme on va le voir plus loin, pour les points d'insertion musculaires ou ligamentaires, ainsi que pour les points de contact articulaire, les centres de masse ou encore les matrices d'inertie. On notera enfin que, dans notre cas, on a $\mathbf{X}_i = \mathbf{u}_i$.

3.1.2 Modèle cinématique

3.1.2.1 Notations

Soit $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \ \mathbf{Q}_2 \ \mathbf{Q}_3 \ \mathbf{Q}_4]^T$ le paramétrage de la chaîne cinématique du membre inférieur composée des segments pied (1), jambe (2), cuisse (3) et bassin (4). A ces segments sont associées les articulations de la cheville (A), du genou (K) et de la hanche (H) faisant intervenir les contraintes cinématiques Φ^k suivantes :

$$\Phi^k = \begin{cases} \Phi_A^k = 0 \\ \Phi_K^k = 0 \\ \Phi_H^k = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Enfin, comme on l'a vu précédemment, le paramétrage est surabondant et il est donc nécessaire de le compléter par un ensemble de six contraintes de corps rigide Φ^r représentant la non-déformabilité des segments [Garcia de Jalon 94] :

$$\Phi^r = \begin{cases} \Phi_1^r = 0 \\ \Phi_2^r = 0 \\ \Phi_3^r = 0 \\ \Phi_4^r = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

3.1.2.2 Modèle cinématique de la cheville

Le modèle retenu dans notre étude pour la cheville est l'un des « mécanismes parallèles » proposés par Di Gregorio [Di Gregorio 07] à partir de données cadavériques. Ce modèle se veut proche de l'anatomie de l'articulation et fait intervenir une liaison rotule au niveau du contact talo-crural latéral ainsi que deux ligaments indéformables (Tab. 3.2).

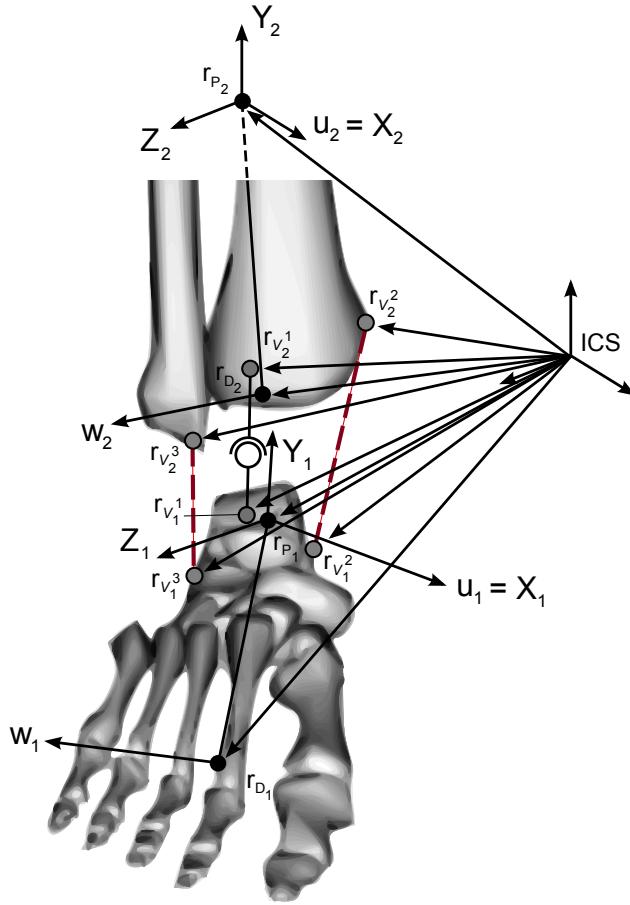


FIG. 3.2: « Mécanisme parallèle » de la cheville, avec $\mathbf{r}_{V_i}^j$ les j marqueurs virtuels donnant la position des insertions ligamentaires et des points de contact sur le segment i (adapté de [Dumas 10])

Ce modèle a été choisi pour sa simplicité de mise à l'échelle, par rapport au second modèle de Di Gregorio [Di Gregorio 07] qui présentait trois contacts « sphère sur plan » et deux ligaments indéformables. Le modèle retenu possède moins de contacts, donc moins de marqueurs virtuels devant être personnalisés tout comme le reste du modèle musculo-squelettique. De plus, ce modèle reflète bien l'évolution des contacts intervenant au cours de la marche au niveau de l'articulation de la cheville [Wan 06], puisque le contact modélisé représente le contact latéral du tibia sur l'astragale (Fig. 3.1.2.2).

Les coordonnées des marqueurs virtuels, initialement données dans un repère lié au calcaneum [Di Gregorio 07], sont retranscrites dans le repère non orthonormé ($P_1, \mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{w}_1$) à l'aide de la matrice de transformation \mathbf{B}_1 , décrite précédemment :

$$\left[\begin{pmatrix} \mathbf{n}_1^{V_1^j} \end{pmatrix}_u \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1^{V_1^j} \end{pmatrix}_v \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1^{V_1^j} \end{pmatrix}_w \right] = [\mathbf{B}_1]^{-1} \mathbf{r}_{V_1^j}^S \quad (3.5)$$

avec $\begin{pmatrix} \mathbf{n}_1^{V_1^j} \end{pmatrix}_u$, $\begin{pmatrix} \mathbf{n}_1^{V_1^j} \end{pmatrix}_v$, $\begin{pmatrix} \mathbf{n}_1^{V_1^j} \end{pmatrix}_w$ les coordonnées du marqueur virtuel j dans le repère non orthonormé ($P_1, \mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{w}_1$) et $\mathbf{r}_{V_1^j}^S$ la position du marqueur virtuel j dans le système de coordonnées segmentaire ($P_1, \mathbf{X}_1, \mathbf{Y}_1, \mathbf{Z}_1$).

3.1. PRÉSENTATION DU SIMULATEUR NUMÉRIQUE EXISTANT

TAB. 3.2: Construction du modèle cinématique de la cheville à l'aide d'un « *mécanisme parallèle* »

Entité	Constantes virtuelles	Segment	Construction
Contact <i>Latéral</i>	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_1}^1$	1	Centre de la sphère du contact latéral astragale/tibia
<i>Astragale/Tibia</i>	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2}^1$	2	Point du plan de contact latéral astragale/tibia
Ligament <i>Latéral interne</i> (<i>TiCaL</i>)	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_1}^2$	1	Insertion du ligament interne sur l'astragale
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2}^2$	2	Origine du ligament interne sur le tibia
	Distance \mathbf{d}_A^2	1	Longueur du ligament interne
Ligament <i>Latéral externe</i> (<i>CaFiL</i>)	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_1}^3$	1	Insertion du ligament externe sur l'astragale
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2}^3$	2	Origine du ligament externe sur le péroné
	Distance \mathbf{d}_A^3	1	Longueur du ligament externe

Ces nouvelles coordonnées permettent alors de construire la matrice d'interpolation de chacun de ces marqueurs virtuels, réalisant le passage du repère non orthonormé ($P_1, \mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{w}_1$) au repère global (ICS) :

$$\mathbf{r}_{V_1^j} = \mathbf{N}_1^{V_1^j} \mathbf{Q}_1 \quad (3.6)$$

Ces matrices sont constantes dans le temps et peuvent donc être préparées avant les calculs de cinématique ou de dynamique :

$$\mathbf{N}_i^{V_i^j} = \left[\begin{pmatrix} \mathbf{n}_i^{V_i^j} \\ u \end{pmatrix} \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \left(1 + \begin{pmatrix} \mathbf{n}_i^{V_i^j} \\ v \end{pmatrix} \right) \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad -\begin{pmatrix} \mathbf{n}_i^{V_i^j} \\ v \end{pmatrix} \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \begin{pmatrix} \mathbf{n}_i^{V_i^j} \\ w \end{pmatrix} \mathbf{E}_{3 \times 3} \right] \quad (3.7)$$

Enfin, les contraintes cinématiques Φ_A^k associées à ce « *mécanisme parallèle* » et la matrice Jacobienne \mathbf{K}_A^k de Φ_A^k , dépendantes des paramètres \mathbf{Q} , s'écrivent de la façon suivante :

$$\Phi_A^k = \begin{cases} \mathbf{N}_2^{V_2^1} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^1} \mathbf{Q}_1 = 0 \\ \left(\mathbf{N}_2^{V_2^2} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^2} \mathbf{Q}_1 \right)^2 - (d_A^2)^2 = 0 \\ \left(\mathbf{N}_2^{V_2^3} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^3} \mathbf{Q}_1 \right)^2 - (d_A^3)^2 = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

$$[\mathbf{K}_A^k] = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}_1^{V_1^1} & \mathbf{N}_2^{V_2^1} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ -2 \left(\mathbf{N}_2^{V_2^2} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^2} \mathbf{Q}_1 \right)^T \left[\mathbf{N}_1^{V_1^2} \right] & 2 \left(\mathbf{N}_2^{V_2^2} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^2} \mathbf{Q}_1 \right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^2} \right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} & \mathbf{0}_{1 \times 12} \\ -2 \left(\mathbf{N}_2^{V_2^3} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^3} \mathbf{Q}_1 \right)^T \left[\mathbf{N}_1^{V_1^3} \right] & 2 \left(\mathbf{N}_2^{V_2^3} \mathbf{Q}_2 - \mathbf{N}_1^{V_1^3} \mathbf{Q}_1 \right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^3} \right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

avec $\mathbf{N}_i^{V_i^j}$ les matrices d'interpolation et d_A^j des distances constantes. Ces données sont nécessaires aux calculs de la cinématique et de la dynamique et seront employées ci-après.

3.1.2.3 Modèle cinématique du genou

De même que pour la cheville, un « *mécanisme parallèle* », issu des travaux de Feikes [Feikes 03], a été choisi comme modèle cinématique du genou dans notre étude. Ce modèle, provenant également de données cadavériques, fait intervenir deux contacts « *sphère sur plan* » ainsi que trois ligaments indéformables (Tab. 3.3).

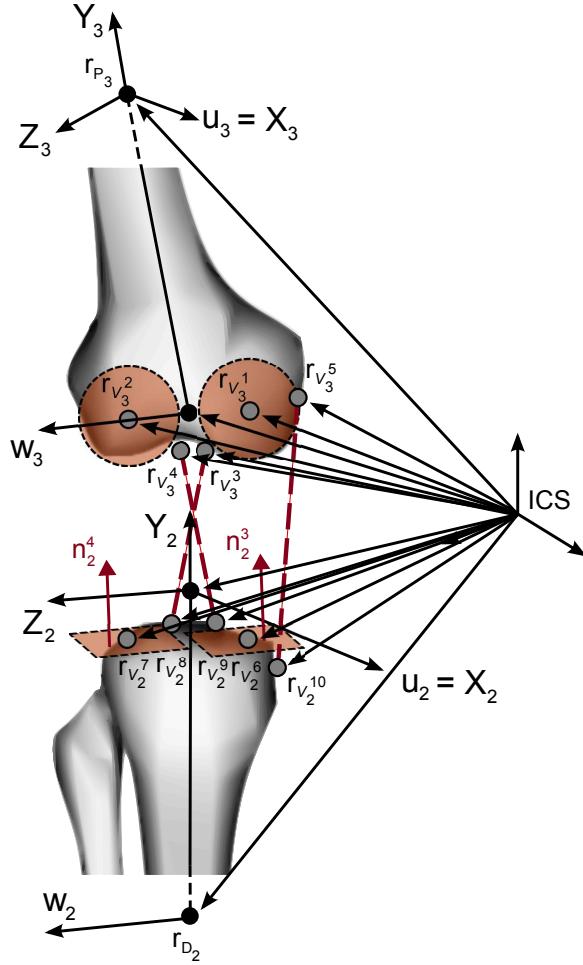


FIG. 3.3: « Mécanisme parallèle » du genou, avec $\mathbf{r}_{V_i^j}$ les j marqueurs virtuels donnant la position des insertions ligamentaires et des points de contact sur le segment i (adapté de [Dumas 10])

A noter que ce modèle, tout comme le modèle de la cheville, est personnalisable dans la mesure où les rayons des sphères de contact peuvent être ajustés, de même que les positions des différents marqueurs virtuels.

Pour ce modèle, les contraintes cinématiques Φ_K^k et la matrice Jacobienne \mathbf{K}_K^k de Φ_K^k , dépendantes des paramètres \mathbf{Q} , sont les suivantes :

$$\Phi_K^k = \begin{cases} \left(\mathbf{N}_3^{V_3^1} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^6} \mathbf{Q}_2 \right) \bullet \mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^3} \mathbf{Q}_2 - d_K^1 = 0 \\ \left(\mathbf{N}_3^{V_3^2} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^7} \mathbf{Q}_2 \right) \bullet \mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^4} \mathbf{Q}_2 - d_K^2 = 0 \\ \left(\mathbf{N}_3^{V_3^3} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^8} \mathbf{Q}_2 \right)^2 - (d_K^3)^2 = 0 \\ \left(\mathbf{N}_3^{V_3^4} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^9} \mathbf{Q}_2 \right)^2 - (d_K^4)^2 = 0 \\ \left(\mathbf{N}_3^{V_3^5} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^{10}} \mathbf{Q}_2 \right)^2 - (d_K^5)^2 = 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

3.1. PRÉSENTATION DU SIMULATEUR NUMÉRIQUE EXISTANT

TAB. 3.3: Construction du modèle cinématique du genou à l'aide d'un « mécanisme parallèle »

Entité	Constantes virtuelles	Segment	Construction
Contact Médial Fémur/Tibia	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2^6}$	2	Point du plan de contact médial fémur/tibia
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_3^1}$	3	Centre de la sphère du contact médial fémur/tibia
	Vecteur normal \mathbf{n}_2^3	2	Vecteur normal au plan de contact médial fémur/tibia
	Distance \mathbf{d}_K^1	2	Rayon de la sphère du contact médial fémur/tibia
Contact Latéral Fémur/Tibia	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2^7}$	2	Point du plan de contact latéral fémur/tibia
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_3^2}$	3	Centre de la sphère du contact latéral fémur/tibia
	Vecteur normal \mathbf{n}_2^4	2	Vecteur normal au plan de contact latéral fémur/tibia
	Distance \mathbf{d}_K^2	2	Rayon de la sphère du contact latéral fémur/tibia
Ligament Cruciforme antérieur	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2^8}$	2	Insertion du ligament cruciforme antérieur sur le tibia
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_3^3}$	3	Origine du ligament cruciforme antérieur sur le fémur
	Distance \mathbf{d}_K^3	2	Longueur du ligament cruciforme antérieur
Ligament Cruciforme postérieur	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2^9}$	2	Insertion du ligament cruciforme postérieur sur le tibia
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_3^4}$	3	Origine du ligament cruciforme postérieur sur le fémur
	Distance \mathbf{d}_K^4	2	Longueur du ligament cruciforme postérieur
Ligament Collatéral médial	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_2^{10}}$	2	Insertion du ligament collatéral médial sur le tibia
	Marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_3^5}$	3	Origine du ligament collatéral médial sur le fémur
	Distance \mathbf{d}_K^5	2	Longueur du ligament collatéral médial

$$\mathbf{K}_K^k = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times 12} & -\left(\mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^3} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^6}\right] + \left(\mathbf{N}_3^{V_3^1} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^6} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^3}\right] & \left(\mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^3} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_3^{V_3^1}\right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} \\ \mathbf{0}_{1 \times 12} & -\left(\mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^4} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^7}\right] + \left(\mathbf{N}_3^{V_3^2} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^7} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^4}\right] & \left(\mathbf{N}_2^{\mathbf{n}_2^4} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_3^{V_3^2}\right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} \\ \mathbf{0}_{1 \times 12} & -2\left(\mathbf{N}_3^{V_3^3} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^8} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^8}\right] & 2\left(\mathbf{N}_3^{V_3^3} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^8} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_3^{V_3^3}\right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} \\ \mathbf{0}_{1 \times 12} & -2\left(\mathbf{N}_3^{V_3^4} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^9} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^9}\right] & 2\left(\mathbf{N}_3^{V_3^4} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^9} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_3^{V_3^4}\right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} \\ \mathbf{0}_{1 \times 12} & -2\left(\mathbf{N}_3^{V_3^5} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^{10}} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_2^{V_2^{10}}\right] & 2\left(\mathbf{N}_3^{V_3^5} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_2^{10}} \mathbf{Q}_2\right)^T \left[\mathbf{N}_3^{V_3^5}\right] & \mathbf{0}_{1 \times 12} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

avec $\mathbf{N}_i^{V_i^j}$ et $\mathbf{N}_i^{n_i^j}$ les matrices d'interpolation et d_K^j des distances constantes.

3.1.2.4 Modèle cinématique de la hanche

En ce qui concerne l'articulation de la hanche, le modèle le plus répandu est celui de la liaison rotule [Cereatti 04, Lu 99, Charlton 04, Reinbold 05, Andersen 09]. Ce modèle est construit avec un unique marqueur virtuel $\mathbf{r}_{V_4^1}$ correspondant au centre de la liaison rotule de la

hanche. Cette position peut être obtenue par régression [Reed 99, Dumas 07b] ou par méthode fonctionnelle [Ehrig 06] à partir des données issues des trajectoires de marqueurs cutanés.

Pour ce modèle, les contraintes cinématiques Φ_H^k et la matrice Jacobienne \mathbf{K}_H^k de Φ_H^k , dépendantes des paramètres \mathbf{Q} , sont les suivantes :

$$\Phi_H^k = \mathbf{N}_4^{V_4^1} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{r}_{P_3} = 0 \quad (3.12)$$

$$\mathbf{K}_H^k = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & [\mathbf{0}_{3 \times 3} - \mathbf{E}_{3 \times 3} \ \mathbf{0}_{3 \times 3} \ \mathbf{0}_{3 \times 3}] & \mathbf{N}_4^{V_4^1} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.1.2.5 Contraintes de corps rigide

De la même façon que pour les modèles cinématiques des articulations, on définit un ensemble de six contraintes de corps rigide Φ_i^r ainsi que la matrice Jacobienne associée \mathbf{K}_i^r , dépendantes des paramètres \mathbf{Q}_i du segment i :

$$\Phi_i^r = \begin{cases} \mathbf{u}_i^2 - 1 = 0 \\ \mathbf{u}_i (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) - L_i \cos \gamma_i = 0 \\ \mathbf{u}_i \mathbf{w}_i - \cos \beta_i = 0 \\ (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})^2 - L_i^2 = 0 \\ (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) \mathbf{w}_i - L_i \cos \alpha_i = 0 \\ \mathbf{w}_i^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

$$[\mathbf{K}_i^r]^T = \begin{bmatrix} 2\mathbf{u}_i & (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) & \mathbf{w}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{u}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} & 2(\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) & \mathbf{w}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & -\mathbf{u}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} & -2(\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) & -\mathbf{w}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{u}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} & (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) & 2\mathbf{w}_i \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

3.1.3 Application des contraintes cinématiques par optimisation globale

Une fois le modèle cinématique défini, il reste à le mettre en mouvement à l'aide des trajectoires de marqueurs cutanés reconstruites dans l'espace lors d'un mouvement donné. Cela revient à chercher, à chaque pas de temps, la position et l'orientation de chaque segment qui suivent au mieux les trajectoires des marqueurs cutanés, tout en respectant le modèle cinématique choisi. Cette méthode est appelée « *optimisation globale* » et est régulièrement utilisée en analyse du mouvement [Lu 99, Charlton 04, Reinbolt 05, Andersen 09] pour compenser les mouvements parasites des marqueurs provenant de la peau ou des muscles. Rappelons en effet que l'objectif est d'étudier le mouvement du squelette, tandis que les marqueurs sont placés sur la peau et subissent des artefacts dits de « *tissus mous* » [Leardini 05, Peters 10].

Il s'agit donc de minimiser l'écart, à chaque pas de temps, entre la position mesurée du marqueur cutané et celle obtenue à l'aide du modèle cinématique [Duprey 10] :

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^{n_i} w_{M_i^j} \left(\mathbf{r}_{M_i^j} - \mathbf{N}_i^{M_i^j} \mathbf{Q}_i \right)^2 \quad (3.16)$$

avec $w_{M_i^j}$ le facteur pondérateur de chaque marqueur cutané M_i^j , plus ou moins important suivant l'influence des « *tissus mous* » sur le marqueur en question, n_i le nombre de marqueurs cutanés et $\mathbf{N}_i^{M_i^j}$ la matrice d'interpolation constante du marqueur. On peut noter que dans notre étude, le paramètre $w_{M_i^j}$ n'a pas été exploité, mais cette possibilité fait partie des perspectives de nos travaux.

Pour construire ces matrices d'interpolation, il s'agit cette fois de faire le lien entre les coordonnées des marqueurs cutanés, obtenues dans le repère global défini par le système de capture du mouvement, et leurs coordonnées dans le repère non orthonormé $(P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i)$ défini précédemment. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser une projection non orthogonale [Cheze 00, Desroches 10] à partir par exemple de la position des marqueurs obtenue lors de l'enregistrement d'une image statique :

$$\mathbf{r}_{M_i^j} - \mathbf{r}_{P_i} = \underbrace{\frac{((\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) \times \mathbf{w}_i) \bullet (\mathbf{r}_{M_i^j} - \mathbf{r}_{P_i})}{(\mathbf{u}_i \times (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) \bullet \mathbf{w}_i} \mathbf{u}_i + \frac{(\mathbf{w}_i \times \mathbf{u}_i) \bullet (\mathbf{r}_{M_i^j} - \mathbf{r}_{P_i})}{(\mathbf{u}_i \times (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) \bullet \mathbf{w}_i} (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) +}_{\left(\mathbf{n}_i^{M_i^j} \right)_u} \\ \underbrace{\frac{(\mathbf{u}_i \times (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) \bullet (\mathbf{r}_{M_i^j} - \mathbf{r}_{P_i})}{(\mathbf{u}_i \times (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) \bullet \mathbf{w}_i} \mathbf{w}_i}_{\left(\mathbf{n}_i^{M_i^j} \right)_w} \quad (3.17)$$

Au final, cela revient à définir à nouveau un ensemble de contraintes dites « *motrices* », Φ^m , ainsi que la matrice Jacobienne associée \mathbf{K}^m , dépendantes des paramètres \mathbf{Q} :

$$\Phi^m = \begin{cases} \mathbf{r}_{M_1^1} - \mathbf{N}_1^{M_1^1} \mathbf{Q}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{r}_{M_4^{n_4}} - \mathbf{N}_4^{M_4^{n_4}} \mathbf{Q}_4 \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{K}^m = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}_1^{M_1^1} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{N}_1^{M_1^{n_1}} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 12} & -\mathbf{N}_2^{M_2^1} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 12} & -\mathbf{N}_2^{M_2^{n_2}} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & -\mathbf{N}_3^{M_3^1} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & -\mathbf{N}_3^{M_3^{n_3}} & \mathbf{0}_{3 \times 12} \\ \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & -\mathbf{N}_4^{M_4^1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & \mathbf{0}_{3 \times 12} & -\mathbf{N}_4^{M_4^{n_4}} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Le problème d'optimisation globale peut donc s'écrire ainsi [Duprey 10] :

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{Q}} f = \frac{1}{2}(\Phi^m)^T \Phi^m \text{ avec } \frac{\partial f}{\partial \mathbf{Q}} = [\mathbf{K}^m]^T \Phi^m \\ \text{constraint à } \begin{pmatrix} \Phi^k \\ \Phi^r \end{pmatrix} = 0 \text{ avec } \frac{\partial \begin{pmatrix} \Phi^k \\ \Phi^r \end{pmatrix}}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^k \\ \mathbf{K}^r \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.20)$$

Ce qui revient finalement, en utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange μ , à :

$$F \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [\mathbf{K}^m]^T \Phi^m + \begin{bmatrix} \mathbf{K}^k \\ \mathbf{K}^r \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} \mu^k \\ \mu^r \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \Phi^k \\ \Phi^r \end{pmatrix} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

avec $\mathbf{K}^k = [\mathbf{K}_A^k \ \mathbf{K}_K^k \ \mathbf{K}_H^k]^T$

et $\mathbf{K}^r = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1^r & \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{0}_{6 \times 12} \\ \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{K}_2^r & \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{0}_{6 \times 12} \\ \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{K}_3^r & \mathbf{0}_{6 \times 12} \\ \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{0}_{6 \times 12} & \mathbf{K}_4^r \end{bmatrix}$

Le problème peut alors être résolu à l'aide d'un simple algorithme de type Newton-Raphson [Dumas 10] :

$$F \begin{pmatrix} \mathbf{Q} + \Delta \mathbf{Q} \\ \mu + \Delta \mu \end{pmatrix} = F \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix} + \left(\frac{\partial F}{\partial \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix} \right) \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta \mu \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta \mu \end{pmatrix} = - \left(\frac{\partial F}{\partial \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix} \right)^{-1} F \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix}$$

avec $\frac{\partial F}{\partial \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \mu \end{pmatrix}} = \begin{bmatrix} \partial \left(\begin{bmatrix} \mathbf{K}^k \\ \mathbf{K}^r \end{bmatrix}^T \begin{pmatrix} \mu^k \\ \mu^r \end{pmatrix} \right) & \begin{bmatrix} \mathbf{K}^k \\ \mathbf{K}^r \end{bmatrix}^T \\ \begin{bmatrix} \mathbf{K}^k \\ \mathbf{K}^r \end{bmatrix} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$

On obtient ainsi les paramètres optimisés $\tilde{\mathbf{Q}}$ qui correspondent, à chaque pas de temps, aux positions et orientations de chaque segment respectant les contraintes cinématiques et de corps rigide, tout en suivant au mieux les trajectoires des marqueurs cutanés.

3.1.4 Modèle cinétique

Avant d'en venir à résoudre les équations de la dynamique, il nous reste à définir les paramètres inertIELS de chacun des segments intervenant dans notre modèle. Pour cela, nous avons fait le choix d'utiliser la table de régression de Dumas [Dumas 07b], permettant d'obtenir la masse, la position du centre de masse, ainsi que la matrice d'inertie de chaque segment, à

3.1. PRÉSENTATION DU SIMULATEUR NUMÉRIQUE EXISTANT

partir des longueurs segmentaires $L_i = \sqrt{(r_{P_i} - r_{D_i})^2}$ et de la masse totale du sujet.

A nouveau, les informations sont données dans le système de coordonnées segmentaire $(P_i, \mathbf{X}_i, \mathbf{Y}_i, \mathbf{Z}_i)$. Il est donc nécessaire d'exprimer la position du centre de masse \mathbf{c}_i^s de chaque segment i , ainsi que sa matrice d'inertie, dans le repère non orthonormé $(P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i)$ afin d'être cohérent avec le reste des données.

Pour ce qui est de la position du centre de masse, on utilise à nouveau la matrice de transformation \mathbf{B}_i de chaque segment i :

$$\mathbf{n}_i^{C_i} = \begin{bmatrix} (\mathbf{n}_i^{C_i})_u \\ (\mathbf{n}_i^{C_i})_v \\ (\mathbf{n}_i^{C_i})_w \end{bmatrix} = [\mathbf{B}_i^s]^{-1} \mathbf{c}_i^s \quad (3.23)$$

avec $\mathbf{n}_i^{C_i}$ la position du centre de masse dans le repère $(P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i)$.

Pour la matrice d'inertie \mathbf{I}_i^s , la transformation est un peu plus complexe mais utilise également la matrice de transformation \mathbf{B}_i [Garcia de Jalon 94] :

$$\mathbf{J}_i = [\mathbf{B}_i^s]^{-1} \left[\mathbf{I}_i^s + m_i \left((\mathbf{c}_i^s)^T \mathbf{c}_i^s \right) \mathbf{E}_{3 \times 3} - \mathbf{c}_i^s (\mathbf{c}_i^s)^T \right] \left([\mathbf{B}_i^s]^{-1} \right)^T \quad (3.24)$$

avec \mathbf{J}_i la matrice d'inertie dans le repère $(P_i, \mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{w}_i)$.

On définit ensuite la matrice de masse \mathbf{G}_i du segment i [Garcia de Jalon 94] :

$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}_i)_{uu} \mathbf{E}_{3 \times 3} & \left(m_i (\mathbf{n}_i^{C_i})_u + (\mathbf{J}_i)_{uv} \right) \mathbf{E}_{3 \times 3} & -(\mathbf{J}_i)_{uv} \mathbf{E}_{3 \times 3} & (\mathbf{J}_i)_{uw} \mathbf{E}_{3 \times 3} \\ \left(m_i + 2m_i (\mathbf{n}_i^{C_i})_v + (\mathbf{J}_i)_{vv} \right) \mathbf{E}_{3 \times 3} & \left(-m_i (\mathbf{n}_i^{C_i})_v - (\mathbf{J}_i)_{vv} \right) \mathbf{E}_{3 \times 3} & \left(m_i (\mathbf{n}_i^{C_i})_w + (\mathbf{J}_i)_{vw} \right) \mathbf{E}_{3 \times 3} & -(\mathbf{J}_i)_{vw} \mathbf{E}_{3 \times 3} \\ \text{symétrique} & \left(\mathbf{J}_i \right)_{vv} \mathbf{E}_{3 \times 3} & \left(\mathbf{J}_i \right)_{ww} \mathbf{E}_{3 \times 3} & (\mathbf{J}_i)_{ww} \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Et enfin la matrice de masse généralisée \mathbf{G} du membre inférieur complet :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{G}_2 & \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{G}_3 & \mathbf{0}_{12 \times 12} \\ \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{0}_{12 \times 12} & \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

3.1.5 Forces extérieures généralisées

Il reste enfin à définir les efforts extérieurs agissant sur le système. Ces efforts sont de deux types : le poids et, dans le cadre de la marche, les efforts de réaction au sol. Avec le paramétrage utilisé, la force généralisée (dans les équations de Lagrange) s'obtient simplement en faisant intervenir la matrice d'interpolation du point d'application de la force [Garcia de Jalon 94].

Pour le poids des segments, la matrice d'interpolation du centre de masse de chaque segment nous permet d'obtenir facilement le poids de ce dernier et ainsi d'écrire le vecteur poids généralisé \mathbf{P} du membre inférieur complet :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} [\mathbf{N}_1^{C_1}]^T m_1 \mathbf{g} \\ [\mathbf{N}_2^{C_2}]^T m_2 \mathbf{g} \\ [\mathbf{N}_3^{C_3}]^T m_3 \mathbf{g} \\ [\mathbf{N}_4^{C_4}]^T m_4 \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

avec m_i la masse du segment i et \mathbf{g} le vecteur accélération de la gravité.

Pour ce qui est des efforts de réaction au sol, le calcul est moins simple. En effet, l'utilisation des coordonnées naturelles ne permet pas l'expression directe des moments. Il est néanmoins possible d'écrire un moment appliqué en P_i comme étant une combinaison de trois forces f_1 , f_2 et f_3 alignées sur les axes \mathbf{u}_i , \mathbf{v}_i et \mathbf{w}_i et appliquées en trois points W_i , U_i et D_i situés à l'extrémité des vecteurs \mathbf{w}_i , \mathbf{u}_i et $-\mathbf{v}_i$ [Dumas 07a] :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \mathbf{w}_i \times (f_1 \mathbf{u}_i) + \mathbf{u}_i \times (f_2 (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) + (-(\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) \times (f_3 \mathbf{w}_i) \\ \Leftrightarrow \mathbf{M}_i &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{w}_i \times \mathbf{u}_i & \mathbf{u}_i \times (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) & -(\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) \times \mathbf{w}_i \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_i^*} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.28)$$

avec \mathbf{B}_i^* une matrice contenant les trois produits vectoriels entre les bras de levier et les directions des forces f_1 , f_2 et f_3 .

De la même manière que pour le poids des segments (appliqués en C_i), on définit les matrices d'interpolation des points P_i , D_i , U_i et W_i , qui sont remarquables :

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_i^{P_i} &= [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}] \\ \mathbf{N}_i^{D_i} &= [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}] \\ \mathbf{N}_i^{U_i} &= [\mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3}] \\ \mathbf{N}_i^{W_i} &= [\mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3} \quad \mathbf{0}_{3 \times 3} \quad \mathbf{E}_{3 \times 3}] \end{aligned} \quad (3.29)$$

On peut alors construire une matrice \mathbf{N}_i^* , dite pseudo matrice d'interpolation, nous permettant de conserver le même formalisme pour un moment appliqué sur le segment i en P_i :

$$\begin{aligned} [\mathbf{N}_i^*]^T \mathbf{M}_i &= [\mathbf{N}_i^{W_i}]^T (f_1 \mathbf{u}_i) + [\mathbf{N}_i^{U_i}]^T (f_2 (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})) + [\mathbf{N}_i^{D_i}]^T (f_3 \mathbf{w}_i) + \\ &\quad [\mathbf{N}_i^{P_i}]^T (-f_1 \mathbf{u}_i - f_2 (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) - f_3 \mathbf{w}_i) \\ \Leftrightarrow [\mathbf{N}_i^*]^T &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 1} & (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & -\mathbf{w}_i \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{w}_i \\ \mathbf{u}_i & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \end{bmatrix} \mathbf{B}_i^* \end{aligned} \quad (3.30)$$

On notera que dans l'équation précédente, six forces sont utilisées : trois forces appliquées en D_i , U_i et W_i pour créer le moment en P_i ainsi que trois forces opposées appliquées en P_i .

Cette pseudo matrice d'interpolation étant construite pour un moment appliqué sur le segment i en P_i , on transporte au préalable le torseur d'action du pied sur le sol du point P_0 (centre de pression) au point P_1 (centre de la cheville).

On considère alors la plateforme de force comme étant un segment supplémentaire ($i = 0$) dont l'articulation proximale P_0 est le centre de pression et dont le torseur articulaire (du segment proximal sur le segment distal) $\begin{cases} \mathbf{F}_0 \\ \mathbf{M}_0 \end{cases}$ est l'opposé des efforts de réaction au sol. A noter qu'une notation plus générique a été proposée précédemment pour les calculs de dynamique inverse récursifs [Dumas 04, Dumas 07a].

Finalement, on obtient la matrice des efforts de réaction au sol \mathbf{R} qui s'écrit :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} [\mathbf{N}_1^{P_1}]^T (-\mathbf{F}_0) + [\mathbf{N}_1^*]^T (-\mathbf{M}_0 + (\mathbf{r}_{P_0} - \mathbf{r}_{P_1}) \times (-\mathbf{F}_0)) \\ \mathbf{0}_{12 \times 1} \\ \mathbf{0}_{12 \times 1} \\ \mathbf{0}_{12 \times 1} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

3.2 Extension à la problématique musculo-squelettique

3.2.1 Modèle géométrique musculo-squelettique

La géométrie des segments osseux, des points et trajets musculaires, retenue pour notre étude, provient des travaux de Delp [Delp 90b]. Ces données ont été obtenues à partir de la numérisation par imagerie médicale du cadavre d'un jeune sujet mâle de 1.8m. Ce modèle générique est donc limité puisqu'il ne provient que d'un sujet, mais reste néanmoins aujourd'hui le modèle générique le plus répandu dans les études liées à l'estimation des forces musculo-tendineuses [Delp 07, Seth 07, Thelen 06].



FIG. 3.4: Géométrie des segments osseux, des points et des trajets musculaires issue des travaux de Delp [Delp 90b]

Pour notre besoin, seule la jambe droite ainsi que le pelvis ont été extraits du modèle générique initial (Fig. 3.4). Notre modèle est donc composé de 4 segments et de 43 muscles, décrits dans les tableaux ci-après.

3.2. EXTENSION À LA PROBLÉMATIQUE MUSCULO-SQUELETTIQUE

TAB. 3.4: Segments constituant notre modèle géométrique

Segment	Pièces osseuses	Longueur	Masse
Bassin	Sacrum, iliaque droit et iliaque gauche	0.105m	8.378kg
Cuisse	Fémur	0.396m	10.522kg
Jambe	Tibia, péroné et rotule (cinématique donnée au paragraphe 3.2.2)	0.416m	3.248kg
Pied	Astragale, calcanéum, scaphoïde, cuboïde, métatarsiens et phalanges	0.119m	1.027kg

TAB. 3.5: Muscles constituant notre modèle géométrique

Articulation(s)			Muscle	Origine	Insertion	Nombre de « via points »	PCSA
Hanche	Genou	Cheville					
X			Gluteus maximus 1	Iliaque	Fémur	2	13.900cm ²
X			Gluteus maximus 2	Iliaque	Fémur	2	13.900cm ²
X			Gluteus maximus 3	Iliaque	Fémur	2	13.900cm ²
X			Gluteus medius 1	Iliaque	Fémur	0	21.600cm ²
X			Gluteus medius 2	Iliaque	Fémur	0	15.700cm ²
X			Gluteus medius 3	Iliaque	Fémur	0	16.800cm ²
X			Gluteus minimus 1	Iliaque	Fémur	0	9.600cm ²
X			Gluteus minimus 2	Iliaque	Fémur	0	10.000cm ²
X			Gluteus minimus 3	Iliaque	Fémur	0	11.000cm ²
X			Adductor longus	Iliaque	Fémur	0	15.000cm ²
X			Adductor brevis	Iliaque	Fémur	0	9.700cm ²
X			Adductor magnus 1	Iliaque	Fémur	0	15.700cm ²
X			Adductor magnus 2	Iliaque	Fémur	0	15.700cm ²
X			Adductor magnus 3	Iliaque	Fémur	0	15.700cm ²
X			Pectineus	Iliaque	Fémur	0	5.400cm ²
X			Iliacus	Iliaque	Fémur	2	32.000cm ²
X			Quadriceps femoris	Iliaque	Fémur	0	21.000cm ²
X			Gemellus	Iliaque	Fémur	0	4.330cm ²
X			Piriformis	Iliaque	Fémur	1	20.540cm ²
X	X		Tensor fascie late	Iliaque	Tibia	2	5.200cm ²
X	X		Gracilis	Iliaque	Tibia	1	3.400cm ²
X	X		Semimembranosus	Iliaque	Tibia	2	39.900cm ²
X	X		Semitendinosus	Iliaque	Tibia	2	9.400cm ²
X	X		Biceps femoris long head	Iliaque	Tibia	0	28.800cm ²
X	X		Sartorius	Iliaque	Tibia	2	3.650cm ²
X	X		Rectus femoris	Iliaque	Rotule	2	33.600cm ²
X			Biceps femoris short head	Fémur	Tibia	0	8.140cm ²
X			Vastus medialis	Fémur	Rotule	3	46.700cm ²
X			Vastus intermedialis	Fémur	Rotule	3	53.700cm ²
X			Vastus lateralis	Fémur	Rotule	3	68.800cm ²
X			Tendon patellaire	Rotule	Tibia	0	1.000cm ²
X	X		Gastrocnemius medialis	Fémur	Calcanéum	3	41.800cm ²
X	X		Gastrocnemius lateral	Fémur	Calcanéum	3	19.900cm ²
X			Soleus	Tibia	Calcanéum	0	118.700cm ²
X			Tibialis posterior	Tibia	Calcanéum	2	36.200cm ²
X			Tibialis anterior	Tibia	Calcanéum	1	20.400cm ²
X			Peroneus brevis	Tibia	Calcanéum	3	11.500cm ²
X			Peroneus longus	Tibia	Calcanéum	5	21.400cm ²
X			Peroneus tertius	Tibia	Calcanéum	1	4.140cm ²
X			Extensor digitorum longus	Tibia	Phalanges	4	10.500cm ²
X			Extensor hallucis longus	Tibia	Phalanges	5	4.850cm ²
X			Flexor digitorum longus	Tibia	Phalanges	6	9.900cm ²
X			Flexor hallucis longus	Tibia	Phalanges	5	14.100cm ²

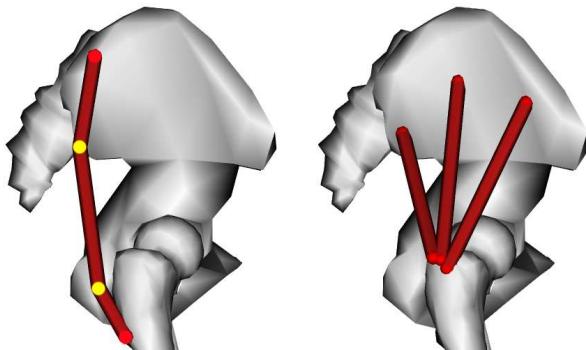


FIG. 3.5: A gauche, illustration sur le gluteus maximus 1 de l'utilisation de « *via points* » (en jaune). A droite, illustration sur le gluteus medius de la division en trois liens musculaires des muscles « *larges* »

Ce modèle utilise une représentation linéaire des muscles, en ne conservant que leur ligne d'action principale entre leur origine et leur insertion. Néanmoins, l'utilisation unique de ces deux points ne saurait représenter parfaitement le trajet des muscles. Ainsi, tout un ensemble de points de passages, ou « *via points* », sont intégrés dans le modèle (Tab. 3.5 et Fig. 3.5) et permettent de décrire plus précisément la géométrie musculaire. On note également que des muscles « *larges* » tels que les gluteus ou l'adductor magnus ont été divisés en trois muscles dans le modèle (Tab. 3.5 et Fig. 3.5), de manière à couvrir l'ensemble de leur surface. Bien que les muscles ne soient pas considérés dans leur volume, leur surface de section physiologique (PCSA) est également donnée ici (Tab. 3.5) et sera utilisée comme facteur pondérant lors des calculs d'optimisation.

