



# Mesterséges intelligencia előadássorozat

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (<http://aima.cs.berkeley.edu>) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (<http://ai.berkeley.edu>).

These slides are based on the AIMA book (<http://aima.cs.berkeley.edu>) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (<http://ai.berkeley.edu>).



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Villamosmérnöki és Informatikai Kar  
Mesterséges Intelligencia és Rendszertervezés Tanszék

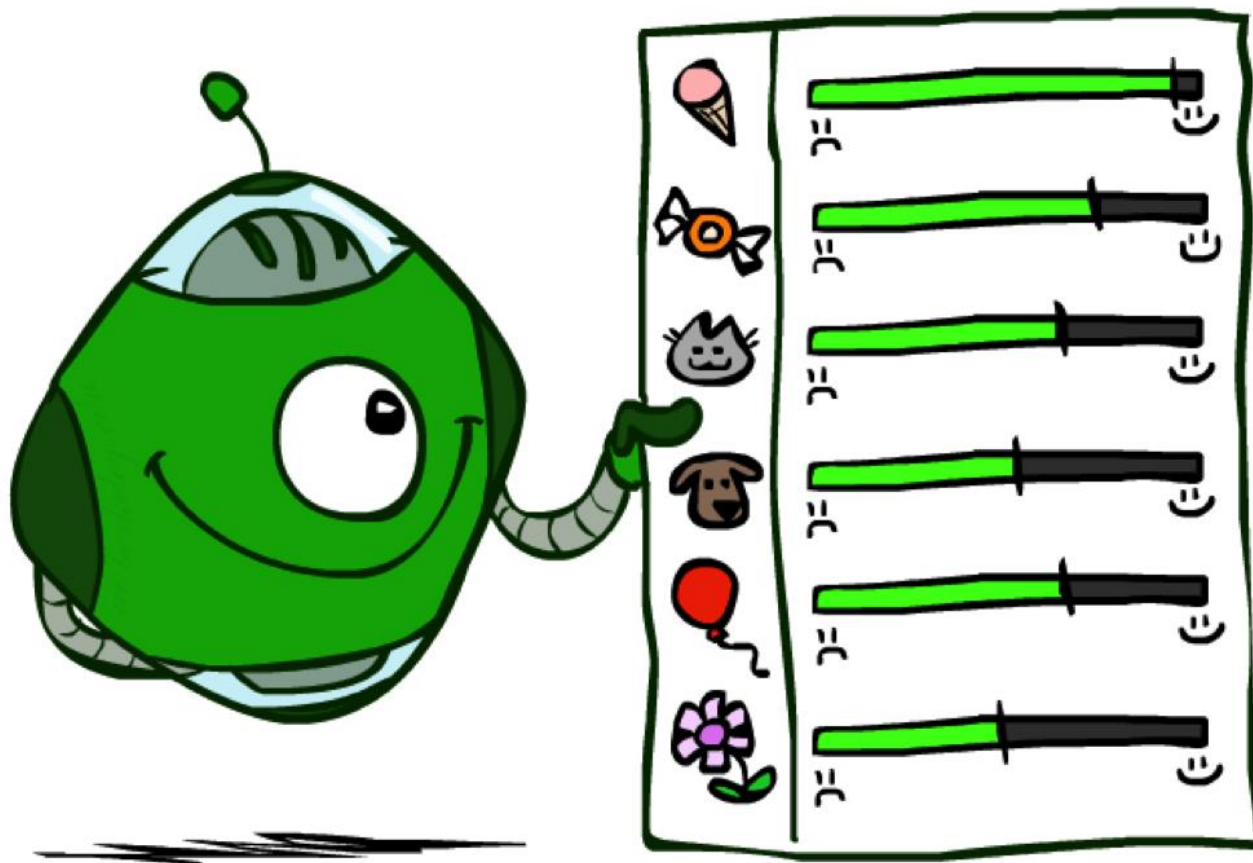


# Racionalitás, hasznosságok, döntések

Előadó: Dr. Hullám Gábor



