



# Mesterséges intelligencia előadássorozat

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (<http://aima.cs.berkeley.edu>) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (<http://ai.berkeley.edu>).

These slides are based on the AIMA book (<http://aima.cs.berkeley.edu>) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (<http://ai.berkeley.edu>).



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Villamosmérnöki és Informatikai Kar  
Mesterséges Intelligencia és Rendszertervezés Tanszék



# Mesterséges intelligencia

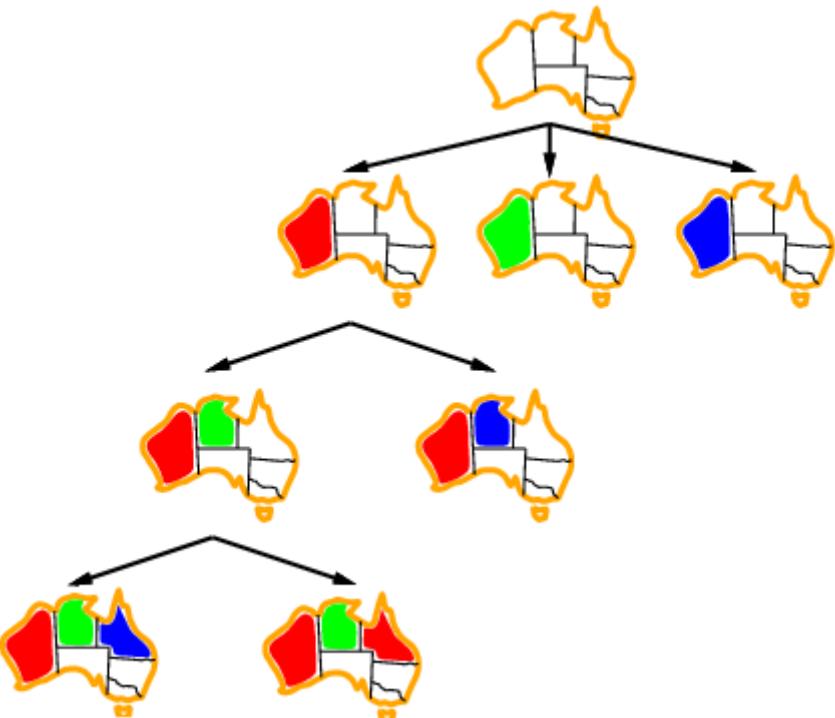
## Kényszerkielégítési problémák II.

Előadó: Dr. Hullám Gábor

Előadás anyaga: Dr. Gézsi András, Dr. Hullám Gábor



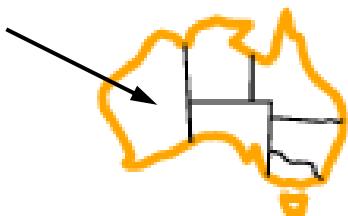
# Visszalépéses keresés



- A visszalépéses keresés az alapvető, nem-informált algoritmus kényszerkielégítési problémák megoldására
- **1. ötlet: Egy lépésben egy változóhoz rendeljünk értéket**
  - A változó-hozzárendelés kommutatív, rögzítsük a változók sorrendjét  
Pl: [WA = **vörös**, majd NT = **zöld**] ua. mint  
[NT = **zöld**, majd WA = **vörös**]
  - minden egyes lépésben a soron következő változóhoz rendeljünk értéket
- **2. ötlet: Ellenőrizzük a kényszereket a változó-hozzárendelések során**
  - Olyan értéket válasszunk, amely a korábbi hozzárendelésekkel nincs konfliktusban
  - A kényszerek ellenőrzése további számítással is járhat
  - „Fokozatos célállapotteszt”
- Mélységi keresés + 1. ötlet + 2. ötlet = **visszalépéses keresés** (backtracking search)
- N-királynő problema megoldható:  $N \approx 25$

