



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Villamosmérnöki és Informatikai Kar  
Mesterséges Intelligencia és Rendszertervezés Tanszék



# VIMIAC16 2025/26/I.

## Döntések jellemzése

Előadó: Dr. Hullám Gábor

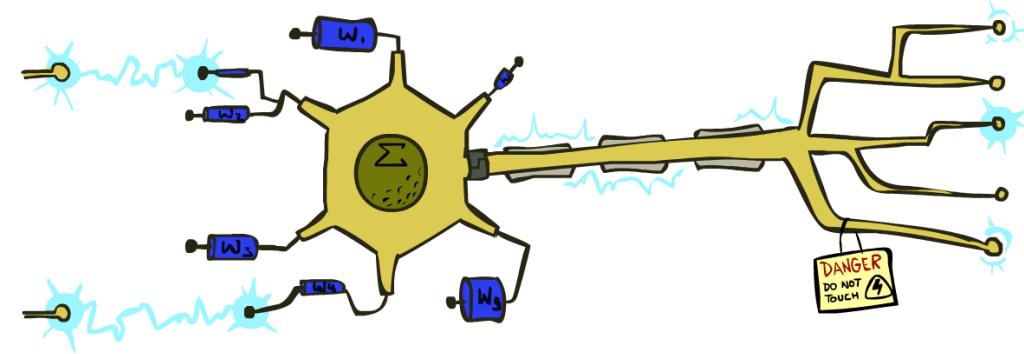
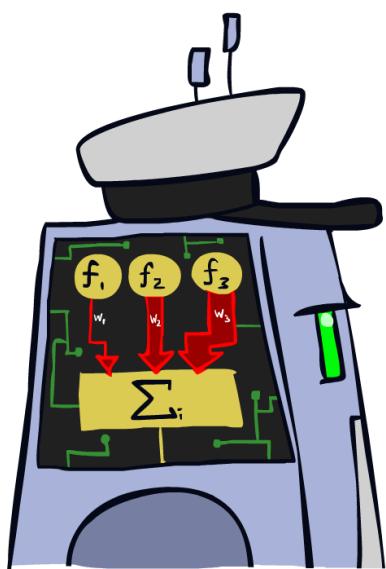
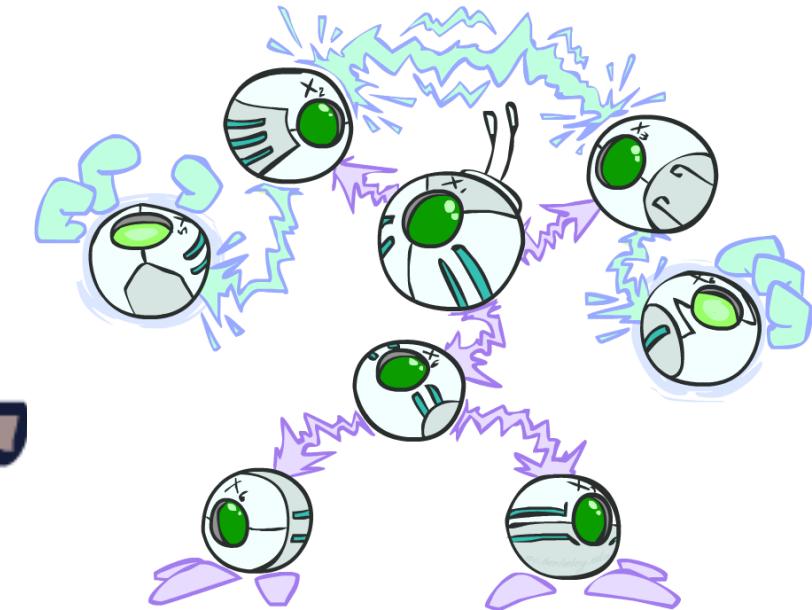
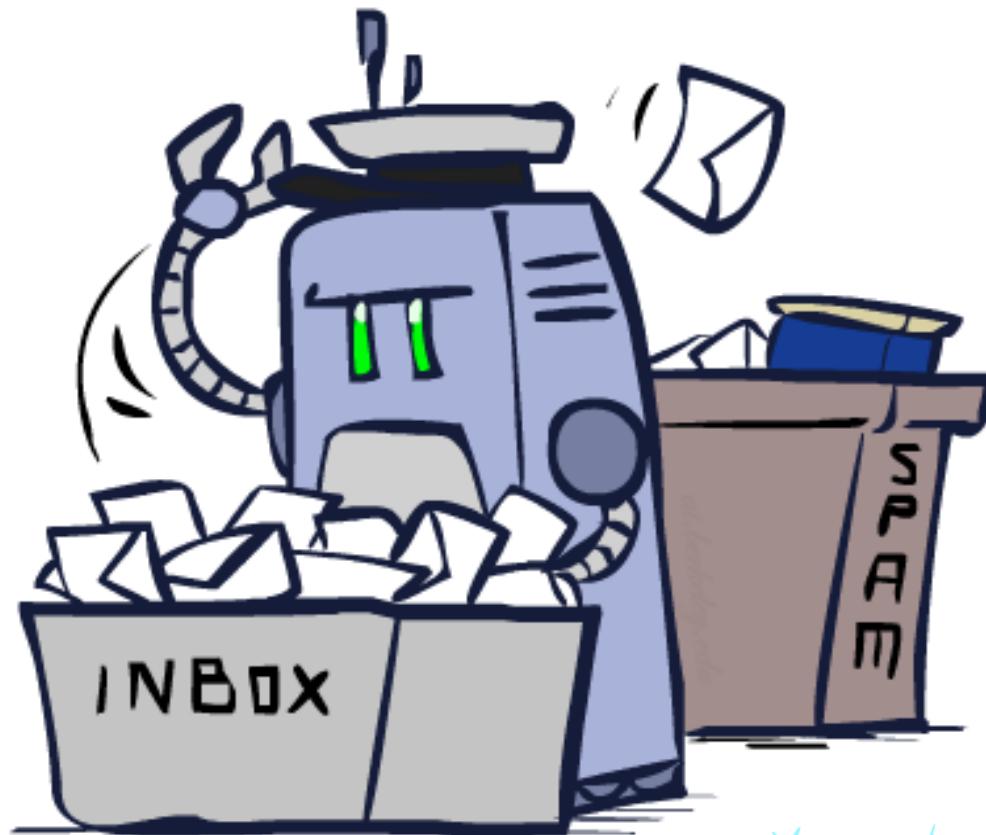


# Artificial intelligence lectures

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (<http://aima.cs.berkeley.edu>) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (<http://ai.berkeley.edu>).

These slides are based on the AIMA book (<http://aima.cs.berkeley.edu>) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (<http://ai.berkeley.edu>).

# Döntések jellemzése



# Döntések

---

**Jó döntést szeretnénk hozni!**

De mi a jó döntés?

- Általában nincs tökéletesen jó döntés, csak az egyik jobb, a másik rosszabb!
- Ahhoz, hogy össze tudjunk hasonlítani két alternatívát (döntési módszert), kell legyen a döntés jóságát jellemző (skalár) mérőszámunk
- **Először a döntések minősítésével, értékelésével foglalkozunk**
- Alapvetően bináris (jó/rossz, igaz/hamis, beteg/egészséges, ártatlan/bűnös) döntéseken mutatjuk be a módszereket

# Bináris döntések értékelése

Kétértékű függvény  $\Rightarrow$  osztályozás = bináris döntés

igazi állapot  $f(x)$   
tény

feltételezett állapot  $h(x)$   
hipotézis, döntés

helyzet

paciens **beteg**  
 $f(x) = I$

**felismerjük**  
 $h(x) = I$

kezeljük, helyesen teszünk  
**Valós Pozitív, True Positive TP**

paciens **egészséges**  
 $f(x) = H$

**felismerjük**  
 $h(x) = H$

nem kezeljük, most is jól teszünk  
**Valós Negatív, True Negative TN**

# Bináris döntések értékelése

| igazi állapot f(x)<br>tény | feltételezett állapot h(x)<br><u>hipotézis, döntés</u> | helyzet  |
|----------------------------|--|--|
| paciens <b>beteg</b>       | <b>nem ismerjük fel</b>                                | <b>nem kezeljük, nem járunk el jól</b><br><b>Hamis Negatív,</b><br><b>False Negative: FN,</b><br>(„elnézett támadás”, <b><u>2. tipusú hiba</u></b> )     |
| paciens <b>egészséges</b>  | <b>nem ismerjük fel</b>                                | <b>kezeljük fölöslegesen, nem járunk el jól</b><br><b>Hamis Pozitív,</b><br><b>False Positive: FP,</b><br>(„hamis riadó”, <b><u>1. tipusú hiba</u></b> ) |