# Hasznosságok

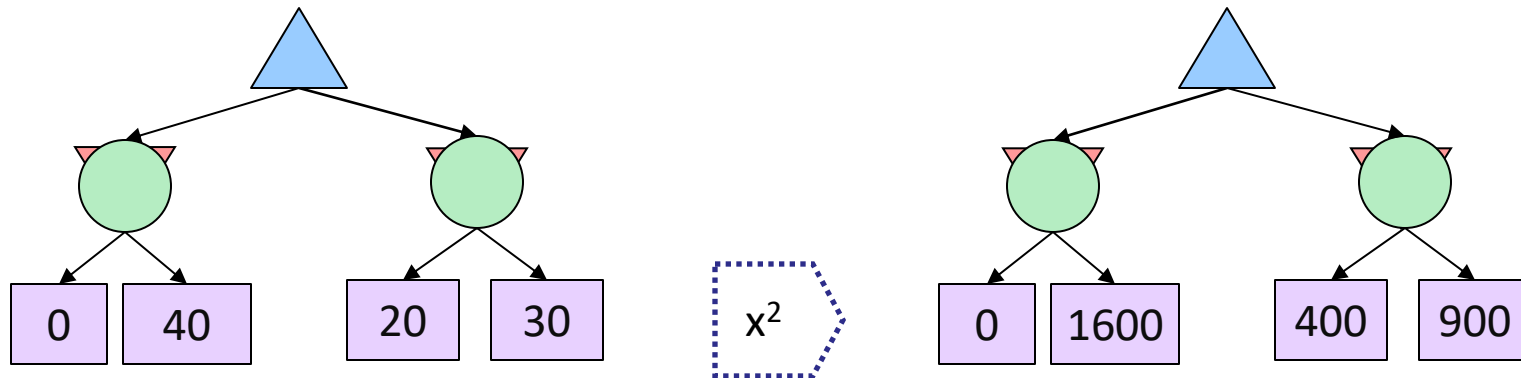


# Maximális várható hasznosság

- Miért kellene átlagolnunk a hasznosságokat? Miért nem minimax?
- A maximális várható hasznosság elve:
- A racionális ágensnek azt a műveletet kell választania, amely **maximalizálja várható hasznosságát, tekintettel tudására**
- Kérdések:
  - Honnan származnak a hasznosságok?
  - Honnan tudjuk, hogy egyáltalán léteznek ilyen hasznosságok?
  - Honnan tudjuk, hogy az átlagolásnak egyáltalán van értelme?
  - Mi van, ha viselkedésünket (preferenciáinkat) nem lehet leírni hasznosságokkal?