On remarque enfin que les articulations tarso-métatarsienne et métatarsophalangienne ne sont pas représentées dans notre modèle. La principale difficulté liée à cela est le positionnement d'un nombre suffisant de marqueurs sur le pied. L'activité des muscles fléchisseurs et extenseurs des orteils ne pourra donc pas être interprétée à partir de ce modèle.

3.2.2 Cinématique de la rotule

La cinématique de la rotule, présente dans ce modèle, est décrite par une loi de couplage avec l'angle de flexion du genou. Ces données de couplage proviennent à nouveau des travaux de Delp [Delp 90b] et ont été obtenues par mesures cadavériques.

Nous avons décidé de conserver cette cinématique dans notre modèle afin de respecter au mieux l'évolution des bras de levier musculaires des quadriceps au cours de la marche.

Les lois de couplage utilisées pour la rotule permettent de décrire trois mouvements de celle-ci, à savoir son déplacement antéro-postérieur, son déplacement proximal-distal, ainsi que sa rotation autour de l'axe de flexion-extension du genou. Ces couplages étant implémentés sous forme de splines d'ordre 3, obtenues à l'aide d'un ensemble de points de passage correspondant à différents degrés de flexion du genou, il est tout à fait possible de modifier ces lois de couplage avec de nouvelles données cadavériques, voire avec des données issues de l'analyse cinématique de la rotule d'un sujet.

A noter qu'un modèle de type « *mécanisme parallèle* » a récemment été proposé pour la cinématique de l'articulation fémoro-patellaire [Sancisi 11].

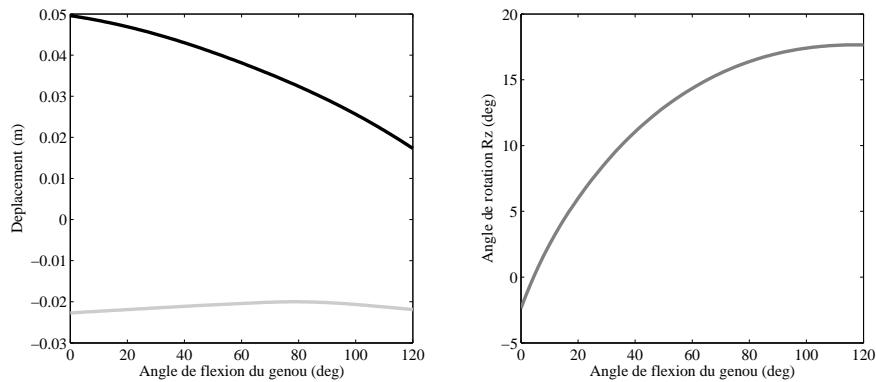


FIG. 3.6: Loi de couplage de la cinématique de la rotule. A gauche, les déplacements antéro-postérieur (en noir) et proximal-distal (en gris). A droite, la rotation autour de l'axe de flexion-extension du genou (en gris)

L'intégration d'un tel modèle dans notre système permettrait de nous dispenser de ces lois de couplage, qui nécessitent le calcul de l'angle de flexion du genou et donc une interprétation des données contenues dans notre paramétrage en coordonnées naturelles, en utilisant uniquement des contraintes cinématiques.

3.2.3 Mise à l'échelle du modèle

De manière à faire correspondre au mieux le modèle à la morphologie d'un sujet, une mise à l'échelle des différents segments osseux est effectuée.

Pour cela, le modèle géométrique générique employé est complété à l'aide d'une information renseignant sur la longueur de chaque segment (Tab. 3.4). La longueur des segments est ici assimilée à la norme du vecteur $\mathbf{v}_i = \mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}$, c'est-à-dire à la distance entre les centres articulaires proximal et distal de chaque segment (voir Tab. 3.1.1 pour la description des centres articulaires de chaque segment).

Un ratio est alors calculé entre la longueur moyenne mesurée au cours du mouvement, obtenue à l'aide de la position des marqueurs cutanés et éventuellement d'une méthode de régression pour déterminer les centres articulaires, et la longueur du segment dans le modèle. Ce ratio est ainsi appliqué à l'ensemble des grandeurs géométriques du modèle, et ce pour chaque segment. Ces ratios sont donc appliqués à l'ensemble des pièces osseuses et points musculaires (origine, insertion et « *via points* ») du segment concerné.

3.2.4 Forces musculo-tendineuses généralisées

Pour les 43 muscles du modèle, les forces musculaires généralisées se mettent sous la forme :

$$\mathbf{Lf} = [\mathbf{L}^1 \ \dots \ \mathbf{L}^j \ \dots \ \mathbf{L}^{43}] \begin{bmatrix} f^1 \\ \vdots \\ f^j \\ \vdots \\ f^{43} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Comme pour les forces extérieures généralisées (i.e., poids et forces de réaction au sol), les forces musculo-tendineuses généralisées de chaque muscle $\mathbf{L}^j f^j$ font intervenir les matrices d'in-

terpolation des points d'application (e.g., origine et insertion ou « *via points* »). Mais ces points musculaires permettent en plus de définir la direction de la force. Si l'on prend l'exemple du *vastus lateralis* (muscle portant l'indice 29 dans notre modèle), muscle mono-articulaire comprenant 5 points de passage, on obtient la matrice \mathbf{L}^{29} (de bras de levier généralisé) suivante :

$$\mathbf{L}^{29} = \begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_{m29}^5} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_{m29}^4} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_{m29}^5} \mathbf{Q}_3}{\| \mathbf{N}_4^{V_{m29}^4} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_{m29}^5} \mathbf{Q}_3 \|} \\ - \left[\mathbf{N}_4^{V_{m29}^4} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_{m29}^4} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_{m29}^5} \mathbf{Q}_3}{\| \mathbf{N}_4^{V_{m29}^4} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_{m29}^5} \mathbf{Q}_3 \|} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

où n'interviennent que deux points musculaires V_{m29}^k , avec $k = 4, 5$, pour chaque articulation : le point musculaire le plus distal du segment proximal (origine ou « *via points* ») et le point le plus proximal du segment distal (« *via points* » ou insertion). L'ensemble des matrices de bras de levier généralisés est donné en annexe.

3.3 Calcul des forces musculo-tendineuses par optimisation

3.3.1 Etude préliminaire : Optimisation par pseudoinverse

Ce paragraphe reprend l'étude soumise au *Journal of Biomechanical Engineering* en avril 2011 [Moissenet 11b] intitulée « *Musculo-tendon forces prediction by static optimization : a comparative study between three methods* ».

3.3.1.1 Introduction

Comme on a pu le voir dans le chapitre 2, la méthode indirecte la plus courante pour l'estimation des forces musculo-tendineuses \mathbf{f} reste celle par optimisation statique, basée sur les calculs de dynamique inverse. Il s'agit ainsi de déterminer la force produite par chaque muscle correspondant aux moments articulaires moteurs τ calculés par dynamique inverse. On est alors confronté au problème de redondance musculaire, puisque le corps humain est composé de 630 muscles pour 244 degrés de liberté [Prilutsky 02] : plusieurs muscles peuvent donc mettre en mouvement un même degré de liberté et il existe ainsi plusieurs solutions pour un même mouvement. Ce problème est généralement écrit de la manière suivante pour j muscles :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{f}} J &= \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{W} \mathbf{f} \\ \text{contraint à } &\begin{cases} \mathbf{c}_{\text{eq}} = \mathbf{A}_{\text{eq}} \mathbf{f} + \mathbf{b}_{\text{eq}} = \mathbf{0} \\ \mathbf{c}_{\text{ineq}} = \mathbf{A}_{\text{ineq}} \mathbf{f} + \mathbf{b}_{\text{ineq}} \geq \mathbf{0} \end{cases} \\ \text{avec } &\begin{cases} \mathbf{A}_{\text{eq}} = \mathbf{L} \text{ et } \mathbf{b}_{\text{eq}} = -\boldsymbol{\tau} \\ \mathbf{A}_{\text{ineq}} = \mathbf{1} \text{ et } \mathbf{b}_{\text{ineq}} = \mathbf{0} \end{cases} \end{aligned} \quad (3.34)$$

On retrouve ici la matrice \mathbf{L} correspondant aux bras de levier musculaires généralisés, \mathbf{W} la matrice diagonale de pondération avec $\mathbf{W}_{jj} = (1/PCSA_j)^2$ [Crowninshield 81, Pierrynowski 85] et $\boldsymbol{\tau}$ les moments articulaires moteurs calculés par dynamique inverse.

3.3.1.2 Matériel et méthodes

Ce problème d'optimisation présente à la fois des contraintes d'égalité et d'inégalité. Deux méthodes numériques sont couramment mises en oeuvre pour appliquer les contraintes d'égalité (correspondant à l'équilibre articulaire) : la méthode de pénalité et la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Chacune de ces méthodes a ses avantages et ses inconvénients. En utilisant la méthode de pénalité, le problème est simple à résoudre, mais les contraintes d'égalité ne sont pas forcément respectées. En utilisant la méthode des multiplicateurs de Lagrange, c'est l'inverse : on respecte strictement les contraintes d'égalité mais on vient ajouter des inconnues au système (les multiplicateurs), ce qui complexifie le problème numérique.

La méthode de pénalité décrite est la plus couramment employée [Delp 90b, Delp 07, Lenaerts 08, Lenaerts 09]. Elle transforme le problème d'optimisation 3.34 en un problème multicritères à travers la fonction objectif scalaire J_1 :

$$\min_{\mathbf{f}} J_1 = \frac{1}{2} (\mathbf{f}^T \mathbf{W} \mathbf{f} + k [\mathbf{c}_{\text{eq}}]^T [\mathbf{c}_{\text{eq}}]) \quad (3.35)$$

constraint à \mathbf{c}_{ineq}

avec k un facteur de pénalité. Les contraintes d'égalité \mathbf{c}_{eq} sont alors respectées lorsque $k \rightarrow \infty$. Par analogie avec un problème d'activation musculaire (entre 0 et 1) pour lequel k est généralement fixé à 200 [Lenaerts 08, Lenaerts 09], les résultats présentés ci-après correspondent à $k = 20000$ (les forces musculo-tendineuses étant supposées être de l'ordre de 100N).

La méthode des multiplicateurs de Lagrange, quant à elle, transforme le problème d'optimisation 3.34 en la recherche d'un zéro à travers la fonction objectif vectorielle \mathbf{J}_2 :

$$\begin{aligned} & \text{Trouver } \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \lambda \end{pmatrix} \text{ tel que } \mathbf{J}_2 \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \lambda \end{pmatrix} = \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{f}} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{c}_{\text{eq}}}{\partial \mathbf{f}} \end{bmatrix}^T \lambda \right) = \mathbf{0} \\ & \text{constraint à } \mathbf{c}_{\text{ineq}} \\ & \text{avec } \frac{\partial J}{\partial \mathbf{f}} = \mathbf{W} \mathbf{f} \text{ et } \frac{\partial \mathbf{c}_{\text{eq}}}{\partial \mathbf{f}} = \mathbf{A}_{\text{eq}} = \mathbf{L} \end{aligned} \quad (3.36)$$

La méthode proposée ici, appelée méthode d'optimisation par pseudoinverse, décrite dans [Terrier 10] et utilisée dans [Moissenet 11a, Moissenet 11b, Moissenet 11c], propose la réécriture du problème d'optimisation 3.34 en un problème monocritère avec exclusivement des contraintes d'inégalité :

$$\begin{aligned} & \min_{\tilde{\mathbf{f}}} J_3 = \frac{1}{2} [\mathbf{L}^\dagger \tau + (1 - \mathbf{L}^\dagger \mathbf{L}) \tilde{\mathbf{f}}]^T \mathbf{W} [\mathbf{L}^\dagger \tau + (1 - \mathbf{L}^\dagger \mathbf{L}) \tilde{\mathbf{f}}] \\ & \text{constraint à } \tilde{\mathbf{c}}_{\text{ineq}} = \tilde{\mathbf{A}}_{\text{ineq}} \tilde{\mathbf{f}} + \tilde{\mathbf{b}}_{\text{ineq}} \geq \mathbf{0} \\ & \text{avec } \tilde{\mathbf{A}}_{\text{ineq}} = \mathbf{1} - \mathbf{L}^\dagger \mathbf{L} \text{ et } \tilde{\mathbf{b}}_{\text{ineq}} = \mathbf{L}^\dagger \tau \end{aligned} \quad (3.37)$$

où $\tilde{\mathbf{f}}$ est un vecteur arbitraire obtenu par changement de variable à l'aide de la forme générale de la pseudoinverse $\tilde{\mathbf{c}}_{\text{eq}}$: $\mathbf{f} = \mathbf{L}^\dagger \tau + (1 - \mathbf{L}^\dagger \mathbf{L}) \tilde{\mathbf{f}}$, avec \mathbf{L}^\dagger définie comme étant la pseudoinverse de \mathbf{L} .

Afin de comparer ces trois méthodes, un simple problème plan et isométrique est considéré [Smidt 73]. Cela nous permet de tracer les surfaces de solution [Crowninshield 81] et ainsi leurs courbes d'isovaleur pour les fonctions objectif J_1 , \mathbf{J}_2 et J_3 afin d'étudier le comportement de chacune pendant la prédiction des forces musculo-tendineuses.

Pour cela, le modèle de Smidt est utilisé [Smidt 73]. Ce modèle permet d'étudier les mouvements de flexion/extension du genou dans le plan sagittal, dans un contexte isométrique. Pour illustrer notre problème, le moment net d'extension τ^k a été fixé à 50Nm, tandis que l'angle du genou a été fixé à 30° de flexion. Seules deux unités muscle-tendon sont incluses dans ce modèle, à savoir les quadriceps et les ischiojambiers. Les bras de levier de ces unités, L^q et L^i , sont donnés dans [Smidt 73].

Le problème d'optimisation s'écrit alors :

$$J = \frac{1}{2} \left((f^q)^2 + (f^i)^2 \right) \quad (3.38)$$

La matrice de pondération \mathbf{W} , décrite précédemment, est définie ici comme étant une matrice identité de taille 2. Les trois méthodes d'optimisation sont alors adaptées à ce problème et l'on définit J_1 , \mathbf{J}_2 et J_3 comme étant respectivement les fonctions objectif de la méthode de pénalité, de la méthode des multiplicateurs de Lagrange et de la méthode par pseudoinverse. La valeur de ces fonctions est directement liée à f^q et f^i , respectivement la force des quadriceps et des ischiojambiers, et à λ , un multiplicateur de Lagrange. f^i et λ peuvent être calculés à partir de la valeur de f^q à l'aide de la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} et des deux premières lignes de la relation $\mathbf{J}_2 = \mathbf{0}$:

$$f^i = \frac{\tau^k - L^q f^q}{L^i} \quad (3.39)$$

$$\lambda = [L^q \quad L^i]^\dagger \begin{pmatrix} -f^q \\ f^i \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

Afin de comparer ces différentes méthodes, les courbes d'isovaleur de chacune des surfaces de solution sont tracées. Pour cela, on fait prendre à f^q toutes les valeurs entre 0N et 300N avec un incrément de 1N, f^i et λ sont calculés à partir des équations 3.39 et 3.40 et les courbes d'isovaleur de J_1 , \mathbf{J}_2 et J_3 sont tracées dans le plan (f^q, f^i) . Pour des questions d'illustration, étant donné que \mathbf{J}_2 est une fonction objectif vectorielle, sa norme $\|\mathbf{J}_2\|$ sera tracée à sa place. De plus, \mathbf{J}_2 étant fonction de f^q , f^i et λ , les courbes d'isovaleur de cette fonction sont tracées à la fois dans le plan (f^q, f^i) et dans le plan de contrainte (f^q, λ) , f^i étant alors déduit de l'équation 3.39 et λ étant défini entre -1500 et -1000.

Tous les calculs et tracés sont effectués à l'aide du logiciel *Matlab* (Mathworks, USA).

3.3.1.3 Résultats

Les courbes d'isovaleur dans le plan (f^q, f^i) sont présentées sur la figure 7. La valeur minimum des fonctions objectif J_1 , \mathbf{J}_2 et J_3 est obtenue pour les mêmes valeurs de f^q et f^i , à savoir 147N et 207N respectivement. Les courbes d'isovaleur des fonctions objectif J_1 et \mathbf{J}_2 remplissent le plan (f^q, f^i) , tandis que les courbes d'isovaleur de la fonction objectif J_3 demeurent sur une portion de droite correspondant à l'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} .

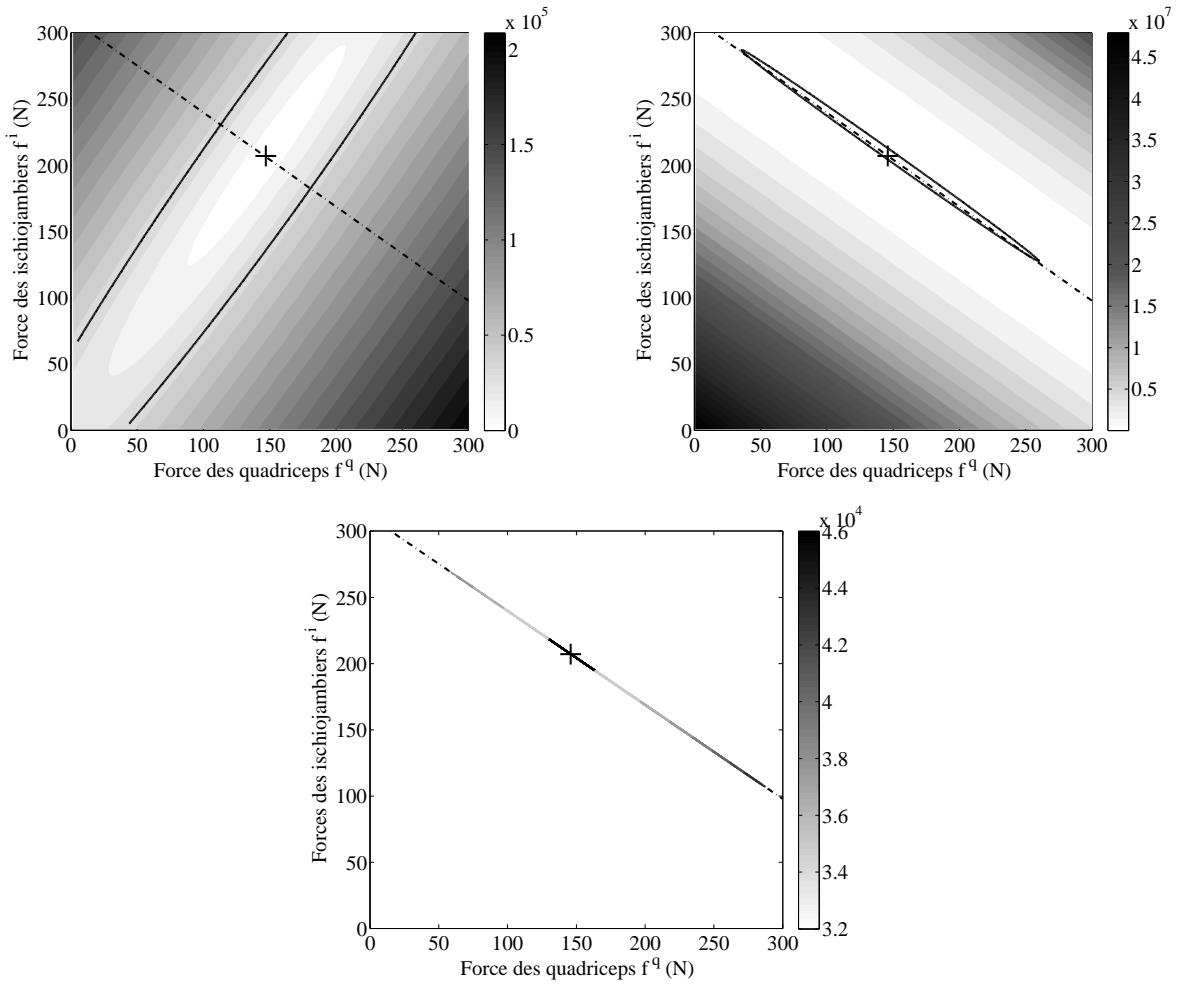


FIG. 3.7: Courbes d'isovaleur dans le plan (f^q, f^i) avec zone minimale (trait plein) et solution (croix noire) de chaque méthode. En haut à gauche : méthode de pénalité, en haut à droite : méthode des multiplicateurs de Lagrange et en bas : méthode par pseudoinverse. L'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} est également tracé (traits en double pointillés)

Pour $f^q = 147$ N et $f^i = 207$ N, la valeur minimum de la fonction objectif J (i.e., le problème d'optimisation original décrit par l'équation 3.38) est $J_{\min} = 3.2109 \times 10^4$ N² et les valeurs des autres fonctions objectif sont $J_1{}_{\min} = 4.9814 \times 10^4$ N², $\|\mathbf{J}_2\|_{\min} = 0$ N² et $J_3{}_{\min} = 3.2109 \times 10^4$ N². La surface correspondant à $J \leq 3.3714 \times 10^4$ N² (c'est à dire 5% au dessus de la valeur minimum de J) est également tracée de manière à évaluer la taille et la forme de cette zone minimale des différentes fonctions objectif étudiées.

Ainsi, la zone minimale obtenue pour J_1 se trouve en grande partie le long de l'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} . Elle est décrite par un ellipsoïde possédant un long grand axe et un petit axe très court.

La zone minimale obtenue pour $\|\mathbf{J}_2\|$ se présente également sous la forme d'un ellipsoïde, mais avec un grand axe et un petit axe plus importants. De plus, contrairement à la méthode de pénalité, c'est le petit axe qui se trouve sur la droite correspondant à l'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} .

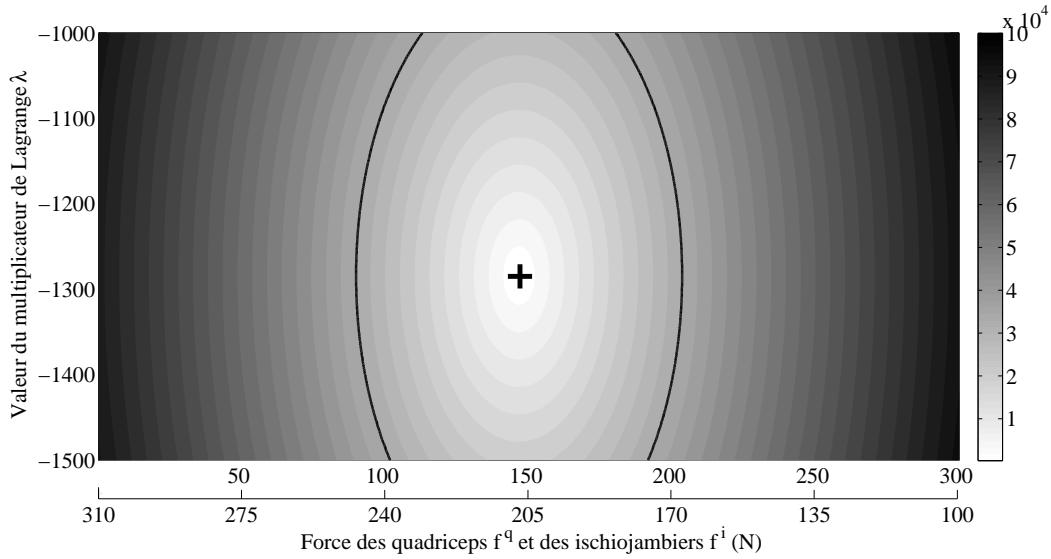


FIG. 3.8: Courbes d'isovaleur et zone minimale (trait plein) pour le multiplicateur de Lagrange λ dans le plan de contrainte (f^q, λ) avec f^i calculée à partir de l'équation 3.39

En parallèle, les courbes d'isovaleur de $\|\mathbf{J}_2\|$ dans le plan (f^q, λ) sont présentées sur la figure 8. Dans ce plan, la zone minimale prend à nouveau la forme d'un ellipsoïde et son petit axe coïncide avec l'espace des solutions. Enfin, la zone minimale obtenue pour J_3 est la plus restreinte. En effet, elle est décrite par un segment de droite appartenant à l'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} .

3.3.1.4 Conclusion

Les résultats montrent que le choix de la méthode d'optimisation modifie très largement la dimension de l'espace des solutions de la fonction objectif ainsi que la forme générale de cette dernière.

Pour cet exemple avec seulement deux forces musculo-tendineuses, l'espace des solutions est 2D pour la méthode de pénalité, 3D pour la méthode des multiplicateurs de Lagrange et 1D pour la méthode par pseudoinverse. La fonction objectif de la méthode de pénalité prend la forme d'un paraboloïde elliptique. Pour chaque valeur de λ , la norme de la fonction objectif de la méthode des multiplicateurs de Lagrange prend la forme d'un cône elliptique. Enfin, la fonction objectif de la méthode par pseudoinverse prend la forme d'une parabole plane.

Etant donné que le processus d'optimisation correspond dans notre cas à la recherche d'un minimum (ou d'un zéro), l'utilisation couplée des courbes d'isovaleur et de la zone minimale (à partir de 5% au dessus du minimum de la fonction objectif) fournissent de bons indicateurs quant à la convergence de l'optimisation. Les résultats obtenus dans le plan (f^q, f^i) montrent que la fonction objectif de la méthode de pénalité présente une zone minimale restreinte, proche de l'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} , avec une variation moyenne de la fonction le long de cette ligne et une variation très réduite sur la direction orthogonale à cette ligne. La fonction objectif de la méthode des multiplicateurs de Lagrange présente une zone minimale (évaluée à partir de sa norme) plus étendue et des variations plus importantes. Enfin, la fonction objectif de la méthode par pseudoinverse possède la zone minimale la plus réduite avec une faible variation le long de l'espace des solutions décrit par la contrainte

d'égalité \mathbf{c}_{eq} . Bien entendu, la convergence de l'optimisation ne repose pas uniquement sur le choix de la fonction objectif et le traitement des contraintes, mais également sur l'algorithme d'optimisation et sur la valeur initiale. Néanmoins, en considérant l'espace des solutions ainsi que la forme de la fonction objectif, la méthode par pseudoinverse fournit un cadre de travail intéressant pour la résolution du problème d'optimisation des forces musculo-tendineuses.

Dans la littérature, la méthode de pénalité a souvent été préférée à la méthode des multiplicateurs de Lagrange de par sa simplicité. Les courbes d'isovaleur obtenues dans cette étude semblent montrer que la fonction objectif de cette méthode n'est pas parfaitement ajustée au problème. De plus, le facteur de pénalité k doit être choisi correctement de manière à respecter les contraintes d'égalité sans perturber la convergence de l'optimisation, car il modifie tout particulièrement la forme de la fonction objectif (plus k est grand, plus la variation de la fonction objectif le long de l'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} est faible). La méthode par pseudoinverse, récemment introduite dans la littérature [Terrier 10], présente également une simplicité numérique mais avec une fonction objectif mieux adaptée (espace des solutions très restreint) et une forme géométrique très simple. Cette méthode semble donc bien adaptée au problème d'optimisation des forces musculo-tendineuses et pourrait apporter de bons résultats lors de l'investigation de mouvements complexes tels que la marche.

Cette méthode a donc été retenue pour les résolutions numériques présentées dans le reste de ce mémoire.

3.3.2 Equation de la dynamique

Contrairement à une approche classique (paragraphe 3.3.1), on calcule ici directement les forces musculo-tendineuses à l'aide de l'équation de la dynamique du système, sans avoir à déterminer au préalable les moments articulaires moteurs τ :

$$\mathbf{G}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}^T \lambda = \mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{Lf} \quad (3.41)$$

avec $\mathbf{K} = [\mathbf{K}^k \quad \mathbf{K}^r]$ et λ les multiplicateurs de Lagrange associés. Seuls les trois segments cuisse, jambe et pied sont utilisés pour cette étude, le bassin n'intervenant que pour définir les points musculaires ayant leur origine sur l'os iliaque.

3.3.2.1 Application des contraintes cinématiques aux vitesses et accélérations

L'écriture de la dynamique du système, donnée ci-dessus, fait apparaître un terme en $\ddot{\mathbf{Q}}$, correspondant à la dérivée seconde des paramètres \mathbf{Q} , c'est-à-dire aux accélérations. Or, l'emploi des accélérations impose que l'on soit sûr que les dérivées de \mathbf{Q} soient également consistantes [Alonso 10, Silva 02] par rapport aux contraintes cinématiques imposées au système. Les contraintes cinématiques et de corps rigide deviennent donc :

$$\begin{cases} \Phi = 0 \\ \dot{\Phi} = 0 \text{ avec } \Phi = \begin{bmatrix} \Phi^k \\ \Phi^r \end{bmatrix} \\ \ddot{\Phi} = 0 \end{cases} \quad (3.42)$$

Une première solution serait de compléter notre problème d'optimisation (Eq. 3.21) en incluant ces dérivées ainsi que les multiplicateurs de Lagrange correspondants, notés $\dot{\mu}$ et $\ddot{\mu}$. Attention à bien noter que ces deux grandeurs ne correspondent pas ici aux dérivées des multiplicateurs de Lagrange initiaux μ :

$$f \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \dot{\mathbf{Q}} \\ \ddot{\mathbf{Q}} \\ \boldsymbol{\mu} \\ \dot{\boldsymbol{\mu}} \\ \ddot{\boldsymbol{\mu}} \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} \left(\frac{\partial}{\partial \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \dot{\mathbf{Q}} \\ \ddot{\mathbf{Q}} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \Phi^m \\ \dot{\Phi}^m \\ \ddot{\Phi}^m \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} \Phi^m \\ \dot{\Phi}^m \\ \ddot{\Phi}^m \end{pmatrix} + \left(\frac{\partial}{\partial \begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \dot{\mathbf{Q}} \\ \ddot{\mathbf{Q}} \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} \Phi \\ \dot{\Phi} \\ \ddot{\Phi} \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} \boldsymbol{\mu} \\ \dot{\boldsymbol{\mu}} \\ \ddot{\boldsymbol{\mu}} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \Phi \\ \dot{\Phi} \\ \ddot{\Phi} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \right] = \mathbf{0} \quad (3.43)$$

Néanmoins cette écriture conduit à des matrices de taille élevée ainsi qu'à des problèmes de conditionnement.

Une seconde solution est toutefois envisageable. Si l'on repart de l'équation 3.42, on peut construire un problème de la forme $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{\Phi} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{\mathbf{Q}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}}{\partial t} = \mathbf{K} \dot{\mathbf{Q}} \\ \ddot{\Phi} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \tilde{\mathbf{Q}}} \frac{\partial \tilde{\mathbf{Q}}}{\partial t} \right) = \mathbf{K} \ddot{\mathbf{Q}} + \dot{\mathbf{K}} \dot{\mathbf{Q}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{K}} & \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Q}} \\ \ddot{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{Ax} = \mathbf{0} \quad (3.44)$$

Une solution triviale serait de prendre $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, mais on a également la possibilité de projeter le vecteur \mathbf{x} , estimé par les dérivations des paramètres $\tilde{\mathbf{Q}}$ obtenus par optimisation globale, sur la base orthogonale de l'espace nul de l'application \mathbf{A} .

On peut alors construire le nouveau vecteur $\tilde{\mathbf{x}}$ comme étant la somme des coordonnées de \mathbf{x} sur la base orthogonale de l'espace nul, multipliées par les vecteurs de l'espace nul de l'application \mathbf{A} :

$$\tilde{\mathbf{x}} = \sum (diag(\mathbf{Z}_A^T \mathbf{x}) \mathbf{Z}_A^T) \quad (3.45)$$

avec \mathbf{Z}_A la base orthogonale de l'espace nul de l'application \mathbf{A} . Ce nouveau vecteur $\tilde{\mathbf{x}}$ est ainsi assuré de se trouver dans l'espace nul et donc de respecter les contraintes décrites dans l'équation 3.42. Les dérivées de $\tilde{\mathbf{Q}}$ ainsi obtenues, notées $\tilde{\dot{\mathbf{Q}}}$ et $\tilde{\ddot{\mathbf{Q}}}$, respectent donc les contraintes cinématiques et de corps rigide imposées au système.

3.3.2.2 Réduction de paramétrage complète

Si l'on repart de l'expression de la dynamique du système (Eq. 3.41), on peut écrire le problème de détermination des forces musculo-tendineuses de la manière suivante :

$$[\mathbf{L} \quad -\mathbf{K}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \lambda \end{bmatrix} = \mathbf{G} \tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R} \quad (3.46)$$

On a donc un système de la forme $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ à résoudre, où $\mathbf{x} = [\mathbf{f} \quad \lambda]^T$ sont les inconnues du système.

La méthode la plus simple pour préparer le calcul des forces musculo-tendineuses \mathbf{f} à l'aide de ce système est de réaliser une réduction de paramétrage complète sur notre système [Garcia de Jalon 94]. Il s'agit alors de supprimer dans l'équation 3.46 la composante en \mathbf{K} afin de ne conserver que les forces musculo-tendineuses \mathbf{f} en inconnues. Pour cela, on définit à nouveau une matrice de projection $\mathbf{Z}_\mathbf{K}$ (cette fois base de l'espace nul de \mathbf{K}) telle que $\mathbf{K}\mathbf{Z}_\mathbf{K} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T \mathbf{K}^T = \mathbf{0}$.

Dans ce cas de figure, $\mathbf{Z}_\mathbf{K}$ peut être calculée à partir des vecteurs propres de la matrice carrée $\mathbf{K}^T \mathbf{K}$ associés à la valeur propre $\mathbf{0}$. On peut donc réécrire notre problème de détermination des forces musculo-tendineuses de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T \mathbf{G} \tilde{\mathbf{Q}} + \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T \mathbf{K}^T \lambda &= \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T (\mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{Lf}) \\ \Leftrightarrow \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T \mathbf{G} \tilde{\mathbf{Q}} &= \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T (\mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{Lf}) \\ \Leftrightarrow \mathbf{Af} &= \mathbf{b} \\ \text{avec } \mathbf{A} &= \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T \mathbf{L} \text{ et } \mathbf{b} = \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T (\mathbf{G} \tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (3.47)$$

De cette manière, la contribution des multiplicateurs de Lagrange λ disparaît : on projette en effet notre système dans l'espace des mouvements admissibles. Or, dans cet espace, les multiplicateurs ne travaillent pas, donc leur contribution disparaît. On retrouve ainsi la contrainte d'égalité $\mathbf{A}_{eq}\mathbf{f} = \mathbf{b}_{eq}$ ne faisant intervenir que les inconnues \mathbf{f} .

3.3.3 Définition et résolution du problème d'optimisation

Si l'on reprend maintenant les travaux effectués dans notre étude préliminaire (paragraphe 3.3.1), utilisant la méthode par pseudoinverse pour calculer les forces musculo-tendineuses, notre problème d'optimisation peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{\mathbf{f}}} J_3 &= \frac{1}{2} [\mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{b}_{eq} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{A}_{eq}) \tilde{\mathbf{f}}]^T \mathbf{W} [\mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{b}_{eq} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{A}_{eq}) \tilde{\mathbf{f}}] \\ \text{contraint à } \tilde{\mathbf{c}}_{ineq} &= (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{A}_{eq}) \tilde{\mathbf{f}} + \mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{b}_{eq} \geq \mathbf{0} \\ \text{avec } \mathbf{A}_{eq} &= \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T \mathbf{L} \text{ et } \mathbf{b}_{eq} = \mathbf{Z}_\mathbf{K}^T (\mathbf{G} \tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R}) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Les forces musculo-tendineuses sont obtenues par le changement de variable défini par $\mathbf{f} = \mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{b}_{eq} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{eq}^\dagger \mathbf{A}_{eq}) \tilde{\mathbf{f}}$, à partir des grandeurs $\tilde{\mathbf{f}}$ optimisées, et l'on prend ici à nouveau $\mathbf{W}_{jj} = (1/PCSA_j)^2$, \mathbf{W} étant une matrice diagonale. On travaille donc ici sur les contraintes musculaires plutôt que sur les forces musculaires, de manière à prendre en compte le fait que, *a priori*, la force d'un muscle est proportionnelle à sa surface de section physiologique, et que donc ce sont les muscles les plus forts qui sont censés développer la plus grande force [Crowninshield 81].