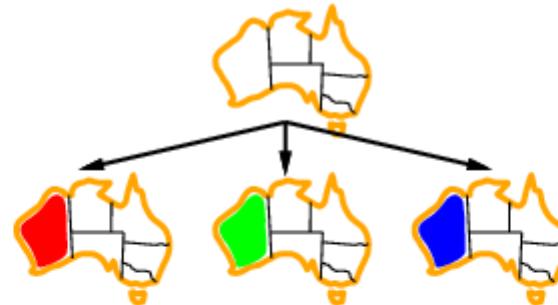
# Visszalépéses keresés

---



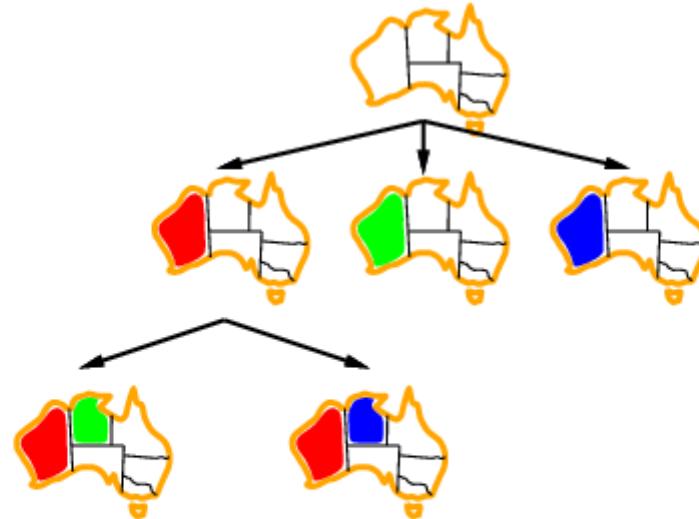
# Visszalépéses keresés

---

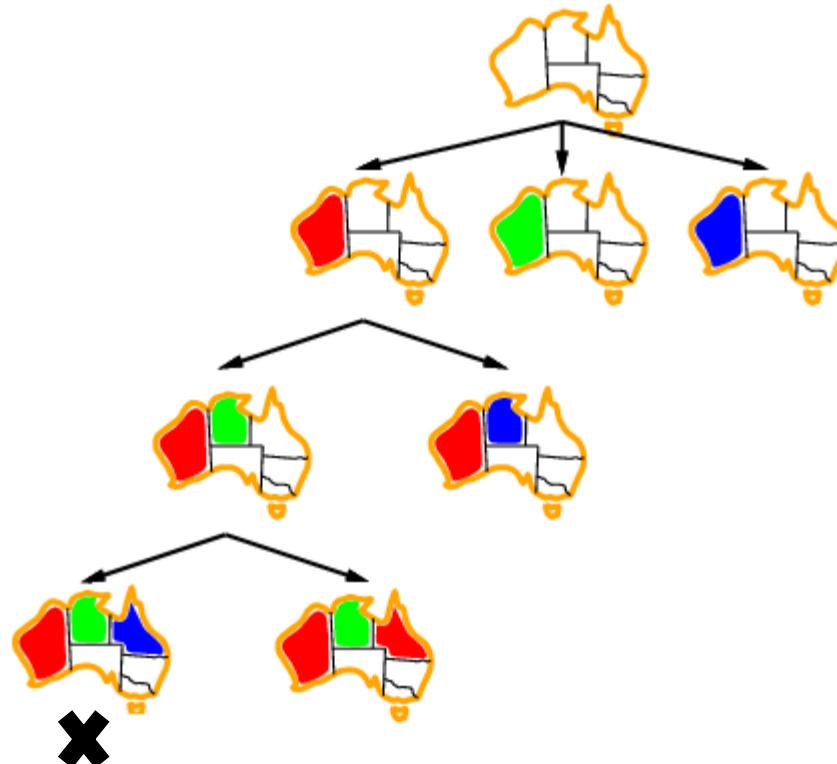


# Visszalépéses keresés

---



# Visszalépéses keresés



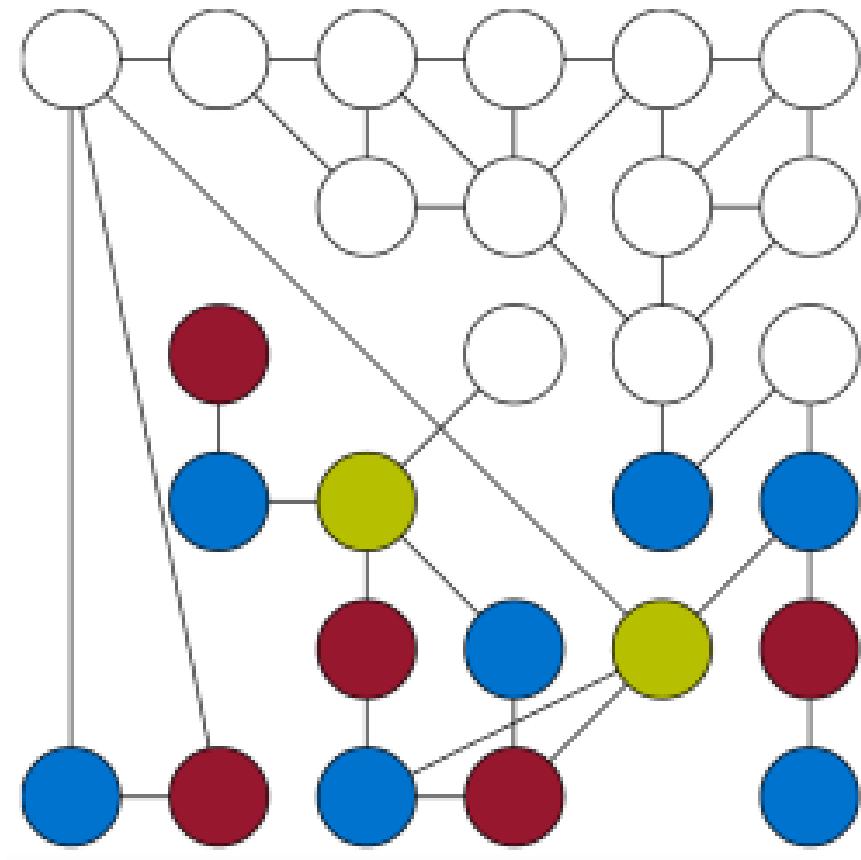
# Visszalépéses keresés

```
function VISSZALÉPÉSÉS-KERESÉS(csp) returns egy megoldást, vagy meghiúsul  
return REKURZÍV-VISSZALÉPÉSES({},csp)
```

```
function REKURZÍV-VISSZALÉPÉSES(hozzárendelések, csp) returns egy megoldást, vagy meghiúsul  
if hozzárendelések teljes then return hozzárendelések  
var  $\leftarrow$  HOZZÁRENDELETLEN-VÁLTOZÓ-KIVÁLASZTÁSA(VÁLTOZÓK[csp],hozzárendelések,csp)  
for each érték in TARTOMÁNY-ÉRTÉKEK-SORRENDEZÉSE(var, hozzárendelések, csp) do  
    if érték konzisztens a hozzárendelések-kel KÉNYSZEROK(csp) szerint then  
        hozzáad {var = érték} hozzárendelések-hez  
        eredmény  $\leftarrow$  REKURZÍV-VISSZALÉPÉSES(hozzárendelések, csp)  
        if eredmény  $\neq$  meghiúsulás then return eredmény
```

# Néhány gyengeség

- Tekintsük az itt látható részleges hozzárendelést
  - A csomópontokat lentről felfelé, balról jobbra járjuk be
  - Vajon a jelenlegi hozzárendelés kudarcra van ítélt?
  - A naív visszalépéses keresés túlkésőn veszi észre a problémát



# A visszalépéses keresés hatékonyságának növelése

---

- Általános, tárgyterület-független heurisztikákkal növelhetjük a hatékonyságot
- Szűrés:
  - Ki tudjuk korán szűrni a kudarcra ítélt megoldásokat?
- Sorrendezés:
  - Változók sorrendezése: Melyik változóhoz rendeljünk értéket a következő lépésben?
  - Értékek sorrendezése: Melyik értéket rendeljük hozzá először a változóhoz?
- Struktúra:
  - Ki tudjuk használni a probléma struktúráját?

# Szűrés: Előretekintő ellenőrzés

Az előretekintő ellenőrzés minden egyes alkalommal, amikor egy X változó értéket kap, minden, az X-hez kényszerrel kapcsolt, lekötetlen Y-t megvizsgál, és Y tartományából *törli* az X számára választott értékkel inkonzisztens értékeket.