# Milyen hasznosságokat kellene használni?



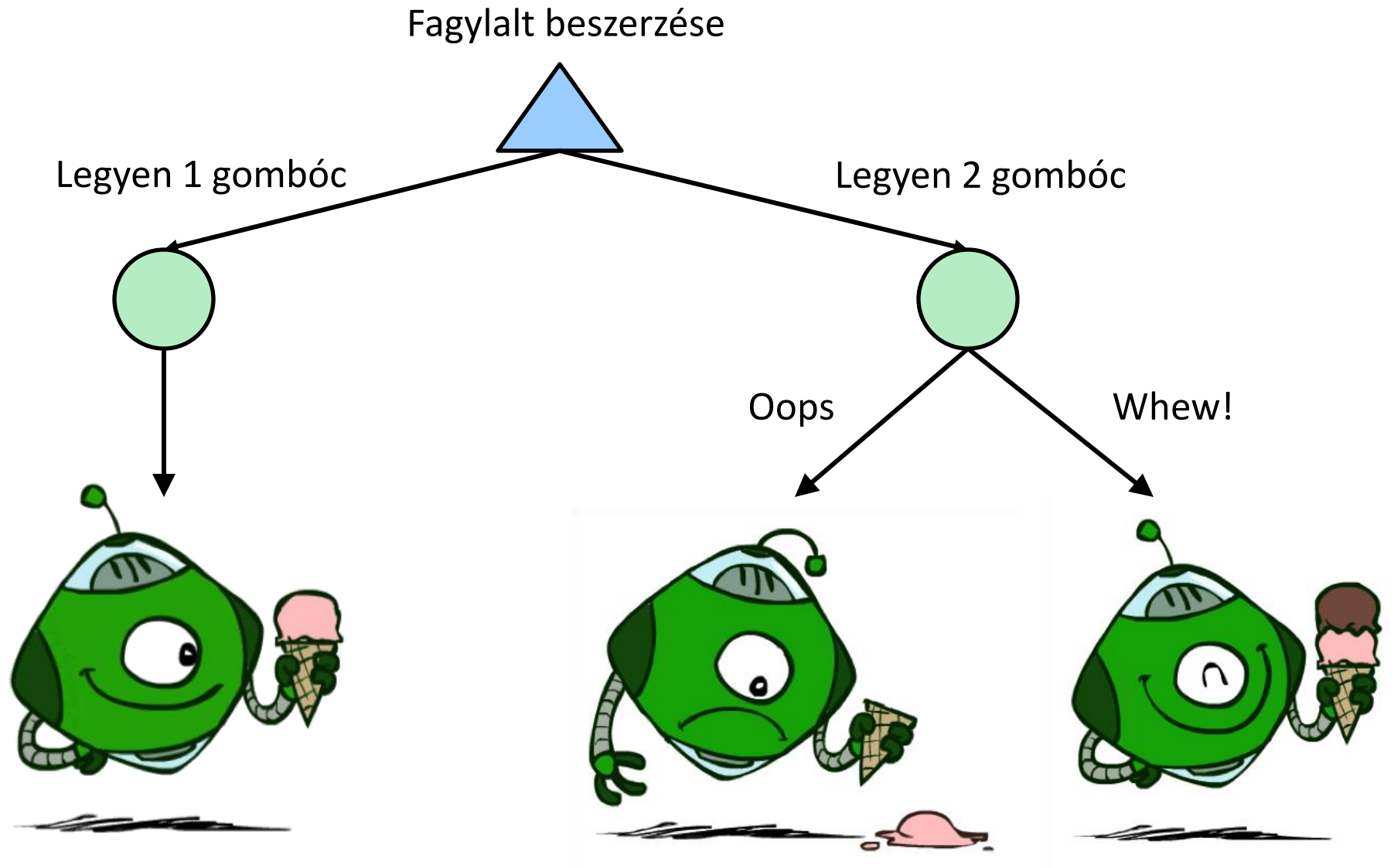
- A worst-case minimax következtetésnél, a hasznosságfüggvény skálája nem számít
  - Csak azt akarjuk, hogy a jobb állapotok magasabb értékelésekkel rendelkezzenek (legyen jó a sorrendezés)
  - Ezt úgy nevezzük, hogy **érzéketlenség a monoton transzformációkkal szemben**
- Az átlagos expectimax következtetéshez a nagyságrendnek értelmesnek kell lennie

# Hasznosságok

- A hasznosságok olyan függvények, amelyek az kimeneteket (a világ állapotait) képzik le a valós számokra terjednek, és leírják az ágens preferenciáit
- Honnan származnak a hasznosságok?
  - Egy játékban egyszerű lehet(+1/-1)
  - A hasznosságok összefoglalják az ágens céljait
  - Tétel: Bármely "racionális" preferencia összefoglalható hasznossági függvényként
- Rögzítünk hasznosságokat és hagyjuk, hogy viselkedések alakuljanak ki
- Miért nem hagyjuk, hogy az ágensek válasszanak hasznosságokat?
  - Miért nem írjuk elő a viselkedést??



# Hasznosságok: bizonytalan kimenetek



# Preferenciák

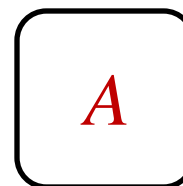
- Az ágensnek preferenciákkal kell rendelkeznie a következők között:
  - Nyeremények:  $A, B$ .
  - Szerencsejáték: bizonytalan nyereményekkel járó helyzetek

$$L = [p, A; (1 - p), B]$$

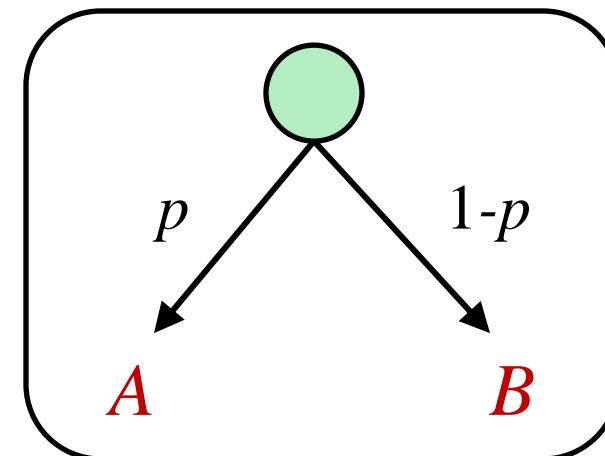
- Jelölés:

- Preferencia:  $A \succ B$
- Közömbösség:  $A \sim B$

Nyeremény

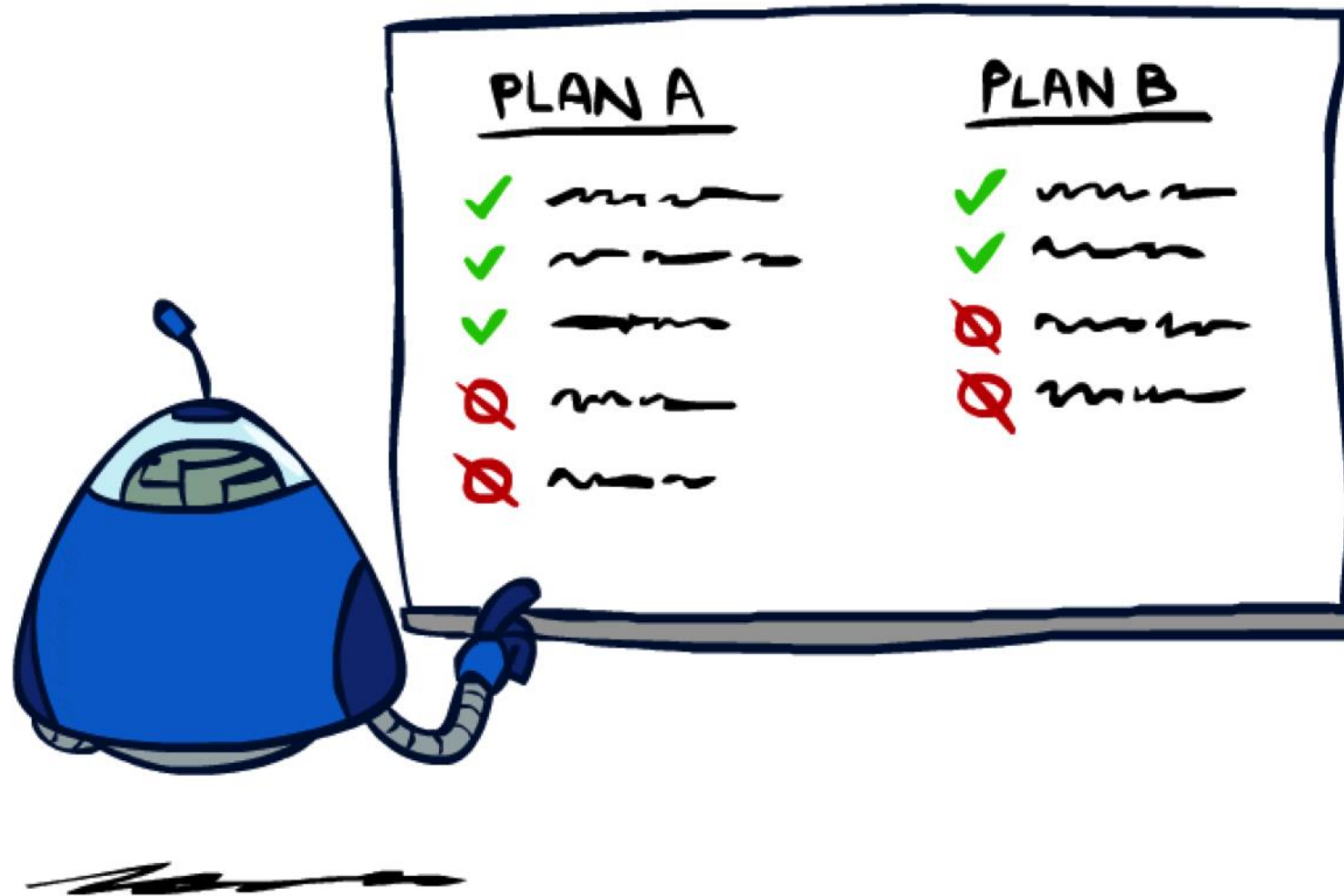


Szerencsejáték





# Racionalitás

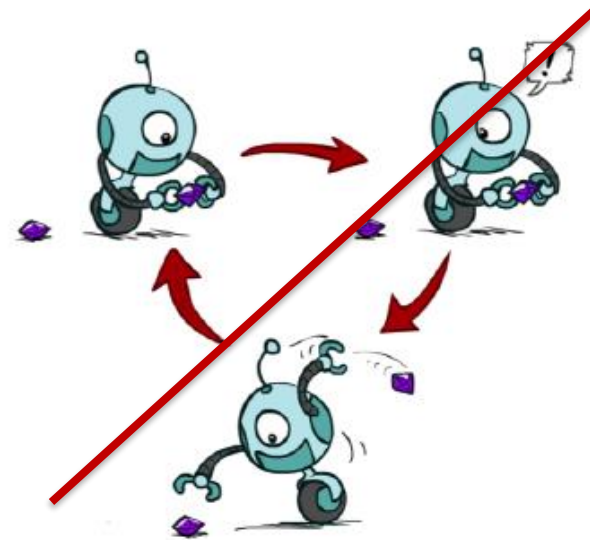


# Racionális preferenciák

- Szeretnénk néhány korlátozást a preferenciákra, mielőtt racionálisnak neveznénk őket, például:

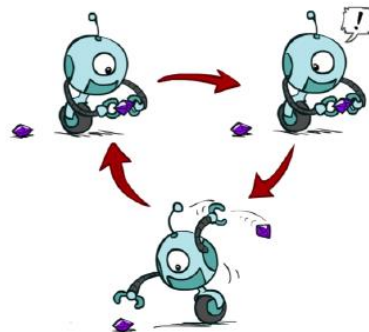
Tranzitivitás axióma:

- $A \succ B \wedge B \succ C \Rightarrow A \succ C$ .



# Racionális preferenciák

- Ellenpélda: egy intranzitív preferenciákkal rendelkező ágenst rá lehet bírni, hogy adja oda az összes pénzét:
  - Ha  $B \succ C$ , akkor egy C-vel rendelkező ügynök fizetne pl. 1 centet, hogy megszerezze B-t.
  - Ha  $A \succ B$ , akkor egy B-vel rendelkező ügynök fizetne pl. 1 centet, hogy megszerezze A-t.
  - Ha  $C \succ A$ , akkor egy A-val rendelkező ügynök fizetne pl. 1 centet, hogy megszerezze C-t.



# Racionalitás axiómái

## Orderability

$$(A \succ B) \vee (B \succ A) \vee (A \sim B)$$