3.3.4 Résultats

3.3.4.1 Données expérimentales

Les résultats présentés ici sont issus des mesures réalisées lors de la marche d'un sujet male adulte mesurant 172cm pour 67kg. Ces mesures proviennent de la banque de données fournie lors du « *Second Grand Challenge Competition to Predict in Vivo Knee Loads* », organisé par B.J. Fregly, D. D'Lima, T. Besier, D. Lloyd et M. Pandy dans le cadre de la conférence « *ASME 2011 Summer Bioengineering* » se déroulant à Farmington, Pennsylvanie (<https://simtk.org/home/kneeloads>). Le patient a la particularité de posséder une prothèse de genou instrumentée au niveau de sa jambe droite, ce qui nous permettra, au terme du challenge, de comparer les données de forces de contact fournies par notre modèle aux forces enregistrées par la prothèse.

Les données cinématiques ont été obtenues à l'aide d'un système optoélectronique à une fréquence de 120Hz à partir d'un jeu de 43 marqueurs cutanés. Les réactions au sol sont issues des données de quatre plateformes de force échantillonnées à une fréquence de 3840Hz, puis filtrées avec un filtre Butterworth d'ordre 4 à une fréquence de coupure de 5Hz.

Enfin les signaux électromyographiques (EMG) ont été enregistrés sur un ensemble de 14 muscles (Fig. 3.9) à une fréquence de 1000Hz. Le traitement de ces signaux EMG suit les recommandations de [De Luca 97, De Luca 10] et se déroule en quatre étapes. La première étape consiste à supprimer l'offset du signal, provenant généralement d'un mauvais réglage des appareils de mesure. La seconde étape consiste à appliquer un filtre Butterworth d'ordre 2 passe-haut à une fréquence de coupure de 20Hz. La troisième étape consiste alors à rectifier le signal et enfin la dernière étape permet de nettoyer le signal à l'aide d'une méthode de « *whitening* », consistant à supprimer toutes les valeurs du signal se trouvant en dessous de deux écarts types de l'amplitude de la ligne de base du signal. Une fois ce traitement réalisé, le signal est à nouveau filtré avec un filtre Butterworth d'ordre 2 passe-bas à une fréquence de coupure de 6Hz de manière à obtenir un signal lissé pour l'affichage et la comparaison avec les forces obtenues par simulation.

On donne donc ici (Fig. 3.9) la comparaison entre les forces musculo-tendineuses, déterminées par optimisation à partir des données cinématiques et des efforts extérieurs, et les signaux EMG pour l'ensemble des 14 muscles. L'amplitude des signaux EMG a été adaptée de manière à faciliter la comparaison entre les différentes courbes. Seuls les patterns des forces musculo-tendineuses pourront donc être comparés aux signaux EMG.

3.3.4.2 Observation des résultats

Pour la plupart des muscles étudiés ici, le pattern des forces musculo-tendineuses obtenu est en accord avec les signaux EMG enregistrés pendant le cycle de marche (Fig. 3.9).

On observe néanmoins un déphasage de 10% du cycle de marche au niveau des ischio-jambiers (semimembranosus et biceps femoris long head), qui ont tendance à se contracter un peu en avance par simulation. La force du rectus femoris présente quant à elle un pattern différent avec deux pics de force apparaissant à 20% et 50% du cycle de marche au lieu d'un pic à 30% du cycle de marche pour le signal EMG.

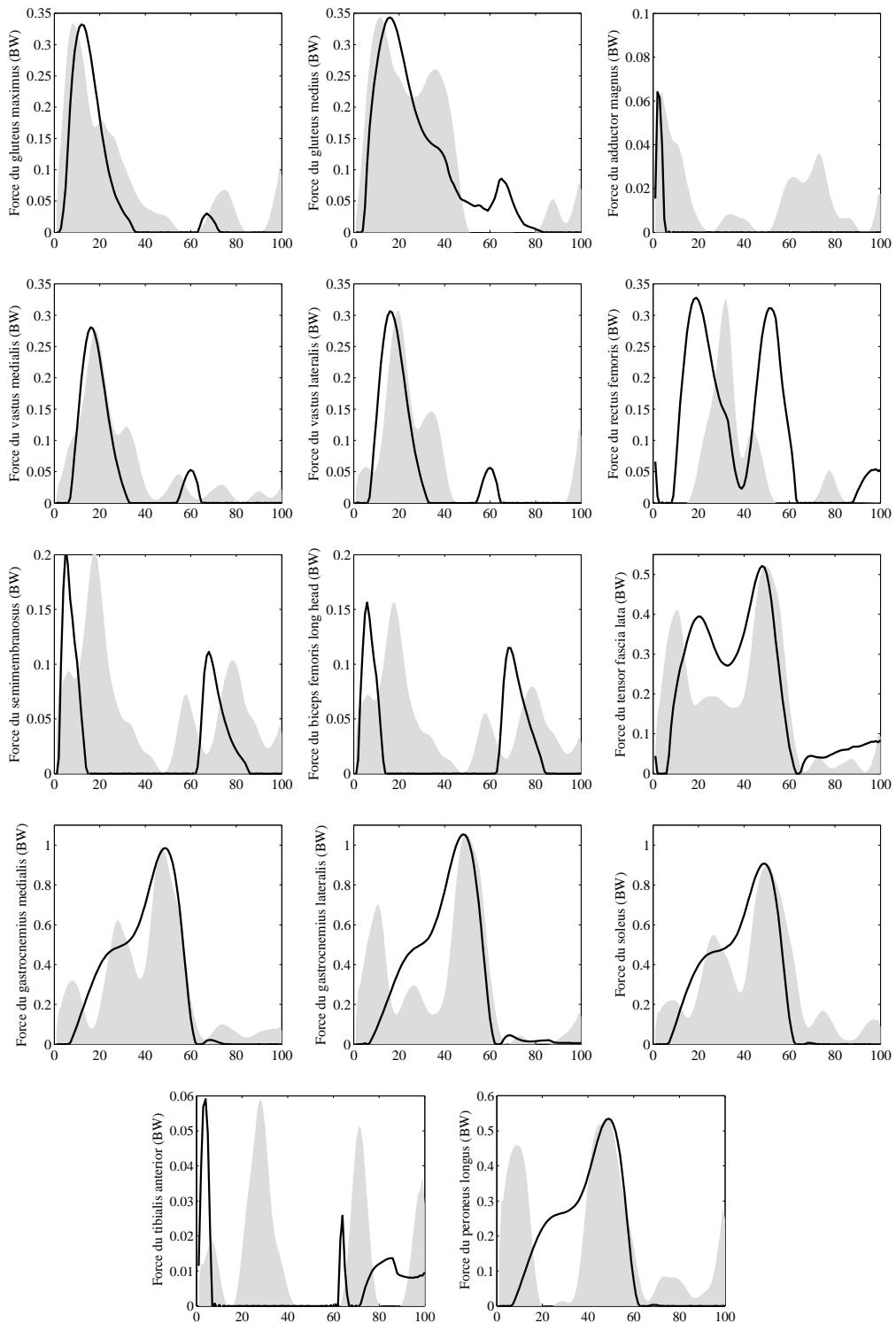


FIG. 3.9: Comparaison entre les forces musculo-tendineuses (traits) et les signaux d'électromyographie de surface (aires grisées) obtenus pendant un cycle de marche (%)

Le pattern de force de l'adductor magnus est également différent du signal EMG avec la disparition du second pic de force à 70% du cycle de marche. Les gastrocnemius (medialis et lateralis), le soleus et le peroneus longus présentent un pattern de force similaire, relativement proche du signal EMG associé. Concernant les amplitudes de force, on observe que les forces simulées des gluteus (maximus et medius) ainsi que des quadriceps (vastus medialis, vastus lateralis et rectus femoris) ont une amplitude similaire proche des $0.3BW$ (Body Weight) et supérieure à celle des ischio-jambiers (inférieure à $0.2BW$). On observe également que les gastrocnemius (medialis et lateralis) sont les muscles les plus puissants de notre simulation avec une amplitude de $1BW$. Enfin, la force simulée du tibialis anterior présente un pattern très différent du signal EMG ainsi qu'une amplitude très faible de $0.06BW$.

Pour finir, l'ensemble des routines de calcul employées ici s'exécute relativement rapidement, avec un temps de calcul total de 54s (30s pour l'optimisation globale, 13s pour l'écriture des équations de la dynamique et 11s pour l'optimisation des forces) sur un ordinateur équipé d'un processeur Intel Centrino 2 et de 4Go de mémoire vive.

3.3.5 Discussion et conclusion

Les travaux présentés dans ce chapitre décrivent le développement d'un simulateur numérique pour le calcul des forces musculo-tendineuses. L'ensemble des données liées à la géométrie osseuse, musculaire, ligamentaire et des contacts articulaires repose sur l'utilisation de trois modèles génériques éprouvés (e.g., un modèle de géométrie musculo-squelettique et deux modèles cinématiques), issus de la littérature [Delp 90b, Di Gregorio 07, Feikes 03].

Le modèle que nous proposons a la particularité d'être décrit à travers un paramétrage en coordonnées naturelles, très bien adapté aux problèmes de dynamique multi-corps [Alonso 10, Garcia de Jalon 94, Silva 02] et permettant de changer facilement de contraintes cinématiques au niveau de chaque articulation [Duprey 10, Dumas 11]. Une autre particularité est l'emploi de la méthode d'optimisation par pseudoinverse [Terrier 10] présentant un intérêt certain pour la détermination de minima dans un problème quadratique sous contraintes linéaires.

Les résultats obtenus en terme de forces musculo-tendineuses, pour les 14 muscles étudiés ci-avant, sont très encourageants puisque la majorité des patterns de force obtenus par simulation correspondent aux patterns des activités musculaires recueillies par EMG. De plus, la rapidité d'exécution de ces calculs est intéressante, car elle pourra permettre à terme l'intégration de ces routines dans une activité clinique. Comme cela est fait classiquement dans la littérature [Brand 94, Fang 09, Lenaerts 08, Lenaerts 09, Lin 10, Kim 09, Seireg 75, Stansfield 03, Taylor 98, Wehner 09, Winby 09, Worsley 11], les forces de contact (et éventuellement ligamentaires), peuvent être calculées dans un deuxième temps, en reprenant les équations de la dynamique où les forces musculaires sont désormais connues. Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les « *mécanismes parallèles* » déployés dans notre modèle nous permettent d'envisager, entre autres, une étude détaillée des contacts articulaires pendant la marche.

Malgré tout, des différences plus ou moins importantes apparaissent entre les forces simulées et les signaux EMG recueillis. Plusieurs éléments peuvent être à la source de ces différences, avec en premier lieu le modèle musculo-squelettique employé ainsi que la méthode de mise à l'échelle utilisée. En effet, ces données géométriques sont en lien direct avec le calcul des bras de levier des muscles et peuvent donc avoir un impact important sur les résultats

[Bonnefoy 09, Lenaerts 09]. Une autre piste peut être celle du modèle cinématique. D'une part parce que les « *mécanismes parallèles* » possèdent tout un ensemble de points de contact et de points ligamentaires dont le positionnement générique a été optimisé pour les calculs cinématiques, d'autre part parce que le modèle cinématique en lui-même, même s'il se rapproche grandement de la physiologie des articulations, reste un modèle, avec ses simplifications et ses hypothèses. Or si l'on se reporte à l'équation 3.46, une modification du modèle cinématique des articulations peut avoir des conséquences importantes sur l'évaluation des forces musculo-tendineuses [Glitsch 97, Li 98, Pierce 05, Xiao 08]. On notera également que, pour ce qui concerne les muscles mono-articulaires croisant l'articulation de la cheville (parmi les muscles étudiés : le tibialis anterior, le soleus et le peroneus longus), l'interprétation reste difficile et les résultats discutables, car les articulations tarso-métatarsienne et métatarsophalangienne ne sont pas représentées dans notre modèle.

Notre modèle possède donc encore plusieurs limitations non négligeables. Tout d'abord, l'utilisation d'un modèle générique pose le problème de la personnalisation. En effet, comment obtenir un modèle aussi proche que possible du sujet que l'on a en face de nous ? Comme on a pu le voir dans le chapitre 2, des techniques basées sur l'imagerie médicale émergent et permettront sûrement très bientôt d'obtenir un modèle aussi proche que possible du sujet pour chaque simulation. En attendant, les modèles génériques basés sur des mesures cadavériques apportent un élément de compréhension intéressant du système musculo-squelettique, à condition d'être conscient des limites que ces modèles imposent. La seconde limite de notre modèle repose sur les contraintes cinématiques imposées au système. En effet, on a pu voir précédemment que certaines articulations sont modélisées par des modèles mécaniques censés représenter au mieux leur cinématique au cours du mouvement, tandis que d'autres sont tout simplement omises comme les articulations tarso-métatarsienne et métatarsophalangienne ou encore très simplifiées comme l'articulation fémoro-patellaire. Ces hypothèses sur les degrés de liberté des articulations peuvent avoir des conséquences importantes sur l'évaluation des forces musculo-tendineuses [Glitsch 97, Li 98, Pierce 05, Xiao 08]. Enfin, la fonction objectif définie pour l'optimisation des forces musculo-tendineuses ne prend en compte que la minimisation des contraintes musculaires. Or, lors de la marche, il n'est pas très difficile de définir d'autres lois régissant le fonctionnement du système musculo-squelettique. La stabilisation dynamique, la consommation d'énergie ou les contraintes articulaires font sûrement partie des grandeurs devant être optimisées pendant la marche.

Le chapitre suivant s'intéresse par conséquent aux forces de contact articulaires, aux forces ligamentaires et aux forces segmentaires, regroupées sous le terme de forces ostéo-articulaires, pour aller jusqu'à leur intégration dans le problème de redondance musculaire, afin de définir une optimisation multicritères, prenant en compte à la fois la minimisation des forces musculo-tendineuses et de ces forces ostéo-articulaires.

Chapitre 4

Application du simulateur aux atteintes du système ostéo-articulaire

Ce chapitre présente des outils pour l'estimation des forces ostéo-articulaires. Après avoir présenté les pathologies couramment liées au fonctionnement du système ostéo-articulaire et après avoir discuté de l'intérêt de la simulation dans un tel contexte, nous verrons comment une optimisation multicritères peut être implémentée dans notre simulateur afin d'intégrer les forces ostéo-articulaires dans l'optimisation des forces musculo-tendineuses. A nouveau, l'accent est mis sur la possibilité de personnalisation du modèle, l'optimisation multicritère offrant un cadre de travail idéal pour l'intégration de critères et contraintes divers et variés. Enfin, nous montrerons comment ce simulateur pourrait, à terme, permettre l'étude de certaines atteintes du système ostéo-articulaire, en proposant d'ores et déjà des investigations quant aux interactions existant entre les forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires.

Sommaire

4.1 Le système ostéo-articulaire	70
4.1.1 Rappels anatomiques	70
4.1.2 Pathologies ostéo-articulaires courantes	74
4.1.3 Intérêts et objectifs de la simulation	77
4.2 Extension du simulateur à une optimisation multicritères	78
4.2.1 Identification des multiplicateurs de Lagrange	78
4.2.2 Première approche : Calcul a posteriori	84
4.2.3 Seconde approche : Calcul simultané	85
4.2.4 Influence du choix du critère sur les forces calculées	87
4.3 Capacités d'adaptation du système musculo-squelettique	97
4.3.1 Scénario n°1 : Diminution des forces de contact du genou	98
4.3.2 Scénario n°2 : Diminution de la force segmentaire axiale du fémur	101
4.3.3 Scénario n°3 : Diminution de la force du ligament croisé antérieur	104
4.3.4 Conclusion	107

4.1 Le système ostéo-articulaire

4.1.1 Rappels anatomiques

Nous présentons ici les articulations de la hanche, du genou et de la cheville en nous intéressant aux segments osseux, aux structures intervenant dans les contacts et aux ligaments. Les illustrations utilisées dans ce paragraphe proviennent des planches anatomiques de l'ouvrage de Netter [Netter 07], tandis que les données physiologiques et mécaniques proviennent de l'ouvrage de Kapandji [Kapandji 09].

4.1.1.1 La hanche

La hanche est l'articulation proximale du membre inférieur. Elle assure à la fois le support du tronc, et est donc en soi une articulation solide pouvant supporter des forces importantes, et le changement de direction lors de la locomotion, fonction acquise lors du passage de la quadrupédie à la bipédie.

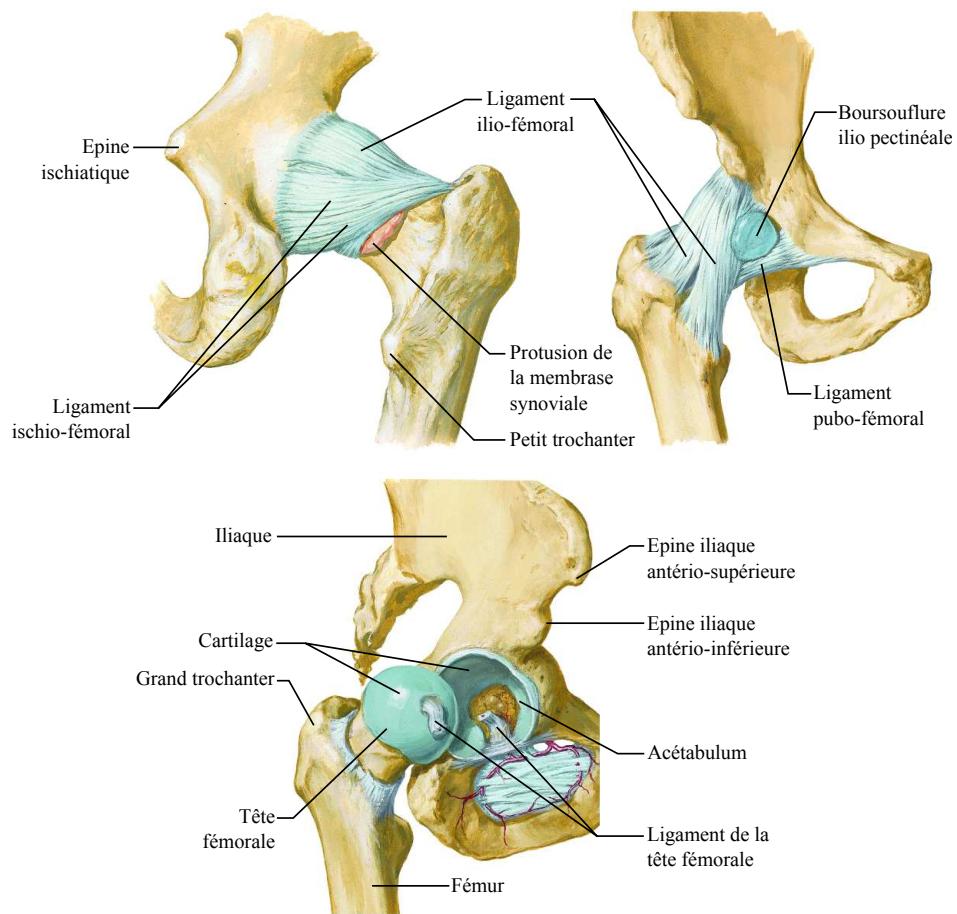


FIG. 4.1: Principaux segments osseux, surfaces articulaires et ligaments intervenant au niveau de la hanche

Cette articulation possède trois degrés de liberté. Des mouvements de flexion/extension s'effectuent autour d'un axe transversal, situé dans le plan frontal, avec une amplitude passive maximale de 120° de flexion et de 30° d'extension pour un sujet asymptomatique non entraîné. Des mouvements d'abduction/adduction s'effectuent autour de l'axe sagittal, situé dans le

plan antéro-postérieur, avec une amplitude passive maximale de 90° d'abduction et de 30° d'adduction pour un sujet asymptomatique non entraîné. Enfin, des mouvements de rotation externe et interne s'effectuent autour d'un axe vertical, confondu avec l'axe longitudinal du membre inférieur, avec une amplitude passive maximale de 60° en rotation externe et de 40° en rotation interne pour un sujet asymptomatique non entraîné. Ces trois mouvements peuvent également être combinés pour obtenir un mouvement effectué simultanément autour des trois axes, appelé mouvement de circumduction. Ce mouvement est inscrit à l'intérieur d'un cône ayant pour sommet le centre articulaire de la hanche. Tous ces mouvements s'effectuent autour d'un même centre articulaire défini au centre de la tête fémorale. Par conséquent, cette articulation est considérée mécaniquement comme une liaison rotule.

La hanche est une articulation dite « *énarthrose* » car ses surfaces articulaires sont sphériques (Fig. 4.1). Deux entités réalisent le contact au niveau de la hanche. La première, située au niveau du fémur, est la tête fémorale. Elle correspond à une sphère de 40 à 50 mm de diamètre et est entièrement recouverte de cartilage. La seconde, appelée acetabulum, correspond à un hémisphère creux situé au niveau de la face externe de l'iliaque. Elle a pour fonction d'accueillir la tête fémorale. Seule sa périphérie est composée de cartilage.

Cette articulation comprend également tout un ensemble de ligaments. Le ligament de la tête fémorale, extrêmement résistant, contribue à la vascularisation de la tête fémorale mais n'a pas vraiment de rôle mécanique. Le ligament ilio-fémoral, le ligament pubo-fémoral et le ligament ischio-fémoral, tous les trois enroulés dans le même sens autour du col du fémur, ont eux un rôle très important pour l'ensemble des mouvements de la hanche. Lors des mouvements d'extension, ils sont tendus, notamment le ligament ilio-fémoral, et limitent la bascule du pelvis vers l'arrière, tandis que lors de la flexion, ils sont tous détendus et, suivant leur relâchement, peuvent être un facteur d'instabilité de la hanche. Pour les mouvements d'abduction/adduction, on observe que le ligament ilio-fémoral est tendu alors que les ligaments pubo-fémoral et ischio-fémoral se détendent lors de l'abduction, et inversement pour l'adduction. Enfin pour les mouvements de rotation, on observe que les ligaments ilio-fémoral et pubo-fémoral sont tendus alors que le ligament ischio-fémoral se détend lors de la rotation externe, et inversement pour la rotation interne.

4.1.1.2 Le genou

Le genou est l'articulation intermédiaire du membre inférieur. Il assure la fonction de raccourcissement du membre inférieur, utile notamment quand il s'agit de franchir un obstacle, mais doit également assurer sa stabilité en extension complète. A noter que la patella ne sera pas prise en compte ici. En effet, sa fonction principale étant de faire évoluer l'angle d'attaque des quadriceps et donc leur bras de levier, nous négligerons son rôle au niveau de la mobilisation du genou.

Le genou possède deux degrés de liberté. En extension complète, le genou a une grande stabilité et ne permet que des mouvements de flexion/extension s'effectuant autour d'un axe transversal, situé dans le plan frontal et passant par les deux condyles fémoraux, avec une amplitude passive maximale de 160° de flexion et de 10° d'extension pour un sujet asymptomatique non entraîné. En flexion, le genou se déverrouille pour permettre une orientation optimale du pied afin de s'ajuster aux inégalités du terrain et offre alors des mouvements de rotations s'effectuant autour d'un axe longitudinal, avec une amplitude passive maximale de 40° pour la rotation externe et de 30° pour la rotation interne.

4.1. LE SYSTÈME OSTÉO-ARTICULAIRE

A noter qu'il existe une rotation automatique du genou liée aux mouvements de flexion/extension. Cette rotation automatique est due au fait que lors de la flexion du genou, le condyle interne effectue un glissement sur place autour d'axes de rotation proches du tubercule condylien médial, tandis que le condyle externe roule vers l'arrière autour d'un axe de rotation instantané entre le fémur et le plateau tibial.

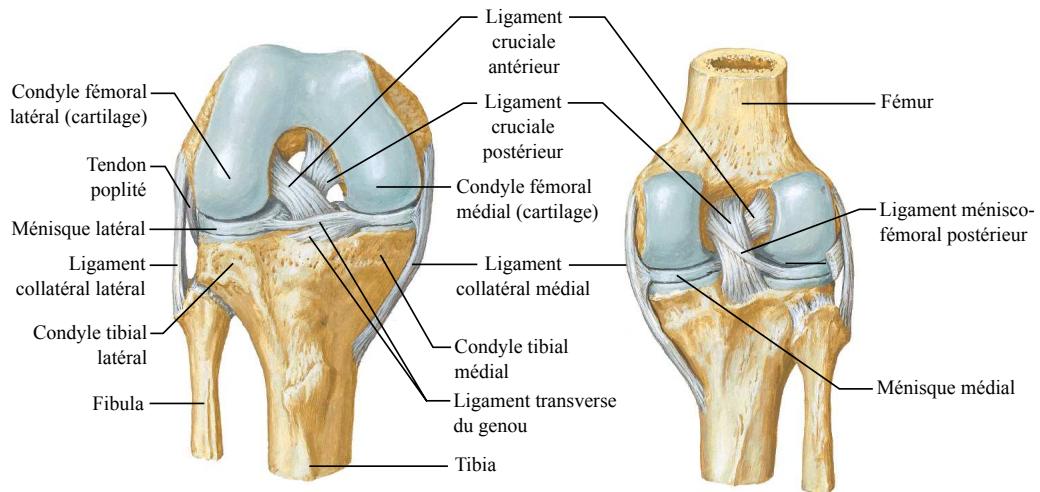


FIG. 4.2: Segments osseux, surfaces articulaires et ligaments intervenant au niveau du genou

Les contacts au niveau du genou sont doubles (médial et latéral) et font intervenir des structures nouvelles par rapport à la hanche (Fig. 4.2). Les condyles fémoraux ont une fonction de came avec deux rayons de courbure différents et sont recouverts de cartilage. Le plateau tibial quant à lui s'organise en deux gouttières concaves appelées glènes, correspondant aux condyles fémoraux, également revêtues de cartilage. Néanmoins, les rayons de courbure des condyles et des glènes ne sont pas égaux et la glène externe est convexe sagittalement. Par conséquent, bien que le condyle interne soit relativement stable dans sa glène, le condyle externe, lui, est instable ce qui confère à l'articulation du genou la particularité d'être non concordante. Pour corriger cela, une nouvelle structure, les ménisques, intervient. Les ménisques ont pour rôle principal d'augmenter la surface de contact entre le fémur et le tibia tout au long du mouvement, afin notamment de réduire la pression sur la surface articulaire [Brinckmann 02]. Pour assurer cette fonction, les ménisques sont des structures déformables suivant le mouvement de l'articulation. Néanmoins, lors de la flexion, c'est le rayon de courbure le plus faible des condyles qui se présente aux glènes. Il en résulte que le contact entre les condyles et les ménisques est partiellement rompu de manière à déverrouiller le genou et donc à favoriser sa mobilité.

Les quatre ligaments principaux du genou sont les ligaments collatéraux et les ligaments cruciaux (ou croisés). Les deux ligaments collatéraux ont pour origine le fémur, mais le ligament collatéral médial s'insère sur le tibia tandis que le ligament collatéral latéral s'insère sur la fibula. Tous deux renforcent la capsule articulaire de chaque côté de l'articulation et assurent sa stabilité latérale et rotatoire en extension. En effet, ils sont tendus pendant l'extension et détendus pendant la flexion.

Les ligaments croisés, quant à eux, se trouvent en plein centre de l'articulation. Leur nom provient du fait qu'ils forment une croix, le ligament croisé antérieur ayant pour origine la partie postérieure de la fosse intercondylaire et pour insertion la partie antérieure du plateau tibial, et

le ligament croisé postérieur ayant pour origine la partie antérieure de la fosse intercondylienne et pour insertion la partie postérieure du plateau tibial. Globalement, les ligaments croisés assurent la stabilité antéro-postérieure du genou et permettent des mouvements de charnière tout en maintenant les surfaces articulaires en contact (Fig. 4.3).

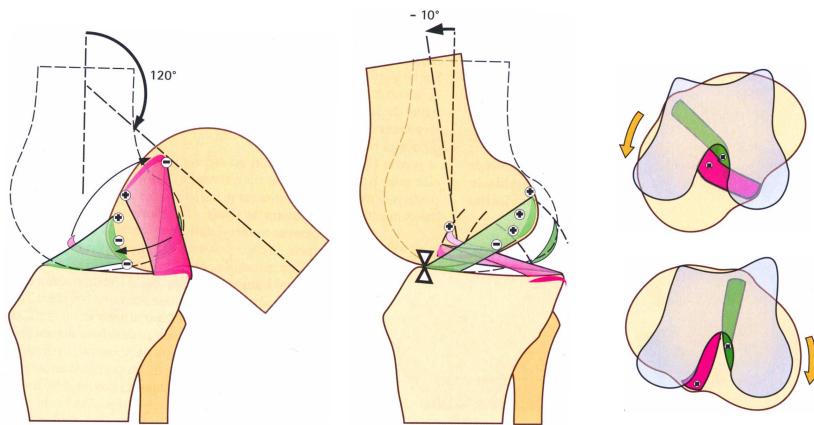


FIG. 4.3: Fonction des ligaments croisés (en vert, le ligament croisé antérieur et en rose, le ligament croisé postérieur) lors des mouvements de flexion/extension (à gauche) et de rotation (en haut à droite la rotation interne retenue par les ligaments croisés, en bas à droite la rotation externe non retenue par les ligaments croisés)

Ils assurent également le blocage de la rotation interne en s'enroulant l'un autour de l'autre et en se tendant lors de ce mouvement, mais n'arrêtent pas la rotation externe malgré leur tension (Fig. 4.3). Ces ligaments possèdent par ailleurs de nombreuses fibres, ce qui les rend larges et ainsi constamment tendus quelle que soit la position de l'articulation. Enfin, lors de la flexion, le ligament croisé antérieur est responsable du glissement des condyles fémoraux vers l'avant, tandis que, lors de l'extension, le ligament croisé postérieur est responsable du glissement des condyles fémoraux vers l'arrière (Fig. 4.3).

4.1.1.3 La cheville

La cheville est l'articulation distale du membre inférieur. Elle assure une fonction de propulsion lors de la marche ou de la course. Cette articulation subit des contraintes très importantes, notamment lors la phase en simple appui de la marche.

La cheville (ou articulation talo-tibiale) elle-même ne possède qu'un seul degré de liberté, mais est complétée par l'ensemble du complexe de l'arrière-pied pour obtenir une articulation à trois degrés de liberté. On définit ainsi un axe transversal, situé dans le plan frontal, passant par les deux malléoles et autour duquel se réalisent les mouvements propres à la cheville, à savoir la flexion/extension. Mais on peut également définir un axe longitudinal du pied, situé dans le plan sagittal, autour duquel se réalisent les mouvements de pronosupination. Nous nous intéresserons ici principalement aux mouvements de flexion/extension, propres à la cheville. Ces mouvements présentent une amplitude passive maximale de 30° pour la flexion et de 50° pour l'extension, chez un sujet asymptomatique non entraîné.

Les contacts de la cheville se réalisent à travers deux entités formant un encastrement appelé « pince bi-malléolaire ». En première approximation, on peut dire que les extrémités inférieures du tibia et de la fibula forment une surface cylindrique creuse venant s'encastrer sur une surface cylindre pleine formée par l'astragale (ou talus) (Fig. 4.5).

4.1. LE SYSTÈME OSTÉO-ARTICULAIRE

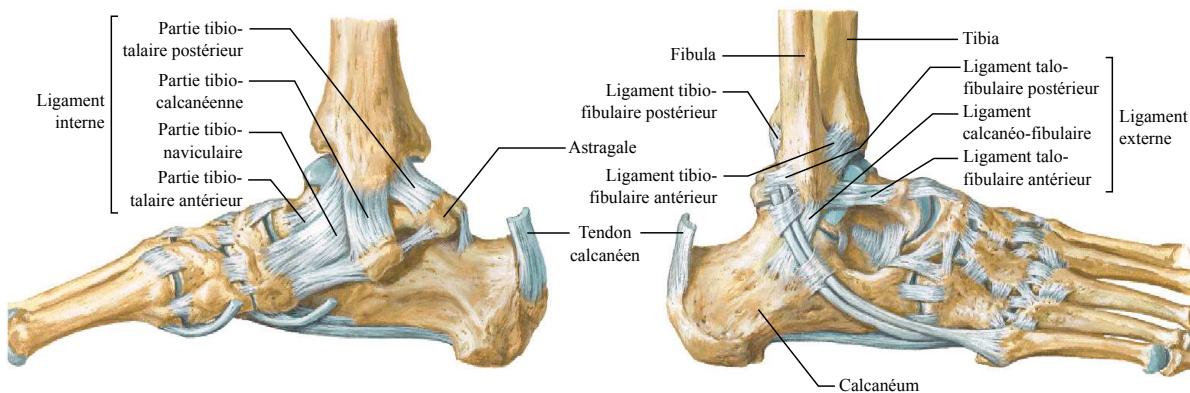


FIG. 4.4: Segments osseux, surfaces articulaires et ligaments intervenant au niveau de la cheville

Toutes ces surfaces sont recouvertes de cartilage. En réalité, l'astragale est constitué de trois parties qui sont la face supérieure, la joue interne et la joue externe. On observe ainsi quatre zones de contact. Deux contacts sont réalisés entre le tibia et les joues interne et externe et deux contacts sont réalisés entre les malléoles et les joues interne et externe, formant au final un mécanisme tenon-mortaise empêchant notamment les mouvements de rotation (Fig. 4.5).

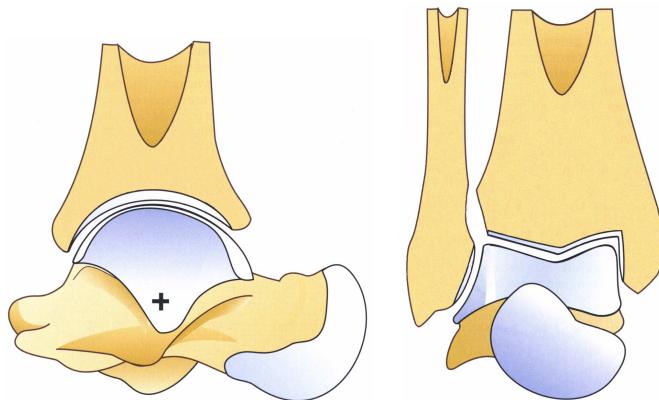


FIG. 4.5: Mécanisme tenon-mortaise de la cheville (à gauche, plan sagittal et à droite, plan frontal)

Les ligaments principaux de la cheville sont les ligaments internes et externes, ou ligaments collatéraux médial et latéral. Ces ligaments forment de chaque côté de l'articulation un large éventail fibreux (Fig. 4.4) avec des faisceaux allant dans des directions très différentes. Ces ligaments limitent la flexion et l'extension de la cheville, mais assurent également la stabilité de l'articulation en maintenant le contact entre le tibia, la fibula et l'astragale.

4.1.2 Pathologies ostéo-articulaires courantes

4.1.2.1 Contexte

Nous regrouperons ici sous le terme de pathologies ostéo-articulaires l'ensemble des maladies et des troubles touchant le squelette, les os, les cartilages, les tendons et les ligaments.

Pour ce qui est des maladies, elles sont dites dégénératives et sont très souvent associées au vieillissement. Rien qu'en France, selon une Enquête sur la Santé et la Protection Sociale (ESPS), on estime que 25% des femmes de plus de 65 ans et 50% de celles de plus de 80 ans seraient atteintes d'ostéoporose [Cooper 92, Melton 92]. Au niveau mondial, 1.7 millions de fractures du col du fémur liées à l'ostéoporose sont recensées annuellement et les prévisions estiment leur nombre à 6.3 millions par an d'ici 2050. Pour ce qui est des troubles musculo-squelettiques (TMS), la population atteinte est plus vaste et regroupe entre autres les actifs et les sportifs, avec des atteintes dues à un geste répétitif ou à un mouvement anormal d'une articulation. En France, les TMS sont la première cause de reconnaissance de maladie professionnelle et connaissent, d'après les chiffres de la Caisse Nationale de l'Assurance Maladie des travailleurs salariés, une croissance d'environ 17% par an depuis 10 ans. Les répercussions sont bien entendues très importantes et, au total, l'ensemble des TMS indemnisés ont engendré en France en 2008 la perte de 8.3 millions de journées de travail et 786 millions d'euros de frais couverts par les cotisations des entreprises.

Dans tous les cas, ces pathologies sont sources de douleur et de handicap. La fréquence et l'impact de ces pathologies sont tels que la période 2000-2010 avait été décrétée « *Décennie des Os et des Articulations* » avec le soutien de nombreuses associations internationales (dont l'ONU et l'OMS).

Les paragraphes suivants présentent trois pathologies touchant chacune une structure différente. L'arthrose a ainsi un impact sur les structures en contact au niveau des articulations, tandis que l'ostéoporose a un impact sur les structures osseuses et enfin les ruptures ligamentaires, partielles ou complètes, ont un impact sur la mobilité et la stabilité des articulations.

4.1.2.2 L'arthrose

L'arthrose (ou ostéo-arthrite) est un processus dégénératif qui peut toucher n'importe quelle articulation du corps humain [Boivin 10, Sharma 06].

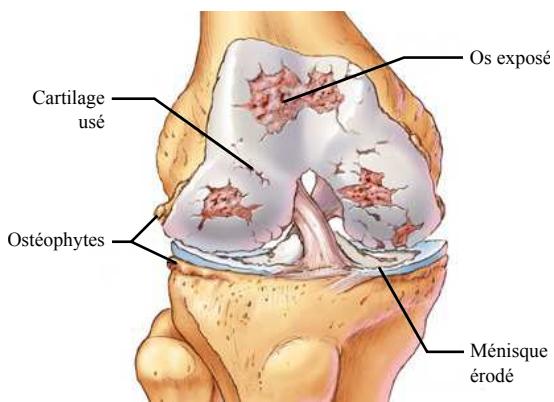


FIG. 4.6: Articulation du genou atteinte par une arthrose avancée

Elle prive peu à peu les articulations de leurs protecteurs, les cartilages, sur lesquels glissent les os pendant le mouvement. Anatomiquement, cette destruction s'accompagne d'une prolifération osseuse sous le cartilage. L'ostéo-arthrite est à différencier de l'arthrite rhumatoïde, de l'arthrite post-traumatique et de l'arthrite septique qui peuvent être causées par d'autres facteurs, notamment une infection ou une inflammation de la membrane synoviale.

4.1. LE SYSTÈME OSTÉO-ARTICULAIRE

[Murphy 06]. Quelle qu'en soit la cause, le résultat provoque une douleur importante, des restrictions de mobilité et peut sérieusement altérer le mode de vie d'une personne [Kuettner 95].