# Konfúziós mátrix

paciens beteg

$$f(x) = I$$

nem ismerjük fel  
Hamis Negatív,

$$h(x) = H$$

nem kezeljük, nem járunk el jól

False Negative: FN,  
(„elnézett támadás”, 2. tipusú hiba)

paciens egészséges

$$f(x) = H$$

nem ismerjük fel  
Hamis Pozitív,

$$h(x) = I$$

kezeljük fölöslegesen, nem járunk el jól

False Positive: FP,  
(„hamis riadó”, 1. tipusú hiba)

Döntés - Modell

Tények - Valóság

|             | Beteg | Egész-séges |
|-------------|-------|-------------|
| Beteg       | TP    | FP          |
| Egész-séges | FN    | TN          |

# Jósági mutatók

**true positive rate (TPR)**

valódi pozitív arány,  
érzékenység

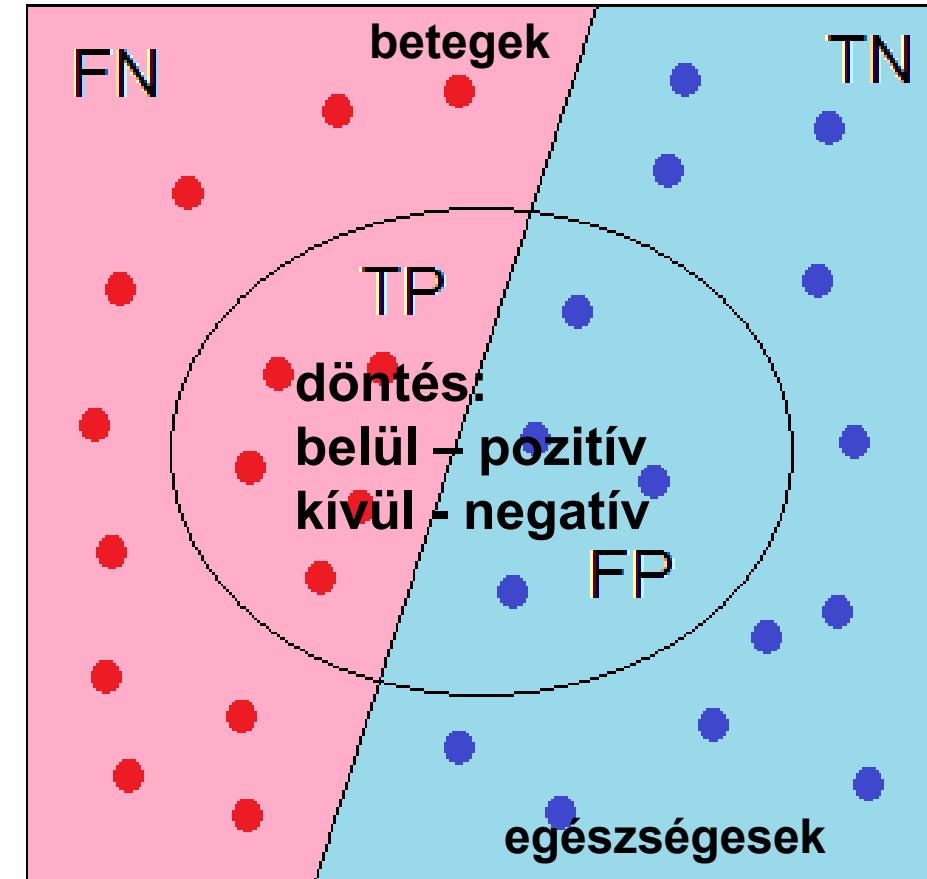
(hit rate, **recall**, **sensitivity**)

$$\text{TPR} = \text{TP/P} = \text{TP} / (\text{TP+FN})$$

**true negative rate (TNR)**

valódi negatív arány, specificitás  
(**specificity**)

$$\text{TNR} = \text{TN/N} = \text{TN} / (\text{TN+FP})$$



# Jósági mutatók

**true positive rate (TPR)**

valódi pozitív arány,  
érzékenység

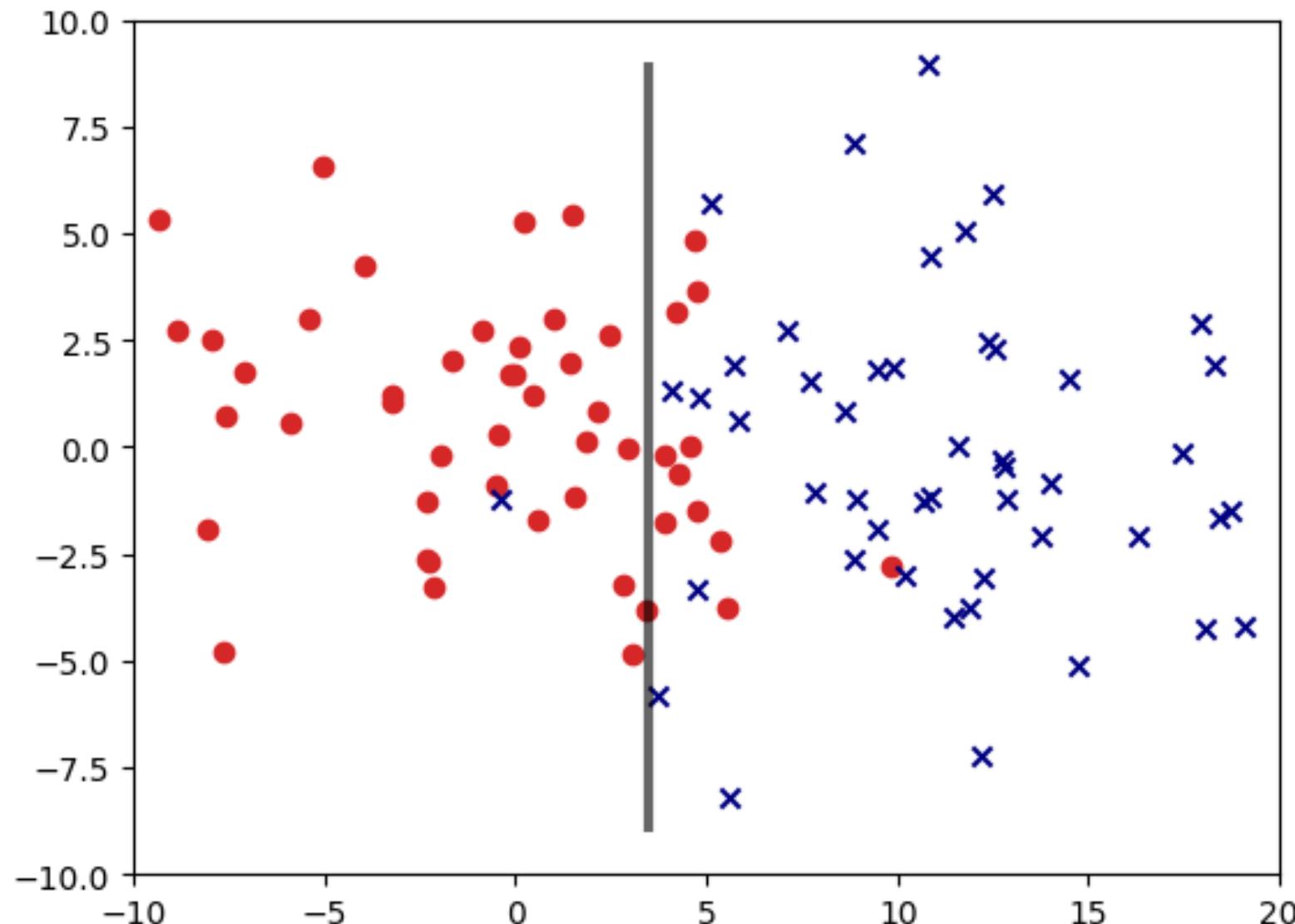
(hit rate, **recall**, **sensitivity**)

$$\text{TPR} = \text{TP/P} = \text{TP} / (\text{TP+FN})$$

**true negative rate (TNR)**

valódi negatív arány, specificitás  
(**specificity**)

