2-2

SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS POR FACTORIZACIÓN

Al finalizar la sección 2-2 asegúrate que hayas adquirido las siguientes competencias o conocimientos:

- ☐ Saber identificar los elementos de una ecuación cuadrática completa.
- ☐ Saber resolver ecuaciones cuadráticas usando la factorización.

Cada vez que te asegures de que manejas alguna sección, márcala con una palomita para que lleves el control de tu avance.

Qué vas a aprender:

- Utilizar ecuaciones cuadráticas para modelar situaciones y resolverlas usando la factorización

Por qué es importante:

- ✓ Se pueden resolver problemas geométricos y de caída libre

ACTIVIDAD 2.2.1 Estudiando ecuaciones cuadráticas. **Fecha: __________**

Física

¿Sabías que puedes conocer la altura de un puente sobre un río sin necesidad de usar una cinta para medir? Si posees un cronómetro y una piedra solo tienes que contar los segundos que transcurren desde que sueltas la piedra en caída libre hasta que llegue al agua y sustituir el dato en la fórmula $h = 4.9t^2$. El resultado numérico es la altura medida en metros.
Caso contrario es cuando se conoce la altura, se sustituye el dato en la fórmula y se procede a resolver la ecuación surgida para conocer el tiempo de caída.

Suponer que una piedra llega al agua en un segundo, ¿cuál es la altura en metros del puente?

$$h = 4.9t^2$$
$$= 4.9(1)^2$$
$$h = 4.9$$

¿Cuánto tiempo dura en caída libre una piedra si el puente tiene una altura de 19.6 metros?

$$h = 4.9t^2$$
$$19.6 = 4.9t^2$$
$$\frac{19.6}{4.9} = t^2$$
$$4 = t^2$$
$$t^2 - 4 = 0 \qquad t + 2 = 0 \qquad t - 2 = 0$$
$$(t+2)(t-2) = 0 \qquad t_1 = -2 \qquad t_2 = 2$$

Ecuación cuadrática Si después de igualar a cero y reducir los términos de una ecuación de un solo tipo de incógnita, uno de los términos con variable aun conservara el exponente dos como máximo en la variable, entonces se trata de una *ecuación de segundo grado* o *ecuación cuadrática en una variable*.

Las ecuaciones cuadráticas tienen por lo común dos fuentes de origen: problemas concretos de la vida real o personas que las producen de manera abstracta. Tratándose de utilidad, las ecuaciones cuadráticas tienen muchas aplicaciones, algunas se abordarán en este estudio.
La expresión $ax^2 + bx + c = 0$ se denomina **forma general de la ecuación cuadrática completa,** donde x es la incógnita. Los nombres de cada elemento son:

Término cuadrático o de 2do grado

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Término lineal o de 1er grado

Término independiente

Para que exista la ecuación cuadrática es necesario que el coeficiente $a \neq 0$ de lo contrario, el término cuadrático faltaría y con él la ecuación cuadrática. Sin embargo, pueden faltar a su vez el término lineal o el término independiente dando lugar a la **ecuación cuadrática incompleta**. Las versiones de estas ecuaciones son dos:

LA ECUACIÓN CUADRÁTICA INCOMPLETA	
$ax^2 + bx = 0$	Ecuación cuadrática incompleta donde falta el **término independiente**
$ax^2 + c = 0$	Ecuación cuadrática incompleta donde falta el **término lineal.**

Hay varios métodos para resolver ecuaciones cuadráticas pero también las distintas formas como vienen las ecuaciones requieren para facilidad de solución uno u otro método. En este apartado abordaremos especialmente la solución por el método de la factorización.

Ecuaciones incompletas tipo $ax^2 + bx = 0$ La factorización necesaria para este tipo de ecuaciones es la extracción del factor común, después de realizar la extracción se aplica la propiedad del producto nulo (cero), entonces los factores se convierten en ecuaciones lineales fáciles de resolver.