Pour comprendre les mécanismes en jeu, il est nécessaire de préciser que le cartilage articulaire n'est pas un tissu inerte. Il est le siège d'une intense activité où la production de chondrocytes (cellules du cartilage) s'oppose à la destruction de ces mêmes cellules. Dans le cas de l'arthrose, les phénomènes de destruction l'emportent sur la régénérescence cartilagineuse, l'épaisseur du cartilage diminue et l'articulation s'altère ainsi définitivement (Fig. 4.6). Cette destruction est alors contrebalancée, en périphérie de l'articulation, par la production nouvelle d'excroissances osseuses appelées ostéophytes. Enfin, au cours de la destruction cartilagineuse, de petits morceaux de cartilage peuvent se détacher et « *flotter* » dans la poche articulaire. Ils déclenchent alors des poussées inflammatoires mécaniques qui se traduisent notamment par un gonflement de l'articulation.

On retiendra que, de manière générale, l'arthrose se caractérise par trois types de lésions anatomiques :

- L'atteinte du cartilage articulaire qui se fissure et se creuse d'ulcérations (trous dans le cartilage) pouvant laisser l'os à nu,
- L'atteinte de l'os lui-même qui se décalcifie par endroits (ostéoporose) et se condense en d'autres, notamment dans la partie près de l'articulation au niveau des zones de pression (ostéosclérose sous-chondrale),
- La formation sur les bords de l'articulation de petites excroissances osseuses : les ostéophytes.

Ces lésions peuvent s'accompagner d'une synovite, qui correspond à l'inflammation de l'enveloppe de l'articulation.

4.1.2.3 L'ostéoporose

L'ostéoporose est une maladie diffuse caractérisée par une fragilité excessive du squelette, due à une diminution de la masse osseuse et à une détérioration de la microarchitecture du tissu osseux [Jolivet 07] (Fig. 4.7).

L'os est un tissu vivant qui se renouvelle en permanence grâce au fonctionnement couplé de deux types de cellules osseuses, les ostéoclastes et les ostéoblastes. Pour que l'os se renouvelle, les ostéoclastes doivent d'abord détruire l'os ancien en creusant des lacunes, véritables trous dans l'os. Les ostéoblastes sont ensuite chargés de fabriquer un os nouveau et vont dans un premier temps combler de protéines les trous. Ce tissu osseux jeune, le tissu ostéoïde, va alors se calcifier grâce à un cristal de calcium. La solidité de l'os résulte par conséquent de l'équilibre entre ces deux types de cellules osseuses. Une activité dominante des ostéoclastes conduit donc à l'ostéoporose, qui peut résulter soit d'un capital osseux insuffisant en fin de croissance, soit d'une perte osseuse excessive lors du vieillissement [Fontana 01, Melton 97].

Contrairement à l'arthrose, l'ostéoporose n'engendre pas directement de douleurs chroniques. Par contre, étant donné que les os se retrouvent fragilisés par une structure moins dense, elle est responsable d'une augmentation du risque de fractures, notamment lors de chutes au niveau du col du fémur [Genant 99, Cummings 02].

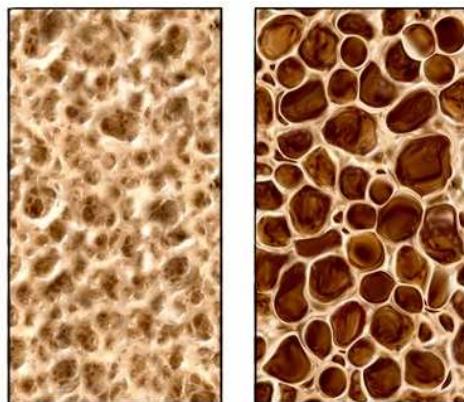


FIG. 4.7: A gauche, microstructure d'un tissu osseux sain, à droite, détérioration de cette microstructure due à l'ostéoporose

4.1.2.4 La rupture ligamentaire

Souvent dues à une pratique sportive, les ruptures ligamentaires interviennent lors d'un mouvement anormal d'une articulation. Si l'on prend pour exemple le ligament crucial antérieur (LCA), sa rupture survient lors d'une rotation interne excessive du tibia par rapport au fémur. Ce ligament perd ainsi sa fonction : le tibia part vers l'avant lors de certains mouvements et le genou tient moins bien lors des efforts en rotation. Les risques de rupture secondaire d'un ménisque deviennent également importants.

Dans la plus grande majorité des cas, les deux extrémités rompues du ligament se rétractent, s'éloignant ainsi l'une de l'autre et empêchant toute cicatrisation spontanée. C'est la raison pour laquelle, contrairement à d'autres ligaments comme le ligament latéral interne par exemple, le LCA ne se reconstitue pas habituellement.

Néanmoins, le ligament ne se déchire pas forcément entièrement et, par exemple, une entorse du genou peut s'accompagner d'une rupture partielle du ligament crucial antérieur. Une douleur peut alors être ressentie sur la partie osseuse intérieure du genou et provient de la contusion survenue sur l'os lors de la blessure.

4.1.3 Intérêts et objectifs de la simulation

Les pathologies du système ostéo-articulaire touchent donc des structures très variées, telles que les cartilages, les ligaments ou les segments osseux.

Bien entendu, des moyens de détection existent pour ces différentes pathologies. Dans le cas de l'arthrose, une radiographie de l'articulation, effectuée après l'apparition de douleurs ou d'une réduction de la mobilité articulaire, permet de voir s'il y a diminution ou non de la quantité du cartilage. En ce qui concerne l'ostéoporose, la méthode de référence pour apprécier la densité de l'os est aujourd'hui l'absorptiométrie biphotonique à rayons X. Elle consiste à émettre des photons en direction d'un os, que celui-ci absorbe en partie. Un détecteur de photon est installé de l'autre côté de l'os. Plus l'os est dense, moins nombreux sont les photons qui atteignent le détecteur. On mesure alors ce qui reste du rayonnement après sa traversée de l'os, ce qui renseigne sur sa densité. Enfin, dans le cas de la rupture ligamentaire, une radiographie

est faite systématiquement. Elle permet de mettre en évidence l'existence d'un arrachement osseux au niveau de la base des ligaments. De plus, l'arthroscopie ou l'IRM permettent de montrer la rupture ligamentaire et l'existence de lésions associées. Une rupture partielle peut ainsi être détectée et soignée.

La détermination des forces ostéo-articulaires par simulation pourraient néanmoins apporter des informations permettant une meilleure compréhension des phénomènes en action lors de ces atteintes. Une investigation au niveau des forces en jeu pourrait également être un moyen de définir des protocoles de rééducation ou de renforcement, de manière à prévenir ou à guérir ces pathologies.

Malheureusement, la mesure directe des forces n'est pas pour le moment envisageable « *in vivo* » et notamment lors d'un mouvement tel que la marche. En effet, les instrumentations proposées actuellement sont pour la plupart invasives (voir chapitre 2) et ne peuvent donc pas être généralisées.

Le recours à la simulation semble donc inévitable, d'autant plus que celle-ci peut permettre de réaliser différentes mises en condition. Les objectifs d'une telle simulation doivent par conséquent être de pouvoir modéliser les différentes structures ostéo-articulaires et de pouvoir montrer l'influence d'une affection localisée sur l'ensemble des structures environnantes (e.g., les systèmes musculo-squelettique et ostéo-articulaire), et cela pour un mouvement complexe tel que la marche.

Les paragraphes suivants proposent d'utiliser le simulateur présenté au chapitre 3 pour réaliser ces simulations dans le contexte de la marche, en s'intéressant aux forces de contacts, ligamentaires et segmentaires, en plus des forces musculo-tendineuses du modèle.

4.2 Extension du simulateur à une optimisation multicritères

4.2.1 Identification des multiplicateurs de Lagrange

L'équation 3.46 du chapitre 3 nous permet de voir que les multiplicateurs de Lagrange, apparaissant dans les équations de la dynamique de notre système, sont homogènes à des forces. Nous démontrons donc ci-dessous que ces multiplicateurs correspondent bien à des forces et nous nous proposons de les identifier pour montrer qu'ils sont notamment liés aux forces de contact, aux forces ligamentaires ainsi qu'aux forces segmentaires axiales.

4.2.1.1 Identification des forces de contact

Si l'on s'appuie sur le cas d'un contact sphère sur plan, on a vu dans le chapitre 3, équation 3.11, que les composantes de contact de la matrice Jacobienne \mathbf{K}_K^k de Φ_K^k s'écrivent :

$$\mathbf{K}^T \lambda = \begin{bmatrix} [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i}]^T (\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i) - [\mathbf{N}_i^{V_i}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \\ [\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} \lambda \quad (4.1)$$

avec λ le multiplicateur de Lagrange correspondant au contact décrit.

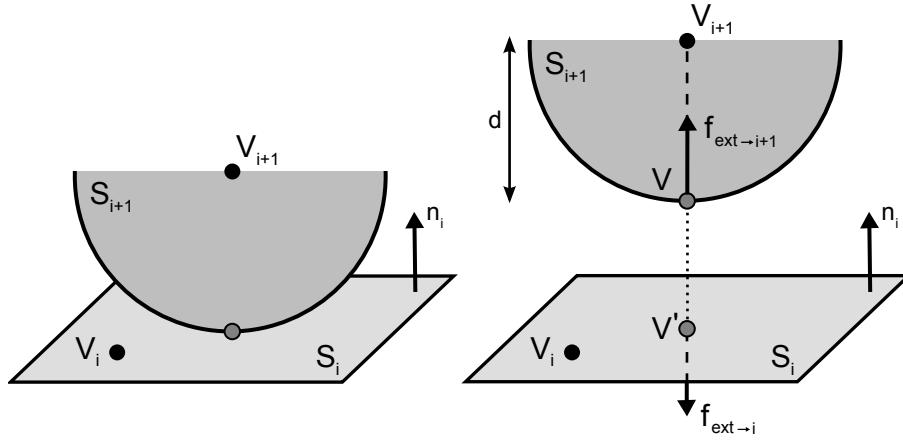


FIG. 4.8: Identification des forces de contact

Il est possible d'interpréter ce contact en étudiant les forces extérieures agissant sur chacun des segments isolés $i + 1$ et i (Fig. 4.8). On définit ainsi les forces $\mathbf{f}_{ext \rightarrow i+1}$ et $\mathbf{f}_{ext \rightarrow i}$, représentant respectivement la force de l'extérieur sur le segment $i + 1$ et la force de l'extérieur sur le segment i , et s'écrivant :

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{ext \rightarrow i+1} = f \mathbf{n}_i \\ \mathbf{f}_{ext \rightarrow i} = f (-\mathbf{n}_i) \end{cases} \quad (4.2)$$

avec f l'amplitude de la force agissant au niveau du contact.

On définit également les points d'application de ces forces, V et V' , obtenus respectivement en projetant le centre de la sphère V_{i+1} sur la surface de la sphère suivant la normale n_i et en projetant le point V de la sphère sur le plan de contact suivant la normale n_i :

$$\begin{cases} \mathbf{r}_V = \mathbf{r}_{V_{i+1}} - d \mathbf{n}_i \\ \mathbf{r}_{V'} = \mathbf{r}_{V_{i+1}} - ((\mathbf{r}_{V_{i+1}} - \mathbf{r}_{V_i}) \mathbf{n}_i) \mathbf{n}_i \end{cases} \quad (4.3)$$

Si l'on s'intéresse à la puissance \mathcal{P}_{i+1} de la force de l'extérieur sur le segment $i + 1$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{i+1} &= \mathbf{f}_{ext \rightarrow i+1} \bullet \dot{\mathbf{r}}_V \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_{i+1} &= \left([\dot{\mathbf{r}}_{V_{i+1}} - d \dot{\mathbf{n}}_i]^T \mathbf{n}_i \right) f \\ \Leftrightarrow \mathcal{P}_{i+1} &= \left(\left[\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \dot{\mathbf{Q}}_{i+1} - d \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \dot{\mathbf{Q}}_i \right]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \end{aligned} \quad (4.4)$$

On obtient ainsi les dérivées partielles suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{P}_{i+1}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} = \left(-d [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \\ \frac{\partial \mathcal{P}_{i+1}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} = \left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \end{cases} \quad (4.5)$$

De la même façon, on peut écrire la puissance \mathcal{P} de la force de l'extérieur sur la surface S_i de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_i &= \mathbf{f}_{ext \rightarrow i} \bullet \dot{\mathbf{r}}_V \\
 \Leftrightarrow \mathcal{P}_i &= \left(-[\mathbf{n}_i]^T \left(\dot{\mathbf{r}}_{V_{i+1}} - \left(((\dot{\mathbf{r}}_{V_{i+1}} - \dot{\mathbf{r}}_{V_i}) \mathbf{n}_i) \mathbf{n}_i + ((\mathbf{r}_{V_{i+1}} - \mathbf{r}_{V_i}) \dot{\mathbf{n}}_i) \mathbf{n}_i + \underbrace{((\mathbf{r}_{V_{i+1}} - \mathbf{r}_{V_i}) \mathbf{n}_i) \dot{\mathbf{n}}_i}_d \right) \right) \right) f \\
 \Leftrightarrow \mathcal{P}_i &= -[\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left(\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \dot{\mathbf{Q}}_{i+1} \right) f \\
 &\quad + [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left(\left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \dot{\mathbf{Q}}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \dot{\mathbf{Q}}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \\
 &\quad - [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left(\left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \dot{\mathbf{Q}}_i \right) \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \\
 &\quad - [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left(d \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \dot{\mathbf{Q}}_i \right) f
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

avec les dérivées partielles suivantes :

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} = \left([\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left(-[\mathbf{N}_i^{V_i}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \\
 \quad + \left([\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \right) \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f \\
 \quad + \left([\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T d \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \right) f \\
 \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} = \left(-[\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} + [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right) f
 \end{array} \right. \tag{4.7}$$

qui peuvent s'écrire également :

$$\left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} = \left(\underbrace{\left(-[\mathbf{N}_i^{V_i}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right)}_{\text{grandeur scalaire}} \underbrace{[\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i}_{(\mathbf{n}_i)^2=1} \right) f \\
 \quad + \left(\underbrace{\left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \right)}_{\text{grandeur scalaire}} \underbrace{[\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i}_{(\mathbf{n}_i)^2=1} \right) f \\
 \quad + \left([\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T d \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \right) f \\
 \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} = \left(-[\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} + \underbrace{\left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \right)}_{\text{grandeur scalaire}} \underbrace{[\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i}_{(\mathbf{n}_i)^2=1} \right) f
 \end{array} \right. \tag{4.8}$$

On définit enfin la force de contact généralisée comme étant la somme des dérivées partielles des puissances précédemment décrites :

$$\begin{aligned} \sum \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} \\ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} - [\mathbf{N}_i^{V_i}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \\ [\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} f \\ \Leftrightarrow \sum \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} \\ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [\mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i}]^T (\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i) - [\mathbf{N}_i^{V_i}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \\ [\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \mathbf{N}_i^{\mathbf{n}_i} \mathbf{Q}_i \end{bmatrix} f \end{aligned} \quad (4.9)$$

Par identification entre les équations 4.1 et 4.9, on obtient que $f = \lambda$. La force de contact de l'articulation peut donc être directement déterminée à partir du calcul du multiplicateur de Lagrange associé. A noter que la force extérieure sur les segments i et $i + 1$ a été orientée dans notre modèle de manière à être positive. Cette démonstration s'applique bien entendu également aux contacts de la hanche et de la cheville.

La même relation peut être obtenue pour les forces articulaires intervenant au sein d'une liaison rotule. Pour ce type de liaison, seule la force verticale sera étudiée et présentée au paragraphe 4.3.

4.2.1.2 Identification des forces ligamentaires et des forces segmentaires axiales

La même méthodologie nous permet de déterminer les forces ligamentaires ainsi que les forces segmentaires axiales à partir des multiplicateurs de Lagrange.

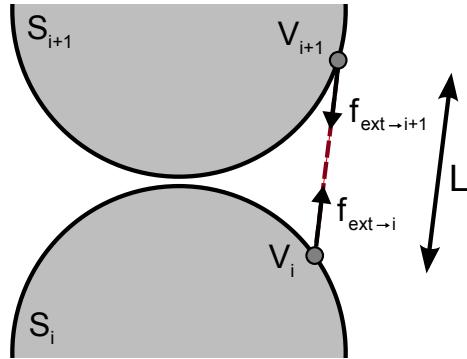


FIG. 4.9: Identification des forces ligamentaires

Les composantes ligamentaires \mathbf{K} de la matrice Jacobienne \mathbf{K}_K^k de Φ_K^k s'écrivent :

$$\mathbf{K}^T \lambda = \begin{bmatrix} -2[\mathbf{N}_i^{V_i}]^T (\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i) \\ 2[\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T (\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1} - \mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i) \end{bmatrix} \lambda \quad (4.10)$$

On étudie à nouveau les forces $\mathbf{f}_{ext \rightarrow i+1}$ et $\mathbf{f}_{ext \rightarrow i}$ de l'extérieur vers les segments $i + 1$ et i isolés :

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{ext \rightarrow i+1} = f \frac{\mathbf{r}_{V_i} - \mathbf{r}_{V_{i+1}}}{L} \\ \mathbf{f}_{ext \rightarrow i} = f \left(-\frac{\mathbf{r}_{V_i} - \mathbf{r}_{V_{i+1}}}{L} \right) \end{cases} \quad (4.11)$$

avec f l'amplitude de la force agissant au sein du ligament et L la longueur du ligament considéré. On définit également les points d'application de ces forces V et V' :

$$\begin{cases} \mathbf{r}_V = \mathbf{r}_{V_{i+1}} \\ \mathbf{r}_{V'} = \mathbf{r}_{V_i} \end{cases} \quad (4.12)$$

On écrit alors les puissances \mathcal{P}_{i+1} et \mathcal{P}_i , respectivement de la force de l'extérieur sur le segment $i+1$ et de la force de l'extérieur sur le segment i :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \mathcal{P}_{i+1} = \mathbf{f}_{ext \rightarrow i+1} \bullet \dot{\mathbf{r}}_V \\ \mathcal{P}_i = \mathbf{f}_{ext \rightarrow i} \bullet \dot{\mathbf{r}}_V \\ \mathcal{P}_{i+1} = \left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}]^T \left(\frac{\mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i - \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1}}{L} \right) \right) f \\ \mathcal{P}_i = \left(-[\mathbf{N}_i^{V_i} \dot{\mathbf{Q}}_i]^T \left(\frac{\mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i - \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1}}{L} \right) \right) f \end{cases} \quad (4.13)$$

De la même manière que pour les contacts, on calcule ensuite les dérivées partielles de ces puissances :

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{P}_{i+1}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{P}_{i+1}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} = \left([\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \left(\frac{\mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i - \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1}}{L} \right) \right) f \\ \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} = \left(-[\mathbf{N}_i^{V_i} \dot{\mathbf{Q}}_i]^T \left(\frac{\mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i - \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1}}{L} \right) \right) f \\ \frac{\partial \mathcal{P}_i}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} = 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

On définit enfin la force ligamentaire généralisée comme étant la somme des dérivées partielles des puissances précédemment décrites :

$$\sum \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_i} \\ \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial \dot{\mathbf{Q}}_{i+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\mathbf{N}_i^{V_i} \dot{\mathbf{Q}}_i]^T \left(\frac{\mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i - \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1}}{L} \right) \\ [\mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}}]^T \left(\frac{\mathbf{N}_i^{V_i} \mathbf{Q}_i - \mathbf{N}_{i+1}^{V_{i+1}} \mathbf{Q}_{i+1}}{L} \right) \end{bmatrix} f \quad (4.15)$$

Par identification entre les équations 10 et 15, on obtient que $f = \lambda \times 2L$. La force ligamentaire peut donc être déterminée à partir du calcul du multiplicateur de Lagrange associé, en divisant

sa valeur par le facteur constant $2L$. A noter que les « mécanismes parallèles » utilisés dans notre modèle possèdent des ligaments indéformables pouvant à la fois tirer et pousser. La force obtenue ici à partir du multiplicateur associé pourra donc être positive ou négative. Si l'on prend l'exemple du genou, cela vient du fait que le modèle a été développé pour les calculs de cinématique et donc simplifié en enlevant le ligament collatéral latéral : lors du mouvement, le ligament collatéral médial se retrouve donc à pousser lorsque le ligament collatéral latéral aurait dû tirer (Figure 4.10).

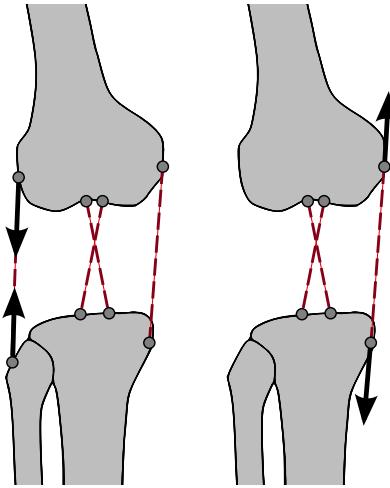


FIG. 4.10: Le modèle cinématique du genou utilisé ne comprend pas de ligament collatéral latéral. Il est résulte donc que lorsque ce dernier aurait dû tirer, c'est le ligament collatéral médial qui le remplace en poussant

Cette démonstration peut également s'appliquer aux forces segmentaires. Si l'on considère L comme étant la longueur du segment considéré, on peut également définir deux forces, \mathbf{f}_1 et \mathbf{f}_2 , agissant respectivement au niveau des articulations proximale et distale du segment. On montre alors que les forces segmentaires axiales (suivant l'axe \mathbf{v}_i) suivent également la relation $f = \lambda \times 2L$, avec f l'amplitude de la force segmentaire axiale et λ le multiplicateur de Lagrange associé. Les forces segmentaires suivant les axes \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i suivent quant à elle la relation $f = \lambda$. Dans les contraintes de corps rigides (angles constants, vecteurs normés), d'autres multiplicateurs de Lagrange interviennent mais ne donnent pas accès à des données directement identifiables et interprétables. En effet, rappelons que les contraintes de corps rigides définies dans le chapitre précédent ont la forme suivante :

$$\Phi_i^r = \begin{cases} \mathbf{u}_i^2 - 1 = 0 \\ \mathbf{u}_i(\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) - L_i \cos \gamma_i = 0 \\ \mathbf{u}_i \mathbf{w}_i - \cos \beta_i = 0 \\ (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i})^2 - L_i^2 = 0 \\ (\mathbf{r}_{P_i} - \mathbf{r}_{D_i}) \mathbf{w}_i - L_i \cos \alpha_i = 0 \\ \mathbf{w}_i^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

On remarque que les lignes 2, 3 et 5 font intervenir un angle (voir chapitre 3 pour la définition de ces angles). A première vue, ces composantes correspondraient donc plus à des moments. Néanmoins leur interprétation reste compliquée et ne sera pas étudiée ici.

Maintenant que nous sommes capables d'identifier dans l'ensemble des multiplicateurs de Lagrange ceux correspondant aux forces de contact, aux forces ligamentaires et aux forces segmentaires, nous présentons ci-dessous deux approches différentes pour le calcul de ces grandeurs.

4.2.2 Première approche : Calcul a posteriori

4.2.2.1 Mise en équations

La première approche que nous présentons propose de repartir du résultat des forces musculo-tendineuses, obtenu par optimisation, pour calculer les différentes forces du système ostéo-articulaire énoncées ci-avant.

Pour cela, il est seulement nécessaire de réécrire l'équation de la dynamique décrite dans le chapitre 3, équation 3.46, de la manière suivante :

$$\lambda = [\mathbf{K}^T]^\dagger (-\mathbf{G}\tilde{\mathbf{Q}} + \mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{L}\mathbf{f}) \quad (4.17)$$

avec λ les multiplicateurs de Lagrange associés à la fois aux contraintes cinématiques et aux contraintes de corps rigide. Les forces musculo-tendineuses \mathbf{f} sont connues. Il nous faut donc seulement sélectionner les multiplicateurs qui nous intéressent, c'est-à-dire ceux correspondant aux forces de contact, aux forces ligamentaires et aux forces segmentaires :

$$\lambda = [\lambda_A^k \ \lambda_K^k \ \lambda_H^k \ \lambda_1^r \ \lambda_2^r \ \lambda_3^r]^T \quad (4.18)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \lambda_A^k = [(\lambda_A^k)_{contact_X} \ (\lambda_A^k)_{contact_Y} \ (\lambda_A^k)_{contact_Z} \ (\lambda_A^k)_{TiCaL} \ (\lambda_A^k)_{CaFiL}]^T \\ \lambda_K^k = [(\lambda_K^k)_{contact_médial} \ (\lambda_K^k)_{contact_latéral} \ (\lambda_K^k)_{LCA} \ (\lambda_K^k)_{LCP} \ (\lambda_K^k)_{MCL}]^T \\ \lambda_H^k = [(\lambda_H^k)_{contact_X} \ (\lambda_H^k)_{contact_Y} \ (\lambda_H^k)_{contact_Z}]^T \\ \lambda_i^r = [(\lambda_i^r)_{uu} \ (\lambda_i^r)_{uv} \ (\lambda_i^r)_{uw} \ (\lambda_i^r)_{vv} \ (\lambda_i^r)_{vw} \ (\lambda_i^r)_{ww}]^T \end{cases}$$

respectivement les multiplicateurs associés à la cheville, les multiplicateurs associés au genou, les multiplicateurs associés à la hanche et les multiplicateurs associés aux contraintes de corps rigide du segment i , comprenant notamment les contraintes segmentaires.

Le calcul des forces ostéo-articulaires à l'aide de l'équation 4.17 demande néanmoins une certaine attention. En effet, la matrice \mathbf{K}^T n'étant pas carrée, on fait intervenir la pseudoinverse $[\mathbf{K}^T]^\dagger$ qui donne une solution aux moindres carrés du problème $\mathbf{A}\mathbf{K}^T = \mathbf{b}$ [Ben-Israel 03]. En utilisant directement cette expression, on peut donc obtenir indifféremment des forces positives ou négatives.

Or, étant donné notre paramétrage, on impose que les forces de contact soient orientées de manière à être positives (paragraphe 4.2.1.1). Ainsi, il nous est possible de déterminer si les résultats obtenus sont correctement signés.

4.2.2.2 Avantages et limites de cette approche

Cette approche permet, par simple identification, de calculer les forces ostéo-articulaires à partir des forces musculo-tendineuses obtenues précédemment par optimisation. Les calculs sont donc extrêmement simples puisqu'ils ne font intervenir qu'une inversion de matrice.

Néanmoins, aucune interaction n'apparaît entre les forces ostéo-articulaires et les forces musculo-tendineuses avec cette approche. Il semble pourtant évident que lorsque les structures musculo-tendineuses exercent une force plus importante autour d'une articulation, celle-ci voit sa force de contact augmentée et inversement, lorsque, pour une raison pouvant être par exemple une douleur, une force de contact au niveau d'une articulation est réduite, les forces musculo-tendineuses, en partie responsables des efforts articulaires [Herzog 03], se voient également réduites.

De plus, cette approche ne prévoit pas d'appliquer un quelconque critère ou contrainte aux forces ostéo-articulaires calculées, même si une seconde optimisation pourrait être envisageable suite à ces calculs, tout comme on a pu le faire pour les forces musculo-tendineuses. Quoi qu'il en soit, sous cette forme, cette approche ne permet pas d'intégrer la minimisation d'une force de contact, d'une force ligamentaire ou d'une force segmentaire, simultanément à la minimisation des forces musculo-tendineuses, pouvant apparaître physiologiquement suite à une atteinte du système ostéo-articulaire. Une seconde approche est donc présentée ci-dessous de manière à pallier ces limites.

4.2.3 Seconde approche : Calcul simultané

4.2.3.1 Mise en équations

Si l'on repart à nouveau de l'équation de la dynamique (chapitre 3, équation 3.46), on observe que le vecteur $\mathbf{x} = [\mathbf{f} \ \lambda]^T$ regroupe l'ensemble des forces musculo-tendineuses et, comme on vient de le montrer, l'ensemble des forces ostéo-articulaires. Si l'on conserve le vecteur \mathbf{x} tel quel et que l'on réalise un processus d'optimisation similaire à celui appliqué aux forces musculo-tendineuses (voir chapitre 3), tous les multiplicateurs de Lagrange seront minimisés et contraints à être positifs. Or les modèles cinématiques utilisés possèdent un nombre restreint de ligaments (i.e., le modèle cinématique du genou), ce qui entraîne le fait que la force de certains ligaments, tels que le ligament collatéral médial, peuvent avoir une force négative, voire une force tantôt positive, tantôt négative. L'optimisation donnera donc des résultats inexploitables, voire opposés aux résultats escomptés. Il est donc nécessaire de sélectionner un ensemble de forces à minimiser plutôt que de choisir toutes les forces. Pour arriver à cela, il est nécessaire de ne conserver que les multiplicateurs de Lagrange correspondant aux forces ostéo-articulaires à minimiser. Nous proposons donc ici une méthode originale permettant de sélectionner les multiplicateurs à conserver et de supprimer les multiplicateurs non utiles. Cette méthode, baptisée « *réduction de paramétrage partielle* », reprend l'idée de la réduction de paramétrage classique, appelée « *réduction de paramétrage complète* » dans le chapitre 3, mais au lieu de supprimer la composante complète en \mathbf{K}^T , on ne supprime que les lignes de cette matrice ne correspondant pas aux forces ostéo-articulaires que l'on souhaite minimiser en même temps que les forces musculo-tendineuses.

Mathématiquement, cela revient à définir deux matrices, \mathbf{K}_1 et \mathbf{K}_2 , composées respectivement des lignes de \mathbf{K} à supprimer (associées aux multiplicateurs λ_1 à supprimer) et des lignes

de \mathbf{K} à conserver (associées aux multiplicateurs λ_2 correspondant aux forces ostéo-articulaires à conserver). De la même manière que pour une réduction de paramétrage complète, on définit une matrice de projection $\mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}$, base de l'espace nul de \mathbf{K}_1 , telle que $\mathbf{K}_1 \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1} = \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T \mathbf{K}_1^T = \mathbf{0}$.

A nouveau, $\mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}$ peut être calculée à partir des vecteurs propres de la matrice carrée $\mathbf{K}_1^T \mathbf{K}_1$ associés à la valeur propre 0. On peut donc écrire notre problème de détermination simultanée des forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}\tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R} &= \mathbf{Lf} - \mathbf{K}_1^T \lambda_1 - \mathbf{K}_2^T \lambda_2 \\ \Leftrightarrow \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R}) &= \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T \mathbf{Lf} - \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T \mathbf{K}_1^T \lambda_1 - \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T \mathbf{K}_2^T \lambda_2 \quad (4.19) \\ \Leftrightarrow \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T [\mathbf{L} \quad \mathbf{K}_2^T] \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \lambda_2 \end{bmatrix} &= \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R}) \end{aligned}$$

Ce nouveau problème fait intervenir les forces ostéo-articulaires, correspondant aux multiplicateurs λ_2 (paragraphe 4.2). Tous les autres multiplicateurs de Lagrange ont été supprimés par cette méthode. On a donc maintenant un vecteur $\mathbf{x} = [\mathbf{f} \quad \lambda_2]^T$ comme seule inconnue de notre système que l'on peut minimiser de la même manière que précédemment (chapitre 3) en utilisant la méthode d'optimisation par pseudoinverse :

$$\begin{aligned} \min_{\tilde{\mathbf{x}}} J_4 &= \frac{1}{2} \left[\mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{b}_{\text{eq}} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{A}_{\text{eq}}) \tilde{\mathbf{x}} \right]^T \mathbf{W} \left[\mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{b}_{\text{eq}} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{A}_{\text{eq}}) \tilde{\mathbf{x}} \right] \\ \text{contraint à } \tilde{\mathbf{c}}_{\text{ineq}} &= (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{A}_{\text{eq}}) \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{b}_{\text{eq}} \geq \mathbf{0} \quad (4.20) \\ \text{avec } \mathbf{A}_{\text{eq}} &= \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T [\mathbf{L} \quad \mathbf{K}_2^T] \text{ et } \mathbf{b}_{\text{eq}} = \mathbf{Z}_{\mathbf{K}_1}^T (\mathbf{G}\tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{P} - \mathbf{R}) \end{aligned}$$

Le vecteur comprenant les forces musculo-tendineuses ainsi que les forces ostéo-articulaires, est obtenu par le changement de variable $\mathbf{x} = \mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{b}_{\text{eq}} + (\mathbf{1} - \mathbf{A}_{\text{eq}}^\dagger \mathbf{A}_{\text{eq}}) \tilde{\mathbf{x}}$, à partir des grandeurs $\tilde{\mathbf{x}}$ optimisées. La matrice diagonale \mathbf{W} comprend désormais les termes $\mathbf{W}_{jj} = 1$ correspondant aux j muscles du modèle, les termes $\mathbf{W}_{kk} = 1$ correspondant aux k contacts du modèle, les termes $\mathbf{W}_{ll} = 1/2L$ correspondant aux l ligaments du modèle ainsi que les termes $\mathbf{W}_{mm} = 1/2L$ correspondant aux m forces segmentaires suivant l'axe \mathbf{v}_i et $\mathbf{W}_{nn} = 1$ correspondant aux n forces segmentaires suivant les axes \mathbf{u}_i et \mathbf{w}_i . La pondération à l'aide de la PCSA de chaque muscle est donc abandonnée ici, de manière à ne travailler qu'avec des grandeurs homogènes à des forces (l'utilisation des PCSA transformait le problème en une minimisation de contraintes musculaires). En ce qui concerne les forces ostéo-articulaires, cette pondération permet d'établir le lien entre les multiplicateurs de Lagrange (qui apparaissent dans notre problème d'optimisation) et les forces associées (que l'on cherche à minimiser).

4.2.3.2 Avantages et limites de cette approche

Cette approche, utilisant la méthode de « *réduction de paramétrage partielle* », permet de sélectionner les forces ostéo-articulaires à minimiser dans notre problème d'optimisation. Elle nous permet donc de réaliser un grand nombre d'investigations autour des interactions existant entre les forces musculo-tendineuses et les forces ostéo-articulaires. Si l'on souhaite simuler une articulation douloureuse, pour laquelle on peut s'attendre à ce que la force de contact

soit minimisée par le sujet concerné, on pourra observer à travers cette approche les répercussions sur les forces musculo-tendineuses, tant au niveau des amplitudes que du pattern des forces.

Néanmoins, cette approche, mettant en jeu un problème d'optimisation multicritères, amène naturellement au problème de définition d'une pondération pour chacun des critères employés. Autrement dit, est-ce que des forces musculo-tendineuses doivent être minimisées avec le même poids que des forces ostéo-articulaires ? Et est-ce que ces forces doivent être minimisées de la même manière tout au long du cycle de marche ? Enfin, toutes les forces ne sont pas forcément minimisées en réalité. C'est notamment le cas, comme on va le voir par la suite, pour la force de contact latérale du genou. Comment dans ce cas choisir les bonnes forces à minimiser ? Toutes ces questions amènent bien sûr de nombreuses perspectives pour ces travaux qui permettent ici néanmoins de comprendre un peu mieux les liens entre les différentes forces en jeu.

4.2.4 Influence du choix du critère sur les forces calculées

4.2.4.1 Critères étudiés

Les résultats présentés ci-après correspondent aux critères détaillés dans le tableau suivant :

TAB. 4.1: Simulations réalisées pour l'étude de l'influence du critère sur les forces calculées

Notation	Description du critère
<i>M</i>	Minimisation des forces musculo-tendineuses puis calcul a posteriori des forces de contact, des forces ligamentaires et des forces segmentaires axiales
<i>MC</i>	Minimisation simultanée des forces musculo-tendineuses et des forces de contact
<i>ML</i>	Minimisation simultanée des forces musculo-tendineuses et des forces ligamentaires
<i>MS</i>	Minimisation simultanée des forces musculo-tendineuses et des forces segmentaires
<i>MCL</i>	Minimisation simultanée des forces musculo-tendineuses, des forces de contact et des forces ligamentaires
<i>MLS</i>	Minimisation simultanée des forces musculo-tendineuses, des forces ligamentaires et des forces segmentaires

Ces différents critères ont été sélectionnés de manière à montrer le lien existant entre chacune de ces forces. Les forces de contact et les forces segmentaires axiales représentant mécaniquement une grandeur similaire, nous ne nous intéresserons pas ici aux critères faisant intervenir ces forces simultanément (*MCS*, *MCLS*).

Tout comme pour le chapitre 3, les résultats présentés ici sont issus des mesures réalisées lors de la marche d'un sujet adulte du sexe masculin mesurant 172cm pour 67kg. Ces mesures proviennent de la banque de données fournies lors du « *Second Grand Challenge Competition to Predict in Vivo Knee Loads* », organisé par B.J. Fregly, D. D'Lima, T. Besier, D. Lloyd et M. Pandy dans le cadre de la conférence « *ASME 2011 Summer Bioengineering* » se déroulant à Farmington, Pennsylvanie, fin juin 2011 (<https://simtk.org/home/kneeloads>). Le patient a la particularité de posséder une prothèse de genou instrumentée au niveau de sa jambe droite, ce qui nous permettra, au terme du challenge, de comparer les données de forces de contact fournies par notre modèle aux forces enregistrées par la prothèse. Le traitement des données, présenté dans le chapitre 3, ne sera pas rappelé ici.

4.2.4.2 Influence sur les forces musculo-tendineuses

Les effets de chaque critère sont recensés ci-dessous dans un tableau récapitulatif (Tab. 4.2) afin de donner une vision globale des modifications. Nous insisterons donc plutôt sur les modifications principales intervenant pour chaque critère sur les forces musculo-tendineuses. Dans tous les cas, nous prendrons comme référence la valeur et le pattern de force obtenu pour le critère M .

Dans l'ensemble, les forces musculo-tendineuses se trouvent largement affectées par le choix du critère (Fig. 4.11 et 4.12), tant au niveau de leur amplitude que de leur pattern.

Concernant le critère MC , on remarque tout d'abord que les muscles fessiers (*gluteus maximus* et *medius*) sont peu affectés. Par contre, l'organisation des muscles croisant le genou se trouve très largement altérée. L'équilibre entre les couples *vastus medialis/lateralis* et *gastrocnemius medialis/lateralis* est rompu avec une disparition complète ou partielle de la force du *vastus lateralis* et du *gastrocnemius medialis* au profit de la force du *vastus medialis* et du *gastrocnemius lateral*. On note également que la force du *rectus femoris* est peu altérée par ce critère tandis que le *biceps femoris long head* n'agit plus pendant toute la durée du cycle. Enfin, au niveau de la cheville, on observe une nette augmentation de l'amplitude de la force du *soleus* tandis que le *peroneus longus* ne travaille plus pendant toute la durée du cycle.