$$\text{TNR} = \text{TN/N} = \text{TN} / (\text{TN+FP})$$

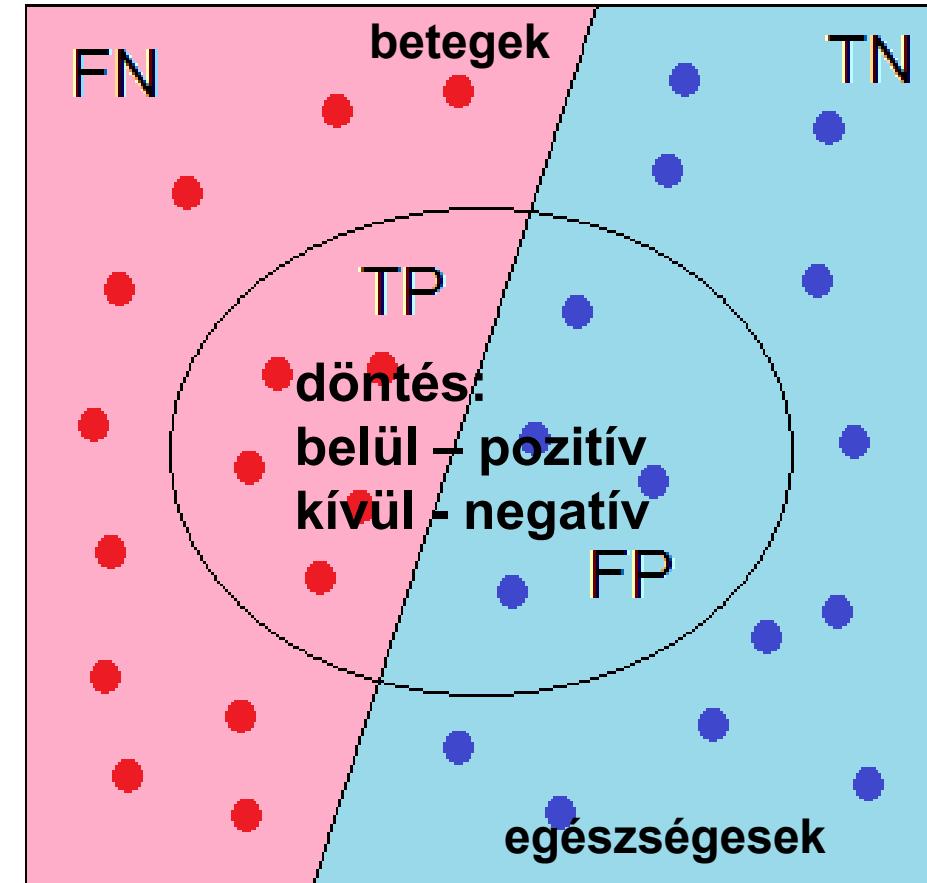


# Jósági mutatók

**false positive rate (FPR)**

hamis pozitív arány  
(false alarm rate, fall-out)

$$\text{FPR} = \text{FP}/\text{N} = \text{FP} / (\text{FP} + \text{TN})$$



# Jósági mutatók

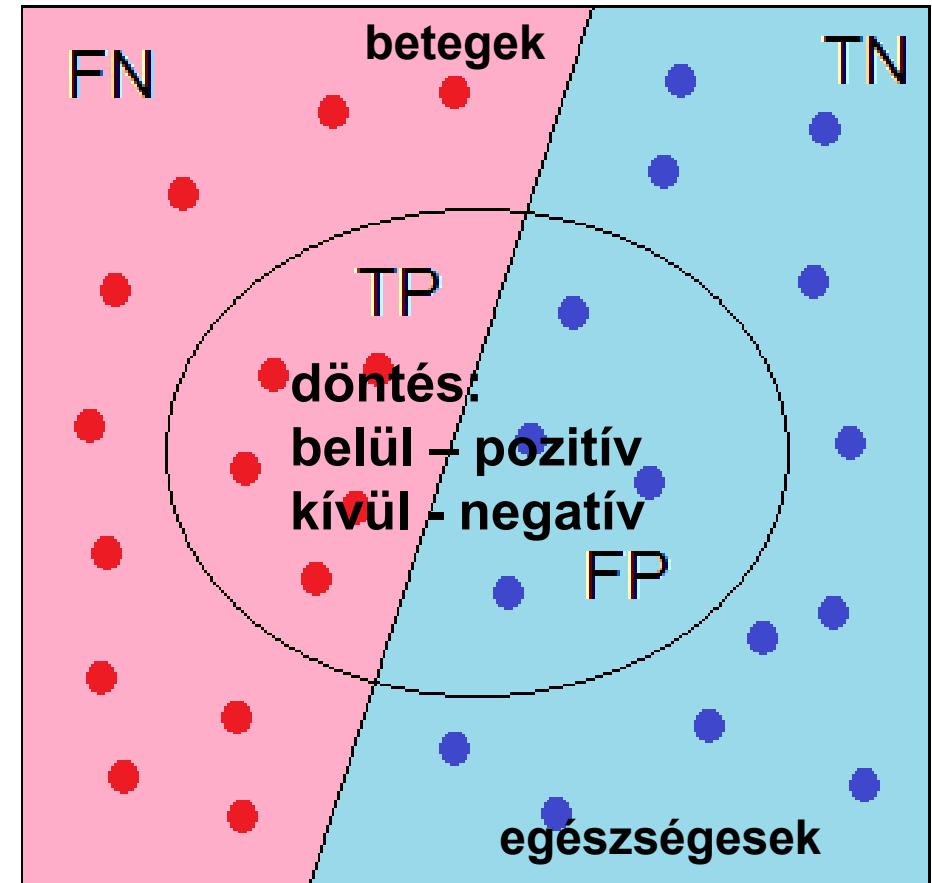
**Positive predictive value (PPV)**

Precizitás (precision)

$$\text{PPV} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FP})$$

**Negative predictive value (NPV)**

$$\text{NPV} = \text{TN} / (\text{TN} + \text{FN})$$



# Jósági mutatók – precision/recall

**Positive predictive value (PPV)**

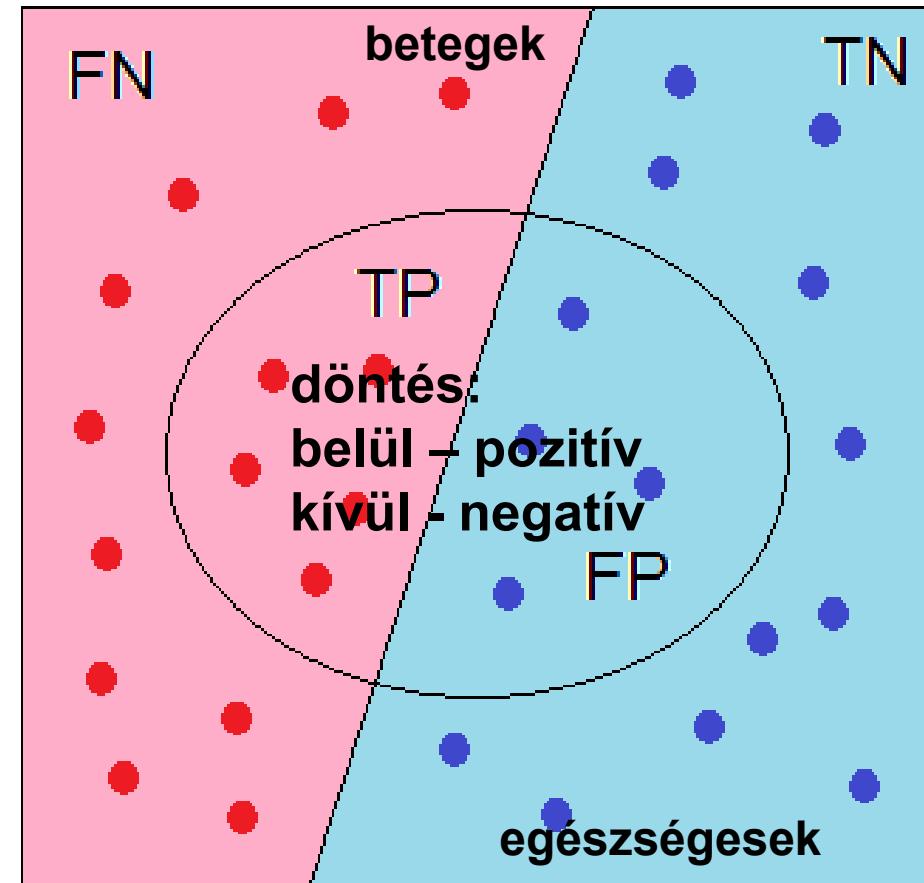
Precizitás (precision)

$$\text{PPV} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FP})$$

**true positive rate (TPR)**

(recall, sensitivity)

$$\text{TPR} = \text{TP}/\text{P} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$