Ejemplos:

a) Resolver $x^2 + 10x = 0$

$x^2 + 10x = 0$

$x(x+10) = 0$ Extrayendo el factor común

$\boxed{x_1 = 0}$ $x + 10 = 0$ Aplicando la propiedad del producto nulo*

$\boxed{x_2 = -10}$ Despejando

Comprobación:(sustituyendo cada solución en la ecuación original)

$\underline{x_1 = 0}$

$(0)^2 + 10(0) = 0$

$0 + 0 = 0$

$0 \equiv 0$

$\underline{x_2 = -10}$

$(-10)^2 + 10(-10) = 0$

$100 - 100 = 0$

$0 \equiv 0$

*La propiedad del **producto nulo** establece que si al multiplicar dos factores el resultado es cero entonces al menos uno de esos factores es igual a cero.

b) Resolver $8x^2 - 20x = 0$

$8x^2 - 20x = 0$

$4x(2x-5) = 0$ Extrayendo el factor común

$4x = 0$ $2x - 5 = 0$ Aplicando la propiedad del producto nulo

$x = \frac{0}{4}$ $2x = 5$ Despejando

$\boxed{x_1 = 0}$ $\boxed{x_2 = \frac{5}{2}}$

Con la práctica descubrirás que en este tipo de ecuaciones incompletas una solución siempre valdrá cero.

Ecuaciones incompletas tipo $ax^2 + c = 0$ Este tipo de ecuaciones puede factorizarse fácilmente cuando se trata de una diferencia de cuadrados o de una simple diferencia.

Ejemplos:

a) Resolver por factorización $x^2 - 36 = 0$

$x^2 - 36 = 0$

$(x+6)(x-6) = 0$ Factorizando la diferencia de cuadrados como dos binomios conjugados

$x + 6 = 0$ $x - 6 = 0$ Aplicando la propiedad del producto nulo

$\boxed{x_1 = -6}$ $\boxed{x_2 = 6}$ Despejando

b) Resolver por factorización $x^2-5=0$

$$x^2-5=0$$

$\left(x+\sqrt{5}\right)\left(x-\sqrt{5}\right)=0$ Factorizando la diferencia de cuadrados como dos binomios conjugados

$x+\sqrt{5}=0$ $\quad x-\sqrt{5}=0$ Aplicando la propiedad del producto nulo

$\boxed{x_1=-\sqrt{5}}$ $\quad \boxed{x_2=\sqrt{5}}$ Despejando

Ecuaciones cuadráticas completas Una buena cantidad de ecuaciones cuadráticas de este tipo pueden resolverse por factorización siempre y cuando sean *productos notables*.

Ejemplos:

Con un sencillo razonamiento se puede concluir que las ecuaciones cuadráticas que tienen la forma de un trinomio cuadrado perfecto tendrán única solución pues provienen de factores iguales

a) Resolver por factorización $x^2+8x+16=0$

$x^2+8x+16=0$ Es un trinomio cuadrado perfecto

$(x+4)(x+4)=0$ Factorizando como un binomio al cuadrado aquí mostrado en forma de factores

$x+4=0$ $\quad x+4=0$ Aplicando la propiedad del producto nulo

$\boxed{x_1=-4}$ $\quad \boxed{x_2=-4}$ Despejando

b) Resolver por factorización $x^2+7x+10=0$

$x^2+7x+10=0$ Es un trinomio de segundo grado

$(x+5)(x+2)=0$ Factorizando como dos binomios con un término común

$x+5=0$ $\quad x+2=0$ Aplicando la propiedad del producto nulo

$\boxed{x_1=-5}$ $\quad \boxed{x_2=-2}$ Despejando

c) Resolver por factorización $(x-4)(x+2)=2x^2-5x-12$

$(x-4)(x+2)=2x^2-5x-12$

$x^2-2x-8=2x^2-5x-12$ Aplicando la propiedad distributiva en el primer miembro de la igualdad

$0=2x^2-5x-12-x^2+2x+8$ Pasando todos los términos a un solo miembro de la igualdad

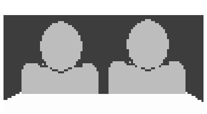
$x^2-3x-4=0$ Reduciendo, resulta ser un trinomio de segundo grado

$(x-4)(x+1)=0$ Factorizando

$x-4=0$ $\quad x+1=0$ Aplicando propiedad del producto nulo

$\boxed{x_1=4}$ $\quad \boxed{x_2=-1}$ Despejando

ACTIVIDAD 2.2.2 **Resolviendo ecuaciones cuadráticas por factorización.** **Fecha: __________**



1. Solamente simplificar cada ecuación y escribirla en el formato $ax^2+bx+c=0$.

a) $10x^2=-12x-7$ $\qquad$ b) $(x+9)^2=20$

c) $x-\frac{16}{x}+6=0$

d) $\frac{x-1}{3}+\frac{4}{x}=2$

2. Escribe los valores de a, b y c de cada ecuación cuadrática, si es completa o incompleta y en caso de ser incompleta incluye el nombre del término faltante.