TAB. 4.2: Influence du choix du critère sur le calcul des forces musculo-tendineuses (+/- : augmentation/diminution, 0 : extinction, +/- : pics supplémentaires/disparus, x : pattern largement modifié)

	MC		ML		MS		MCL		MLS	
	amplitude	pattern								
<i>Gluteus maximus</i>	+		+		+		+		+	
<i>Gluteus medius</i>	+		+		+		+		+	
<i>Adductor magnus</i>	0		+	-	+		0	-	+	+
<i>Vastus medialis</i>	+		+	-	+	x	+		+	x
<i>Vastus lateralis</i>	0		0		0	x	0		0	
<i>Rectus femoris</i>	+		+		+		+		+	
<i>Semimembranosus</i>	+		-	+	+		+		+	
<i>Biceps femoris l.h.</i>	0	-	-	-	+	x	-	-	+	-
<i>Tensor fascia lata</i>	+	-	-	x	0		-	x	0	
<i>Gastrocnemius medialis</i>	-	x	+	+	0		+	+	0	
<i>Gastrocnemius lateral</i>	-	+	-	+	+	x	-	x	+	x
<i>Soleus</i>	+			+	+		+	+	+	+
<i>Tibialis anterior</i>	+		+		0		+		0	
<i>Peroneus longus</i>	0		+	+	+	x	+	+	+	x

Concernant le critère ML , les muscles fessiers sont à nouveau peu affectés. Au niveau du genou, les *vastus medialis* et *lateralis* sont inactifs pendant la quasi-totalité du cycle de marche, au profit du *rectus femoris* qui voit son premier pic de force très largement amplifié. Les patterns de force du *biceps femoris long head* et des *gastrocnemius* sont également très affectés par ce critère.

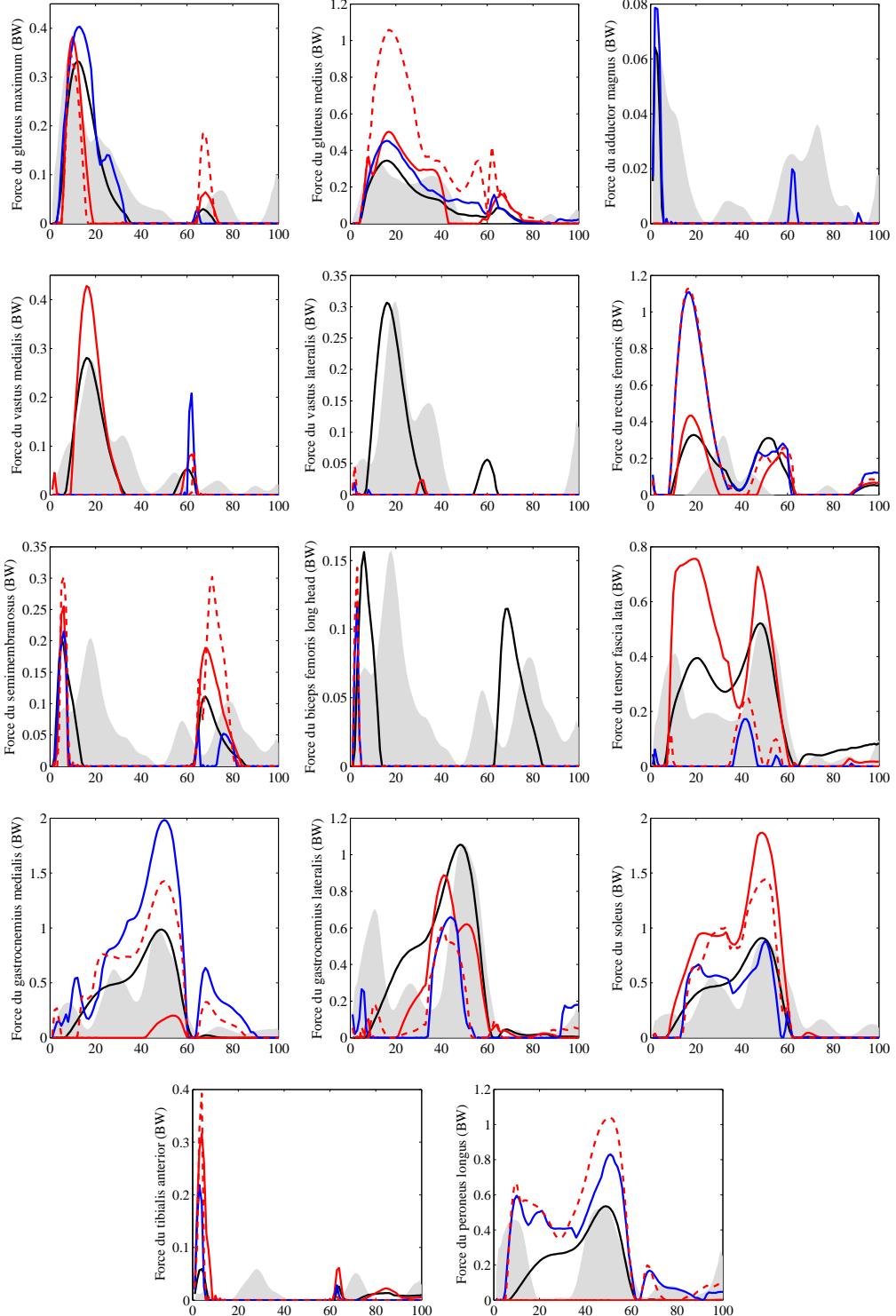


FIG. 4.11: Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues par le critère M (traits noirs), MC (traits rouges), ML (traits bleus) et MCL (traits pointillés rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)

Le second pic de force du biceps femoris long head disparaît tandis que le gastrocnemius medialis voit apparaître un second pic de force en début de phase oscillante. L'équilibre entre les deux gastrocnemius est à nouveau modifié en faveur cette fois du gastrocnemius medialis. Au niveau de la cheville, la principale modification s'effectue au niveau de la force du peroneus longus avec l'apparition d'un nouveau pic en début de phase d'appui.

Concernant le critère *MCL*, on observe cette fois une augmentation importante d'amplitude de force au niveau du gluteus medius. Au niveau du genou, les patterns de force des quadriceps et des ischio-jambiers sont similaires à ceux obtenus pour le critère *ML*, hormis pour le semimembranosus avec un pic en phase oscillante amplifié. Les gastrocnemius, ainsi que le reste des muscles croisant la cheville, ont également un pattern de force similaire à celui obtenu pour le critère *ML*, avec des variations en amplitude.

Enfin concernant les critères *MS* et *MLS*, l'ensemble des forces musculo-tendineuses est largement affecté. Pour près de la moitié des muscles étudiés, la force dépasse le poids du corps (*BW*) et dépasse même $4BW$ pour le soleus. Les muscles ne voyant pas leur force s'envoler ont une activité nulle pendant toute la durée du cycle de marche. C'est notamment le cas pour le vastus lateralis, le tensor fascia lata et le tibialis anterior.

4.2.4.3 Influence sur les forces de contact

Les mesures réalisées à l'aide de prothèses instrumentées ainsi que les données de simulation, toutes deux issues de la littérature, nous permettent d'évaluer les forces de contact calculées à travers nos routines. Nous prendrons donc comme référence le pattern obtenu pour les mesures de force, mais également les valeurs de ces mesures, en normalisant les valeurs par le poids du sujet (*BW*). Les forces de contact ne sont pas recalculées ici pour les critères *ML*, *MS* et *MLS*.

Globalement, les résultats obtenus sont proches des données issues de la littérature, autant en amplitude qu'en pattern (Fig. 4.13).

La force de contact proximale-distale de la hanche semble peu sensible au critère employé. Pour l'ensemble des critères, on observe deux pics (à 15% et 50% du cycle de marche) pendant la phase d'appui du cycle de marche, tout comme dans les mesures issues de la littérature [Bergmann 01, Stansfield 03, Taylor 98], et une force quasiment nulle pendant la phase oscillante. Au niveau de l'amplitude, le premier pic observé dans nos résultats est supérieur d'environ $1BW$ au second pic ($4BW$ pour le premier pic contre $3BW$ pour le second pic), tandis que les données issues de la littérature donnent des pics d'amplitude équivalente. De manière générale, même si les valeurs obtenues restent dans les amplitudes obtenues par d'autres simulations issues de la littérature [Seireg 75, Wehner 09], le premier pic de force atteint près du double des valeurs mesurées. Le critère *MC* tend néanmoins à rapprocher la force calculée des données de mesure au niveau du second pic de force. Le critère *MCL* quant à lui augmente l'amplitude de la force au niveau des deux pics, en éloignant ainsi notre résultat des données de mesure.

Contrairement à la force de contact proximale-distale de la hanche, les forces de contact proximales-distales médiale, latérale et totale (somme des forces médiale et latérale) du genou sont très sensibles au critère employé. A nouveau, on retrouve les deux pics de force pendant la phase d'appui, notamment pour les forces de contact médiale et totale, ainsi qu'une force quasiment nulle en phase oscillante.

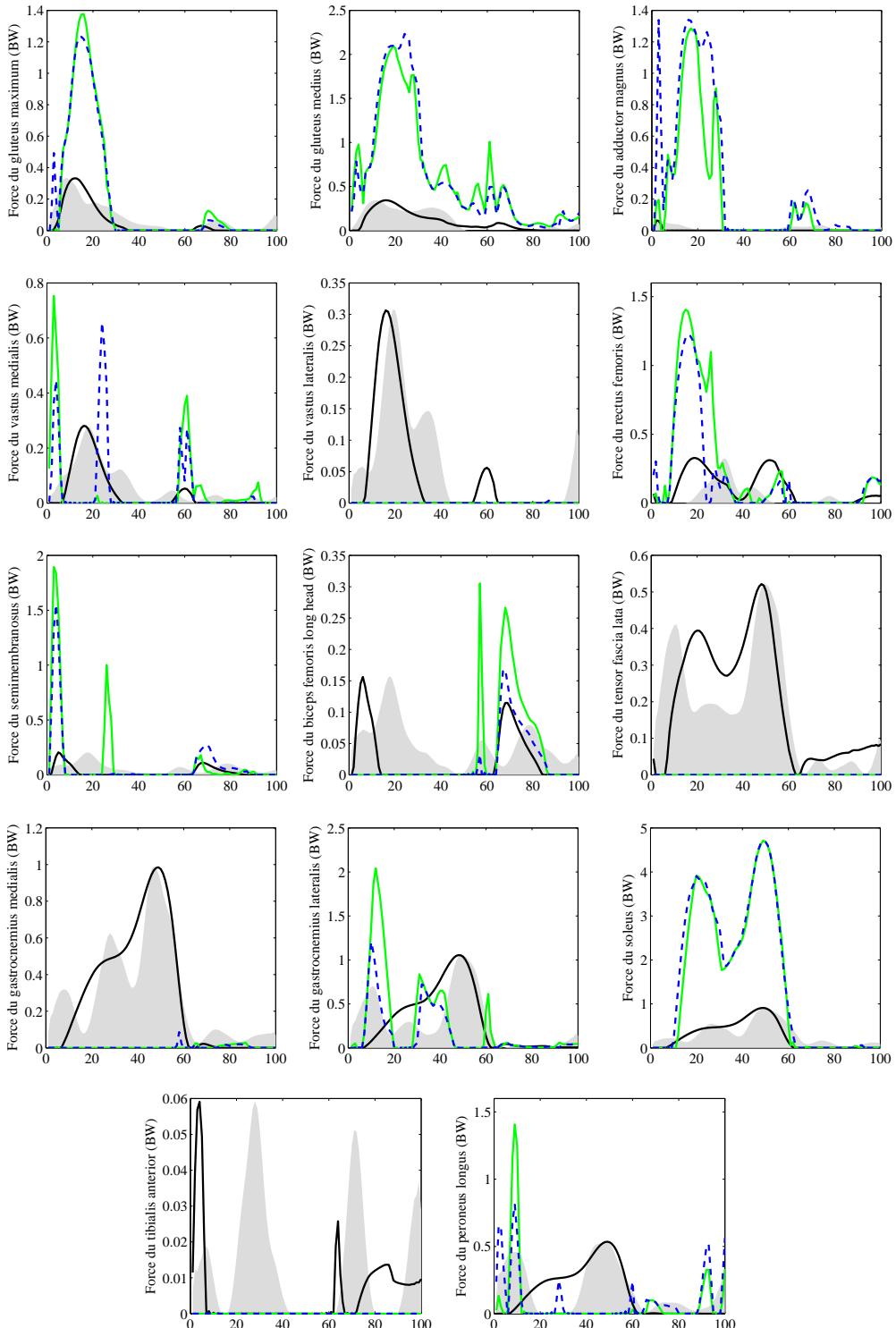


FIG. 4.12: Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues par le critère M (traits noirs), MS (traits verts) et MLS (traits pointillés bleus) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)

En ce qui concerne le contact médial du genou, la force proximale-distale obtenue par le critère M dépasse l'ensemble des données issues de la littérature, provenant des simulations [Shelburne 06, Winby 09] ou des mesures [Kim 09]. Les pics de force atteignent respectivement $3BW$ et $2.5BW$ contre deux pics à $1.5BW$ pour les mesures issues de la littérature. Le critère MC semble à nouveau réduire cet écart en ramenant les deux pics à $2.5BW$ et $1.25BW$. Le critère MCL quant à lui ne corrige que le premier pic de force, mais équilibre les deux pics en amplitude ($2.5BW$).

Pour la force de contact proximale-distale latérale du genou, les données issues de la littérature provenant de simulations [Shelburne 06, Winby 09] sont très éparses et toujours très différentes des mesures [Kim 09] qui donnent une force relativement constante (entre $0.5BW$ et $1BW$) tout au long du cycle du marche. Deux pics de force apparaissent encore ici ($1BW$ à 5% et entre $1BW$ et $2BW$ à 50% du cycle de marche) avec un passage proche de $0BW$ entre 10% et 15% du cycle de marche, tout comme pour les résultats de simulation de Shelburne [Shelburne 06]. A nouveau, le critère MC tend à rapprocher les résultats des données de mesures en supprimant le passage proche de zéro en début de phase d'appui et en réduisant le second pic de force de $2BW$ à $1.5BW$. Le critère MCL par contre élargit le passage à zéro entre 8% et 32% du cycle de marche, tout en réduisant le second pic de force à $1BW$, le rapprochant ainsi des données de mesure.

Enfin si l'on s'intéresse à la force de contact proximale-distale totale du genou, obtenue en additionnant les forces de contact médiale et latérale, on observe que, malgré les différences observées précédemment, cette force est très proche en pattern et en amplitude des mesures issues de la littérature [D'Lima 06, Kim 09], notamment pour le critère MC . Par contre, le critère M surestime à nouveau l'amplitude des deux pics tandis que le critère MCL ne surestime que l'amplitude du second pic. De manière générale, les résultats obtenus avec ces différents critères correspondent aux résultats recensés dans les autres simulations issues de la littérature [Shelburne 06, Winby 09], hormis pour l'amplitude du second pic de force obtenue avec les critères M et MCL .

Pour finir, très peu de travaux illustrent les forces de contact proximales-distales au niveau de la cheville, hormis les simulations réalisées par Seireg [Seireg 75] et Anderson [Anderson 99b]. Ces simulations semblent mettre en avant deux pics de force, d'amplitude $2BW$ à 10% du cycle de marche et d'amplitude $5BW$ entre 40% et 50% du cycle de marche.

Seul le critère MCL permet d'obtenir le premier pic de force avec une amplitude un peu supérieure ($3BW$). Tous les critères testés présentent par contre le second pic de force à 50% du cycle de marche. Pour le critère M , ce pic atteint une amplitude de $4BW$, tandis que le critère MC donne une amplitude inférieure à $2BW$ et le critère MCL une amplitude proche de $5BW$.

4.2.4.4 Influence sur les forces ligamentaires

A nouveau, de façon à réduire le nombre de critères étudiés, les forces ligamentaires ne sont pas recalculées ici pour les critères MC et MS .

L'étude des forces ligamentaires obtenues (Fig. 4.14) à l'aide de notre première approche (calcul a posteriori), représentant l'activité non optimisée des ligaments, montre que seules les forces du ligament cruciforme antérieur (LCA), du ligament collatéral latéral (MCL) et du ligament interne (TiCaL) restent positives ou négatives tout au long du cycle de marche.

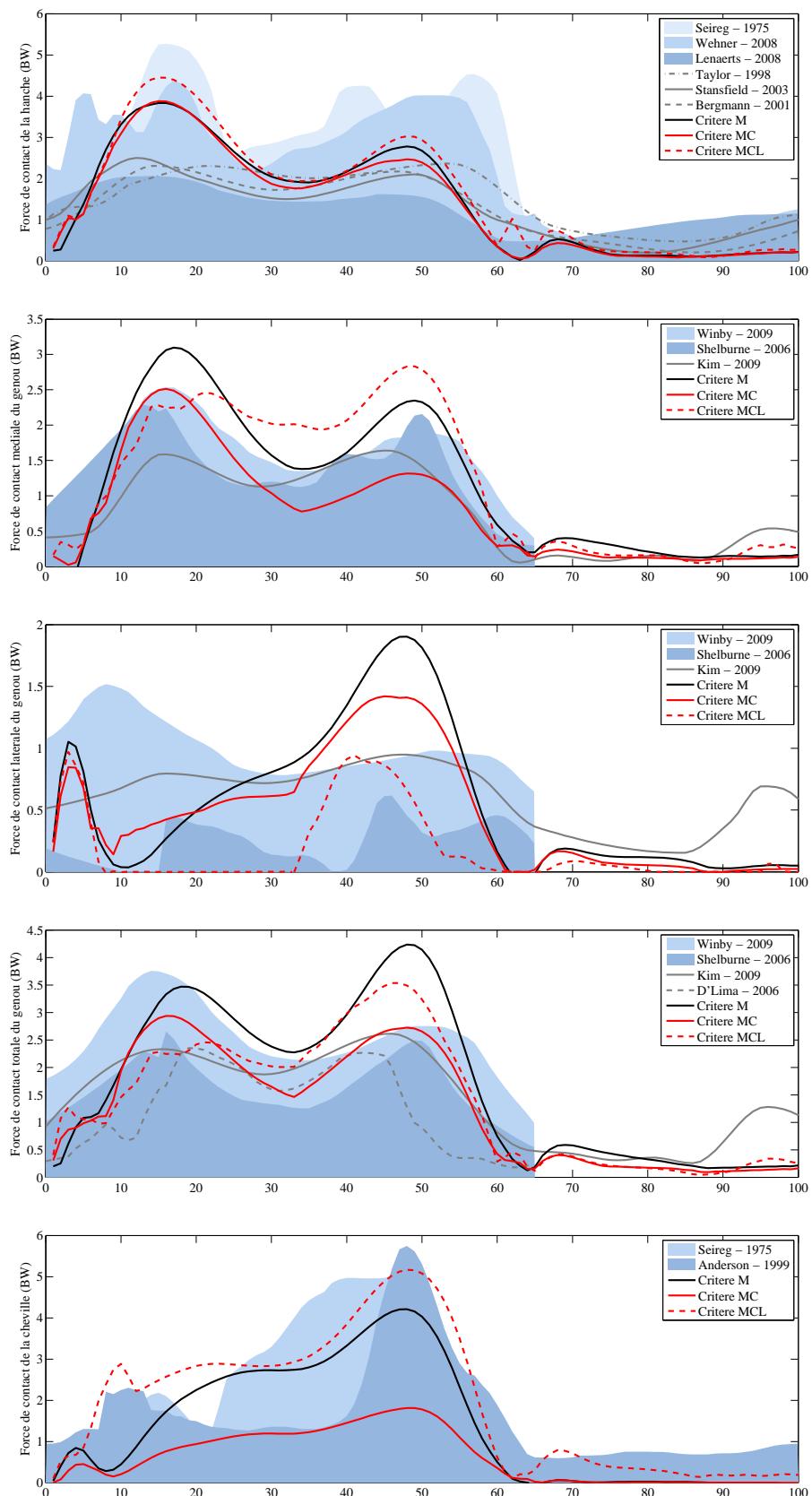


FIG. 4.13: Comparaison entre les forces de contacts proximales-distales obtenues pour les différents critères et les données simulées (aires) ou mesurées (traits) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)

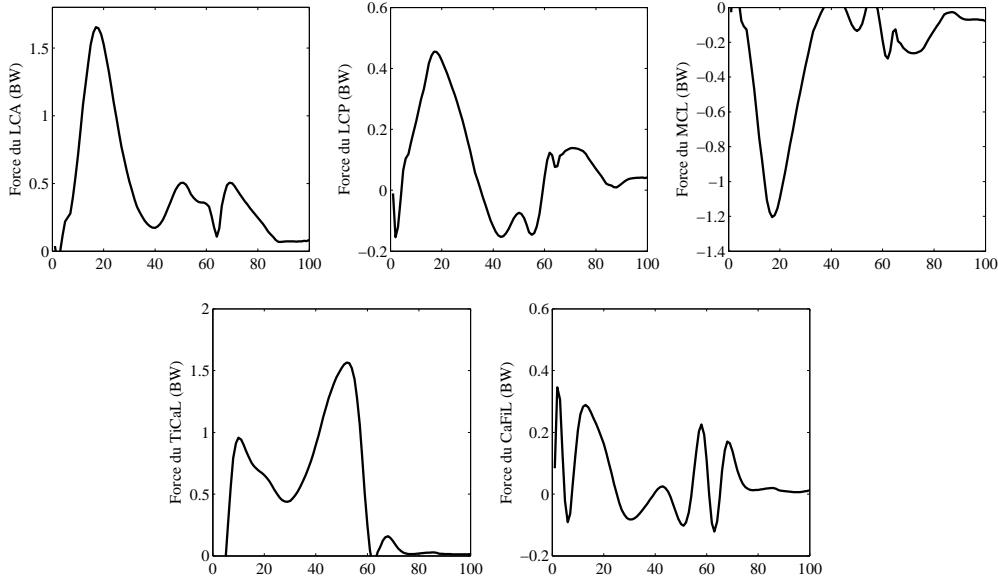


FIG. 4.14: Forces ligamentaires obtenues par calcul a posteriori pendant un cycle de marche (%)

Rappelons que notre modèle possède la particularité, et la limite, que les ligaments, qui ont une fonction cinématique, sont indéformables et peuvent tirer comme pousser, et donc générer une force positive, ou négative.

Il est ainsi difficile d'étudier la force d'un ligament quand celle-ci change de signe au cours du cycle de marche, et surtout impossible de l'intégrer dans nos routines d'optimisation, imposant une contrainte de positivité. Néanmoins, les ligaments ayant une force gardant le même signe peuvent être intégrés à nos routines, en pondérant les forces négatives du facteur -1 .

On ne s'intéressera par conséquent qu'à la force du LCA, du MCL et du TiCaL. Par chance, le LCA est l'un des rares ligaments pour lesquels des données de simulation existent dans la littérature [Collins 95, Fang 09, Shelburne 02]. Les données issues de la littérature étant exprimées en N et le poids du sujet étudié n'étant pas systématiquement donné, l'ensemble des forces présentées sur la figure 4.15 seront données en N .

Globalement, on observe à nouveau que le choix du critère a un impact important sur le résultat de force obtenu. On observe également que pour les ligaments MCL et TiCaL, la force peut être, par simulation, complètement annulée, ce qui n'est pas le cas pour le LCA.

En ce qui concerne le LCA, les données issues de la littérature font ressortir une courbe de force avec à nouveau deux pics en phase d'appui (Fig. 4.15) [Collins 95, Fang 09, Shelburne 02]. Le premier, à 15% du cycle de marche, semble le plus important et surtout le plus répétable à travers les données simulées. Le second pic, situé à 60% du cycle de marche, n'est pas présent sur toutes les données de simulation. Nos résultats font également apparaître ces deux pics de force et on voit également apparaître un nouveau pic en début de phase oscillante. L'amplitude de nos données est proche de celle obtenue par Collins [Collins 95], notamment pour le premier pic de force, mais deux à trois fois plus élevée que celles obtenues par Fang [Fang 09] et Shelburne [Shelburne 02].

Les critères *ML* et *MCL* donnent des résultats similaires et tendent à rapprocher la force calculée des données issues de la littérature. Pour le critère *MCL*, on retrouve les deux mêmes pics que pour nos résultats de force du LCA. L'effet du critère est très important ici car, bien que le critère *MLS* ne modifie que peu la force calculée, les critères *ML* et *MCL* modifient très largement le pattern de force en supprimant le premier pic.

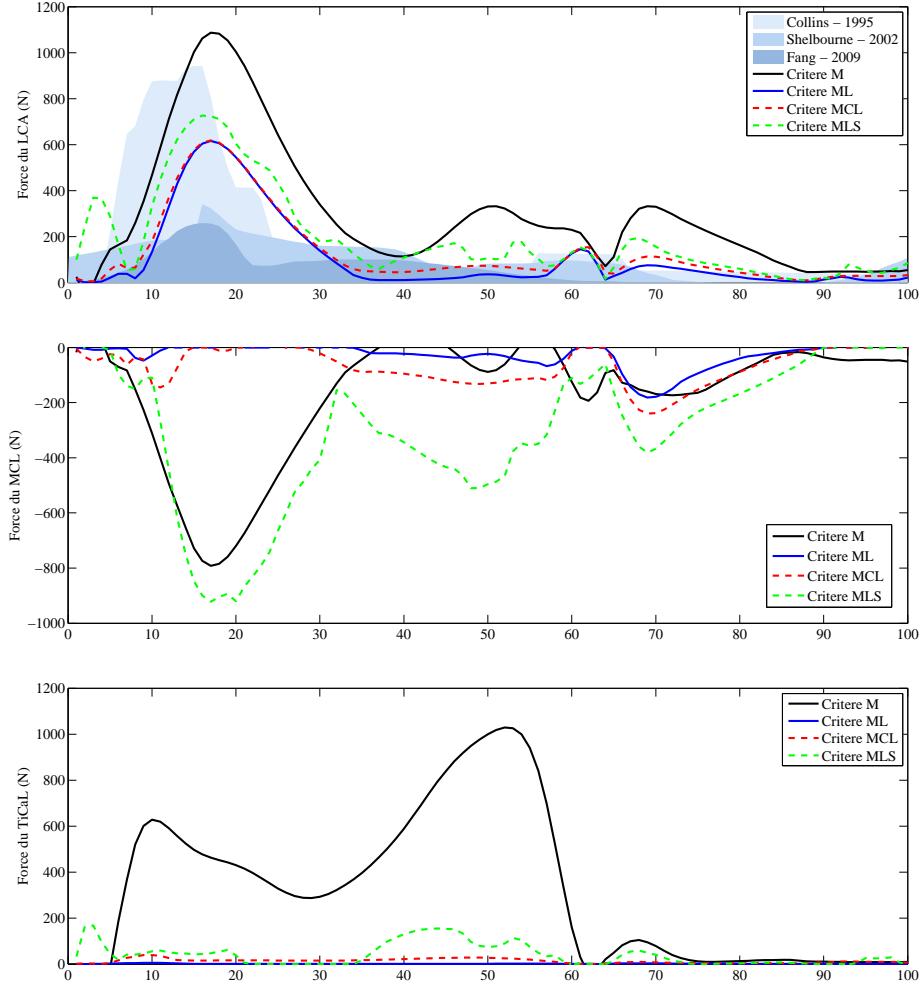


FIG. 4.15: Comparaison entre la force des ligaments LCA, MCL et TiCaL obtenues pour les différents critères et les données simulées (aires) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)

Enfin, au niveau du TiCaL, on observe un premier pic de force (600N) à 10% du cycle de marche et un second (1000N) à 50% du cycle de marche pour le critère *M*. A nouveau, l'effet du critère est très important. Le critère *MLS* conserve ces deux pics mais en les réduisant très largement tandis que les critères *ML* et *MCL* annulent l'activité du ligament TiCaL pendant toute la durée du cycle de marche.

4.2.4.5 Influence sur les forces segmentaires

Encore une fois, de façon à réduire le nombre de critères étudiés, les forces segmentaires ne sont pas recalculées ici pour les critères *MC*, *MCL* et *ML*, et à nouveau, les forces gardant un signe constant pendant toute la durée de cycle de marche sont intégrées à nos routines, en pondérant les forces négatives du facteur -1 .

De manière générale, les critères *MS* et *MLS* donnent des résultats similaires et ont plutôt tendance à amplifier la force segmentaire au lieu de la minimiser (Fig. 4.16). Seules les forces possédant une amplitude déjà très faible lors de l'emploi du critère *M* sont réduites.

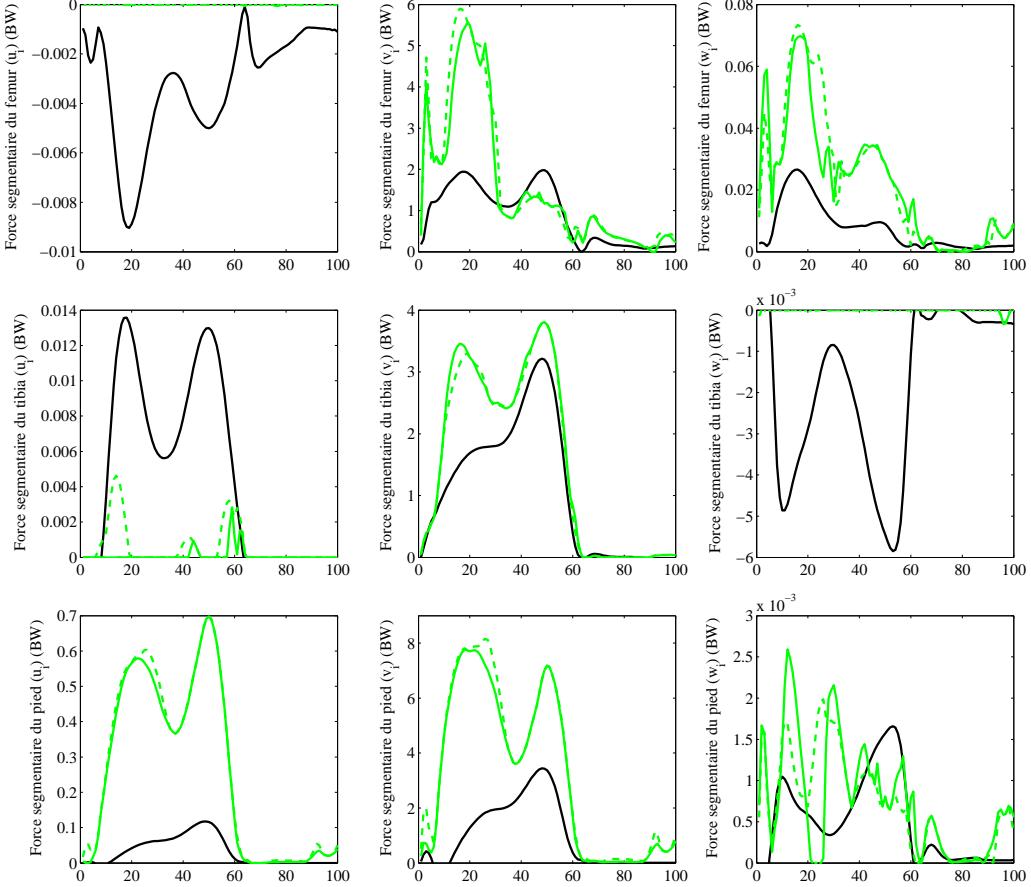


FIG. 4.16: Comparaison entre les forces segmentaires obtenues suivant les axes u_i , v_i et w_i pour les critères *M* (traits noirs), *MS* (traits pleins verts) et *MLS* (traits pointillés verts) pendant un cycle de marche (%)

Le pattern de ces forces est également affecté par l'emploi des critères *MS* et *MLS* avec notamment l'apparition de pics de force supplémentaires (force segmentaire du tibia suivant l'axe v_i , forces segmentaires du pied suivant les axes u_i et w_i).

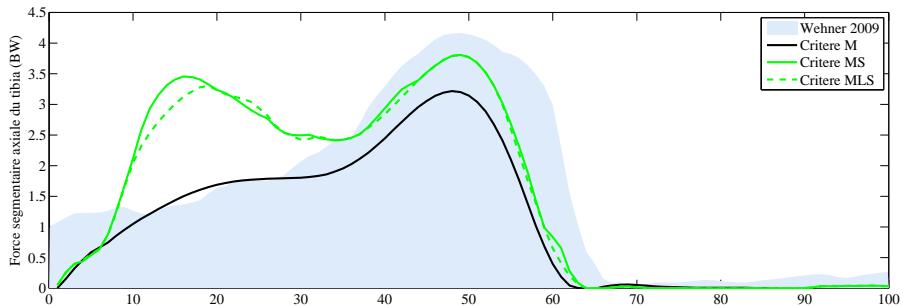


FIG. 4.17: Comparaison entre les forces segmentaires axiales (axe v_i) obtenues pour les différents critères étudiés et les données simulées (aires) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)

Peu de données apparaissent dans la littérature nous permettant d'évaluer nos résultats. Duda [Duda 97] et Wehner [Wehner 09] présentent néanmoins des études avec des données de forces segmentaires axiales au sein du tibia pendant la marche. La figure 4.17 présente donc la comparaison de nos résultats avec leurs données. Le critère M donne un résultat semblable aux données de la littérature avec un pic de force à 50% du cycle de marche. Nos résultats présentent une amplitude pour ce pic de $3BW$ contre $4BW$ pour les données de Wehner. Les critères MS et MLS , quant à eux, font apparaître un second pic de force à 15% du cycle de marche. Les deux pics pour ces critères sont d'une amplitude de $3.5BW$. Pour l'ensemble de nos résultats et des données de la littérature, la force segmentaire axiale du tibia est proche de zéro pendant toute la phase oscillante.

4.2.4.6 Discussion

Les approches que nous proposons ici permettent d'étendre notre étude aux forces ostéo-articulaires pendant la marche. De plus, la seconde approche nous permet d'aller plus loin en enrichissant notre problème d'optimisation par la minimisation d'un ensemble plus ou moins complet et complexe de forces ostéo-articulaires.

Les résultats montrent tout d'abord qu'utilisé de cette manière, notre simulateur permet de réaliser un nombre important d'investigations autour des forces tant musculo-tendineuses qu'ostéo-articulaires. On observe ici, quel que soit le critère choisi, que c'est l'ensemble des forces qui est touché par une modification, plus ou moins importante, de l'organisation motrice. Mais on observe également que la possibilité d'intégrer un grand nombre de données dans le problème d'optimisation rend excessivement périlleuse l'interprétation des résultats. Cette optimisation « *tout azimut* » est donc à double tranchant. Il est envisageable d'intégrer de nombreuses grandeurs dans le problème d'optimisation mais plus on en ajoute, plus on risque d'obtenir des résultats inexploitables car incompréhensibles. Il semble aussi que l'atteinte d'un minimum devienne parfois impossible, comme pour les critères MS et MLS , incluant toutes les forces segmentaires dans les trois directions (u , v , et w qui sont non orthogonales) et pour les trois segments.

Le paragraphe suivant propose donc de rationnaliser l'utilisation de cette optimisation multicritères en sélectionnant un nombre restreint de forces à minimiser, sélectionnées en fonction d'une problématique claire, définie à travers des scénarii qui peuvent être mis en lien avec certaines pathologies ostéo-articulaires.

4.3 Capacités d'adaptation du système musculo-squelettique

Nous présentons ici trois scénarii d'application du simulateur à l'étude des capacités d'adaptation du système musculo-squelettique. Pour chacun de ces scénarii, une force (ou un groupe de forces) ostéo-articulaire est sélectionnée et minimisée simultanément aux forces musculo-tendineuses. La nature de la force est différente dans chacun des cas (force de contact, ligamentaire ou segmentaire), de manière à balayer l'ensemble des possibilités qu'offre le simulateur. Contrairement aux exemples précédents, faisant intervenir un grand nombre de paramètres, ces scénarii doivent nous permettre d'interpréter plus aisément les résultats obtenus en terme de forces musculo-squelettiques et ostéo-articulaires. De plus, quand cela est possible, un lien est établi avec une atteinte du système ostéo-articulaire, amorçant ainsi des relations critère/pathologie qui restent bien entendu pleinement ouvertes à discussion, mais qui permet néanmoins une investigation quant aux interactions existant entre les forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires.

4.3.1 Scénario n°1 : Diminution des forces de contact du genou

4.3.1.1 Problématique

Ce premier scénario propose de minimiser simultanément les forces musculo-tendineuses et les forces de contact du genou. Un lien avec les conséquences d'une arthrose du genou peut être fait ici. En effet, comme nous avons pu le voir dans la première partie de ce chapitre, cette pathologie peut entraîner des douleurs importantes, notamment dues à l'usure du cartilage et donc au fait que c'est directement l'os qui, peu à peu, sert de surface de contact. Une solution proposée en podologie est alors la prescription de semelles orthopédiques. Ces semelles vont à la fois réduire les chocs, en absorbant une partie des ondes transmises à l'articulation, et chercher à déplacer le point de contact au sein de l'articulation et/ou réduire les forces de contact les plus élevées, en corrigeant par exemple un défaut de posture [Pustoc'h 11].

Le choix de l'articulation du genou et de l'étude des contacts dans ses deux compartiments s'est imposé ici dans un soucis de validation, ou du moins d'évaluation, du modèle. En effet, de nombreuses mesures directes, réalisées à partir de prothèses instrumentées, et simulations sont disponibles à ce propos dans la littérature [D'Lima 06, Kim 09, Lin 10]. Nous présentons ci-dessous les résultats obtenus pour cette simulation. Aucune pondération n'est appliquée ici sur les différentes forces intervenant dans notre problème d'optimisation.

4.3.1.2 Résultats

Les résultats obtenus pour ce premier scénario sont comparés ci-après aux résultats issus du critère M.

On observe tout d'abord que l'ensemble des forces musculo-tendineuses sont touchées par la minimisation des forces de contact du genou (Fig. 4.18). Au niveau des quadriceps, la force des vastus medialis et lateralis sont largement minimisées voire réduites à zéro au bénéfice de la force du rectus femoris qui voit l'amplitude de son premier pic de force multipliée par 3. Au niveau des ischio-jambiers, le premier pic de force n'est pas modifié mais le second pic voit une modification de la répartition des forces entre le semimembranosus et le biceps femoris long head. Enfin au niveau des gastrocnemius, les forces se retrouvent réduites avec une importance plus marquée pour le gastrocnemius medialis. Parmi les autres muscles étudiés, on notera également une nette réduction et une modification de pattern de la force du tensor fascia lata, ainsi qu'une augmentation de 50% de l'amplitude de la force du soleus.

En ce qui concerne les forces de contact au niveau du genou (Fig. 4.19), on observe largement l'impact de l'optimisation sur l'amplitude des pics de force. La force de contact médiale voit ses deux pics passer respectivement de $3BW$ à $1.75BW$ et de $2.5BW$ à $1BW$. Le premier pic de force se retrouve ainsi très proche des données de mesure issues de la littérature. La force de contact latérale voit principalement son second pic être modifié et passer de près de $2BW$ à $1BW$. Le passage à zéro entre 10% et 15% du cycle de marche est conservé, voire accentué. On observe également ici que, au niveau du second pic, la force se rapproche grandement des données issues de la littérature. Néanmoins, la force obtenue reste proche de zéro pendant toute la phase oscillante. Enfin, concernant la force de contact totale du genou, tout comme pour les données de mesure issues de la littérature, les deux pics ont désormais une amplitude similaire. Celle-ci est néanmoins de $0.5BW$ en dessous de celles des données de mesure issues de la littérature.