WA

NT

Q

NSW

V

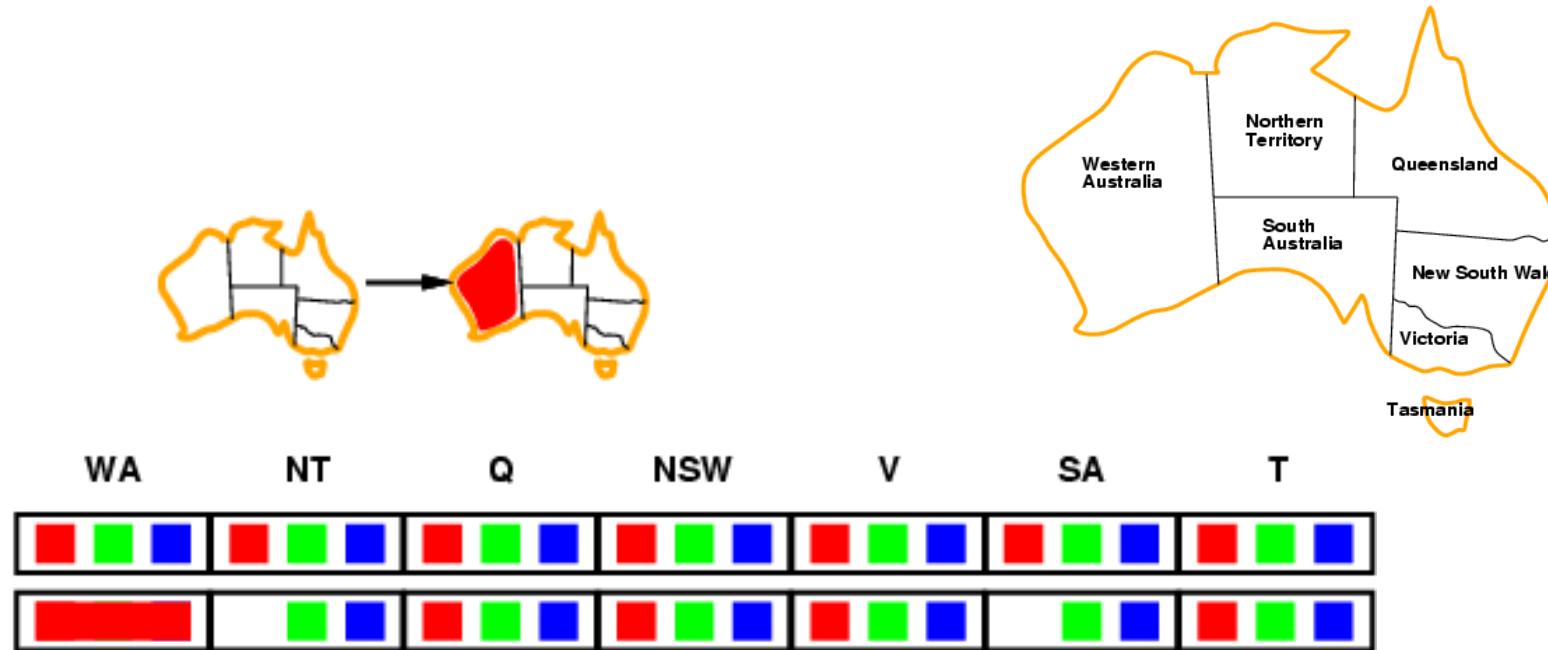
SA

T



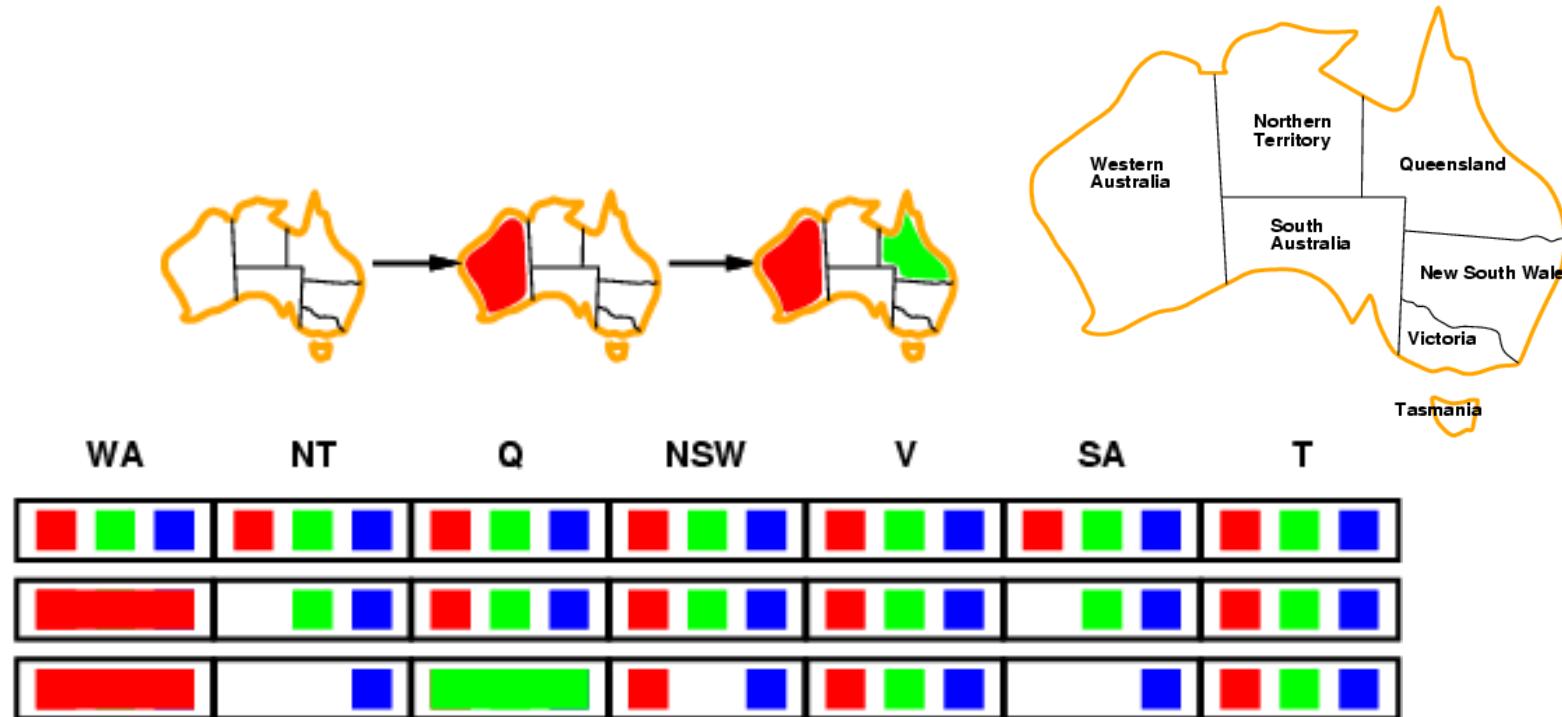
# Szűrés: Előretekintő ellenőrzés

Az előretekintő ellenőrzés minden egyes alkalommal, amikor egy X változó értéket kap, minden, az X-hez kényszerrel kapcsolt, lekötetlen Y-t megvizsgál, és Y tartományából *törli* az X számára választott értékkel inkonzisztens értékeket.



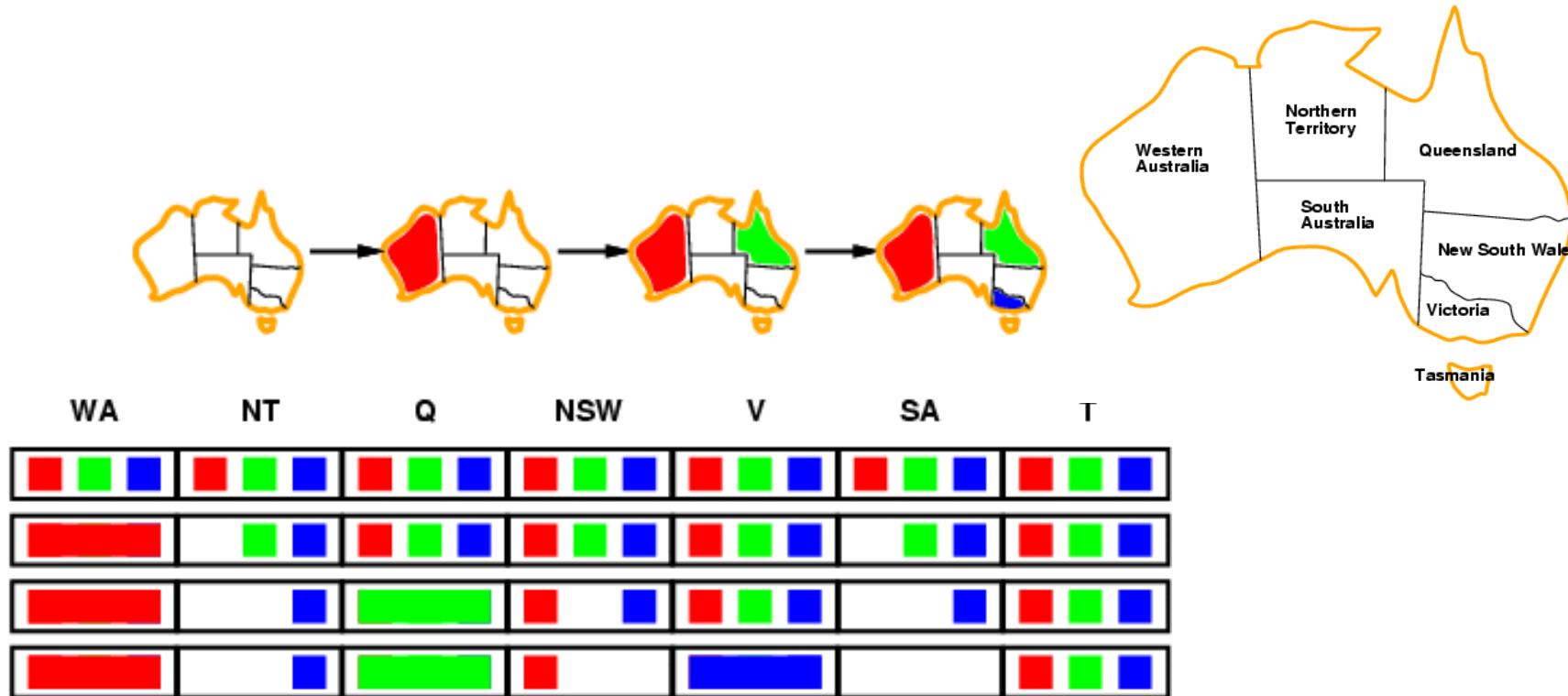
# Szűrés: Előretekintő ellenőrzés

Az előretekintő ellenőrzés minden egyes alkalommal, amikor egy X változó értéket kap, minden, az X-hez kényszerrel kapcsolt, lekötetlen Y-t megvizsgál, és Y tartományából törli az X számára választott értékkel inkonzisztens értékeket.