## Transitivity

$$(A \succ B) \wedge (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C)$$

## Continuity

$$A \succ B \succ C \Rightarrow \exists p [p, A; 1 - p, C] \sim B$$

## Substitutability

$$A \sim B \Rightarrow [p, A; 1 - p, C] \sim [p, B; 1 - p, C]$$

## Monotonicity

$$A \succ B \Rightarrow$$

$$(p \geq q \Leftrightarrow [p, A; 1 - p, B] \succeq [q, A; 1 - q, B])$$



# Racionalitás axiómái

## Orderability

$$(A \succ B) \vee (B \succ A) \vee (A \sim B)$$

## Transitivity

$$(A \succ B) \wedge (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C)$$

## Continuity

$$A \succ B \succ C \Rightarrow \exists p [p, A; 1 - p, C] \sim B$$

## Substitutability

$$A \sim B \Rightarrow [p, A; 1 - p, C] \sim [p, B; 1 - p, C]$$

## Monotonicity

$$A \succ B \Rightarrow$$

$$(p \geq q \Leftrightarrow [p, A; 1 - p, B] \succeq [q, A; 1 - q, B])$$



**Tétel:** A racionális preferenciák olyan viselkedést eredményeznek, amely a **várható hasznosság maximalizálásaként** írható le.