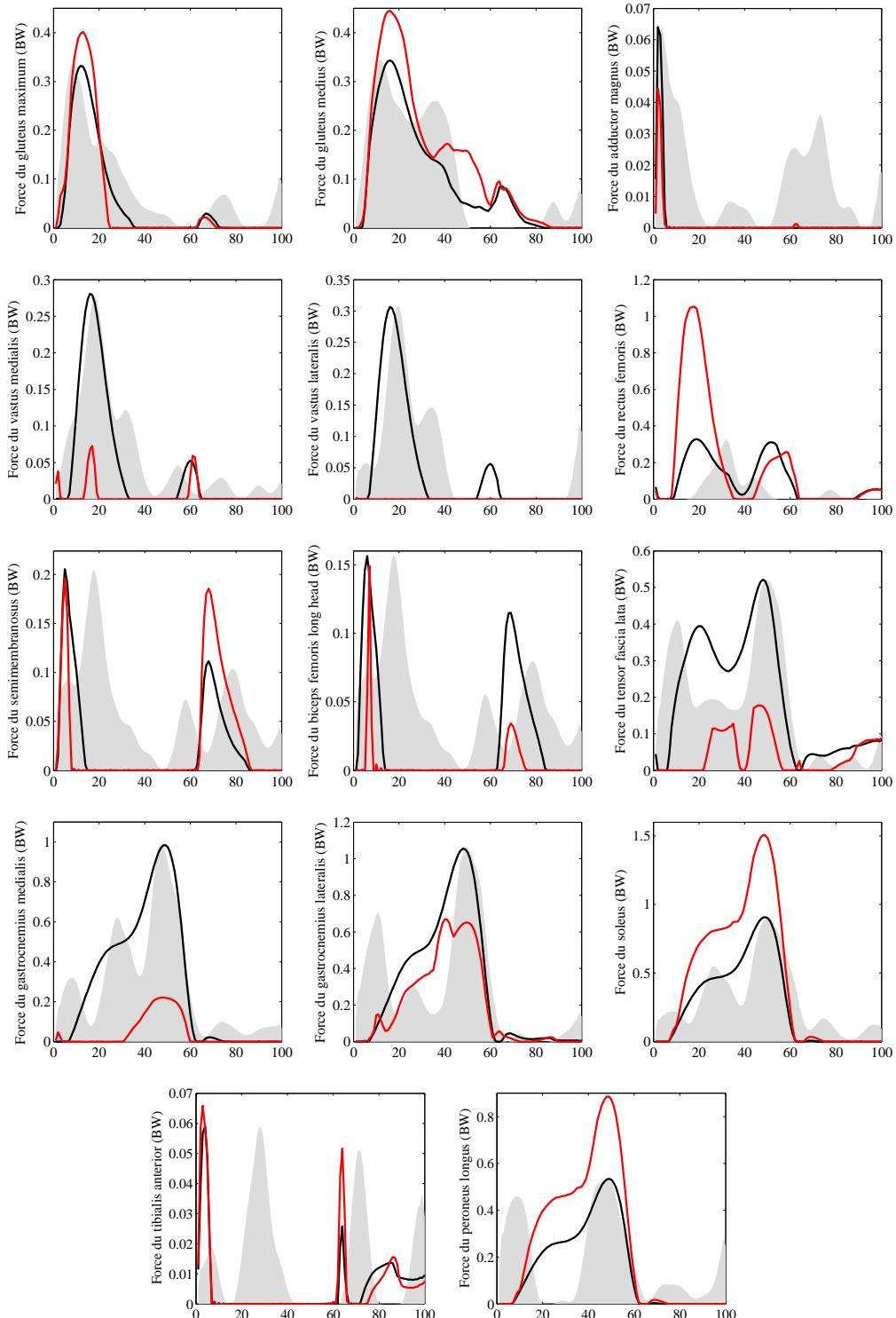


FIG. 4.18: Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues pour le critère M (traits noirs) et pour les critères du scénario n°1 (traits rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)

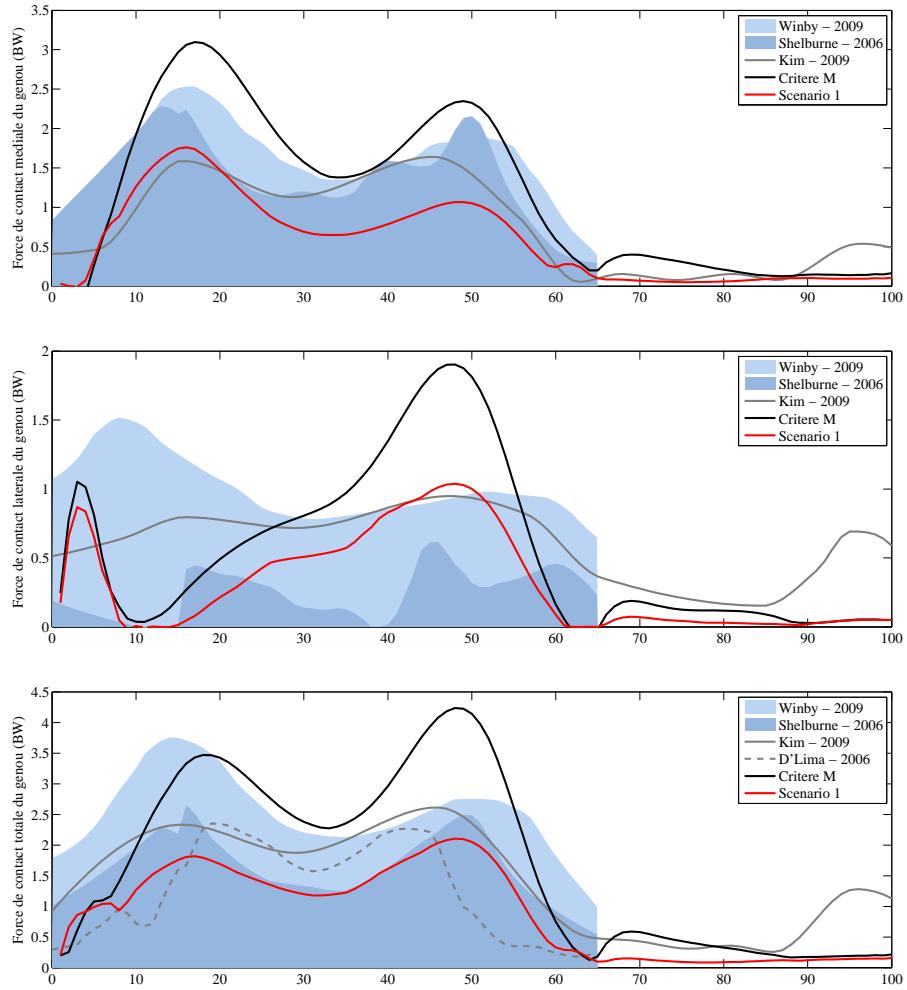


FIG. 4.19: Comparaison entre les forces de contacts proximales-distale obtenues pour le critère M et pour les critères du scénario n°1 avec les données simulées (aires) ou mesurées (traits) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)

4.3.1.3 Discussion

Le premier constat que l'on peut faire ici est que la minimisation des forces de contact du genou, localisées, a des répercussions globales sur le système. Bien entendu, les modifications les plus importantes apparaissent au niveau du genou avec une réorganisation des forces musculo-tendineuses. On remarque par ailleurs que ce sont les vastus et les gastrocnemius qui semblent avoir le plus d'influence sur les forces de contact du genou, étant donné que ce sont eux qui sont les plus touchés par ce nouveau critère d'optimisation. Ce constat est en accord avec les données reportées par Pandy [Pandy 10]. En effet, ce dernier a montré que la contribution majeure à la force de contact du genou, pendant la marche, provenait des vastus lors du premier pic de force (15% du cycle de marche) et des gastrocnemius lors du second pic de force (50% du cycle de marche). Néanmoins, Pandy rapporte également une contribution majeure des ischio-jambiers en début de phase d'appui que l'on ne retrouve pas ici. Enfin, on notera que la répercussion sur les autres articulations provient notamment des muscles bi-articulaires. En effet, les gastrocnemius, muscles bi-articulaires croisant à la fois le genou et le cheville, de par la minimisation de leur force, entraînent une augmentation conséquente

de la force du soleus. L'organisation des forces musculo-tendineuses au niveau de la cheville est donc perturbée et l'on peut ainsi s'attendre à des modifications au niveau de l'ensemble des forces musculo-tendineuses, voire au niveau des forces de contact des autres articulations.

L'ensemble des forces de contact du genou se retrouvent, comme prévu, minimisées par ce nouveau critère d'optimisation. On remarque néanmoins que les forces obtenues se rapprochent grandement des données de mesure issues de la littérature provenant des sujets asymptomatiques. Même si l'interprétation fine de ces résultats n'est pas envisageable, on peut tirer quelques conclusions de ces résultats. Tout d'abord, les forces de contact du genou semblent être naturellement minimisées lors d'une marche asymptomatique. A la vue des résultats, cette minimisation ne semble pas être constante au cours du cycle de marche, notamment au niveau des deux pics de force intervenant pendant la phase d'appui. Ensuite, que l'on minimise ou non la force de contact latérale du genou, celle-ci reste constamment, dans le modèle, proche de zéro en phase oscillante, tandis que les mesures montrent clairement que le compartiment latéral reste soumis à une force tout au long du cycle de marche. Il a été proposé [Shelburne 06] que certains muscles, notamment les muscles responsables de la propulsion (les quadriceps et les gastrocnemius), pouvaient être à l'origine, en plus des ligaments, de ce chargement. Quoiqu'il en soit, il ne semble pas pertinent de minimiser la force de contact latérale du genou et bien au contraire, il semblerait plus vraisemblable que celle-ci soit maintenue au dessus d'un certain seuil, à définir, tout au long du cycle de marche. Cette remarque rejoint l'hypothèse d'un mécanisme d'*« anti-décharge »* du compartiment latéral du genou pendant la marche, proposé par Winby [Winby 09]. En effet, le moment externe en adduction, au niveau du genou, à tendance à décharger ce compartiment latéral pendant la phase d'appui. Les résultats obtenus à l'aide de mesures EMG et d'un modèle « *EMG to force* » [Winby 09] suggèrent que les quadriceps, les ischiojambiers, les gastrocnemius ainsi que le tensor fascia lata auraient alors pour rôle de stabiliser l'articulation en imposant un chargement au niveau du compartiment latéral. Enfin, on notera que la force de contact totale du genou, pour ce scénario, est tout de même inférieure à celles relevées dans les données de mesures issues de la littérature. Ce scénario permet donc bien l'investigation de l'influence d'une minimisation des forces de contact sur les forces musculo-tendineuses au cours du cycle de marche.

Si l'on veut faire le lien avec une potentielle application clinique, ce type de simulation peut être utile notamment en podologie lors de la mise en place d'une semelle orthopédique, pour aller éventuellement jusqu'à l'interprétation des répercussions de cette dernière au niveau du système musculo-squelettique.

4.3.2 Scénario n°2 : Diminution de la force segmentaire axiale du fémur

4.3.2.1 Problématique

Ce scénario propose de minimiser simultanément les forces musculo-tendineuses et la force segmentaire axiale du fémur. Il est difficile d'établir ici un lien direct avec une pathologie, mais l'étude des forces segmentaires peut néanmoins permettre de déterminer l'état de chargement du fémur et donc de fournir les données d'entrée d'une modélisation par éléments finis, par exemple lors de la conception d'une prothèse de hanche. On peut également chercher à établir un lien avec les conséquences de l'ostéoporose ou de l'arthrite inflammatoire. Dans un tel contexte pathologique, des fractures de fatigue dues à un chargement répété sur un segment osseux peuvent en effet être rencontrées, notamment pendant la marche. C'est fréquemment le cas au niveau du calcanéum [Arni 09, Maenpaa 02] où des micro-fissures, puis des fractures,

peuvent être responsables de talalgies (i.e., douleurs du talon), notamment chez les personnes âgées.

Le choix du fémur s'est imposé dans un soucis encore une fois de validation, du moins d'évaluation, du modèle dans le sens où des mesures directes des forces segmentaires, réalisées à partir de prothèses instrumentées, existent dans la littérature [Lu 98] pour ce segment. A noter que, dans des cas particuliers, des fractures de fatigue peuvent tout de même apparaître au niveau du fémur chez des patients atteints d'ostéoporose [Orcel 90]. Nous présentons donc ci-dessous les résultats obtenus pour cette simulation. A nouveau, aucune pondération n'est appliquée ici sur les différentes forces intervenant dans notre problème d'optimisation.

4.3.2.2 Résultats

Les résultats obtenus pour ce second scénario sont comparés ci-après aux résultats issus du critère M .

De manière générale, on observe que ce sont surtout les forces des muscles bi-articulaires croisant à la fois la hanche et le genou (rectus femoris, semimembranosus, biceps femoris long head et tensor fascia lata) qui sont affectées par cette nouvelle simulation (Fig. 4.20).

Le rectus femoris présente une force quasiment nulle pendant toute la phase d'appui au profit des vastus medialis et lateralis qui voient leurs pics de force amplifiés. Le semimembranosus et le biceps femoris long head, quant à eux, perdent leur premier pic de force et leur second pic diminue plus ou moins d'amplitude. Par contre, le tensor fascia lata voit sa force doubler pendant la phase d'appui. Tous les autres muscles ne subissent pas, ou peu, de modifications au niveau de leur pattern ou amplitude de force.

Pour ce qui est de la force segmentaire axiale du fémur, celle-ci est comme prévue réduite et ce sur l'ensemble du cycle de marche (Fig. 4.21). Son pattern présente deux pics de force, tout comme pour les données mesurées et calculées de Lu [Lu 98], proches de $1.5BW$ contre $2BW$ pour le critère M . Temporellement, ce nouveau critère n'apporte aucune modification au pattern de force. Les données obtenues pour le critère M sont très proches en amplitude des données calculées de Lu et moins élevées que les données mesurées, mais suivent par contre mieux le pattern de ces dernières.

4.3.2.3 Discussion

Sans grande surprise, on observe donc que ce sont les muscles bi-articulaires, croisant à la fois la hanche et le genou, qui sont les principaux responsables de la force segmentaire axiale du fémur. En effet ces muscles, entourant le fémur, entraînent une compression de ce dernier lors de leur contraction. On remarque également que, contrairement au scénario précédent, le phénomène reste très localisé autour du fémur, avec de très faibles répercussions sur les muscles monoarticulaires du modèle, hormis pour les vastus qui viennent compenser la « *disparition* » du rectus femoris. On observe également, au niveau des ischio-jambiers, que c'est surtout pendant la phase d'appui que les forces musculo-tendineuses sont affectées par la minimisation de la force segmentaire axiale du fémur. Cela s'explique notamment par le fait que cette dernière, étant principalement due à la force de réaction au sol, est très faible en phase oscillante et donc moins sensible aux routines de minimisation pendant cette période.

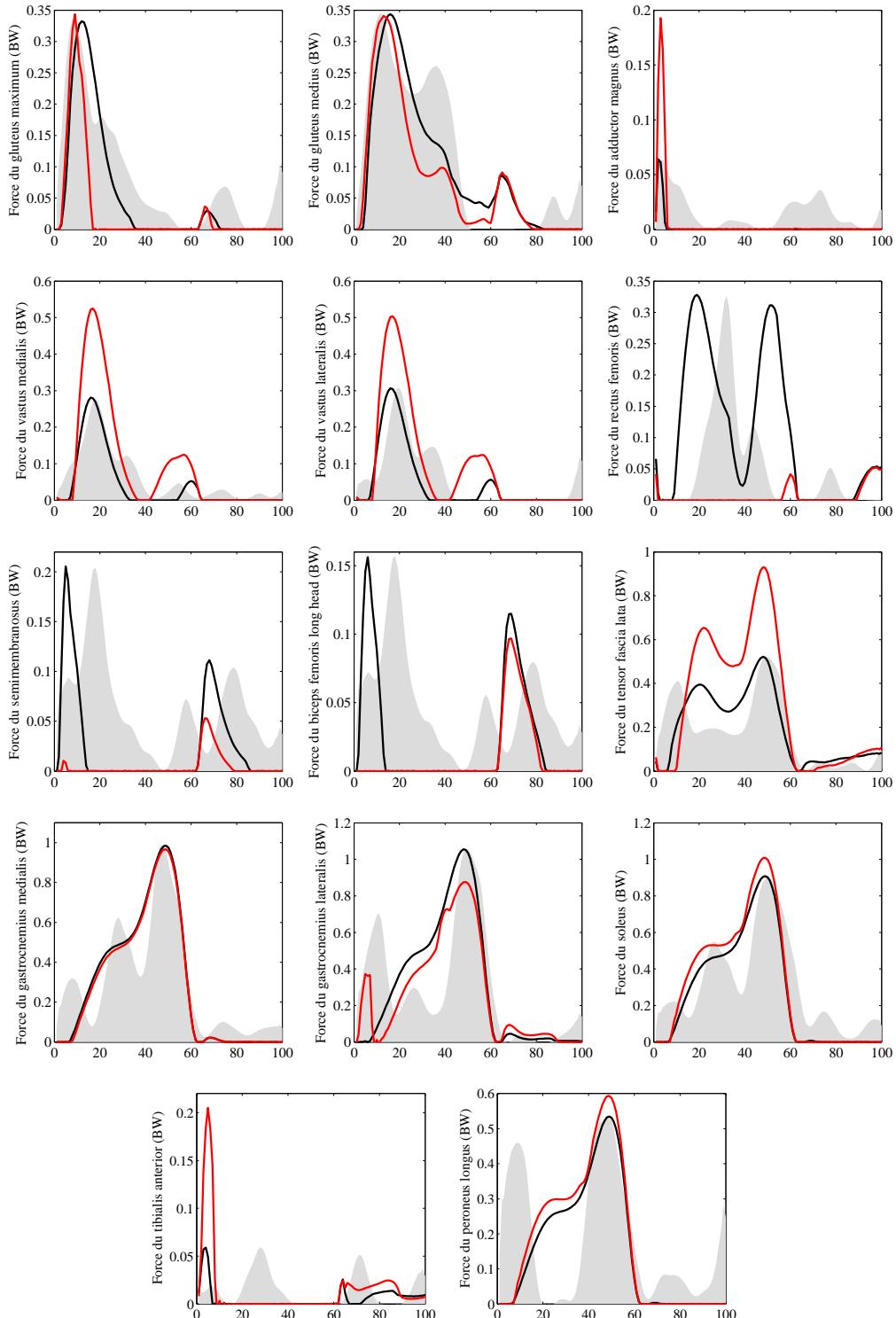


FIG. 4.20: Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues pour le critère M (traits noirs) et pour les critères du scénario n°2 (traits rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)

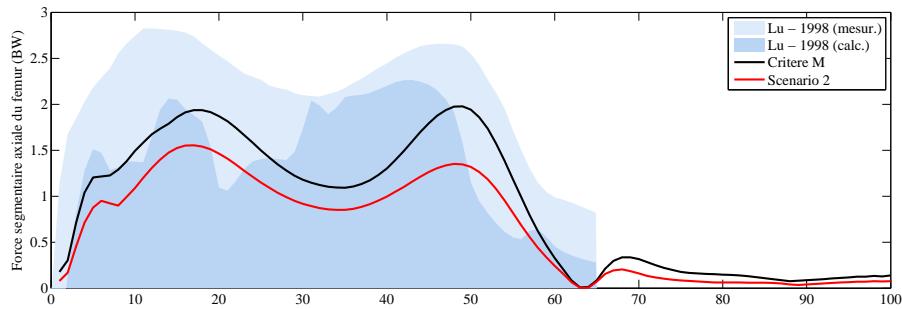


FIG. 4.21: Comparaison entre la force segmentaire axiale (axe v_i) obtenues pour le critère M (trait noir) et pour les critères du scénario n°2 (trait rouge) pendant un cycle de marche (%)

Les résultats nous montrent aussi que les muscles apportent une contribution importante aux forces segmentaires axiales, avec ici une réduction de 30% au niveau du pic de force obtenu à 50% du cycle de marche. Ainsi, contrairement à ce que l'on pourrait penser, l'idée selon laquelle les forces segmentaires axiales et les forces de contact représentent mécaniquement des grandeurs similaires doit être tempérée, notamment de par l'action des muscles bi-articulaires sur les segments osseux.

Finalement, notre modèle peut apporter des données intéressantes quant au chargement du fémur dans un contexte musculo-squelettique donné. En effet, les forces segmentaires calculées pour le fémur sont directement liées à une activité des muscles environnants, et ces informations peuvent tout à fait alimenter d'autres simulations, comme notamment la mise en charge d'un fémur modélisé par des éléments finis.

4.3.3 Scénario n°3 : Diminution de la force du ligament croisé antérieur

4.3.3.1 Problématique

Ce dernier scénario propose de minimiser simultanément les forces musculo-tendineuses et la force du ligament croisé antérieur (LCA). Un lien peut éventuellement être fait ici avec une atteinte du ligament, telle qu'une rupture partielle de ce dernier. Ce type de pathologie s'accompagne souvent de la mise en place d'une instabilité importante de l'articulation, qui se traduit cliniquement par la proposition du port d'une orthèse de genou, assurant la stabilité de l'articulation atteinte. On peut émettre alors l'hypothèse qu'au niveau d'un LCA lésé, le maintien de la stabilité de l'articulation passe par la réduction de son chargement. Autrement dit, le torseur extérieur au niveau de l'articulation du genou (notamment la force antéro/postérieure et le moment de rotation interne/externe) va alors être équilibré grâce à l'intervention d'autres forces que celle du LCA : forces musculo-tendineuses, forces des autres ligaments, ... A noter que ce scénario aurait également pu être mis en place autour de l'étude du ligament TiCaL de la cheville. En effet, on a montré au paragraphe 4.2.4.4 que la force de ce ligament pouvait être complètement annulée pendant le cycle de marche, contrairement à la force du LCA. L'étude des forces musculo-tendineuses associées à cette annulation pourrait alors être utile à la compréhension du système musculo-squelettique dans le cadre d'une entorse grave de la cheville.

Quoi qu'il en soit, le choix du LCA s'est imposé dans un soucis de validation, du

moins d'évaluation, du modèle, car là encore plusieurs simulations existent dans la littérature [Collins 95, Fang 09, Shelburne 02] autour de l'estimation de la force de ce ligament. Nous présentons donc ici les résultats obtenus pour cette simulation. Comme pour les autres scénarios, aucune pondération n'est appliquée ici sur les différentes forces intervenant dans notre problème d'optimisation.

4.3.3.2 Résultats

Les résultats obtenus pour ce dernier scénario sont comparés ci-après aux résultats issus du critère M . Les forces ligamentaires sont à nouveau données ici en N , de manière à les comparer aux données issues de la littérature.

Les modifications les plus importantes interviennent au niveau des muscles croisant l'articulation du genou. On observe notamment une extinction quasi-complète des muscles vastus medialis et lateralis, biceps femoris long head et tensor fascia lata. En parallèle, le pattern de force des gastrocnemius (medialis et lateralis) est largement modifié. Le premier pic de force du rectus femoris voit son amplitude tripler tandis que le second pic de force du semimembranosus voit son amplitude doubler. On observe enfin une activité importante du tibialis anterior en début de phase d'appui.

Au niveau de la force du LCA, on observe comme prévu une réduction de la force, notamment au niveau du premier pic de force qui passe de près de $1200N$ à $600N$. On observe également la disparition du pic de force en phase oscillante et ainsi un net rapprochement du pattern, mais également de l'amplitude, avec les données issues de la littérature.

4.3.3.3 Discussion

Ce scénario semble donc ici entraîner des modifications locales au niveau des forces musculo-tendineuses. La tendance semble être de réduire la force des muscles rotateurs pour ne privilégier que les muscles entraînant un mouvement pur de flexion/extension.

La force du LCA obtenue est très intéressante car elle se rapproche très clairement, en termes de pattern et d'amplitude, des autres données de simulation issues de la littérature. On peut donc penser que la minimisation de la force du LCA est quelque chose de naturel, faisant partie de l'organisation du système pendant la marche. Bien entendu, pour mieux comprendre les mécanismes en oeuvre ici, il serait intéressant de calculer notamment la force du LCP, voire des deux ligaments collatéraux du genou, ce que notre modèle ne nous permet pas dans son état actuel. Enfin, ces résultats sont à tempérer étant donné qu'aucune donnée mesurée n'est disponible dans la littérature, à notre connaissance, à propos de la force du LCA pendant un cycle de marche.

En ce qui concerne la rupture partielle du LCA, bien qu'une douleur peut être ressentie au niveau de la partie osseuse intérieure du genou, provenant notamment de la contusion survenue sur l'os lors de la blessure, ce genre de pathologie s'accompagne régulièrement d'atteintes périphériques (e.g., lésion méniscale ou cartilagineuse) et engendre surtout une instabilité de l'articulation, bien plus problématique que la douleur. Par conséquent, il reste difficile d'établir une relation directe entre la pathologie et un éventuel critère, puisque de toute façon ce sont plutôt les conditions d'instabilité qui vont être évitées, plutôt que les conditions de douleur.

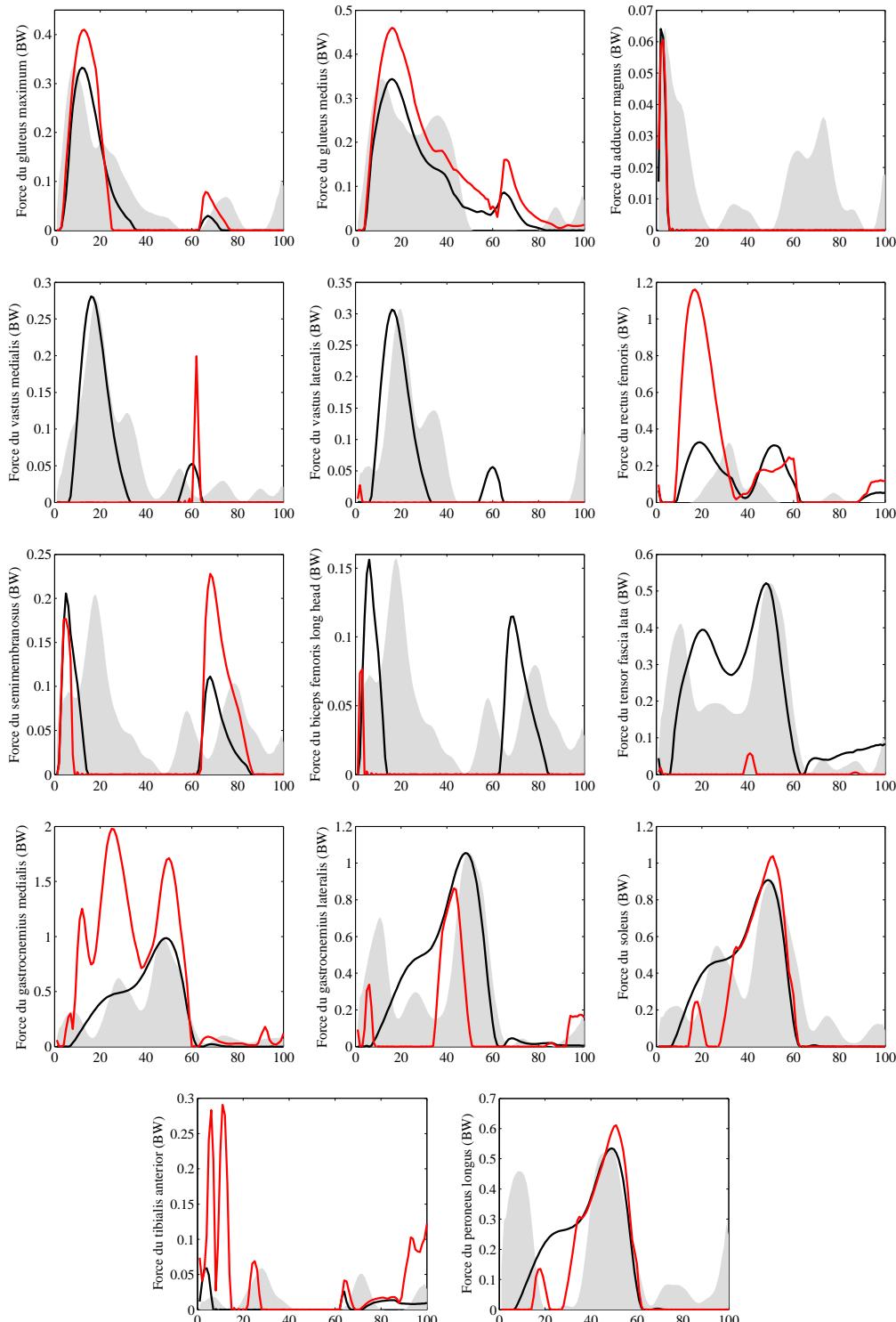


FIG. 4.22: Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues pour le critère M (traits noirs) et pour les critères du scénario n°3 (traits rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)

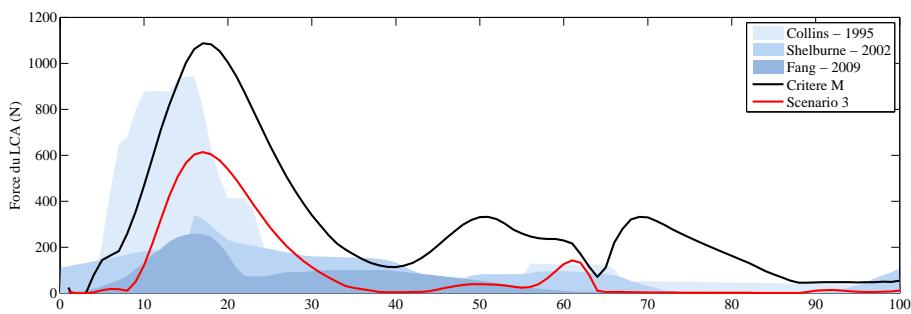


FIG. 4.23: Comparaison entre la force du LCA obtenue pour le critère *M* (trait noir) et pour les critères du scénario n°3 (trait rouge) avec les données simulées (aires) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)

Néanmoins, le simulateur peut permettre à nouveau des investigations quant aux répercussions de ce changement de fonctionnement du système ostéo-articulaire au niveau du système musculo-squelettique. A noter qu'il pourrait également être envisageable ici d'enlever un ligament du modèle, par exemple le LCA, pour simuler cette fois une rupture complète du ligament.

4.3.4 Conclusion

L'utilisation de modèles mécaniques détaillés au niveau des articulations du genou et de la cheville, intégrant un ou plusieurs contacts ainsi que les principaux ligaments des articulations, nous permet, comme on l'a montré dans le chapitre 3, d'obtenir une cinématique « *physiologique* » et ainsi de calculer des forces musculo-tendineuses par optimisation avec des patterns relativement proches des signaux EMG recueillis.

Les résultats présentés ci-avant nous montrent que ces modèles nous permettent d'aller encore plus loin avec l'étude des forces ostéo-articulaires. De plus, l'utilisation d'une réduction partielle de paramétrage nous donne l'opportunité d'intégrer certaines de ces grandeurs dans notre problème d'optimisation. Les conséquences sont nombreuses et extrêmement intéressantes pour la compréhension du système dans sa globalité. En effet, on a pu voir que la minimisation simultanée des forces musculo-tendineuses avec n'importe quelle force du système ostéo-articulaire avait des répercussions sur l'ensemble des forces, tant musculo-tendineuses qu'ostéo-articulaires. Bien entendu, ce type d'optimisation multicritères « *tout azimut* » ne permet pas une interprétation aisée des résultats obtenus. Néanmoins, il montre très bien les grandes capacités d'adaptation du système musculo-squelettique, notamment grâce à sa redondance, ce qui est par ailleurs très bien mis en avant dans le cadre des scénarios proposés, en ciblant de manière précise la ou les forces à minimiser.

Des liens peuvent d'ores et déjà être établis avec des pathologies du système ostéo-articulaire, même si les relations entre critères et atteintes restent floues, notamment à cause du grand nombre de paramètres à prendre en compte dans chaque cas. Il serait pourtant intéressant d'établir des liens entre une pathologie et les forces à minimiser, ou maximiser, pour atténuer la douleur, sinon l'inconfort qu'elle procure, et en cela notre simulateur permet déjà de réaliser des investigations quant aux interactions existant entre les forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires.

Enfin, la principale limite ici reste l'utilisation même de l'optimisation multicritères. En effet, qui dit critères multiples dit pondération. Comment choisir de manière pertinente le poids,

4.3. CAPACITÉS D'ADAPTATION DU SYSTÈME MUSCULO-SQUELETTIQUE

l'importance à donner à une force, ou groupe de forces, lors de leur minimisation ? En d'autres termes, lors d'une douleur articulaire au genou par exemple, qu'est-ce qui va prévaloir au niveau du schéma moteur : la minimisation de la fatigue, la minimisation de la douleur ou la maximisation de la stabilité ? Et ce dans quelles proportions ?

Chapitre 5

Conclusion générale

5.1 Bilan de l'étude

La modélisation musculo-squelettique offre un cadre de travail très riche en ce qui concerne l'analyse quantifiée de la marche et l'aide au choix thérapeutique. Pour cela, elle permet notamment l'estimation des forces musculo-tendineuses à travers un ensemble de méthodes et modèles nombreux et variés. La question de la personnalisation de ces modèles est toutefois au cœur des débats aujourd'hui, car l'utilisation de modèles génériques, issus de données cadavériques provenant d'une population spécifique, est remise en question. Il est en effet difficile d'imaginer l'emploi d'un modèle construit à partir des données d'un homme adulte asymptomatique pour analyser un enfant présentant des troubles neurologiques.

Cependant, bien que de nombreuses équipes se penchent aujourd'hui sur la modélisation géométrique musculo-squelettique personnalisée, à travers notamment l'utilisation de l'imagerie médicale, très peu de travaux sont menés quant à la personnalisation des méthodes de calcul. Il semble pourtant pertinent, notamment lors de l'emploi de méthodes d'optimisation, de chercher à adapter les critères définis dans le problème numérique, au sujet considéré. En effet, les critères d'optimisation employés sont la plupart du temps liés à des principes physiologiques, tels que la minimisation des forces musculo-tendineuses. Mais si ces principes peuvent être appliqués au cas idéal de l'homme adulte asymptomatique, qu'en est-il pour les autres sujets ? Et comment peut-on intégrer les conséquences d'une pathologie à ce type de modèle ?

Retenant et complétant un simulateur numérique existant, développé au sein de l'équipe, cette thèse propose de travailler sur ces deux aspects de la personnalisation des modèles. Un modèle musculo-squelettique est donc proposé, regroupant différents modèles génériques existants et éprouvés (modèle de géométrie musculo-squelettique et modèles cinématiques détaillés du genou et de la cheville), et offrant une représentation détaillée et personnalisable des articulations de la cheville et du genou. En parallèle, un cadre d'optimisation multicritères est développé autour de ce modèle, permettant l'intégration des forces ostéo-articulaires dans le problème de minimisation des forces musculo-squelettiques. A partir de cela, différentes compositions de critères sont étudiées.

Employé seul, le critère quadratique de minimisation des contraintes musculo-tendineuses (rapport entre la force et la surface de section physiologique) offre des résultats encourageants, la majorité des patterns de force obtenus par simulation correspondant aux patterns des activités musculaires recueillies par les signaux EMG. Néanmoins, les forces ostéo-articulaires calculées à partir de ces résultats surestiment, dans la plupart des cas, les mesures issues de la littérature.

5.1. BILAN DE L'ÉTUDE

Différents groupements de critères quadratiques de minimisation, introduisant dans le problème d'optimisation les forces musculo-tendineuses ainsi que un ou plusieurs types de forces ostéo-articulaires (forces de contact, forces ligamentaires ou forces segmentaires) sont également testés. De manière générale, il en ressort que l'interprétation des résultats de ces optimisations *tout azimut* est quelque peu difficile étant donné le nombre important de paramètres en jeu. De plus, un problème inhérent à l'optimisation multicritère est identifié : faut-il pondérer l'action de chacun des critères et si oui, comment choisir le facteur de poids de chacun de ces critères ? La discussion à ce sujet reste pleinement ouverte...

Enfin, trois scénarios particuliers, pouvant être liés à une pathologie du système ostéo-articulaire, sont testés. Le premier concerne l'emploi mixte des critères quadratiques de minimisation des forces musculo-tendineuses et des forces de contact articulaires du genou. Le second concerne l'emploi mixte des critères quadratiques de minimisation des forces musculo-tendineuses et de la force segmentaire axiale du fémur. Enfin, le dernier concerne l'emploi mixte des critères quadratiques de minimisation des forces musculo-tendineuses et de la force du ligament croisé antérieur. Ces approches multicritères, ciblées et plus simples que les précédentes, permettent une interprétation beaucoup plus aisée des résultats, avec une lecture directe des conséquences de ces minimisations sur la répartition des efforts dans le système musculo-squelettique. Afin d'établir un lien avec d'éventuelles futures applications cliniques, ces scénarios sont présentés dans des contextes pathologiques. Bien entendu, ces résultats sont encore loin d'être interprétables et exploitables en clinique. Cependant, notre simulateur permet déjà de réaliser des investigations quant aux interactions existant entre les forces musculo-tendineuses et ostéo-articulaires, et pourra amener à terme la prise en compte d'éléments pathologiques.

Dans l'ensemble, cette thèse a permis d'une part de mettre en place un nouveau modèle musculo-squelettique, parfaitement adapté à l'emploi de l'optimisation et à l'intégration des forces ostéo-articulaires dans le problème de minimisation des forces musculo-squelettiques. Ce modèle, très versatile, permet notamment de tester différents modèles géométriques, cinématiques et cinétiques et peut donc en soi être employé pour de nombreuses études. D'autre part, un cadre d'optimisation multicritères a été développé autour de ce modèle, offrant à son tour la possibilité de tester de nombreux critères concernant aussi bien les forces musculo-tendineuses que les forces ostéo-articulaires. Des perspectives sont d'ores et déjà envisagées quant à la continuité de ces travaux et sont exposées dans le paragraphe suivant.

Mais il est surtout important de souligner une nouvelle fois que ce type de modèle est encore trop incomplet et trop imparfait pour être introduit, de manière routinière, en clinique. Le choix du titre de cette thèse n'est d'ailleurs pas anodin. Les travaux proposés ici vont bel et bien dans la direction de la clinique, en proposant un modèle et des outils de calcul très versatiles et donc potentiellement adaptables à différents scénarii cliniques. Néanmoins, de nombreux travaux restent à être menés avant l'introduction des outils de la modélisation musculo-squelettique dans le domaine clinique. En effet, une pathologie ne saurait se résumer à un ensemble de règles mécaniques, comme cela a été présenté ici, mais demande à la fois une vision neurologique, physiologique, mécanique et au delà un regard global incluant notamment le contexte social de l'individu.