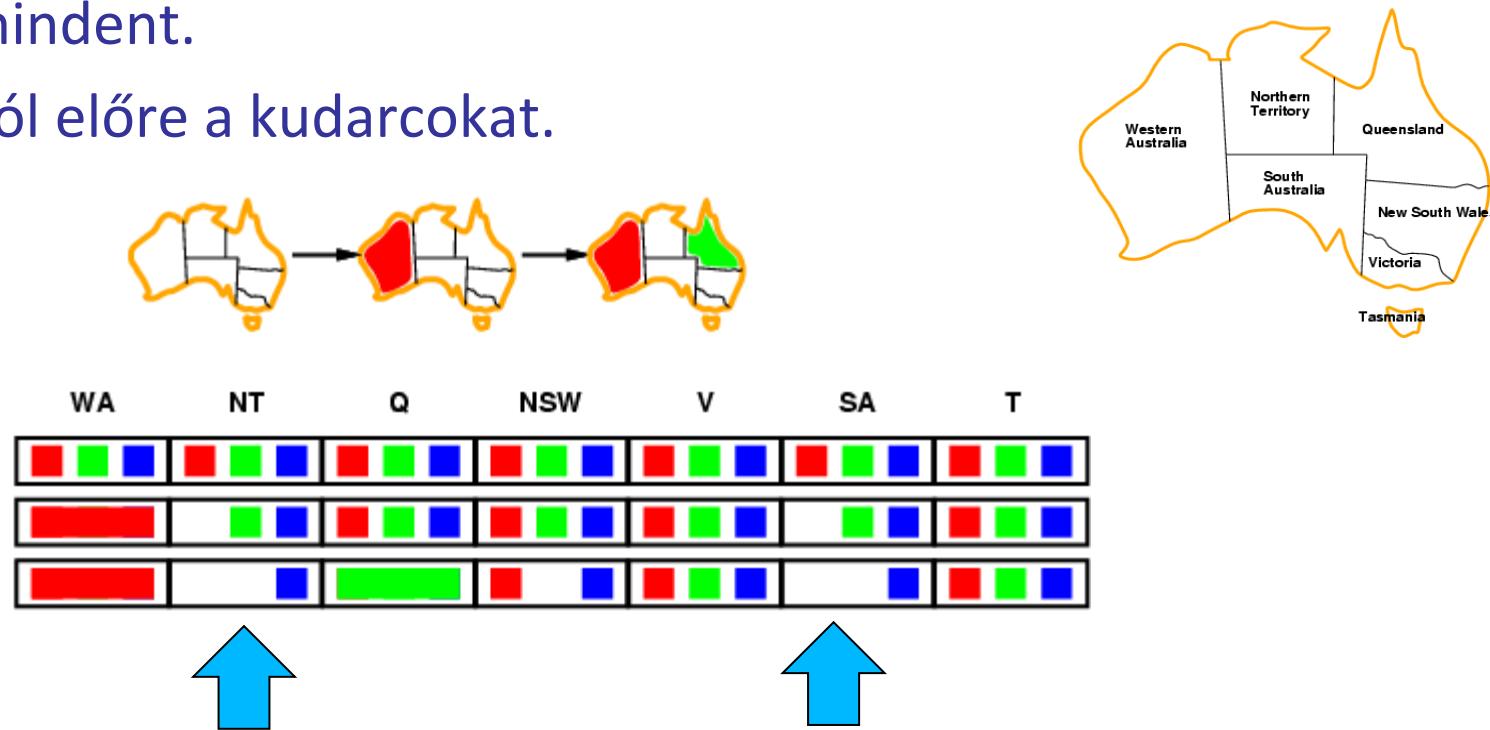
# Szűrés: Előretekintő ellenőrzés

Az előretekintő ellenőrzés minden egyes alkalommal, amikor egy X változó értéket kap, minden, az X-hez kényszerrel kapcsolt, lekötetlen Y-t megvizsgál, és Y tartományából *törli* az X számára választott értékkel inkonzisztens értékeket.



# Szűrés: Előretekintő ellenőrzés (korlátai)

- Az előretekintő ellenőrzés ugyan sok inkonzisztenciát észrevesz, de nem minden.
- Ráadásul nem látja jól előre a kudarcokat.

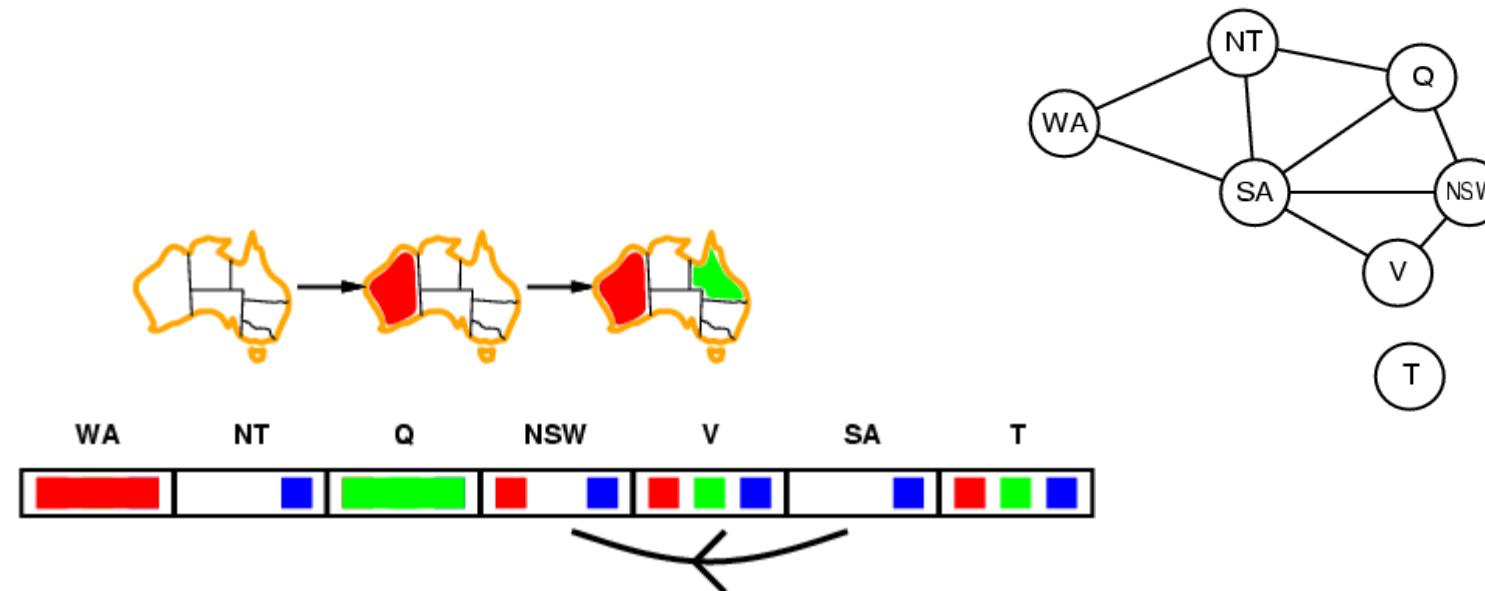


NT és SA egyszerre nem lehet kék, mivel szomszédosak.