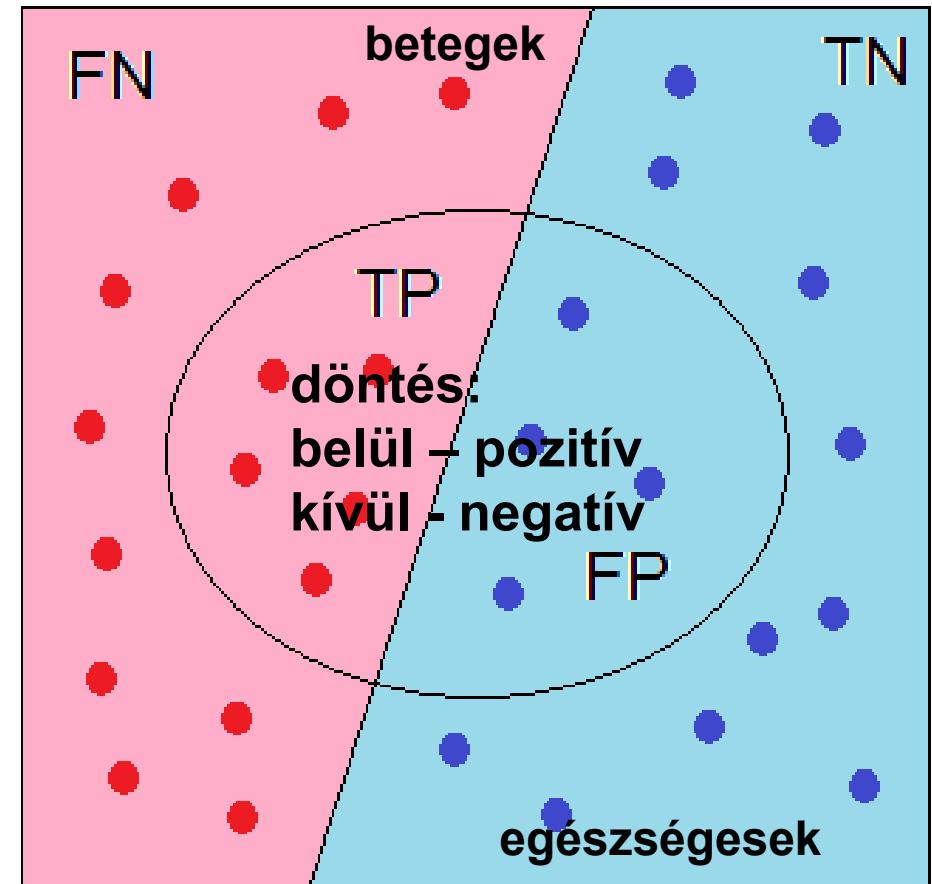
# Jósági mutatók

**Accuracy (ACC)**

Találati arány, pontosság

$$\text{ACC} = \frac{\text{TP}+\text{TN}}{(\text{TP}+\text{FP}+\text{TN}+\text{FN})}$$

$$= \frac{\text{TP}+\text{TN}}{(\text{P}+\text{N})}$$



# Jósági mutatók

Az ábrán vázolt esetben:

**Döntések:**

$$TP = 5, TN = 11,$$

$$FP = 4, FN = 10$$

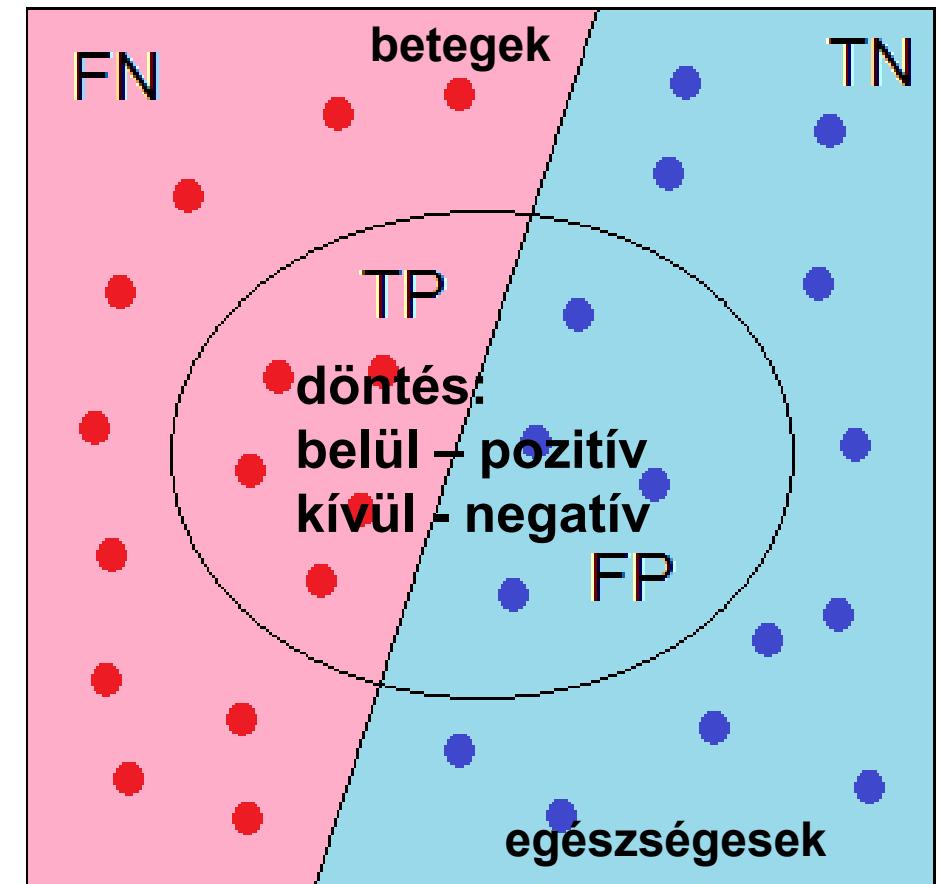
**Tények:**  $P = 15, N = 15$

$$\text{TPR} = TP / (TP+FN) = 5/15 = 0.33$$

$$\text{FPR} = FP / (FP+TN) = 4/15 = 0.27$$

$$\text{TNR} = TN / (FP+TN) = 11/15 = 0.73$$

$$\text{ACC} = (TP+TN)/(P+N) = 1/2 = 0.5$$



## Összefoglaló táblázat

**true positive (TP)**

eqv. with hit

**true negative (TN)**

eqv. with correct rejection

**false positive (FP)**

eqv. with false alarm, Type I error

**false negative (FN)**

eqv. with miss, Type II error

**sensitivity or true positive rate (TPR)**

eqv. with hit rate, recall

$$TPR = \frac{TP}{P} = \frac{TP}{TP + FN}$$

**specificity (SPC) or true negative rate (TNR)**

$$SPC = \frac{TN}{N} = \frac{TN}{FP + TN}$$

**precision or positive predictive value (PPV)**

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP}$$

**negative predictive value (NPV)**

$$NPV = \frac{TN}{TN + FN}$$

**false-out or false positive rate (FPR)**

$$FPR = \frac{FP}{N} = \frac{FP}{FP + TN} = 1 - SPC$$

**false discovery rate (FDR)**

$$FDR = \frac{FP}{FP + TP} = 1 - PPV$$

**miss rate or false negative rate (FNR)**

$$FNR = \frac{FN}{P} = \frac{FN}{FN + TP} = 1 - TPR$$

**accuracy (ACC)**

$$ACC = \frac{TP + TN}{P + N}$$

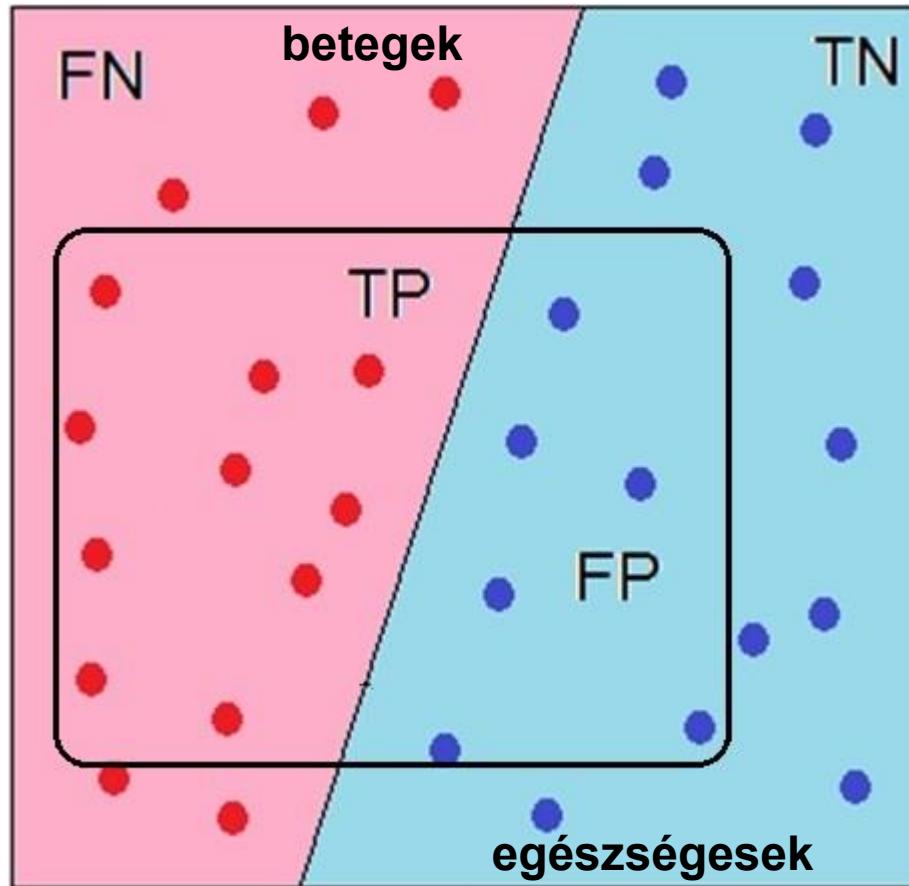
**F1 score**

is the harmonic mean of precision and sensitivity

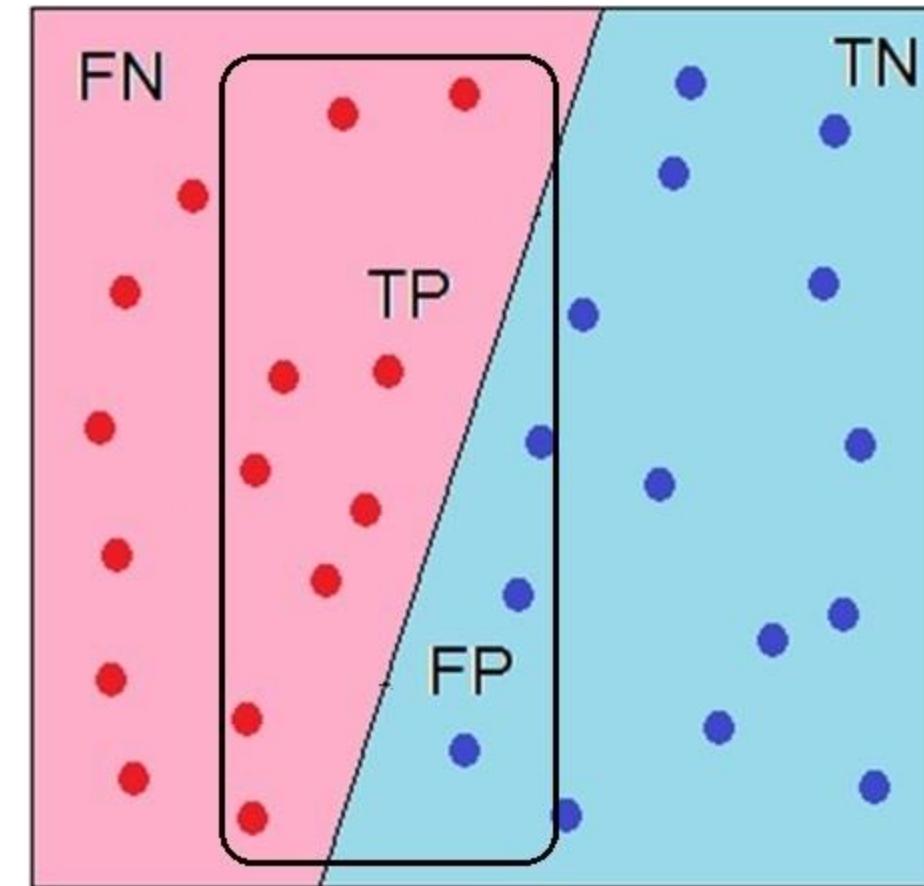
$$F1 = \frac{2TP}{2TP + FP + FN}$$

Néhány más javaslatra is kipróbáltuk...

Melyik jobb?