5.2 Perspectives

Les travaux de recherche pouvant être initiés suite aux résultats obtenus et aux questions identifiées au cours de cette thèse sont nombreux. Une liste des perspectives, non exhaustive, est proposée ci-dessous :

- La mise en place d'un modèle musculo-squelettique est toujours liée à un moment ou à un autre au problème de la validation. Il est bien entendu indispensable de valider ce modèle avant d'imaginer l'intégrer dans des applications cliniques. Même s'il reste très difficile de réaliser une validation complète du modèle, notamment à cause du manque de moyens de mesure non invasifs, il est tout de même possible de l'évaluer. Pour cela, il est nécessaire de tester le modèle sur un plus grand nombre de cycles de marche et pour des sujets différents. L'emploi couplé de l'EMG et des prothèses instrumentées peut être un excellent moyen d'évaluation [Herzog 03], à condition, bien sûr, de disposer de suffisamment de données.
- La mise à l'échelle du modèle au sujet peut être améliorée. Pour cela, il est possible de compléter, à l'étape de la cinématique, l'optimisation globale mise en place en y insérant les paramètres géométriques des segments et des articulations (e.g., longueur des segments, longueur des ligaments, ...) [Andersen 09, Reinbolt 05].
- Le modèle n'est pas encore totalement exprimé en coordonnées naturelles. En effet, les lois de couplages utilisées pour décrire la cinématique de la rotule utilisent encore l'angle de flexion du genou en entrée. Un traitement est donc encore nécessaire pour l'obtention de cette grandeur articulaire à partir du paramétrage du modèle. Il est pourtant possible d'éviter cela, en intégrant par exemple un modèle mécanique de l'articulation fémoro-patellaire, tel que le mécanisme parallèle proposé récemment par Sancisi [Sancisi 11].
- Afin de compléter l'introduction de la problématique ostéo-articulaire dans notre modèle, il pourrait être intéressant d'y ajouter les moments passifs dus aux structures passives (e.g., ligaments, capsule articulaire, ...). Une première étape a néanmoins déjà été franchie, avec la publication « *Influence of the joint models on the lower limb musculo-tendon and contact forces during gait* » [Dumas 11] soumise récemment. Cette étude propose, entre autre, de tester trois cas de figure : estimation des forces musculaires sans prise en compte des moments passifs, avec prise en compte de moments passifs possédant un comportement linéaire [Al Nazer 08] ou exponentiel [Anderson 99a].
- Les résultats de cette thèse ont notamment pu montrer qu'un critère basé sur la minimisation de forces n'était pas toujours adapté au problème. C'est notamment le cas de la force de contact latérale du genou, pour laquelle les mesures issues de la littérature montrent une intensité relativement constante tout au long du cycle de marche. Aucun des travaux proposant le calcul par simulation de cette force n'ont abouti à des résultats viables. Il semblerait par conséquent intéressant de tester d'autres stratégies pour mieux évaluer cette force, soit par la définition d'un nouveau critère, soit par la mise en place d'une contrainte, imposant par exemple une valeur seuil minimale. Winby [Winby 09] a notamment émis l'hypothèse d'un mécanisme d'« *anti-déchargement* » du compartiment latéral pendant la marche.
- Il pourrait également être intéressant d'intégrer des critères liés au fonctionnement neuro-moteur, pour introduire notamment des notions telles que la spasticité. Pour cela, il est nécessaire de compléter notre étude avec des modèles musculaires afin de remonter jusqu'à l'espace des activations musculaires, voire des excitations.

- Bien entendu, si l'on souhaite continuer ces travaux en utilisant un cadre d'optimisation multicritères, il est nécessaire de s'interroger sur la manière de pondérer les différents critères employés. Des méthodes existent déjà [Collette 02] et il semble donc indispensable de les tester sur notre problème.
- De la même manière, des techniques d'optimisation parfaitement adaptées aux multicritères existent. C'est notamment le cas des stratégies basées sur la théorie des jeux [Jungers 06]. L'utilisation de ces techniques pourrait ouvrir de nouvelles pistes autour de la simulation musculo-squelettique.
- Enfin, l'utilisation dans notre modèle de géométries issues de différentes données de la littérature n'est pas idéale. La mise en place d'un modèle groupant à la fois les géométries osseuses, musculaires et articulaires provenant d'un même sujet permettrait d'avoir un modèle beaucoup plus homogène.

5.3 Publications et communications

Les travaux effectués pendant cette thèse ont donné lieu à un ensemble de publications et de communications lors de congrès nationaux et internationaux dont la liste est donnée ci-dessous :

Publications soumises à des journaux :

F. Moissenet, L. Chèze & R. Dumas. *Musculo-tendon forces prediction by static optimization : a comparative study between three methods*. Journal of Biomechanical Engineering, soumis.

R. Dumas, **F. Moissenet**, X. Gasparutto & L. Chèze. *Influence of joint model on lower limb musculo-tendon forces and contact forces during gait*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H : Journal of Engineering in Medicine, soumis.

F. Moissenet, L. Chèze & R. Dumas. *Anatomical kinematic constraints : consequences on musculo-tendon forces and joint reactions*. Multibody System Dynamic, soumis.

Conférences nationales avec acte :

F. Moissenet, N. Lampire, N. Roche, R. Dumas, D. Pradon & L. Chèze. *Quantification des forces musculaires par simulation. Étude préliminaire : Impact des données d'entrée sur le calcul des forces*. SOFMER 2009 (poster).

F. Moissenet, N. Lampire, N. Roche, R. Dumas, D. Pradon & L. Chèze. *Quantification des forces musculaires individuelles : Quel(s) critère(s) pour une simulation de la marche pathologique ?*. SOFAMEA 2010 (communication orale).

F. Moissenet, D. Pradon, N. Roche, R. Dumas & L. Chèze. *Calcul des forces musculaires par optimisation numérique : outils, limites et besoins*. SOFAMEA 2011 (communication orale).

Conférences internationales avec acte :

F. Moissenet, N. Lampire, N. Roche, R. Dumas, D. Pradon & L. Chèze. *Individual muscle force quantification : Which criterion for a simulation of pathological gait ?*. IEEE Humanoids'09 (poster).

F. Moissenet, L. Chèze & R. Dumas. *Anatomical kinematic constraints : consequences on muscular forces and joint reactions*. EUROMECH 2011 (communication orale).

F. Moissenet, L. Chèze & R. Dumas. *Introduction of contact forces minimization in the musculo-tendon forces optimization during gait*. ASME 2011 - Second Grand Challenge Competition to Predict in Vivo Knee Loads (communication orale).

Bibliographie

- [Ackermann 06] M. Ackermann & W. Schiehlen. *Dynamic analysis of human gait disorder and metabolical cost estimation.* Archive of Applied Mechanics, vol. 75, pages 569–594, 2006. [32](#)
- [Ackermann 07] M. Ackermann. *Dynamics and energetics of walking with prostheses.* PhD thesis, Department of Mechanical Engineering at the University of Stuttgart, 2007. [22](#), [129](#)
- [Al Nazer 08] R. Al Nazer, T. Rantalaisten, A. Heinonen, H. Sievanen & Mikkola A. *Flexible multibody simulation approach in the analysis of tibial strain during walking.* Journal of Biomechanics, vol. 41, pages 1036–1043, 2008. [15](#), [16](#), [111](#)
- [Alonso 10] F.J. Alonso, J. Cuadrado, U. Lugris & P. Pintado. *A compact smoothing-differentiation and projection approach for the kinematic data consistency of biomechanical systems.* Multibody System Dynamics, vol. 24, no. 1, pages 67–80, 2010. [61](#), [66](#)
- [Amarantini 04] D. Amarantini & L. Martin. *A method to combine numerical optimization and EMG data for the estimation of joint moments under dynamic conditions.* Journal of Biomechanics, vol. 37, no. 9, pages 1393–1404, 2004. [35](#), [36](#)
- [Andersen 09] M.S. Andersen, M. Damsgaard & J. Rasmussen. *Kinematic analysis of over-determinate biomechanical systems.* Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, vol. 12, no. 4, pages 371–384, 2009. [14](#), [15](#), [16](#), [46](#), [47](#), [111](#), [129](#)
- [Anderson 99a] F.C. Anderson. *A dynamic optimization solution for a complete cycle of normal gait.* PhD thesis, University of Texas at Austin, 1999. [111](#)
- [Anderson 99b] F.C. Anderson & M.G. Pandy. *A dynamic optimization solution for vertical jumping in three dimensions.* Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, vol. 2, pages 201–231, 1999. [34](#), [37](#), [92](#)
- [Anderson 01] F.C. Anderson & M.G. Pandy. *Static and dynamic optimization solutions for gait are practically equivalent.* Journal of Biomechanics, vol. 34, pages 153–161, 2001. [15](#), [16](#), [21](#), [24](#), [31](#), [32](#), [37](#)
- [Arni 09] D. Arni, V. Lambert, M. Delmi & S. Bianchi. *Insufficiency fracture of the calcaneum : sonographic findings.* Journal of clinical ultrasound, vol. 37, no. 7, pages 424–427, 2009. [101](#)
- [Arnold 01] A.S. Arnold, S.S. Blemker & S. Delp. *Evaluation of a deformable musculoskeletal model for estimating muscle-tendon lengths during crouch gait.* Annals of biomedical engineering, vol. 29, no. 3, pages 263–274, 2001. [21](#)

- [Arnold 04] A.S. Arnold & S. Delp. The role of musculoskeletal models in patient assessment and treatment, volume Treatment of Gait Problems in Cerebral Palsy. MacKeith, 2004. [34](#)
- [Ben-Israel 03] A. Ben-Israel & T.N.E. Greville. Generalized inverses : theory and applications. Springer-Verlag, 2nd edition edition, 2003. [84](#)
- [Bergmann 01] G. Bergmann, G. Deuretzbacher, M. Heller, F. Graichen, J. Cuadrado, F.J. Alonso, A. Rohlmann, J. Strauss & G.N. Duda. *Hip contact forces and gait patterns from routine activities*. Journal of Biomechanics, vol. 34, no. 7, pages 859–871, 2001. [29](#), [90](#)
- [Blemker 07] S.S. Blemker, D.S. Asakawa, G.E. Gold & S. Delp. *Image-based musculoskeletal modeling : applications, advances, and future opportunities*. Journal of Magnetic Resonance Imaging, vol. 25, no. 2, pages 441–451, 2007. [21](#)
- [Boivin 10] K. Boivin. *Développement d'une approche d'évaluation clinique de la cinématique tridimensionnelle du genou pendant la marche pour des patients gonarthrosiques*. PhD thesis, Institut de Génie Biomédical - Ecole Polytechnique de Montréal, 2010. [75](#)
- [Bonnefoy 06] A. Bonnefoy. *Modèle cinématique et dynamique tridimensionnel du membre inférieur : Estimation des forces musculaires et des réactions articulaires au cours de la phase d'appui de la marche*. PhD thesis, Université Claude Bernard, Lyon 1, 2006. [21](#), [24](#), [30](#), [129](#), [130](#)
- [Bonnefoy 09] A. Bonnefoy, D. Pradon, R. Dumas & L. Cheze. *Influence of the moment arms on the quadriceps muscular force of the knee during the stance phase of the gait*. Series on Biomechanics, vol. 24, no. 1, pages 33–43, 2009. [67](#)
- [Brand 82] R.A. Brand, R.D. Crowninshield, C.E. Wittstock, D.R. Pedersen, C.R. Clark & F.M. van Krieken. *A model of lower extremity muscular anatomy*. Journal of Biomechanical Engineering, vol. 104, pages 304–310, 1982. [21](#)
- [Brand 86] R.A. Brand, D.R. Pedersen & J.A. Friederich. *The sensitivity of muscle force predictions to changes in physiologic cross-sectional area*. Journal of Biomechanics, vol. 19, pages 589–596, 1986. [15](#), [16](#), [37](#)
- [Brand 94] R.A. Brand, D.R. Pedersen, D.T. Davy, G.M. Kotzar, K.G. Heiple & V.M. Goldberg. *Comparison of hip force calculations and measurements in the same patient*. The Journal of Arthroplasty, vol. 9, no. 1, pages 45–51, 1994. [29](#), [66](#)
- [Brinckmann 02] P. Brinckmann, W. Frobin & G. Leivseth. Musculoskeletal biomechanics, chapitre Mechanical aspects of the knee, pages 85–97. New York : Thieme, 2002. [72](#)
- [Brown 00] I.E. Brown & G.E. Loeb. *A reductionist approach to creating and using neuromusculoskeletal models*. In In : Biomechanics and neuro-control of posture and movement, pages 148–163. J. Winters and P. Crago, Springer-Verlag, New York, 2000. [30](#)
- [Buchanan 04] T.S. Buchanan, D.G. Lloyd, K. Manal & T.F. Besier. *Neuromusculoskeletal modeling : estimation of muscle forces and joint moments and movements from measurements of neural command*. Journal of Applied Biomechanics, vol. 20, no. 4, pages 367–395, 2004. [35](#)

- [Cappozzo 95] A. Cappozzo, F. Catani, U. D. Croce & A. Leardini. *Position and orientation in space of bones during movement : anatomical frame definition and determination.* Clinical Biomechanics, vol. 10, no. 4, pages 171–178, 1995. [42](#)
- [Cereatti 04] A. Cereatti, V. Camomilla & A. Cappozzo. *Estimation of the centre of rotation : a methodological contribution.* Journal of Biomechanics, vol. 37, no. 3, pages 413–416, 2004. [46](#)
- [Challis 95] J.H. Challis. *An examination of procedures for determining body segment attitude and position from noisy biomechanical data.* Medical Engineering & Physics, vol. 17, no. 2, pages 83–90, 1995. [14](#)
- [Challis 97] J.H. Challis. *Producing physiologically realistic individual muscle force estimations by imposing constraints when using optimization techniques.* Medical Engineering and Physics, vol. 19, no. 3, pages 253–261, 1997. [36](#)
- [Charlton 04] I.W. Charlton, P. Tate, P. Smyth & L. Roren. *Repeatability of an optimised lower body model.* Gait and Posture, vol. 20, no. 2, pages 213–221, 2004. [15, 46, 47](#)
- [Cheze 95] L. Cheze, B. J. Fregly & J. Dimnet. *A solidification procedure to facilitate kinematic analyses based on video system data.* Journal of Biomechanics, vol. 28, no. 7, pages 879–884, 1995. [14](#)
- [Cheze 00] L. Cheze. *Comparison of different calculations of three-dimensional joint kinematics from video-based system data.* Journal of Biomechanics, vol. 33, no. 12, pages 1695–1699, 2000. [48](#)
- [Collette 02] Y. Collette & P. Siarry. Optimisation multiobjectif. Eyrolles, 2002. [112](#)
- [Collins 95] J.J. Collins. *The redundant nature of locomotor optimization laws.* Journal of Biomechanics, vol. 28, no. 3, pages 251–267, 1995. [37, 94, 105](#)
- [Cooper 92] C. Cooper, G. Campion & L.J. Melton. *Hip fractures in the elderly : a world-wide projection.* Osteoporosis International, vol. 2, no. 6, pages 285–289, 1992. [75](#)
- [Crowninshield 81] R.D. Crowninshield & R.A. Brand. *A physiologically based criterion of muscle force prediction in locomotion.* Journal of Biomechanics, vol. 14, pages 793–801, 1981. [15, 16, 36, 37, 56, 58, 63](#)
- [Cummings 02] S.R. Cummings & L.J. Melton. *Epidemiology and outcomes of osteoporotic fractures.* The Lancet, vol. 359, no. 9319, page 1761, 2002. [76](#)
- [De Groote 08] F. De Groote, T. De Laet, I. Jonkers & J. De Schutter. *Kalman smoothing improves the estimation of joint kinematics and kinetics in marker-based human gait analysis.* Journal of Biomechanics, vol. 41, pages 3390–3398, 2008. [16](#)
- [De Groote 09] F. De Groote, G. Pipeleers, I. Jonkers, B. Demeulenaere, C. Patten, J. Swovers & J. De Schutter. *A physiology based inverse dynamic analysis of human gait : potential and perspectives.* Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, vol. 12, pages 563–574, 2009. [16](#)
- [De Leva 96] P. De Leva. *Adjustments to Zatsiorsky-Seluyanov's segment inertia parameters.* Journal of Biomechanics, vol. 29, no. 9, pages 1223–1230, 1996. [17](#)
- [De Luca 97] S.J. De Luca. *The use of surface electromyography in biomechanics.* Journal of Applied Biomechanics, vol. 13, pages 135–163, 1997. [64](#)

- [De Luca 10] C.J. De Luca, L.D. Gilmore, M. Kuznetsov & S.H. Roy. *Filtering the surface EMG signal : Movement artifact and baseline noise contamination.* Journal of Biomechanics, vol. 43, no. 8, pages 1573–1579, 2010. [64](#)
- [Delp 90a] S. Delp. *Surgery simulation : A computer graphics system to analyse and design musculoskeletal reconstructions of the lower limb.* PhD thesis, Stanford University, 1990.
- [Delp 90b] S. Delp, J.P. Loan, M.G. Hoy, F.E. Zajac, E.L. Topp & J.M. Rosen. *An interactive graphics-based model of the lower extremity to study orthopaedic surgical procedures.* IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 37, pages 757–767, 1990. [21](#), [24](#), [52](#), [54](#), [57](#), [66](#), [130](#)
- [Delp 07] S. Delp, F.C. Anderson, A.S. Arnold, J.P. Loan, A. Habib, C.T. John, E. Guendelman & D.G. Thelen. *OpenSim : open-source software to create and analyze dynamic simulations of movement.* IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 54, no. 11, pages 1940–1950, 2007. [21](#), [52](#), [57](#)
- [Dempster 55] W.T. Dempster. *Space requirements for the seated operator.* Rapport technique, Wright Air Development Center, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio, 1955. [17](#)
- [Denavit 55] J. Denavit & R.S. Hartenberg. *A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices.* Journal of Applied Mechanics, vol. 22, pages 215–221, 1955. [11](#)
- [Desailly 08] E. Desailly. *Analyse biomécanique 3D de la marche de l'enfant déficient moteur. Modélisation segmentaire et modélisation musculo-squelettique.* PhD thesis, Université de Poitiers, 2008. [21](#)
- [Desroches 10] G. Desroches, L. Cheze & R. Dumas. *Expression of joint moment in the joint coordinate system.* Journal of Biomechanical Engineering, vol. 132, no. 11, 2010. [48](#)
- [Di Gregorio 07] R. Di Gregorio, V. Parenti-Castelli, J. O'Connor & A. Leardini. *Mathematical models of passive motion at the human ankle joint by equivalent spatial parallel mechanisms.* Medical and Biological Engineering and Computing, vol. 45, no. 3, pages 305–313, 2007. [16](#), [42](#), [43](#), [66](#)
- [D'Lima 06] D.D. D'Lima, S. Patil, N. Steklov, J.E. Slamin & C.W. Colwell. *Tibial forces measured in vivo after total knee arthroplasty.* The Journal of Arthroplasty, vol. 21, no. 2, pages 255–262, 2006. [29](#), [92](#), [98](#)
- [Dostal 81] W.F. Dostal & J.G. Andrews. *A three-dimensional biomechanical model of hip musculature.* Journal of Biomechanics, vol. 14, no. 11, pages 803–812, 1981. [21](#)
- [Dubousset 05] J. Dubousset, G. Charpak, I. Dorion, W. Skalli, F. Lavaste, J. De Guise, G. Kalifa & S. Ferey. *A new 2D and 3D imaging approach to musculoskeletal physiology and pathology with low-dose radiation and the standing position : the EOS system.* Bulletin de l'Académie nationale de médecine, vol. 189, no. 2, pages 287–297, 2005. [21](#)
- [Dubousset 08] J. Dubousset, G. Charpak, W. Skalli, J. De Guise, G. Kalifa & P. Wicart. *Skeletal and spinal imaging with EOS system.* Archives de pédiatrie : organe officiel de la Société française de pédiatrie, vol. 15, no. 5, pages 665–666, 2008. [21](#)

- [Duda 96] G.N. Duda, D. Brand, S. Freitag, W. Lierse & E. Schneider. *Variability of femoral muscle attachments*. Journal of Biomechanics, vol. 29, no. 9, pages 1185–1190, 1996. [21](#)
- [Duda 97] G.N. Duda, E. Schneider & E.Y.S. Chao. *Internal forces and moments in the femur during walking*. Journal of Biomechanics, vol. 30, no. 9, pages 933–941, 1997. [15](#), [97](#)
- [Dul 84] J. Dul, G.E. Johnson, R. Shiavi & M.A. Townsend. *Muscular synergism -I. On criteria for load sharing between synergistic muscles*. Journal of Biomechanics, vol. 17, pages 663–673, 1984. [36](#), [37](#)
- [Dumas 04] R. Dumas, R. Aissaoui & J. A. de Guise. *A 3D generic inverse dynamic method using wrench notation and quaternion algebra*. Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, vol. 7, no. 3, pages 159–166, 2004. [52](#)
- [Dumas 05] R. Dumas, R. Aissaoui, D. Mitton, W. Skalli & J.A. de Guise. *Personalized body segment parameters from biplanar low-dose radiography*. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 52, no. 10, pages 1756–1763, 2005. [17](#)
- [Dumas 06] R. Dumas, J.P. Verriest, W. Skalli & J.A. de Guise. *Comparison of biplanar radiography and adjusted scaling equations for the computation of appropriate 3D body segment inertial parameters*. Rapport technique, SAE Technical Paper N° 2006-01-2372. SAE International. Warrendale, Pennsylvania, 1-6., 2006. [17](#)
- [Dumas 07a] R. Dumas & L. Cheze. *3D inverse dynamics in non-orthonormal segment coordinate system*. Medical & Biological Engineering & Computing, vol. 45, no. 3, pages 315–322, 2007. [40](#), [42](#), [51](#), [52](#), [130](#)
- [Dumas 07b] R. Dumas, L. Cheze & J.P. Verriest. *Adjustments to McConville et al. and Young et al. body segment inertial parameters*. Journal of Biomechanics, vol. 40, no. 3, pages 543–553, 2007. [14](#), [15](#), [17](#), [41](#), [47](#), [49](#)
- [Dumas 09] R. Dumas & L. Cheze. *Soft tissue artifact compensation by linear 3D interpolation and approximation methods*. Journal of Biomechanics, vol. 42, no. 13, pages 2214–2217, 2009. [14](#)
- [Dumas 10] R. Dumas. *Contribution méthodologique à l'analyse cinématique et dynamique tridimensionnelle du mouvement*. PhD thesis, Université Claude Bernard Lyon 1, 2010. [18](#), [43](#), [45](#), [49](#), [129](#), [130](#)
- [Dumas 11] R. Dumas, F. Moissenet, X. Gasparutto & L. Cheze. *Influence of the joint models on the lower limb musculo-tendon and contact forces during gait*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H, Journal of Engineering in Medicine, vol. submitted, 2011. [66](#), [111](#)
- [Duprey 10] S. Duprey, L. Cheze & R. Dumas. *Influence of joint constraints on lower limb kinematics estimation from skin markers using global optimization*. Journal of Biomechanics, vol. 43, no. 14, pages 2858–2862, 2010. [16](#), [47](#), [48](#), [66](#)
- [Durkin 03] J.L. Durkin & J.J. Dowling. *Analysis of body segment parameter differences between four human populations and the estimation errors of four popular mathematical models*. Journal of Biomechanical Engineering, vol. 125, no. 4, pages 515–522, 2003. [18](#)

- [Ehrig 06] R.M. Ehrig, W.R. Taylor, G.N. Duda & M.O. Heller. *A survey of formal methods for determining the centre of rotation of ball joints.* Journal of Biomechanics, vol. 39, no. 15, pages 2798–2809, 2006. [14](#), [15](#), [41](#), [47](#)
- [Erdemir 07] A. Erdemir, S. McLean, W. Herzog & A.J. van den Bogert. *Model-based estimation of muscle forces exerted during movements.* Clinical Biomechanics, vol. 22, pages 131–154, 2007. [19](#), [20](#), [21](#), [23](#), [31](#), [32](#), [33](#), [34](#), [129](#), [130](#)
- [Fang 09] L.D. Fang, X.H. Jia, R. Wang & Suo S. *Simulation of the ligament forces affected by prosthetic alignment in a trans-tibial amputee case study.* Medical Engineering & Physics, vol. 31, pages 793–498, 2009. [66](#), [94](#), [105](#)
- [Feikes 03] J. Feikes, J. O'Connor & A. Zavatsky. *A constraint-based approach to modelling the mobility of the human knee joint.* Journal of Biomechanics, vol. 36, no. 1, pages 125–129, 2003. [16](#), [44](#), [66](#)
- [Fleming 04] B.C. Fleming & B.D. Beynnon. *In vivo measurement of ligament/tendon strains and forces : a review.* Annals of Biomedical Engineering, vol. 32, no. 3, pages 318–328, 2004. [26](#), [27](#), [28](#), [29](#), [130](#)
- [Fontana 01] A. Fontana & P.D. Delmas. *L'ostéoporose : épidémiologie, clinique et approches thérapeutiques.* International Journal of Medical Sciences, vol. 17, pages 1297–1305, 2001. [76](#)
- [Fraysse 09] F. Fraysse, R. Dumas, L. Cheze & X. Wang. *Comparison of global and joint-to-joint methods for estimating the hip joint load and the muscle forces during walking.* Journal of Biomechanics, vol. 42, pages 2357–2362, 2009. [15](#), [16](#)
- [Gagnon 01] D. Gagnon, C. Larivière & P. Loisel. *Comparative ability of EMG, optimization, and hybrid modelling approaches to predict trunk muscle forces and lumbar spine loading during dynamic sagittal plane lifting.* Clinical Biomechanics, vol. 16, no. 5, pages 359–372, 2001. [36](#)
- [Garcia de Jalon 94] J. Garcia de Jalon & E. Bayo. Kinematic and dynamic simulation of multibody systems. the real-time challenge. Springer-Verlag, New-York, 1994. [13](#), [40](#), [42](#), [50](#), [63](#), [66](#)
- [Genant 99] H.K. Genant, C. Cooper, G. Poor, I. Reid, G. Ehrlich, J. Kanis, B.E. Nordin, E. Barrett-Connor, D. Black, J.P. Bonjour, B. Dawson-Hughes, P.D. Delmas, J. Dequeker, S. Ragi Eis, C. Gennari, O. Johnell, C.C. Johnston, E.M. Lau, U.A. Liberman, R. Lindsay, T.J. Martin, B. Masri, C.A. Mautalen, P.J. Meunier & N. et al. Khaltaev. *Interim report and recommendations of the World Health Organization Task-Force for Osteoporosis.* Osteoporosis International, vol. 10, no. 4, pages 259–264, 1999. [76](#)
- [Glitsch 97] U. Glitsch & W. Baumann. *The three-dimensional determination of internal loads in the lower extremity.* Journal of Biomechanics, vol. 30, no. 11/12, pages 1123–1131, 1997. [15](#), [16](#), [36](#), [37](#), [67](#)
- [Happee 94] R. Happee. *Inverse dynamic optimization including muscular dynamics, a new simulation method applied to goal directed movements.* Journal of Biomechanics, vol. 27, pages 953–960, 1994. [36](#), [37](#)
- [Hardt 78] D.E. Hardt. *Determining muscle forces in the leg during normal human walking - An application and evaluation of optimization methods.* Journal of Biomechanical Engineering, vol. 100, pages 72–78, 1978. [15](#), [16](#)

- [Harless 60] E. Harless. *The static moments of the component masses of the human body*. Transactions of the Math-Physics, Royal Bavarian Academy of Science, vol. 8, no. 1,2, pages 69–96, 1860. [17](#)
- [Hatze 80] H. Hatze. *A mathematical model for the computational determination of parameter values of anthropomorphic segments*. Journal of Biomechanics, vol. 13, no. 10, pages 833–843, 1980. [17](#)
- [Heller 01] M.O. Heller, G. Bergmann, G. Deuretzbacher, L. Durselen, M. Pohl, L. Claes, N.P. Haas & G.N. Duda. *Musculo-skeletal loading conditions at the hip during walking and stair climbing*. Journal of Biomechanics, vol. 34, pages 883–893, 2001. [15](#), [16](#)
- [Henning 85] C.E. Henning, M.A. Lynch & K.R. Glick. *An in vivo strain gage study of elongation of the anterior cruciate ligament*. The American Journal of Sports Medicine, vol. 13, no. 1, pages 22–26, 1985. [26](#), [28](#), [130](#)
- [Herzog 92] W. Herzog & P. Binding. *Predictions of antagonistic muscular activity using nonlinear optimization*. Mathematical Biosciences, vol. 111, pages 217–229, 1992. [31](#), [37](#)
- [Herzog 03] W. Herzog, D. Longino, & A. Clark. *The role of muscles in joint adaptation and degeneration*. Langenbeck's Archives Surgery, vol. 388, pages 305–315, 2003. [85](#), [111](#)
- [Hill 38] A.V. Hill. *The heat of shortening and the dynamic constraints of muscle*. In Proceedings of the Royal Society, volume 126, pages 136–195, 1938. [22](#), [23](#)
- [Hoy 90] M.G. Hoy, F.E. Zajac & M.E. Gordon. *A musculoskeletal model of the human lower extremity : the effect of muscle, tendon, and moment arm on the moment-angle relationship of musculotendon actuators at the hip, knee, and ankle*. Journal of Biomechanics, vol. 23, no. 2, pages 157–169, 1990. [21](#), [24](#)
- [Huxley 57] A.F. Huxley. *Muscle contraction and theories of contraction*. Progress in Biophysics and Biophysical Chemistry, vol. 7, pages 255–318, 1957. [24](#), [25](#)
- [Jinha 06a] A. Jinha, R. Ait-Haddou, P. Binding & W. Herzog. *Antagonistic activity of one-joint muscles in three-dimensions using non-linear optimisation*. Mathematical Biosciences, vol. 202, pages 57–70, 2006. [31](#)
- [Jinha 06b] A. Jinha, R. Ait-Haddou & W. Herzog. *Predictions of co-contraction depend critically on degrees-of-freedom in the musculoskeletal model*. Journal of Biomechanics, vol. 39, pages 1145–1152, 2006. [31](#)
- [Jolivet 07] E. Jolivet. *Modélisation biomécanique de la hanche dans le risque de fracture du fémur proximal*. PhD thesis, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2007. [76](#)
- [Jolivet 08] E. Jolivet, J.D. Laredo & W. Skalli. *Patient-specific finite element model of the hip including soft tissues*. In 16th Congress of the European Society of Biomechanics, 2008. [21](#)
- [Jungers 06] M. Jungers. *Commande robuste multicritère : une approche par la théorie des jeux*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2006. [112](#)
- [Kapandji 09] A.I. Kapandji. Anatomie fonctionnelle - membre inférieur. Maloine, 6e édition edition, 2009. [70](#)

- [Kepple 97] T.M. Kepple, K.L. Siegel & S.J. Stanhope. *Relative contributions of the lower extremity joint moments to forward progression and support during gait.* Gait and Posture, vol. 6, pages 1–8, 1997. [15](#), [16](#)
- [Kim 09] H.J. Kim, J.W. Fernandez, M. Akbarshahi, J.P. Walter, B.J. Fregly & M.G. Pandy. *Evaluation of predicted knee-joint muscle forces during gait using an instrumented knee implant.* Journal of Orthopaedic Research, vol. 27, pages 1326–1331, 2009. [29](#), [66](#), [92](#), [98](#)
- [Kimmel 06] S.A. Kimmel & M.H. Schwartz. *A baseline of dynamic muscle function during gait.* Gait and Posture, vol. 23, pages 211–221, 2006. [15](#), [16](#)
- [Komi 90] P.V. Komi. *Relevance of in vivo force measurements to human biomechanics.* Journal of Biomechanics, vol. 23, no. Suppl. 1, pages 23–34, 1990. [28](#)
- [Komi 96] P.V. Komi, A. Belli, V. Huttunen, R. Bonnefoy, A. Geyssant & J.R. Lacour. *Optic fibre as a transducer of tendomuscular forces.* European Journal of Applied Physiology and Occupational Physiology, vol. 72, no. 3, pages 278–280, 1996. [29](#)
- [Kuettner 95] K.E. Kuettner & V.M. Goldberg. Osteoarthritic disorders, chapitre Introduction, pages xxi–xxv. Rosemont : American Academy of Orthopaedic Surgeons, 1995. [76](#)
- [Le Bras 04] A. Le Bras, S. Laporte, V. Bousson, D. Mitton, J.A. De Guise, J.D. Laredo & W. Skalli. *3D reconstruction of the proximal femur with low-dose digital stereoradiography.* Computer Aided Surgery, vol. 9, no. 3, pages 51–57, 2004. [21](#)
- [Leardini 05] A. Leardini, L. Chiari, U. Della Croce & A. Cappozzo. *Human movement analysis using stereophotogrammetry. Part 3. Soft tissue artifact assessment and compensation.* Gait and Posture, vol. 21, no. 2, pages 212–225, 2005. [14](#), [47](#)
- [Lenaerts 08] G. Lenaerts, F. De Groote, B. Demeulenaere, M. Mulier, G. Van der Perre, A. Spaepen & I. Jonkers. *Subject-specific hip geometry affects predicted hip joint contact forces during gait.* Journal of Biomechanics, vol. 41, no. 6, pages 1243–1252, 2008. [16](#), [57](#), [66](#)
- [Lenaerts 09] G. Lenaerts, W. Bartels, F. Gelaude, M. Mulier, A. Spaepen, G. Van der Perre & I. Jonkers. *Subject-specific hip geometry and hip joint centre location affects calculated contact forces at the hip during gait.* Journal of Biomechanics, vol. 42, pages 1246–1251, 2009. [57](#), [66](#), [67](#)
- [Li 98] G. Li, K. Kawamura, P. Barrance, E.Y. Chao & K. Kaufman. *Prediction of muscle recruitment and its effect on joint reaction forces during knee exercises.* Annual Review of Biomedical Engineering, vol. 26, pages 725–733, 1998. [15](#), [67](#)
- [Lin 10] Y.C. Lin, J.P. Walter, S.A. Banks, M.G. Pandy & B.J. Fregly. *Simultaneous prediction of muscle and contact forces in the knee during gait.* Journal of Biomechanics, vol. 22, pages 945–952, 2010. [29](#), [66](#), [98](#)
- [Lloyd 03] D.G. Lloyd & T.F. Besier. *An EMG-driven musculoskeletal model to estimate muscle forces and knee joint moments in vivo.* Journal of Biomechanics, vol. 36, no. 6, pages 765–776, 2003. [35](#), [36](#)

- [Lu 98] T.W. Lu, J.J. O'Connor, S.J.G. Taylor & P.S. Walker. *Validation of a lower limb model with in vivo femoral forces telemetered from two subjects.* Journal of Biomechanics, vol. 31, pages 63–69, 1998. [29](#), [102](#)
- [Lu 99] T.W. Lu & J.J. O'Connor. *Bone position estimation from skin marker co-ordinates using global optimisation with joint constraints.* Journal of Biomechanics, vol. 32, no. 2, pages 129–134, 1999. [15](#), [16](#), [46](#), [47](#)
- [Maenpaa 02] H. Maenpaa, M.U. Lehto & E.A. Belt. *Stress fractures of the ankle and forefoot in patients with inflammatory arthritides.* Foot & Ankle International, vol. 23, no. 9, pages 833–837, 2002. [101](#)
- [McConville 80] J.T. McConville, T.D. Churchill, I. Kaleps, C.E. Clauser & J. Cuzzi. *Anthropometric relationships of body and body segment moments of inertia.* Rapport technique, Aerospace Medical Research Laboratory, Wright-Patterson Air Force Base, Dayton, Ohio, 1980. [17](#)
- [Melton 92] L.J. Melton, E.A. Chrischilles, C. Cooper, A.W. Lane & B.L. Riggs. *Perspective. How many women have osteoporosis?* Journal of Bone and Mineral Research, vol. 7, no. 9, pages 1005–1010, 1992. [75](#)
- [Melton 97] L.J. Melton, S. Khosla, E.J. Atkinson, W.M. O'Fallon & B.L. Riggs. *Relationship of bone turnover to bone density and fractures.* Journal of Bone and Mineral Research, vol. 12, no. 7, pages 1083–1091, 1997. [76](#)
- [Mesgarzadeh 88] M. Mesgarzadeh, C.D. Schneck & A. Bonakdarpour. *Magnetic resonance imaging of the knee and correlation with normal anatomy.* Radiographics, vol. 8, no. 4, pages 707–733, 1988. [21](#)
- [Moissenet 11a] F. Moissenet, L. Cheze & R. Dumas. *Anatomical kinematic constraints : consequences on muscular forces and joint reactions.* Multibody System Dynamics, vol. submitted, 2011. [18](#), [57](#)
- [Moissenet 11b] F. Moissenet, L. Cheze & R. Dumas. *Introduction of contact forces minimization in the musculo-tendon forces optimization during gait.* In ASME 2011 Summer Bioengineering Conference, 2011. [56](#), [57](#)
- [Moissenet 11c] F. Moissenet, L. Cheze & R. Dumas. *Musculo-tendon forces prediction by static optimization : a comparative study between three methods.* Journal of Biomechanical Engineering, vol. submitted, 2011. [57](#)
- [Morrison 69] J.B. Morrison. *Function of the knee joint in various activities.* Journal of Biomedical Engineering, vol. 4, pages 573–580, 1969. [30](#)
- [Murphy 06] K.A. Murphy, S.T. Spence, C.N. McIntosh & S.K. Connor Gorber. *Descriptions des états de santé au Canada : maladies musculo-squelettiques.* Rapport technique, Programme de recherche Impact sur la santé de la population (ISP) des maladies au Canada, Statistique Canada, 2006. [76](#)
- [Neptune 99] R.R. Neptune. *Optimization algorithm performance in determining optimal controls in human movement analyses.* Journal of Biomechanical Engineering, vol. 121, pages 249–252, 1999. [21](#), [32](#)
- [Neptune 00] R.R. Neptune. *Computer modeling and simulation of human movement. Applications in sport and rehabilitation.* Physical Medical and Rehabilitation Clinics of North America, vol. 11, no. 2, pages 417–434, 2000. [34](#)
- [Neptune 01] R.R. Neptune, S.A. Kautz & F.E. Zajac. *Contributions of the individual ankle plantar flexors to support, forward progression and swing initiation during walking.* Journal of Biomechanics, vol. 34, pages 1387–1398, 2001. [16](#)