# Élkonzisztencia

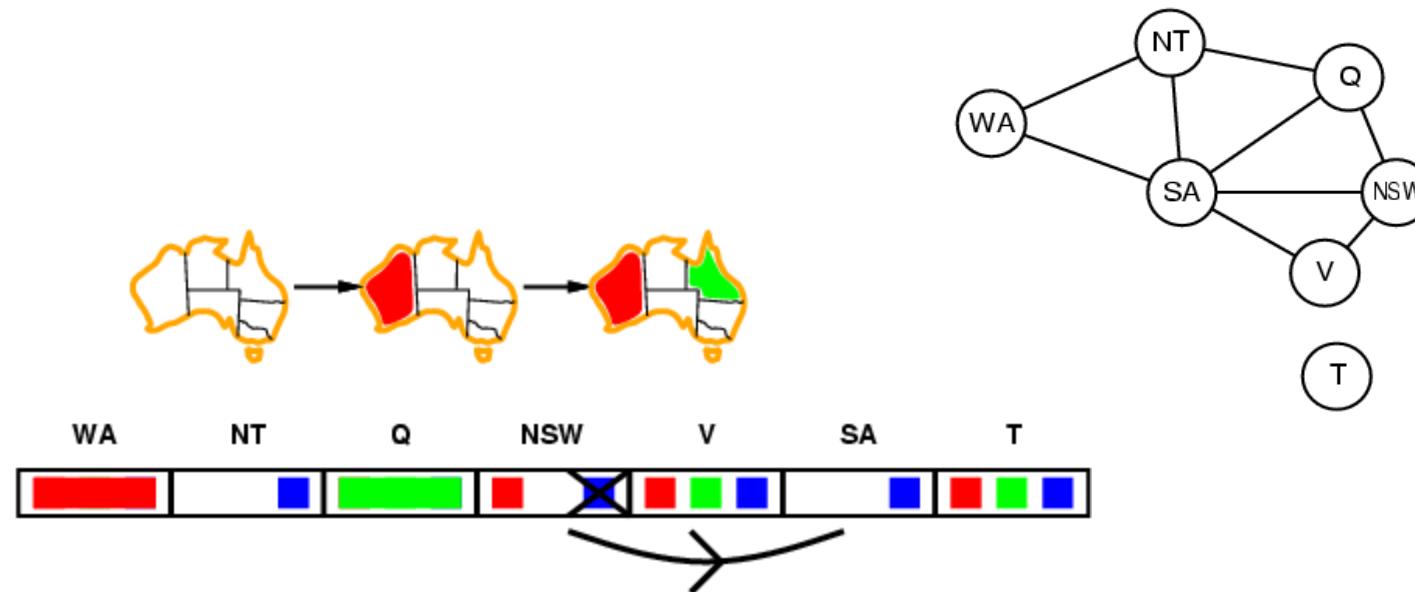
$X \rightarrow Y$  él konzisztens akkor és csak akkor, ha

$X$  minden  $x$  értékére létezik  $Y$ -nak valamelyen megengedett  $y$  értéke



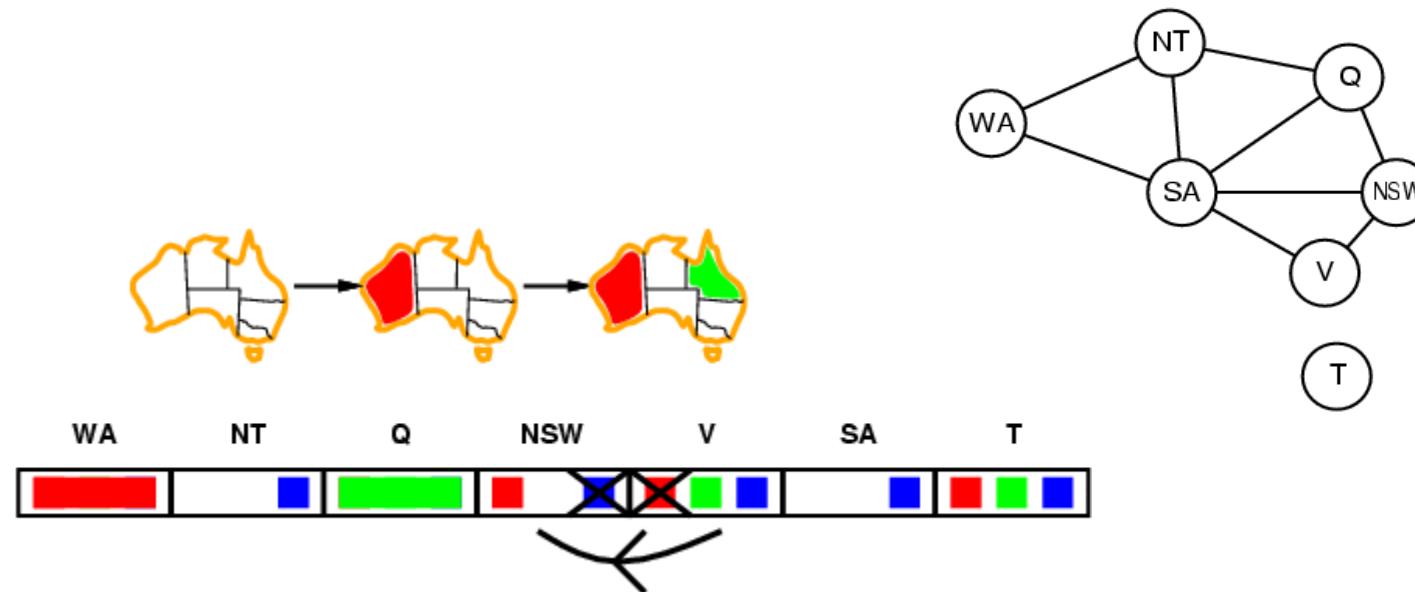
# Szűrés: Élkonzisztencia terjesztése

- **Ötlet:** terjesszük el az élkonzisztenciát a kényszergráf összes élére, biztosítsuk az **összes** él konzisztenciáját!
- Ha X tartományából törlünk egy értéket, X szomszédait újra ellenőrizzük.



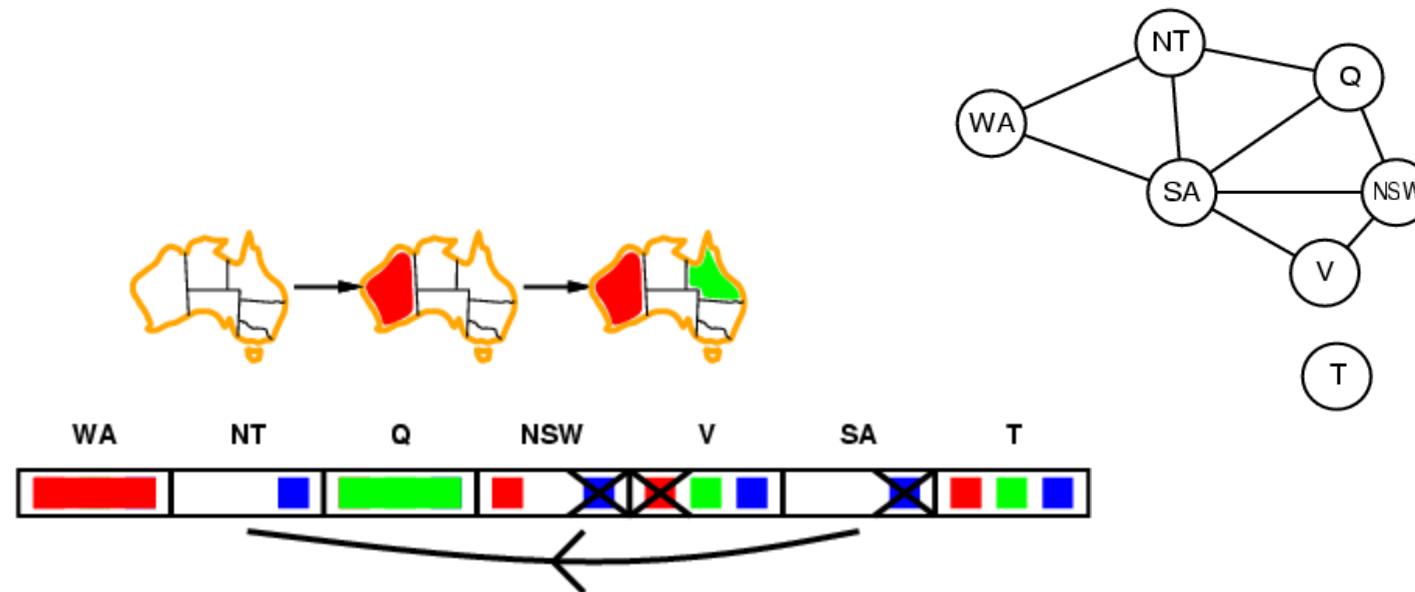
# Szűrés: Élkonzisztencia terjesztése

- **Ötlet:** terjesszük el az élkonzisztenciát a kényszergráf összes élére, biztosítsuk az **összes** él konzisztenciáját!
- Ha X tartományából törlünk egy értéket, X szomszédait újra ellenőrizzük.