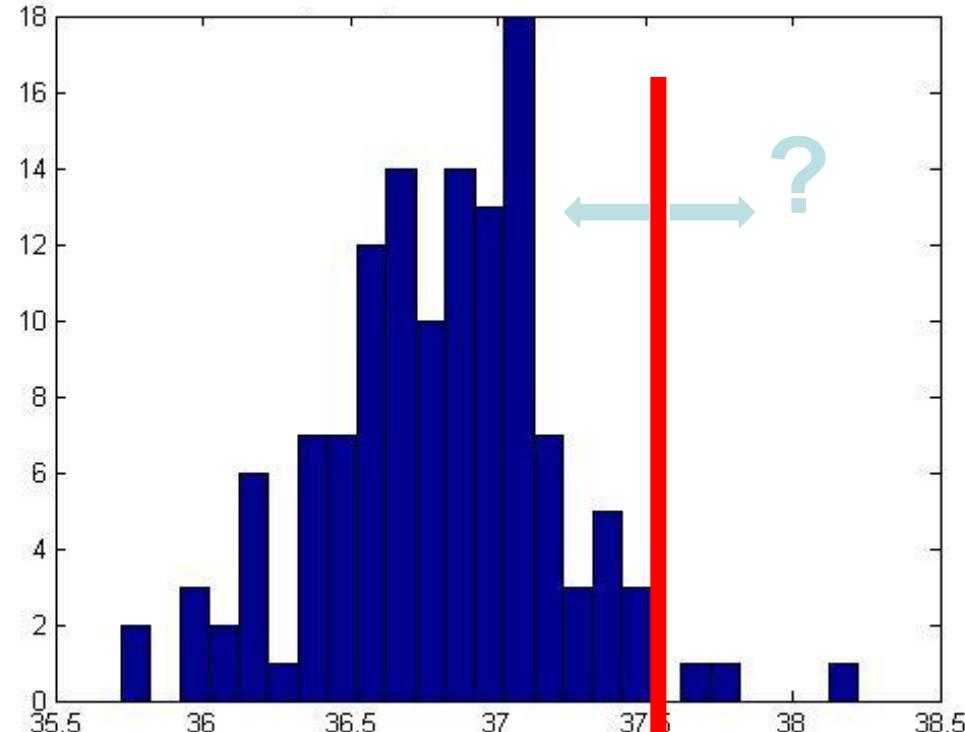


$TP = 10$ ,  $TN = 9$ ,  $FP = 6$ ,  $FN = 5$

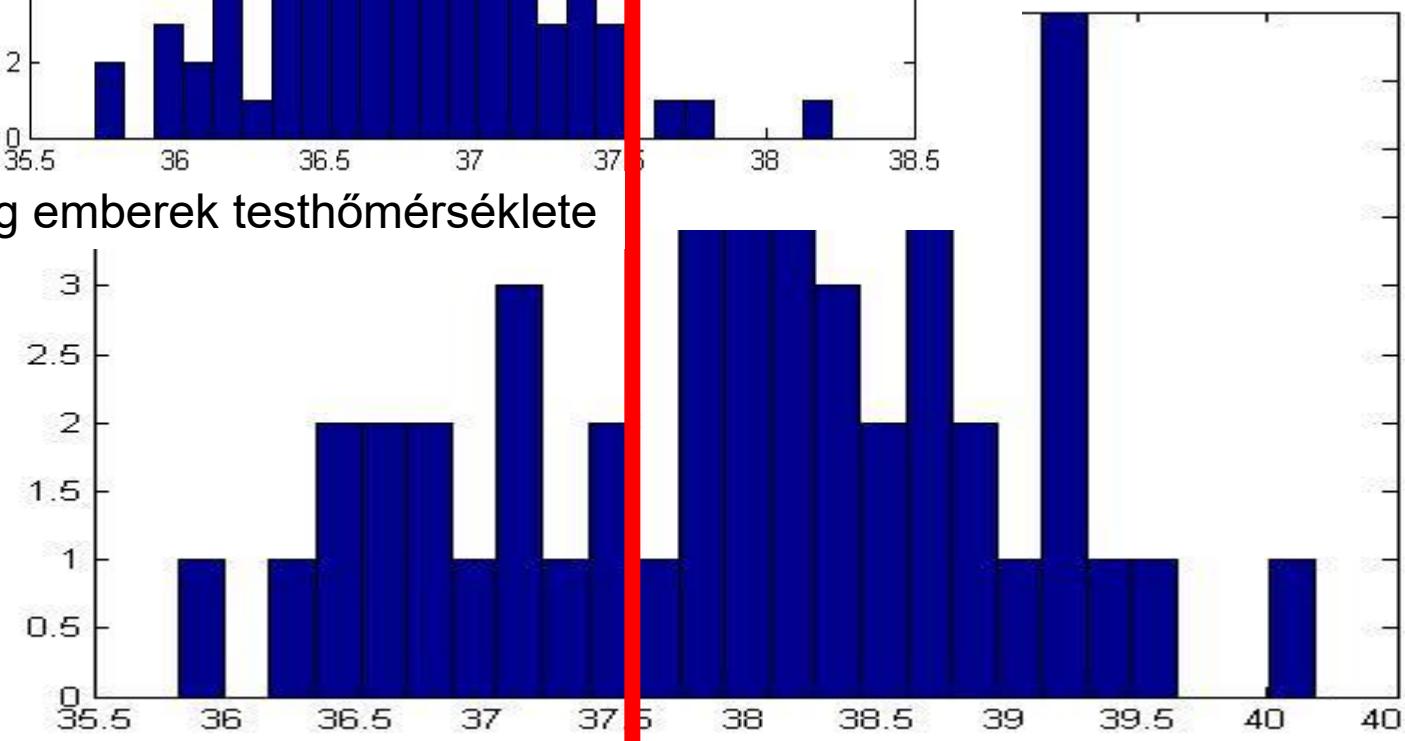


$TP = 9$ ,  $TN = 12$ ,  $FP = 3$ ,  $FN = 6$

## Egészséges emberek testhőmérséklete



## Beteg emberek testhőmérséklete

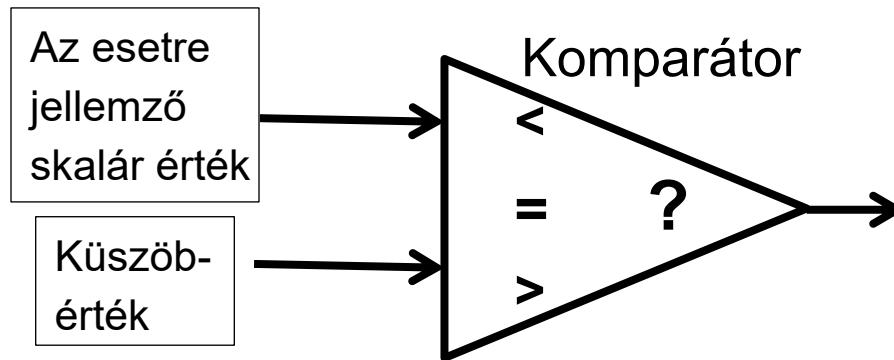


## Probléma:

- döntést kell hoznunk, egy numerikus paraméter értéke alapján arról, hogy milyen esettel állunk szemben
- pl. testhőmérséklet alapján, hogy egészséges vagy beteg?

**Cél:** rájönni, mi a teszt (optimális) küszöb értéke.

# Döntésünk modellje

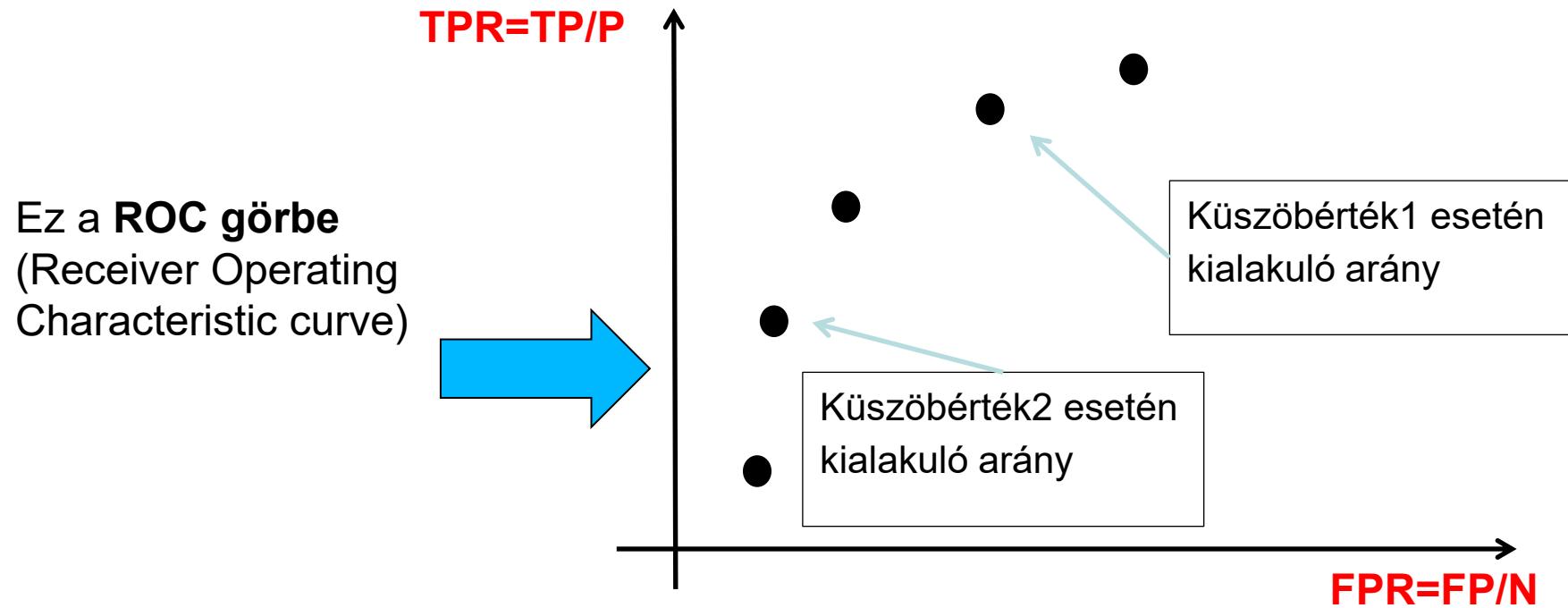


például (lehetne fordítva is):  
ha  $>$ , akkor kimenet=1  
pozitív esetnek vesszük  
ha  $\leq$ , akkor kimenet= 0  
negatív esetnek vesszük

*Példa:*

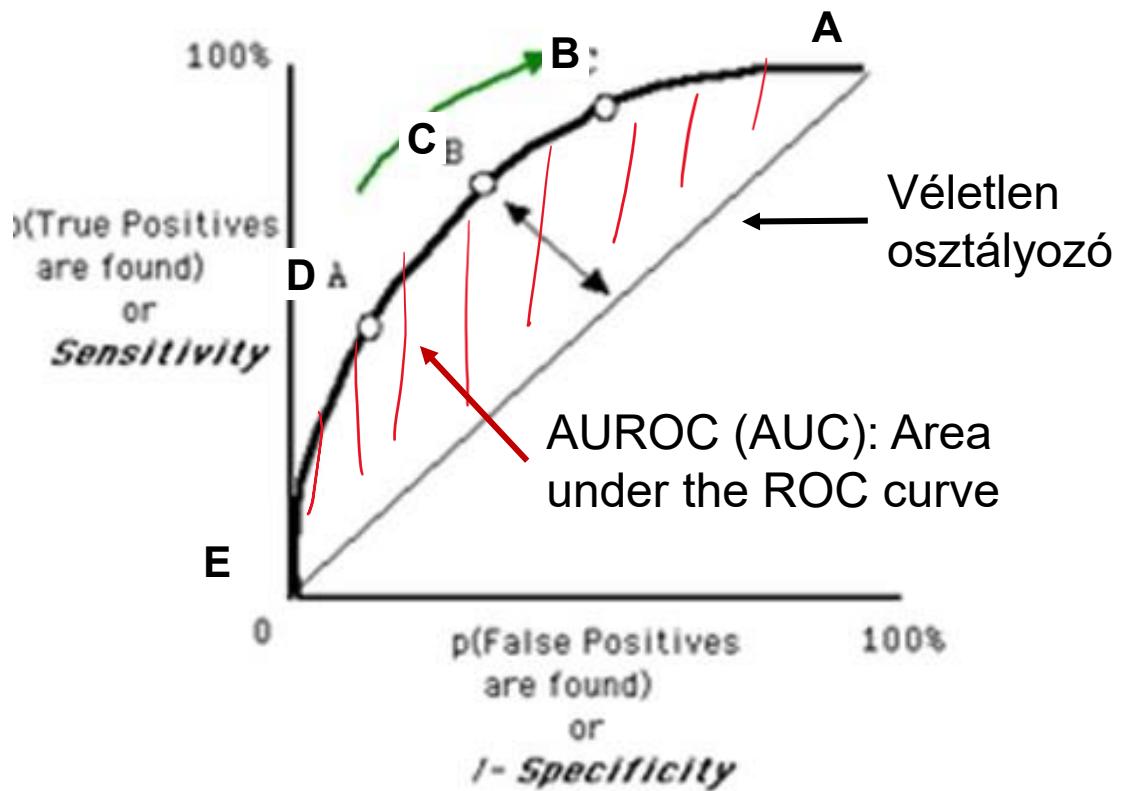
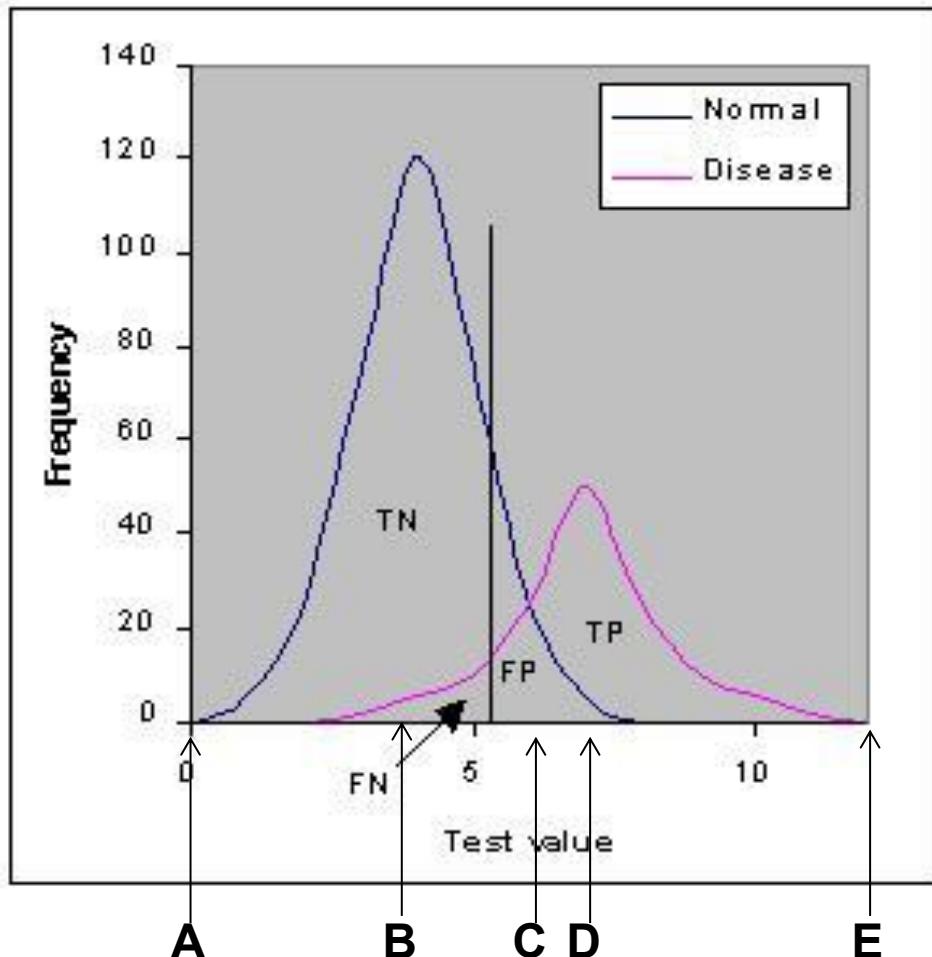
Ha a mért testhőmérséklet  $38^{\circ}\text{C}$  küszöbnél nagyobb, akkor láz (betegség), ha kisebb vagy egyenlő, akkor nem lázas (egészséges).