Ecuación	a	b	c	Completa o incompleta	Término faltante
a) $x^2-8x+15=0$	1	–8	15	Completa	
b) $x^2+18x=0$					
c) $x^2=324$					
d) $-169+x^2=0$					
e) $x^2=20x$					

3. Resuelve las ecuaciones cuadráticas incompletas por el método de factorización (extrayendo el factor común). Incluir comprobación en los ejercicios que lo indiquen.

a) $x^2-28x=0$ Comprobar

b) $5x^2+35x=0$

c) $x^2-36x=0$

d) $\frac{2}{7}x^2+\frac{3}{7}x=0$

e) $x^2=3x$ Comprobar

f) $-30x=x^2$

g) $x(x-28)=0$

h) $4x(x+3)=16x$

i) $10x^2=50x$

j) $2v(v-7)=5v(v-7)$

k) $0=y(y-14)$

l) $y\left(\frac{2}{3}y-\frac{4}{5}\right)=0$

4. Resuelve las ecuaciones cuadráticas incompletas por factorización. Incluir comprobación donde se requiera.

a) $x^2 - 169 = 0$ Comprobar

b) $x^2 - 324 = 0$

c) $x^2 = 1000$

d) $x(x+8) = 8x + 25$

e) $3(x+12)(x-12) = 0$

f) $x^2 - \frac{49}{81} = 0$

g) $3x^2 - 300 = 0$ Comprobar

h) $\frac{2}{9}x^2 - 2 = 0$

i) $x^2 - 98 = 0$

j) $x^2 - 72 = 0$

k) $x^2 - 225 = 0$ Comprobar

l) $x^2 - 800 = 0$

5. Resolver las ecuaciones cuadráticas por factorización. Comprobar donde se requiera.

a) $x^2 - 18x + 81 = 0$

b) $x^2 + 32x + 256 = 0$

c) $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

d) $x^2 + 2x - 80 = 0$

e) $x^2 + 7x + 12 = 0$

f) $x^2 - 6x - 16 = 0$

g) $x^2 - 40x + 400 = 0$

h) $x^2 - 2x - 15 = 0$

i) $x^2 - 10x + 9 = 0$

j) $(x-6)(x+1) = 0$

k) $x^2 - 3x + 2 = 0$

l) $x^2 - 15x + 26 = 0$

m) $\left(\frac{3}{4} - 4x\right)\left(\frac{2}{3} + 6x\right) = 0$

n) $(2x+10)(3x-15) = 0$

o) $x^2 = 2x - 1$

p) $2x^2 - 20x + 50 = 0$

q) $x^2 + x - 12 = 0$

r) $x^2 - 7x - 18 = 0$

s) $2(5-x) = (x-5)^2$

t) $(x+5)^2 = 49$ Comprobar

u) $x + \frac{5}{x} - 6 = 0$

v) $\frac{x-2}{x+1} + \frac{x-1}{x+3} = 1$

w) $2 - \frac{8}{x+1} = \frac{11}{2x-3}$

x) $\frac{x}{2+x} = \frac{2}{1-x}$

6. En los siguientes ejercicios armar la ecuación cuadrática con coeficientes enteros más sencilla que tenga como soluciones los números dados.

Soluciones	Ecuación	Soluciones	Ecuación	Soluciones	Ecuación
a) 0 y 6		b) 0 y −9		c) 0 y $-\frac{4}{5}$	
d) −2 y 8		e) −3 y 3		f) $\frac{3}{4}$ solamente	
g) 12 solamente		h) $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{4}$		i) $\frac{3}{10}$ y $-\frac{3}{10}$	
j) 3 y 7		k) −9 y 1		l) 12 y −12	

CORRIGIÓ: ____________________

CALIFICACIÓN = $\frac{\#aciertos}{75} \times 10 =$ _____