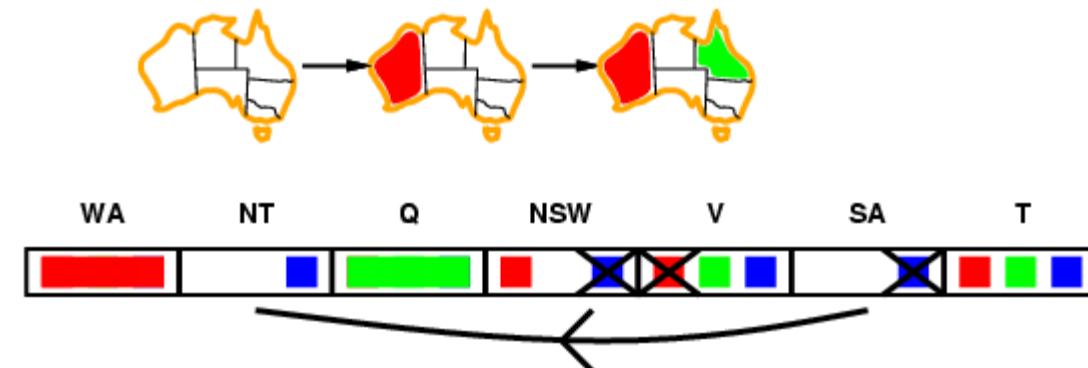
# Szűrés: Élkonzisztencia terjesztése

- **Ötlet:** terjesszük el az élkonzisztenciát a kényszergráf összes élére, biztosítsuk az **összes** él konzisztenciáját!
- Ha X tartományából törlünk egy értéket, X szomszédait újra ellenőrizzük.



# Élkonzisztencia terjesztése

- Az élkonzisztencia-ellenőrzés alkalmazható:
  - előfeldolgozó lépésként a keresés megkezdése előtt, vagy a keresési folyamat minden egyes hozzárendelését követő **terjesztési lépésként**
  - **Előbb tárja fel a problémát, mint az előretekintő ellenőrzés**
  - **Fontos:** Ha X tartományából törlünk egy értéket, X szomszédait újra ellenőrizzük.
  - Algoritmus neve: **AC-3**



# A visszalépéses keresés hatékonyságának növelése

---

- Általános, tárgyterület-független heurisztikákkal növelhetjük a hatékonyságot
- Szűrés:
  - Ki tudjuk korán szűrni a kudarcra ítélt megoldásokat?
- Sorrendezés:
  - Változók sorrendezése: Melyik változóhoz rendeljünk értéket a következő lépésben?
  - Értékek sorrendezése: Melyik értéket rendeljük hozzá először a változóhoz?
- Struktúra:
  - Ki tudjuk használni a probléma struktúráját?

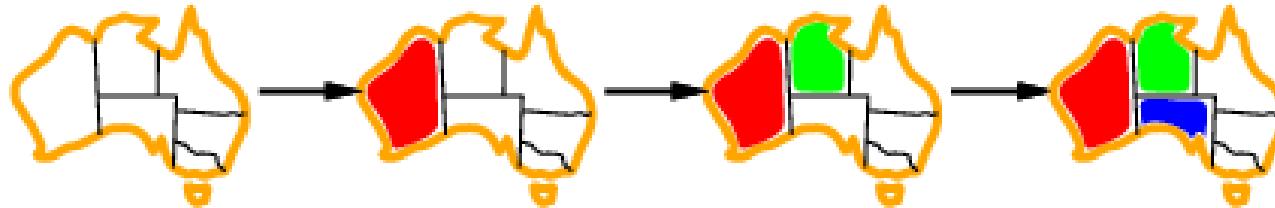
# 1. A legkevesebb fennmaradó érték ötlete (melyik változót válasszuk?)

A leginkább korlátozott változó:

- a legkisebb számú megengedett értékkel rendelkező változóval kezdjünk, ill. folytassunk (lokálisan kicsi az elágazási tényező!)

= **legkevesebb fennmaradó érték heurisztika**

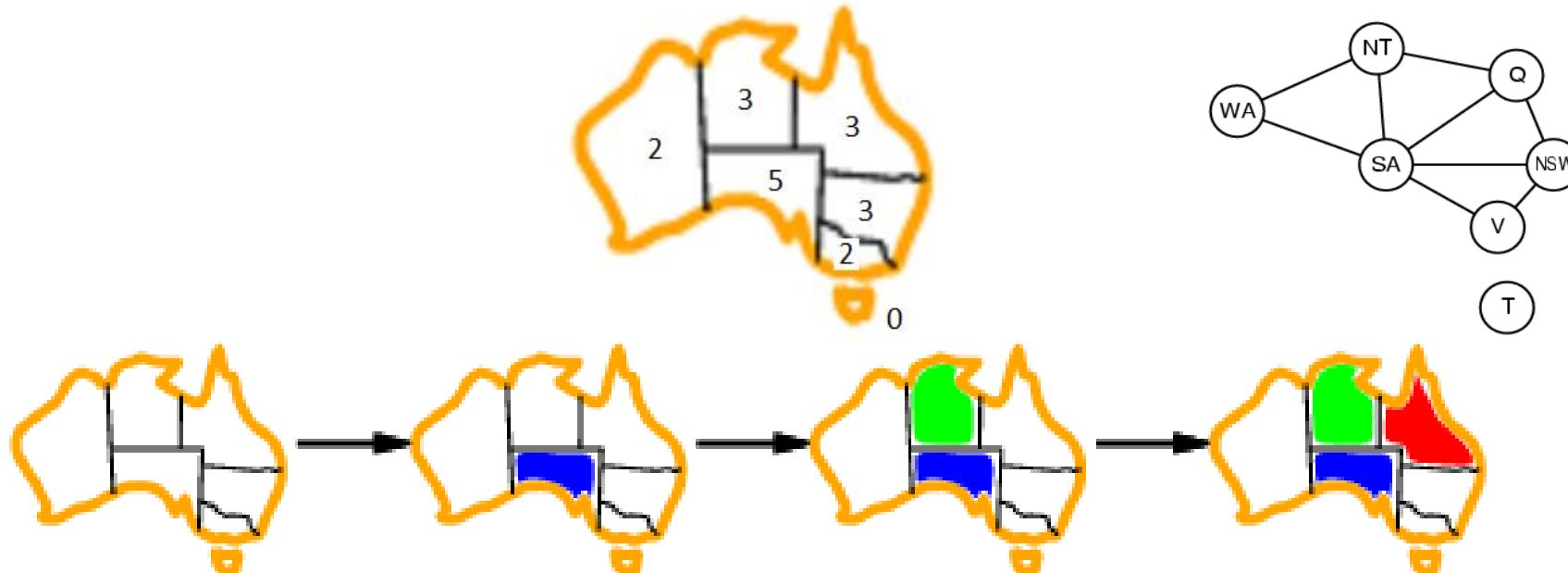
(minimum remaining values, MRV)



(NT ill. SA csak 2 megengedett érték (piros már nem lehet), minden más 3)