# Modell értékelése különböző „munkapontokban”



# ROC: Vevő működési karakterisztika

## Receiver Operating Characteristic



A küszöb fölött betegnek tekintjük, alatta egészségesnek

# AUC – kompakt jósági mutató

true positive rate (**TPR**)

$$\text{TPR} = \text{TP/P} = \text{TP} / (\text{TP+FN})$$

false positive rate (**FPR**)

$$\text{FPR} = \text{FP/N} = \text{FP} / (\text{FP+TN})$$

**ROC:** Vevő működési

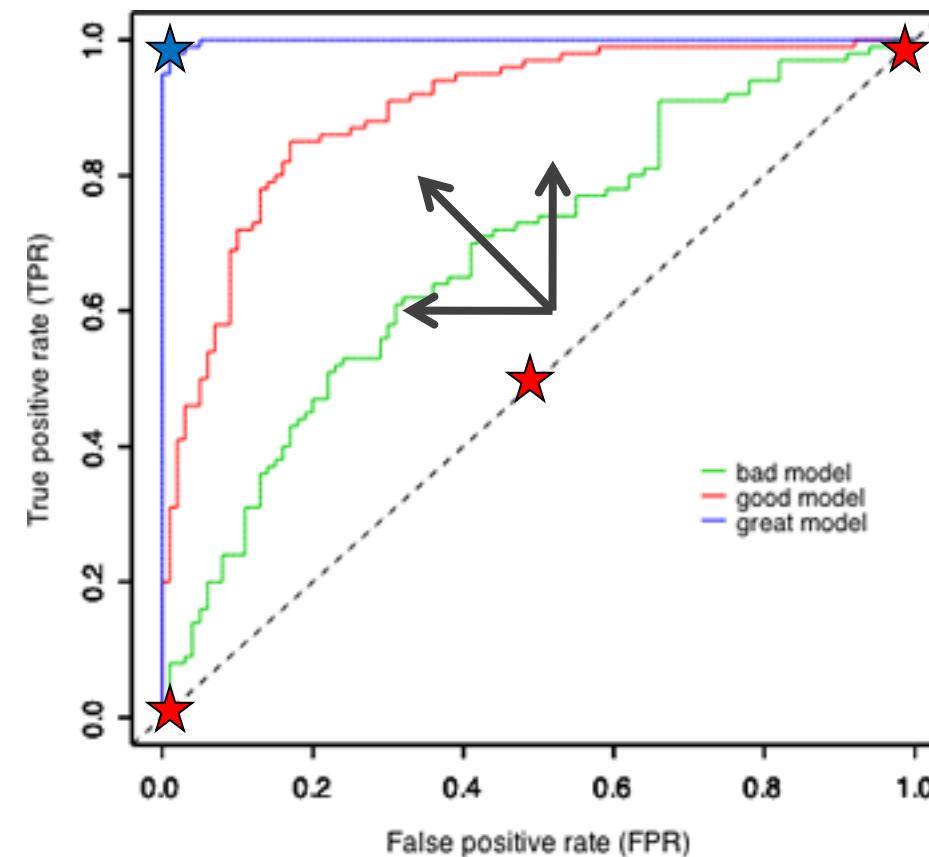
karakterisztika

**Receiver Operating**

**Characteristic (curve)**

**AUC:** Görbe alatti terület

**Area Under Curve**



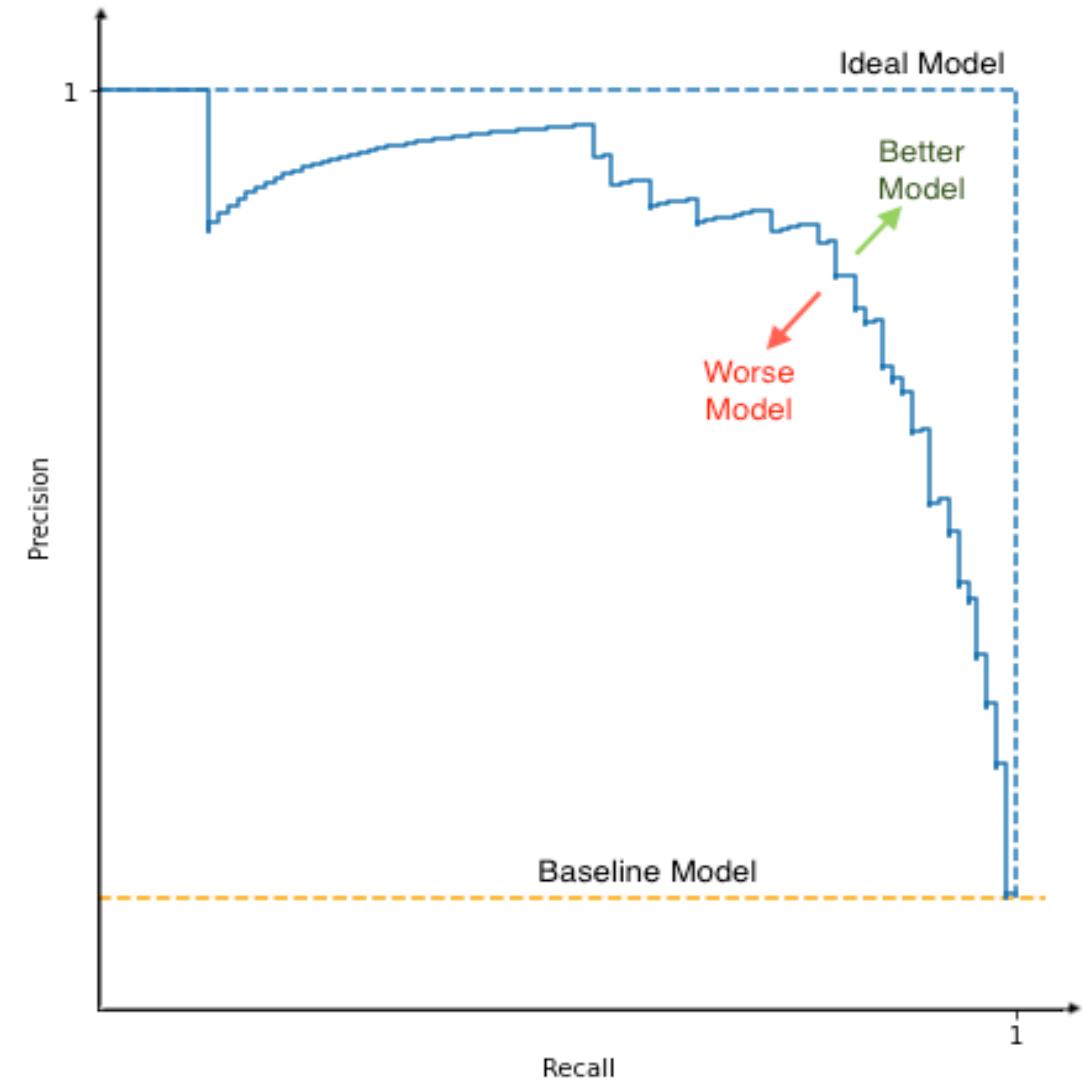
# AUPR – kompakt jósági mutató

true positive rate  
**(TPR=recall)**

$$\text{TPR} = \text{TP/P} = \text{TP} / (\text{TP+FN})$$

positive predictive value  
**(PPV=precision)**

$$\text{PPV} = \text{TP}/(\text{TP+FP})$$



# A tévedéseknek különböző lehet a költsége

---

1. típusú hiba    hamis negatív (FN)  
– azt hisszük egészséges (H0), pedig beteg (T1)