- [Netter 07] F.H. Netter. *Atlas d'anatomie humaine*. Masson, 4e édition édition, 2007. [70](#)
- [Nott 10] C.R. Nott, F.E. Zajac, R.R. Neptune & S.A. Kautz. *All joint moments significantly contribute to trunk angular acceleration*. Journal of Biomechanics, vol. 43, pages 2648–2652, 2010. [15](#), [16](#)
- [Orcel 90] P. Orcel, M.C. de Verneuil, A. Prier, L. Miravet, D. Kuntz & G. Kaplan. *Stress fractures of the lower limbs in osteoporotic patients treated with fluoride*. Journal of Bone and Mineral Research, vol. 5, no. Suppl 1, pages 191–194, 1990. [102](#)
- [Pandy 01] M.G. Pandy. *Computer modeling and simulation of human movement*. Annual Review of Biomedical Engineering, vol. 3, pages 245–273, 2001. [19](#), [21](#), [22](#), [24](#), [32](#), [34](#), [129](#)
- [Pandy 10] M.G. Pandy & T.P. Andriacchi. *Muscle and joint function in human locomotion*. Annual Review of Biomedical Engineering, vol. 12, pages 401–433, 2010. [100](#)
- [Patel 07] M. Patel, M. Talaty & S. Ounpuu. *The impact of adding trunk motion to the interpretation of the role of joint moments during normal walking*. Journal of Biomechanics, vol. 40, pages 3563–3569, 2007. [15](#), [16](#)
- [Patriarco 81] A.G. Patriarco, R.W. Mann, S.R. Simon & J.M. Mansour. *An evaluation of the approaches of optimization models in the prediction of muscle forces during human gait*. Journal of Biomechanics, vol. 14, no. 8, pages 513–525, 1981. [15](#), [16](#), [36](#)
- [Pedotti 77] A. Pedotti, V.V. Krishnan & L. Stark. *Optimization of muscle-force sequencing in human locomotion*. Mathematical Biosciences, vol. 38, pages 57–76, 1977. [36](#)
- [Peters 10] A. Peters, B. Galna, M. Sangeux, M. Morris & R. Baker. *Quantification of soft tissue artifact in lower limb human motion analysis : a systematic review*. Gait and Posture, vol. 31, no. 1, pages 1–8, 2010. [47](#)
- [Pierce 05] J.E. Pierce & G. Li. *Muscle forces predicted using optimization methods are coordinate system dependent*. Journal of Biomechanics, vol. 38, pages 695–702, 2005. [67](#)
- [Pierrynowski 85] M.R. Pierrynowski & J.B. Morrison. *A physiological model for the evaluation of muscular forces in human locomotion : Theoretical aspects*. Mathematical Biosciences, vol. 75, pages 69–101, 1985. [15](#), [16](#), [21](#), [56](#)
- [Pipeleers 07] G. Pipeleers, B. Demeulenaere, I. Jonkers, P. Spaepen, G. Van der Perre, A. Spaepen, J. Swevers & J. De Schutter. *Dynamic simulation of human motion : numerically efficient inclusion of muscle physiology by convex optimization*. Optimization and Engineering, vol. 9, no. 3, pages 213–238, 2007. [32](#)
- [Pourcelot 05] P. Pourcelot, M. Defontaine, B. Ravary, M. Lemâtre & N. Crevier-Denoix. *A non-invasive method of tendon force measurement*. Journal of Biomechanics, vol. 38, pages 2124–2129, 2005. [29](#)
- [Prilutsky 02] B.I. Prilutsky & V.M. Zatsiorsky. *Optimization-based models of muscle coordination*. Exercise and Sport Sciences Reviews, vol. 30, pages 32–38, 2002. [30](#), [56](#)

- [Pustoc'h 11] A. Pustoc'h, A. Bonnefoy, F. Labesse-Jied, A. Lavigne & L. Cheze. *Assessment of the influence of foot orthoses in the hip loading conditions during walking : a single case study.* Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, vol. 14, no. 4, pages 389–398, 2011. [98](#)
- [Rasmussen 01] J. Rasmussen, M. Damsgaard & M. Voigt. *Muscle recruitment by the min/max criterion - a comparative numerical study.* Journal of Biomechanics, vol. 34, pages 409–415, 2001. [21](#), [37](#)
- [Reed 99] M.P. Reed, M.A. Manary & L.W. Schneider. *Methods for measuring and representing automobile occupant posture.* In Society of Automobile Engineers, Warrendale, USA, 1999. [14](#), [15](#), [41](#), [47](#)
- [Reinbolt 05] J.A. Reinbolt, J.F. Schutte, B.J. Fregly, B.I. Koh, R.T. Haftka, A.D. George & K.H. Mitchell. *Determination of patient-specific multi-joint kinematic models through two-level optimization.* Journal of Biomechanics, vol. 38, no. 3, pages 621–626, 2005. [15](#), [16](#), [46](#), [47](#), [111](#)
- [Remy 09] C.D. Remy & D.G. Thelen. *Optimal estimation of dynamically consistent kinematics and kinetics for forward dynamic simulation of gait.* Journal of Biomechanical Engineering, vol. 131, pages 1–9, 2009. [32](#)
- [Riley 01] P.O. Riley, U. Della Croce & D.C. Kerrigan. *Propulsive adaptation to changing gait speed.* Journal of Biomechanics, vol. 34, pages 197–202, 2001. [16](#)
- [Rohrle 84] H. Rohrle, R. Scholten, C. Sigolotto, W. Sollbach & H. Kellner. *Joint forces in the human pelvis-leg skeleton during walking.* Journal of Biomechanics, vol. 17, pages 409–424, 1984. [15](#), [16](#)
- [Sancisi 11] N. Sancisi & V. Parenti-Castelli. *A novel 3D parallel mechanism for the passive motion simulation of the patella-femur-tibia complex.* Meccanica, vol. 46, pages 207–220, 2011. [54](#), [111](#)
- [Scheyns 05] L. Scheyns, I. Jonkers, F. Schutyser, S. Pans, A. Spaepen & P. Suetens. *Image based methods to generate subject-specific musculoskeletal models for gait analysis.* In International Congress Series, volume 1281, pages 62–67, 2005. [21](#)
- [Scheyns 07] L. Scheyns, I. Jonkers, D. Loeckx, A.V. Campenhout, A. Spaepen & P. Suetens. *Estimation of hip-muscle geometry usig automated, non-rigid atlas-based registration of MR images.* In American Society of Biomechanics, page 191, 2007. [21](#)
- [Seireg 73] A. Seireg & R.J. Arvikar. *A mathematical model for evaluation of forces in lower extremities of the musculoskeletal system.* Journal of Biomechanics, vol. 6, page 313, 1973. [21](#), [36](#)
- [Seireg 75] A. Seireg & R.J. Arvikar. *The prediction of muscular load sharing and joint forces in the lower extremities during walking.* Journal of Biomechanics, vol. 8, no. 2, pages 89–102, 1975. [15](#), [16](#), [66](#), [90](#), [92](#)
- [Seth 07] A. Seth & M.G. Pandy. *A neuromusculoskeletal tracking method for estimating individual muscle forces in human movement.* Journal of Biomechanics, vol. 40, pages 356–366, 2007. [52](#)
- [Sharma 06] L. Sharma, D. Kapoor & S. Issa. *Epidemiology of osteoarthritis : an update.* Current Opinion in Rheumatology, vol. 18, no. 2, pages 147–156, 2006. [75](#)

- [Sharma 08] A. Sharma, F. Leszko, R.D. Komistek, G.R. Scuderi, H.E. Cates Jr. & F. Liu. *In vivo patellofemoral forces in high flexion total knee arthroplasty*. Journal of Biomechanics, vol. 41, pages 642–648, 2008. [29](#)
- [Sheehan 03] F.T. Sheehan & A. Rebmann. *Non-invasive, in vivo measures of anterior cruciate ligament strains*. Journal of Orthopaedic Research Orthopaedic Research and Education Foundation, vol. 28, page 264, 2003. [27](#)
- [Shelburne 02] K.B. Shelburne, M.G. Pandy, F. Anderson & M.R. Torry. *Anterior-cruciate ligament forces in the intact knee during normal gait*. In American Society of Biomechanics, Calgary, Alberta, Canada, 2002. [94](#), [105](#)
- [Shelburne 06] K.B. Shelburne, M.R. Torry & M.G. Pandy. *Contributions of muscles, ligaments, and the ground-reaction force to tibiofemoral joint loading during normal gait*. Journal of Orthopaedic Research, vol. 24, no. 10, pages 1983–1990, 2006. [92](#), [101](#)
- [Sholukha 06] V. Sholukha, A. Leardini, P. Salvia, M. Rooze & S. Van Sint Jan. *Double-step registration of in vivo stereophotogrammetry with both in vitro 6-DOFs electrogoniometry and CT medical imaging*. Journal of Biomechanics, vol. 39, pages 2087–2095, 2006. [16](#), [20](#)
- [Siegel 06] K.L. Siegel, T.M. Kepple & S.J. Stanhope. *Using induced accelerations to understand knee stability during gait of individuals with muscle weakness*. Gait and Posture, vol. 23, pages 435–440, 2006. [16](#)
- [Silva 02] M.P.T. Silva & J.A.C. Ambrosio. *Kinematic data consistency in the inverse dynamic analysis of biomechanical systems*. Multibody System Dynamics, vol. 8, no. 2, pages 219–239, 2002. [61](#), [66](#)
- [Smidt 73] G.L. Smidt. *Biomechanical analysis of knee flexion and extension*. Journal of Biomechanics, vol. 6, no. 1, pages 79–92, 1973. [58](#)
- [Soderkvist 93] I. Soderkvist & P. A. Wedin. *Determining the movements of the skeleton using well-configured markers*. Journal of Biomechanics, vol. 26, no. 12, pages 1473–1477, 1993. [14](#)
- [Stansfield 03] B.W. Stansfield, A.C. Nicol, J.P. Paul, I.G. Kelly, F. Graichen & G. Bergmann. *Direct comparison of calculated hip joint contact forces with those measured using instrumented implants. An evaluation of a three-dimensional mathematical model of the lower limb*. Journal of Biomechanics, vol. 36, no. 7, pages 929–936, 2003. [16](#), [29](#), [66](#), [90](#)
- [Taylor 98] S.J.G. Taylor, P.S. Walker, J.S. Perry, S.R. Cannon & R. Woledge. *The forces in the distal femur and the knee during walking and other activities measured by telemetry*. The Journal of Arthroplasty, vol. 13, no. 4, pages 428–437, 1998. [29](#), [66](#), [90](#)
- [Terrier 10] A. Terrier, M. Aeberhard, Y. Michellod, P. Mullhaupt, D. Gillet, A. Farron & D. Pioletti. *A musculoskeletal shoulder model based on pseudo-inverse and null-space optimization*. Medical Engineering and Physics, vol. 32, no. 9, pages 1050–1056, 2010. [57](#), [61](#), [66](#)
- [Thelen 03] D.G. Thelen, F.C. Anderson & S.L. Delp. *Generating dynamic simulations of movement using computed muscle control*. Journal of Biomechanics, vol. 36, pages 321–328, 2003. [22](#), [35](#)
- [Thelen 06] D.G. Thelen & F.C. Anderson. *Using computed muscle control to generate forward dynamic simulations of human walking from experimental data*. Journal of Biomechanics, vol. 39, pages 1107–1115, 2006. [21](#), [35](#), [52](#)

- [Van Sint Jan 06] S. Van Sint Jan, P. Salvia, V. Feipel, S. Sobzack, M. Rooze & V. Sholukha. *In vivo registration of both electrogoniometry and medical imaging : development and application on the ankle joint complex.* IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 53, no. 4, pages 759–762, 2006. [20](#)
- [Wan 06] L. Wan, R.J. de Asla & G. Rubash H.E. ands Li. *Determination of in-vivo articular cartilage contact areas of human talocrural joint under weightbearing conditions.* Osteoarthritis Cartilage, vol. 14, no. 12, pages 1294–1301, 2006. [43](#)
- [Wehner 09] T. Wehner, L. Claes & U. Simon. *Internal loads in the human tibia during gait.* Clinical Biomechanics, vol. 24, no. 3, pages 299–302, 2009. [66](#), [90](#), [97](#)
- [White 89] S.C. White, H.J. Yack & D.A. Winter. *A three-dimensional musculoskeletal model for gait analysis. Anatomical variability estimates.* Journal of Biomechanics, vol. 22, no. 8/9, pages 885–893, 1989. [21](#)
- [Winby 09] C.R. Winby, D.G. Lloyd, T.F. Besier & T.B. Kirk. *Muscle and external load contribution to knee joint contact loads during normal gait.* Journal of Biomechanics, vol. 42, no. 14, pages 2294–2300, 2009. [66](#), [92](#), [101](#), [111](#)
- [Worsley 11] P. Worsley, M. Stokes & M. Taylor. *Predicted knee kinematics and kinetics during functional activities using motion capture and musculoskeletal modelling in healthy older people.* Gait and Posture, vol. 33, no. 2, pages 268–273, 2011. [66](#)
- [Wu 02] G. Wu, S. Siegler, P. Allard, C. Kirtley, A. Leardini, D. Rosenbaum, M. Whittle, D.D. D'Lima, L. Cristofolini, H. Witte, O. Schmid & I. Stokes. *ISB recommendation on definitions of joint coordinate system of various joints for the reporting of human joint motion – part I : ankle, hip, and spine.* Journal of Biomechanics, vol. 35, no. 4, pages 543–548, 2002. [17](#), [42](#)
- [Wu 05] G. Wu, F.C. van der Helm, H.E. Veeger, M. Makhsous, P. Van Roy, C. Anglin, J. Nagels, A.R. Karduna, K. McQuade, X. Wang, F.W. Werner & B. Buchholz. *ISB recommendation on definitions of joint coordinate systems of various joints for the reporting of human joint motion–Part II : shoulder, elbow, wrist and hand.* Journal of Biomechanics, vol. 38, no. 5, pages 981–992, 2005. [17](#), [42](#)
- [Xiao 08] M. Xiao & J.S. Higginson. *Muscle function may depend on model selection in forward simulation of normal walking.* Journal of Biomechanics, vol. 41, pages 3236–3242, 2008. [16](#), [67](#)
- [Yamaguchi 90] G.T. Yamaguchi & F.E. Zajac. *Restoring unassisted natural gait to paraplegics via functional neuromuscular stimulation : a computer simulation study.* IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol. 37, no. 9, pages 886–902, 1990. [33](#)
- [Yamaguchi 95] G.T. Yamaguchi, D.W. Moran & J. Si. *A computationally efficient method for solving the redundant problem in biomechanics.* Journal of Biomechanics, vol. 28, no. 8, pages 999–1005, 1995. [34](#)
- [Young 83] J.W. Young, R.F. Chandler, C.C. Snow, K.M. Robinette, G.F. Zehner & M.S. Lofberg. *Anthropometric and mass distribution characteristics of the adults female.* Rapport technique, FAA Civil Aeromedical Institute, Oklahoma City, Oklahoma, 1983. [17](#)

BIBLIOGRAPHIE

- [Zajac 89] F.E. Zajac. *Muscle and tendon : properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control.* Critical reviews in biomedical engineering, vol. 17, no. 4, pages 359–411, 1989. [22](#), [23](#), [24](#), [129](#)
- [Zatsiorsky 85] V.M. Zatsiorsky & V.N. Selujanov. *Estimation of the mass and inertia characteristics of the human body by means of the best predictive regressions equations.* In in : D.A. Winter, R.W. Norman, R.P. Wells, K.C. Hayes and A.E. Paftla, Biomechanics IX-B. Human Kinetics, Champaign, Illinois, pages 233–239. 1985. [17](#)

Liste des figures

1.1	Croquis de portions du squelette par Léonard de Vinci	3
1.2	Croquis de la musculature postérieure du bras par Léonard de Vinci	4
2.1	Reconstruction tridimensionnelle de la cinématique d'un sujet au cours de la marche	8
2.2	Aperçu des modèles intervenant sous le terme de modèle musculo-squelettique (de gauche à droite : paramétrage du système et géométrie des masses, modèles cinématiques, géométrie musculo-squelettique, modèles d'activation musculaire et de dynamique de contraction du complexe muscle-tendon)	10
2.3	Paramétrage d'un système plan à boucle ouverte en coordonnées relatives (paramétrage minimum à l'aide des variables articulaires θ_1 , θ_2 et θ_3)	11
2.4	Paramétrage d'un système plan à boucle ouverte en coordonnées absolues (paramétrage maximum à l'aide des variables articulaires θ_1 , θ_2 et θ_3 et des coordonnées cartésiennes des points P_1 , P_2 et P_3)	12
2.5	Paramétrage d'un système plan à boucle ouverte en coordonnées naturelles (le segment i est repéré à l'aide des coordonnées cartésiennes des points P_i et P_{i+1}) .	13
2.6	Obtention de la cinématique des segments osseux à partir de la trajectoire des marqueurs cutanés (adapté de [Andersen 09])	14
2.7	Modélisation de l'articulation du genou (de gauche à droite : liaison rotule, liaison pivot, liaison universelle ou cardan et mécanisme parallèle)	15
2.8	Modélisation de l'articulation de la cheville (de gauche à droite : liaison rotule, liaison pivot, liaison universelle ainsi que les deux mécanismes parallèles proposés)	16
2.9	Exemple de modélisation des différents segments du membre inférieur lors de l'identification de leurs paramètres inertIELS (adapté de [Dumas 10])	18
2.10	Comparaison entre dynamique directe et dynamique inverse pour la détermination des forces musculo-tendineuses (adapté de [Pandy 01])	19
2.11	Exemple de modèles musculo-squelettiques (à gauche, modèle implémenté dans le logiciel Anybody, à droite, modèle implémenté dans le logiciel SIMM)	20
2.12	Processus d'activation d'un muscle (adapté de [Ackermann 07]). Le délai observé lors de l'activation d'un muscle correspond au temps mis par le calcium Ca^{2+} pour être expulsé du réticulum sarcoplasmique	22
2.13	Modèle de Hill avec tendon (adapté de [Zajac 89]). Les éléments CE, SEE et PEE représentent respectivement l'élément contractile, l'élément élastique en série et l'élément élastique en parallèle du modèle	23
2.14	Propriétés du modèle de Hill avec tendon (adapté de [Erdemir 07]). De gauche à droite : force de l'élément actif du muscle en fonction de la longueur du muscle, force du muscle en fonction de la vitesse d'étirement, force de l'élément passif du muscle en fonction de la longueur du muscle et force du tendon en fonction de la longueur du tendon	23
2.15	Modèle de Huxley (adapté de [Bonnefoy 06]). En (a), la partie active de l'élément élastique en série. En (b), sa partie passive	24

LISTE DES FIGURES

2.16 Structure d'un muscle et organisation microscopique d'une fibre musculaire	25
2.17 Représentation des instrumentations proposée par Henning (adapté de [Henning 85])	26
2.18 Représentation de l'installation du DVRT (adapté de [Fleming 04])	27
2.19 Représentation d'une sonde de force et du « <i>Buckle-gage</i> » (adapté de [Fleming 04])	28
2.20 Minima locaux et minimum global d'une fonction à une variable (adapté de [Bonnefoy 06])	30
2.21 Méthodes d'optimisation couramment employées pour l'estimation des forces musculo-tendineuses (adapté de [Erdemir 07])	33
3.1 Proposition de paramétrage en coordonnées naturelles pour l'étude biomécanique du membre inférieur (adapté de [Dumas 07a])	40
3.2 « <i>Mécanisme parallèle</i> » de la cheville, avec $\mathbf{r}_{V_i}^j$ les j marqueurs virtuels donnant la position des insertions ligamentaires et des points de contact sur le segment i (adapté de [Dumas 10])	43
3.3 « <i>Mécanisme parallèle</i> » du genou, avec $\mathbf{r}_{V_i}^j$ les j marqueurs virtuels donnant la position des insertions ligamentaires et des points de contact sur le segment i (adapté de [Dumas 10])	45
3.4 Géométrie des segments osseux, des points et des trajets musculaires issue des travaux de Delp [Delp 90b]	52
3.5 A gauche, illustration sur le gluteus maximus 1 de l'utilisation de « <i>via points</i> » (en jaune). A droite, illustration sur le gluteus medius de la division en trois liens musculaires des muscles « <i>larges</i> »	54
3.6 Loi de couplage de la cinématique de la rotule. A gauche, les déplacements antéro-postérieur (en noir) et proximal-distal (en gris). A droite, la rotation autour de l'axe de flexion-extension du genou (en gris)	55
3.7 Courbes d'isovaleur dans le plan (f^q, f^i) avec zone minimale (trait plein) et solution (croix noire) de chaque méthode. En haut à gauche : méthode de pénalité, en haut à droite : méthode des multiplicateurs de Lagrange et en bas : méthode par pseudoinverse. L'espace des solutions décrit par la contrainte d'égalité \mathbf{c}_{eq} est également tracé (traits en double pointillés)	59
3.8 Courbes d'isovaleur et zone minimale (trait plein) pour le multiplicateur de Lagrange λ dans le plan de contrainte (f^q, λ) avec f^i calculée à partir de l'équation 3.39	60
3.9 Comparaison entre les forces musculo-tendineuses (traits) et les signaux d'électromyographie de surface (aires grisées) obtenus pendant un cycle de marche (%)	65
4.1 Principaux segments osseux, surfaces articulaires et ligaments intervenant au niveau de la hanche	70
4.2 Segments osseux, surfaces articulaires et ligaments intervenant au niveau du genou	72
4.3 Fonction des ligaments croisés (en vert, le ligament croisé antérieur et en rose, le ligament croisé postérieur) lors des mouvements de flexion/extension (à gauche) et de rotation (en haut à droite la rotation interne retenue par les ligaments croisés, en bas à droite la rotation externe non retenue par les ligaments croisés)	73
4.4 Segments osseux, surfaces articulaires et ligaments intervenant au niveau de la cheville	74
4.5 Mécanisme tenon-mortaise de la cheville (à gauche, plan sagittal et à droite, plan frontal)	74
4.6 Articulation du genou atteinte par une arthrose avancée	75

4.7	A gauche, microstructure d'un tissu osseux sain, à droite, détérioration de cette microstructure due à l'ostéoporose	77
4.8	Identification des forces de contact	79
4.9	Identification des forces ligamentaires	81
4.10	Le modèle cinématique du genou utilisé ne comprend pas de ligament collatéral latéral. Il est résulte donc que lorsque ce dernier aurait dû tirer, c'est le ligament collatéral médial qui le remplace en poussant	83
4.11	Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues par le critère M (traits noirs), MC (traits rouges), ML (traits bleus) et MCL (traits pointillés rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)	89
4.12	Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues par le critère M (traits noirs), MS (traits verts) et MLS (traits pointillés bleus) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)	91
4.13	Comparaison entre les forces de contacts proximales-distales obtenues pour les différents critères et les données simulées (aires) ou mesurées (traits) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)	93
4.14	Forces ligamentaires obtenues par calcul a posteriori pendant un cycle de marche (%)	94
4.15	Comparaison entre la force des ligaments LCA, MCL et TiCaL obtenues pour les différents critères et les données simulées (aires) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)	95
4.16	Comparaison entre les forces segmentaires obtenues suivant les axes u_i , v_i et w_i pour les critères M (traits noirs), MS (traits pleins verts) et MLS (traits pointillés verts) pendant un cycle de marche (%)	96
4.17	Comparaison entre les forces segmentaires axiales (axe v_i) obtenues pour les différents critères étudiés et les données simulées (aires) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)	96
4.18	Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues pour le critère M (traits noirs) et pour les critères du scénario n°1 (traits rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)	99
4.19	Comparaison entre les forces de contacts proximales-distale obtenues pour le critère M et pour les critères du scénario n°1 avec les données simulées (aires) ou mesurées (traits) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)	100
4.20	Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues pour le critère M (traits noirs) et pour les critères du scénario n°2 (traits rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)	103
4.21	Comparaison entre la force segmentaire axiale (axe v_i) obtenues pour le critère M (trait noir) et pour les critères du scénario n°2 (trait rouge) pendant un cycle de marche (%)	104
4.22	Comparaison entre les forces musculo-tendineuses obtenues pour le critère M (traits noirs) et pour les critères du scénario n°3 (traits rouges) avec les signaux EMG (aires grisées) recueillis pendant un cycle de marche (%)	106
4.23	Comparaison entre la force du LCA obtenue pour le critère M (trait noir) et pour les critères du scénario n°3 (trait rouge) avec les données simulées (aires) issues de la littérature pendant un cycle de marche (%)	107

Liste des tableaux

3.1	Proposition de paramétrage \mathbf{Q}_i aux membres inférieurs à partir des données issues de la position de points anatomiques remarquables	41
3.2	Construction du modèle cinématique de la cheville à l'aide d'un « <i>mécanisme parallèle</i> »	44
3.3	Construction du modèle cinématique du genou à l'aide d'un « <i>mécanisme parallèle</i> »	46
3.4	Segments constituant notre modèle géométrique	53
3.5	Muscles constituant notre modèle géométrique	53
4.1	Simulations réalisées pour l'étude de l'influence du critère sur les forces calculées	87
4.2	Influence du choix du critère sur le calcul des forces musculo-tendineuses (+/- : augmentation/diminution, 0 : extinction, +/- : pics supplémentaires/disparus, x : pattern largement modifié)	88

Annexes

Annexe 1 - Bras de levier musculaires

$$\left\{ \begin{array}{l} f : \text{amplitude de la force musculo-tendineuse } (f^j : \text{muscle } j) \\ \mathbf{f} : \text{vecteur de la force musculo-tendineuse } (\mathbf{f}_{36 \times 1}^{j : \text{muscle } j}) \\ \mathbf{N} : \text{matrice d'interpolation } \left(\mathbf{N}_i^{V_m^k : \text{point } k \text{ du muscle } j} \right) \\ \mathbf{Q} : \text{paramètres } (\mathbf{Q}_i : \text{segment } i) \end{array} \right.$$

Muscle	Bras de levier
Gluteus maximus 1	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^1 = \underbrace{\left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \left[\mathbf{N}_4^{V_m^3} \right]^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m^2} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m^3} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m^2} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m^3} \mathbf{Q}_4 \ } \end{matrix} \right]}_{\mathbf{L}^1} \cdot f^1$
Gluteus maximus 2	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^2 = \underbrace{\left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \left[\mathbf{N}_4^{V_m^3} \right]^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m^2} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m^3} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m^2} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m^3} \mathbf{Q}_4 \ } \end{matrix} \right]}_{\mathbf{L}^2} \cdot f^2$
Gluteus maximus 3	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^3 = \underbrace{\left[\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \left[\mathbf{N}_4^{V_m^3} \right]^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m^2} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m^3} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m^2} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m^3} \mathbf{Q}_4 \ } \end{matrix} \right]}_{\mathbf{L}^3} \cdot f^3$

ANNEXES

Muscle	Bras de levier
Gluteus medius 1	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^4 = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^4} \cdot f^4$
Gluteus medius 2	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^5 = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 5} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 5} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 5} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 5} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^4} \cdot f^4$
Gluteus medius 3	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^6 = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 6} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 6} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 6} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 6} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^4} \cdot f^4$
Gluteus minimus 1	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^7 = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 7} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 7} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^4} \cdot f^4$
Gluteus minimus 2	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^8 = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 8} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 8} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 8} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 8} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^8} \cdot f^8$
Gluteus minimus 3	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^9 = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 9} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 9} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 9} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 9} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^9} \cdot f^9$
Adductor longus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{10} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 10} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 10} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 10} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 10} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{10}} \cdot f^{10}$

Muscle	Bras de levier
Adductor brevis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{11} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_{11}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_{11}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{11}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_{11}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{11}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{11}} \cdot f^{11}$
Adductor magnus 1	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{12} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_{12}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_{12}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{12}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_{12}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{12}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{12}} \cdot f^{12}$
Adductor magnus 2	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{13} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_{13}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_{13}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{13}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_{13}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{13}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{13}} \cdot f^{13}$
Adductor magnus 3	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{14} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_{14}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_{14}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{14}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_{14}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{14}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{14}} \cdot f^{14}$
Pectineus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{15} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_{15}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_{15}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{15}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_{15}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{15}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{15}} \cdot f^{15}$
Iliacus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{16} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 3_{16}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 2_{16}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 3_{16}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 2_{16}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 3_{16}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{16}} \cdot f^{16}$
Quadriceps femoris	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{17} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_{17}} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_{17}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{17}} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_{17}} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_{17}} \mathbf{Q}_4\ } \right]}_{\mathbf{L}^{17}} \cdot f^{17}$

ANNEXES

Muscle	Bras de levier
Gemellus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{18} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 2_18} \\ \mathbf{N}_4^{V_m 2_18} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_18} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_18} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_18} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 2_18} \mathbf{Q}_4\ }}_{\mathbf{L}^{18}} \cdot f^{18}$
Piriformis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{19} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 3_19} \\ \mathbf{N}_4^{V_m 3_19} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 2_19} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 3_19} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 2_19} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 3_19} \mathbf{Q}_4\ }}_{\mathbf{L}^{19}} \cdot f^{19}$
Tensor fascie late	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{20} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 4_20} \\ \mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 4_20} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 4_20} \mathbf{Q}_3\ } - \begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \\ \mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 4_20} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 3_20} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 4_20} \mathbf{Q}_3\ }}_{\mathbf{L}^{20}} \cdot f^{20}$
Gracilis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{21} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 2_21} \\ \mathbf{N}_5^{V_m 2_21} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_21} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_21} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_21} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_21} \mathbf{Q}_3\ }}_{\mathbf{L}^{21}} \cdot f^{21}$
Semimembranosus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{22} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 2_22} \\ \mathbf{N}_5^{V_m 2_22} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_22} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_22} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_22} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_22} \mathbf{Q}_3\ }}_{\mathbf{L}^{22}} \cdot f^{22}$
Semitendinosus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{23} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 2_23} \\ \mathbf{N}_5^{V_m 2_23} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_23} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_23} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_23} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_23} \mathbf{Q}_3\ }}_{\mathbf{L}^{23}} \cdot f^{23}$
Biceps femoris long head	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{24} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 2_24} \\ \mathbf{N}_5^{V_m 2_24} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 1_24} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_24} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 1_24} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_3^{V_m 2_24} \mathbf{Q}_3\ }}_{\mathbf{L}^{24}} \cdot f^{24}$

Muscle	Bras de levier
Sartorius	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{25} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_m 25} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 25} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 25} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 25} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 25} \mathbf{Q}_3 \ } \\ - \left[\mathbf{N}_4^{V_m 25} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 25} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 25} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 25} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 25} \mathbf{Q}_3 \ } \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{25}} \cdot f^{25}$
Rectus femoris	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{26} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_m 26} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 26} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 26} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 26} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 26} \mathbf{Q}_3 \ } \\ \left[\mathbf{N}_4^{V_m 26} \right]^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 26} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 26} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 26} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 26} \mathbf{Q}_4 \ } - \left[\mathbf{N}_4^{V_m 26} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 26} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 26} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 26} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 26} \mathbf{Q}_3 \ } \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{26}} \cdot f^{26}$
Biceps femoris short head	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{27} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_m 27} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 27} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 27} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 27} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 27} \mathbf{Q}_3 \ } \\ \left[\mathbf{N}_4^{V_m 27} \right]^T \frac{\mathbf{N}_5^{V_m 27} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 27} \mathbf{Q}_4}{\ \mathbf{N}_5^{V_m 27} \mathbf{Q}_5 - \mathbf{N}_4^{V_m 27} \mathbf{Q}_4 \ } - \left[\mathbf{N}_4^{V_m 27} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 27} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 27} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 27} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 27} \mathbf{Q}_3 \ } \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{27}} \cdot f^{27}$
Vastus medialis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{28} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_m 28} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 28} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 28} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 28} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 28} \mathbf{Q}_3 \ } \\ - \left[\mathbf{N}_4^{V_m 28} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 28} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 28} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 28} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 28} \mathbf{Q}_3 \ } \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{28}} \cdot f^{28}$
Vastus intermedialis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{29} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_m 29} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 29} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 29} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 29} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 29} \mathbf{Q}_3 \ } \\ - \left[\mathbf{N}_4^{V_m 29} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 29} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 29} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 29} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 29} \mathbf{Q}_3 \ } \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{29}} \cdot f^{29}$
Vastus lateralis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{30} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\mathbf{N}_3^{V_m 30} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 30} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 30} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 30} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 30} \mathbf{Q}_3 \ } \\ - \left[\mathbf{N}_4^{V_m 30} \right]^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 30} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 30} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 30} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 30} \mathbf{Q}_3 \ } \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{30}} \cdot f^{30}$

ANNEXES

Muscle	Bras de levier
Tendon patellaire	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{31} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{31}} \cdot f^{31}$
Gastrocnemius medialis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{32} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_2^{V_m 32} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 32} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 32} \mathbf{Q}_2\ } \right.} \\ \left. \begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 32} \end{bmatrix}^T \left[\frac{\mathbf{N}_4^{V_m 32} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 32} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3\ } - \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 32} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 32} \mathbf{Q}_2\ } \right] \right.} \\ \left. - \left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 32} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 32} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 32} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 32} \mathbf{Q}_3\ } \right] \right] \underbrace{\mathbf{L}^{32}}_{\mathbf{L}^{32}} \cdot f^{32}$
Gastrocnemius lateralis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{33} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_2^{V_m 33} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 33} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 33} \mathbf{Q}_2\ } \right.} \\ \left. \begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 33} \end{bmatrix}^T \left[\frac{\mathbf{N}_4^{V_m 33} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 33} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3\ } - \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 33} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 33} \mathbf{Q}_2\ } \right] \right.} \\ \left. - \left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_4^{V_m 33} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_4^{V_m 33} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3}{\ \mathbf{N}_4^{V_m 33} \mathbf{Q}_4 - \mathbf{N}_3^{V_m 33} \mathbf{Q}_3\ } \right] \right] \underbrace{\mathbf{L}^{28}}_{\mathbf{L}^{28}} \cdot f^{28}$
Soleus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{34} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_2^{V_m 34} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 34} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 34} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 34} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 34} \mathbf{Q}_2\ } \right.} \\ \left. - \left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 34} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 34} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 34} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 34} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 34} \mathbf{Q}_2\ } \right] \right.} \\ \left. 0 \right] \underbrace{\mathbf{L}^{34}}_{\mathbf{L}^{34}} \cdot f^{34}$
Tibialis posterior	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{35} = \underbrace{\left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_2^{V_m 35} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 35} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 35} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 35} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 35} \mathbf{Q}_2\ } \right.} \\ \left. - \left[\begin{bmatrix} \mathbf{N}_3^{V_m 35} \end{bmatrix}^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_m 35} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 35} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_m 35} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_m 35} \mathbf{Q}_2\ } \right] \right.} \\ \left. 0 \right] \underbrace{\mathbf{L}^{35}}_{\mathbf{L}^{35}} \cdot f^{35}$

Muscle	Bras de levier
Tibialis anterior	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{36} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m36}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m36}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m36}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m36}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m36}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m36}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m36}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m36}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m36}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m36}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{36}} \cdot f^{36}$
Peroneus brevis	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{37} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m37}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m37}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m37}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m37}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m37}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m37}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m37}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m37}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m37}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m37}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{37}} \cdot f^{37}$
Peroneus longus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{38} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m38}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m38}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m38}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m38}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m38}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m38}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m38}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m38}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m38}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m38}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{38}} \cdot f^{38}$
Peroneus tertius	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{39} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m39}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m39}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m39}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m39}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m39}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m39}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m39}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m39}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m39}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m39}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{39}} \cdot f^{39}$
Extensor digitorum longus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{40} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m40}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m40}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m40}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m40}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m40}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m40}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m40}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m40}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m40}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m40}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{40}} \cdot f^{40}$
Extensor hallucis longus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{41} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m41}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m41}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m41}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m41}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m41}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m41}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m41}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m41}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m41}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m41}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{41}} \cdot f^{41}$

ANNEXES

Muscle	Bras de levier
Flexor digitorum longus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{42} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m42}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m42}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m42}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m42}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m42}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m42}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m42}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m42}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m42}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m42}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{42}} \cdot f^{42}$
Flexor hallucis longus	$\mathbf{f}_{36 \times 1}^{43} = \underbrace{\begin{bmatrix} [\mathbf{N}_2^{V_{m43}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m43}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m43}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m43}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m43}} \mathbf{Q}_2\ } \\ - [\mathbf{N}_3^{V_{m43}}]^T \frac{\mathbf{N}_3^{V_{m43}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m43}} \mathbf{Q}_2}{\ \mathbf{N}_3^{V_{m43}} \mathbf{Q}_3 - \mathbf{N}_2^{V_{m43}} \mathbf{Q}_2\ } \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}^{43}} \cdot f^{43}$

Annexe 2 - Simulations et pondérations

Le tableau suivant synthétise les différentes simulations réalisées et présentées dans cette thèse. Les facteurs pondérateurs apparaissant ici correspondent aux rapports entre les multiplicateurs de Lagrange et leur force associée.

	Signe de λ	Force associée	MC	ML	MS	MCL	MLS	Scénario 1	Scénario 2	Scénario 3
Contraintes cinématiques	+/-	Contact X								
	+	Contact Y	1				1			
	+	Contact Z	1				1			
	+	TiCaL		2L		2L	2L			
	+/-	CaFiL								
Contraintes de corps rigides	+	Contact medial	1				1	1	1	
	+	Contact lateral	1				1	1	1	
	+	LCA		2L		2L	2L		2L	
	+/-	LCP								
	-	MCL		-2L		-2L	-2L			
Cheville	+/-	Contact X								
	+	Contact Y	1				1			
	-	Contact Z	-1				-1			
	+	Force 1			1		1			
	+	Force 2				1		1		
Genou	+	Force 3			1		1			
	+	Force 4 (axiale)				2L	2L			
	+/-	Force 5								
	+	Force 6			1		1			
	+	Force 1			1		1			
Hanche	-	Force 2				-1		-1		
	+/-	Force 3								
	+	Force 4 (axiale)			2L		2L			
	-	Force 5			-1		-1			
	-	Force 6			-1		-1			
Cheville	-	Force 1			-1		-1			
	+	Force 2				1		1		
	+/-	Force 3								
	+	Force 4 (axiale)				2L	2L			
	+/-	Force 5								
Genou	+	Force 6			1		1			
	+	Force 1				1		1		
	-	Force 2				-1		-1		
	+/-	Force 3								
	+	Force 4 (axiale)			2L		2L			
Hanche	-	Force 5			-1		-1			
	+/-	Force 6				1		1		
	+	Force 1				1		1		
	+	Force 2					1			
	+/-	Force 3							2L	
	+	Force 4 (axiale)				2L		2L		
	+/-	Force 5								
	+	Force 6				1		1		