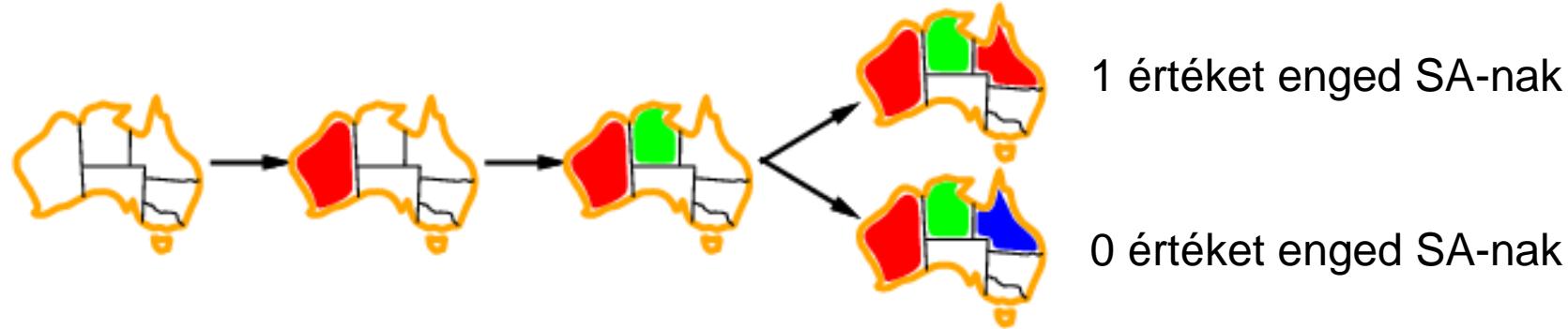
## 2. Fokszám heurisztika ötlete (melyik változót válasszuk?)

- Az MRV-heurisztika semmit sem segít abban, hogy melyik régiót válasszuk ki elsőként Ausztrália kiszínezésekor, mert a kiinduláskor minden régió három megengedett színe van.
- A későbbi választások elágazási tényezőjét csökkentheti, ha azt a változót választjuk ki, amely a legtöbbször szerepel a még hozzárendeletlen változókra vonatkozó kényszerekben.



### 3. A legkevésbé korlátozó érték ötlete

Előnyben részesítjük azt az értéket, amely a legkevesebb választást zárja ki a kényszergráfban a szomszédos változóknál.



Ezekkel az ötletekkel az N-királynő probléma  $N \approx 1000$ -re is megoldható!

# A visszalépéses keresés hatékonyságának növelése

---

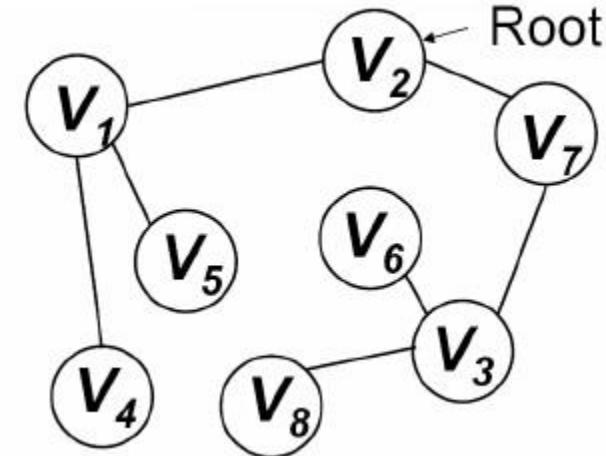
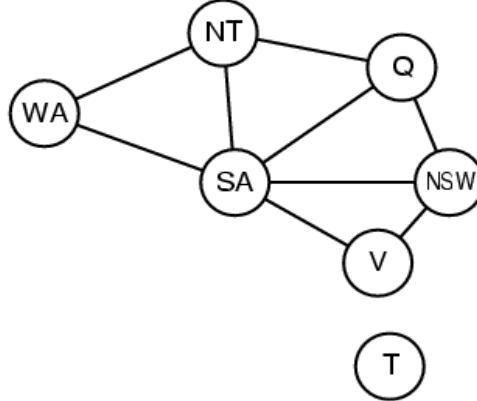
- Általános, tárgyterület-független heurisztikákkal növelhetjük a hatékonyságot
- Szűrés:
  - Ki tudjuk korán szűrni a kudarcra ítélt megoldásokat?
- Sorrendezés:
  - Változók sorrendezése: Melyik változóhoz rendeljünk értéket a következő lépésben?
  - Értékek sorrendezése: Melyik értéket rendeljük hozzá először a változóhoz?
- Struktúra:
  - Ki tudjuk használni a probléma struktúráját?

# CSP struktúrája – miben segíthet?

CSP gráfja: független komponensek

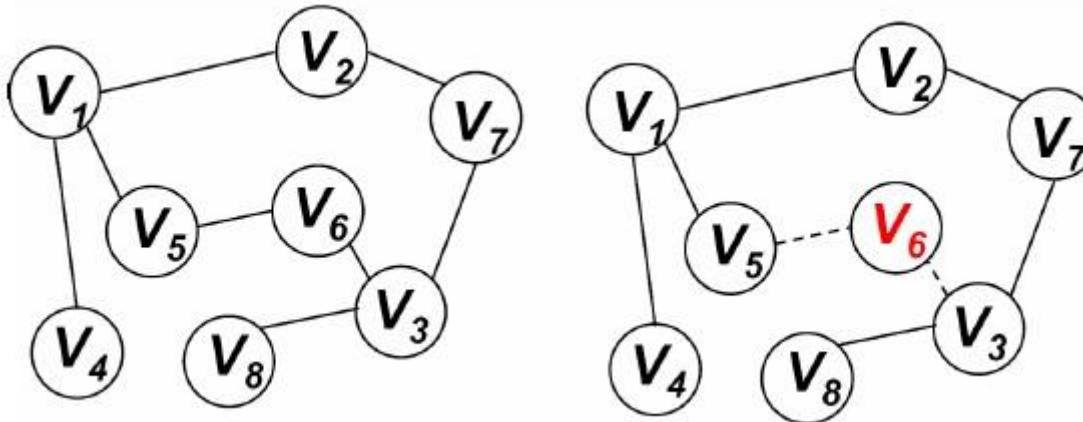
**CSP fa gráf:** megoldás könnyű, változószámban lineáris

1. válasszunk egy levelet gyökérnek,  
majd sorrendezzük a változókat (élek irányítása)
2. élkonzisztencia-nyesés gyerekektől a szülőik felé
3. értékek hozzárendelése a gyökér csomóponttól kezdve