költség: **C<sub>01</sub>**    későn vesszük észre a bajt

2. típusú hiba    hamis pozitív (FP)  
– azt hisszük beteg (H1), pedig egészséges (T0)

költség: **C<sub>10</sub>**    feleslegesen kezeljük az egészséget

legtöbbször a hamis negatív a rosszabb:  $C_{01} >> C_{10}$

# A helyes döntéseknek is van költsége

---

valós negatív (TN)

– azt hisszük egészséges (H0), valóban az (T0)

költség: **C<sub>00</sub>** vizsgálatot végeztünk (ennek is van költsége)

valós pozitív (TP)

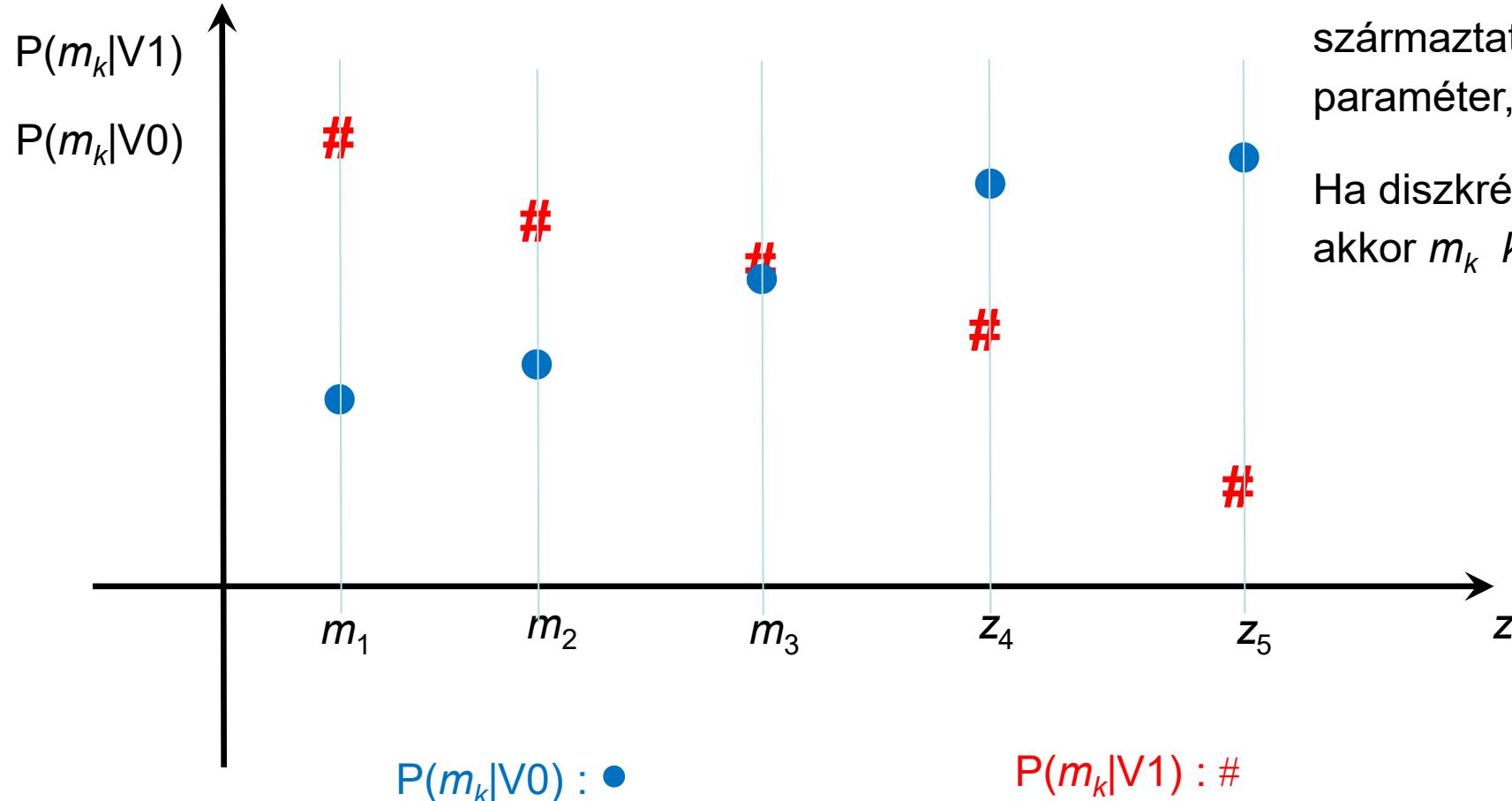
– azt hisszük beteg (H1), valóban az (T1)

költség: **C<sub>11</sub>** vizsgálatot végeztünk + kezelnünk kell

tehát négyféle költség befolyásolja a döntést:

**C<sub>00</sub>, C<sub>11</sub>, C<sub>01</sub>, C<sub>10</sub>**

# Példa: döntés költségek mellett



$m$ : Skalár mért vagy származtatott paraméter, ami alapján döntünk  
Ha diszkrét értékeket vehet fel, akkor  $m_k \ k=1,2,\dots,K$

Hogyan becsülhetjük meg ezeket az arányokat?

# Döntés költségek mellett

---

- Ha a modellünk úgy dönt, hogy  $m_k$  esetén a besorolás **pozitív**, akkor a költség:
  - $K_{poz} = C_{10} * N_0 * p(m_k|V_0) + C_{11} * N_1 * p(m_k|V_1) =$
  - $= C_{10} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$

# Döntés költségek mellett

---

- Ha a modellünk úgy dönt, hogy  $m_k$  esetén a besorolás **negatív**, akkor a költség:
  - $K_{neg} = C_{00} * N_0 * p(m_k|V_0) + C_{01} * N_1 * p(m_k|V_1) =$
  - $= C_{00} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$

# Döntés költségek mellett

---

- Melyik esetben kisebb a költség?  $K_{poz} <? K_{neg}$
- $K_{poz} = C_{10} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$
- $K_{neg} = C_{00} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$
- $C_{10} * f_0 * \textcolor{red}{N} * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * \textcolor{red}{N} * p(m_k|V_1)$   
 $< C_{00} * f_0 * \textcolor{red}{N} * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * \textcolor{red}{N} * p(m_k|V_1)$
- $C_{10} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * p(m_k|V_1)$   
 $< C_{00} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * p(m_k|V_1)$

# Döntés költségek mellett

- Melyik esetben kisebb a költség?  $K_{poz} <? K_{neg}$
- $C_{10} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * p(m_k|V_1)$   
 $< C_{00} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * p(m_k|V_1)$
- $C_{10} * f_0 * p(m_k|V_0) - C_{00} * f_0 * p(m_k|V_0) <$   
 $C_{01} * f_1 * p(m_k|V_1) - C_{11} * f_1 * p(m_k|V_1)$
- $(C_{10} - C_{00}) * f_0 * p(m_k|V_0) <$   
 $(C_{01} - C_{11}) * f_1 * p(m_k|V_1)$
- Ha ez fennáll, akkor  $K_{poz} < K_{neg}$ , azaz a pozitív döntés költsége kisebb, vagyis  $K_{poz}$  mellett döntünk minden  $m_k$  esetén.

# Döntés költségek mellett

---

- Ellenkező esetben, akkor  $K_{poz} > K_{neg}$ , azaz a negatív döntés költsége kisebb, vagyis  $K_{neg}$  mellett döntünk minden  $m_k$  esetén.
- A döntésünk nagy mértékben azon múlik, hogy jól becsüljük-e meg az egyes költségeket
- Ha  $C_{01}$  nagy, akkor egész más alakul ki, mint ha  $C_{10}$ -et vesszük nagynak.