# CSP struktúrája – miben segíthet?

CSP hurkos gráf: megoldás általánosságban NP-nehéz

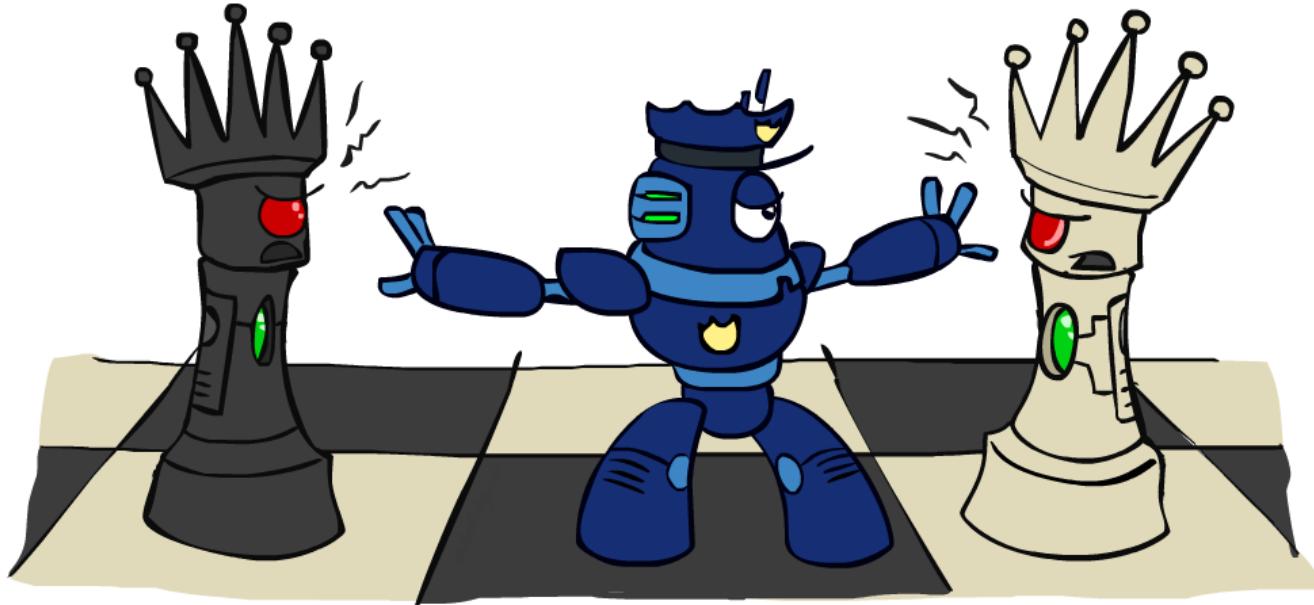


Gráf CSP konvertálása fába:  
vágóhalmaz  
**fa-dekompozíció**

Megoldáskeresés  
 $V_6$  minden értékére

# Kényszerkielégítési problémák megoldása lokális kereséssel

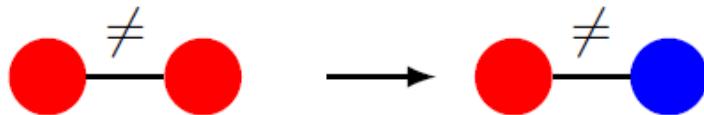
---



# CSP lokális kereséssel

**Kiindulás:** teljes állapotleírás = minden változónak van értéke (esetleg megsértett, nem teljesült kényszerekkel)

**Operátorok:** megváltoztatják a változók hozzárendelését, hogy csökkenjen a sérült kényszerek száma



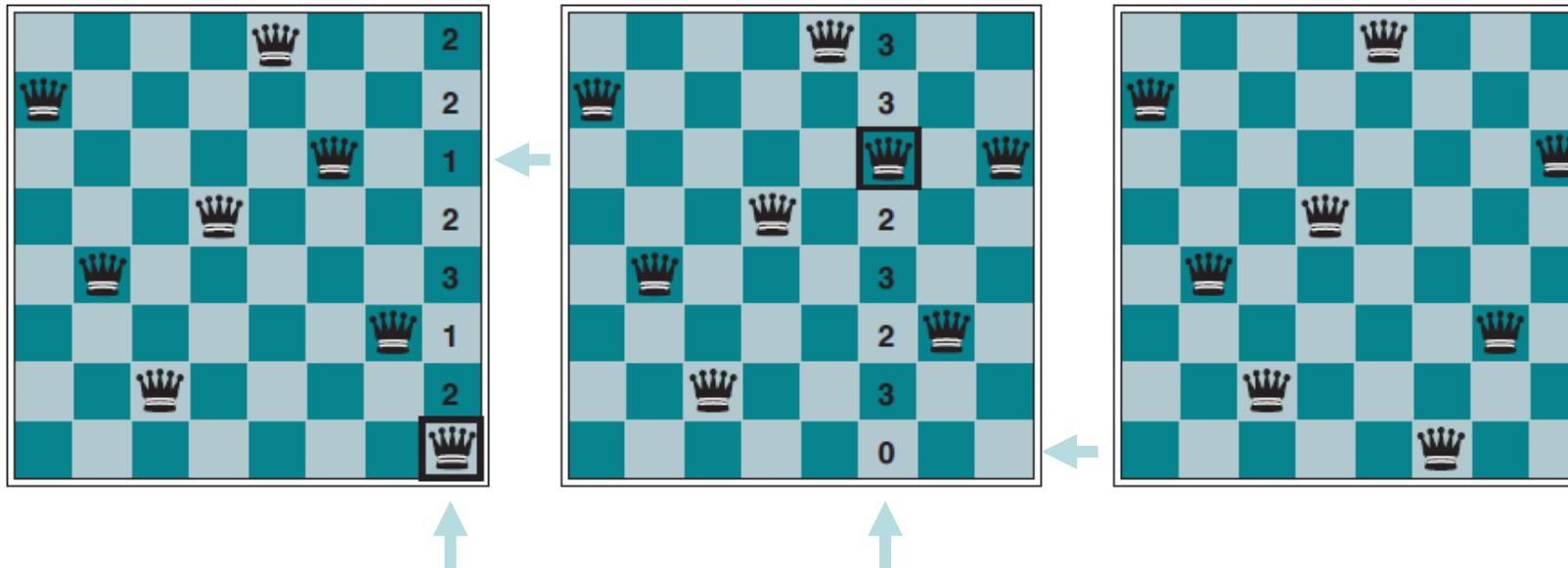
**Algoritmus:** Amíg nincs megoldás,

- **Változó kiválasztása:** véletlen módon, bármely konfliktusban lévő (valamelyik kényszer sérül) változót választhatjuk
- **Új érték választása:** min-konfliktus heurisztika

# CSP lokális kereséssel

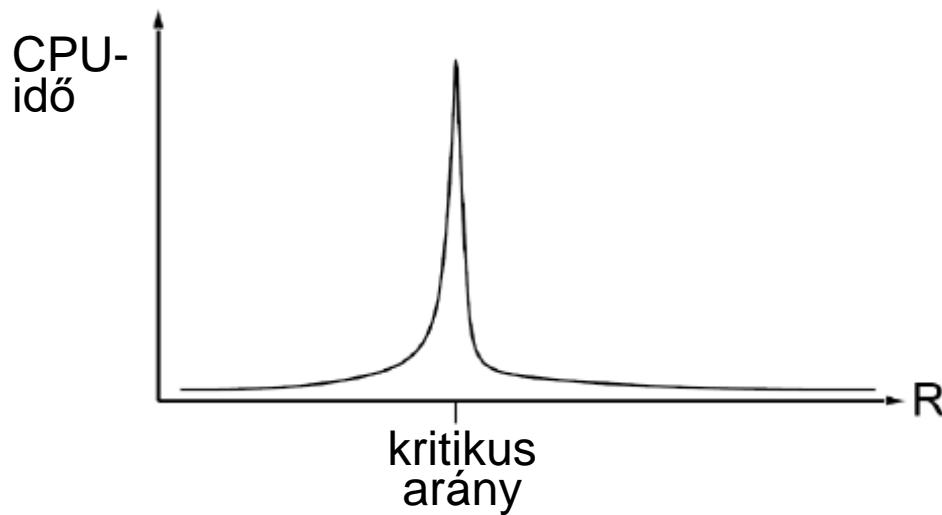
**Min-konfliktus heurisztika:**

azt az értéket állítjuk be, amely a legkevesebb számú korlátot sérti



# CSP lokális kereséssel

- A min-konfliktus heurisztika nagyon hatékony, véletlen kezdőállapotból kiindulva meg tudja oldani az N-királynő problémát gyakorlatilag a *probléma méretétől függetlenül* (pl. 1millió-királynő esetén átlagosan 50 lépésben!)
- Ugyanez igaz véletlenszerűen generált CSP-kre is, kivéve egy szűk tartományt
- $R = \frac{\text{kényszerek száma}}{\text{változók száma}}$



# Összefoglalás

---

- A kényszerkielégítési problémák speciális keresési feladatok:
  - Az állapotok részleges hozzárendelések
  - A célállapottesztet kényszerek definiálják
- Alapvető megoldás: visszalépéses keresés
- Gyorsítás:
  - Sorrendezés
  - Szűrés
  - Struktúra
- Iteratív min-konfliktus (lokális keresés) a gyakorlatban gyakran hatékony megoldást ad

# Illusztráció

[https://inst.eecs.berkeley.edu/~cs188/fa19/assets/demos/csp/csp\\_demos.html](https://inst.eecs.berkeley.edu/~cs188/fa19/assets/demos/csp/csp_demos.html)