# MEU - elv

Tétel(ek) [Ramsey, 1931; Neumann & Morgenstern, 1944]

- Figyelembe véve azokat a preferenciákat, amelyek kielégítik ezeket a kényszereket (axiómákat), ott létezik egy valós értékű  $U$  függvény, amelyre igaz, hogy
  - $U(A) \geq U(B) \leftrightarrow A \succeq B$
  - $U([p_1, S_1; p_2, S_2; \dots p_n, S_n]) = \sum_i p_i U(S_i)$
- Vagyis az  $U$  által hozzárendelt értékek megőrzik a preferenciáit, mind a nyereményeknek, mind a sorsolásoknak.

# MEU - elv

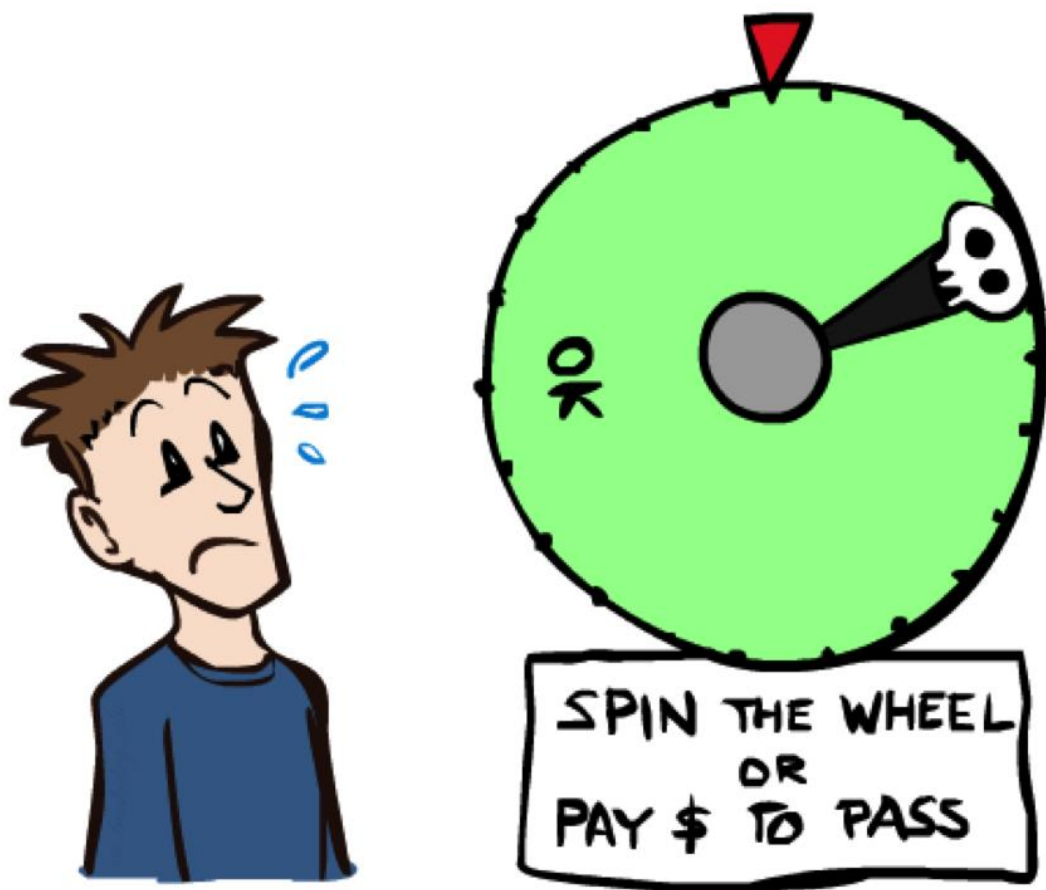
---

Maximum expected utility (MEU) elv:

- Válassza ki mindig azt a műveletet, amely maximalizálja a várható hasznosságot

Megjegyzés: egy ágens lehet teljesen racionális (összhangban a MEU-val) anélkül, hogy valaha is hasznosságokat vagy valószínűségeket ábrázolna vagy manipulálna (pl. keresőtábla)

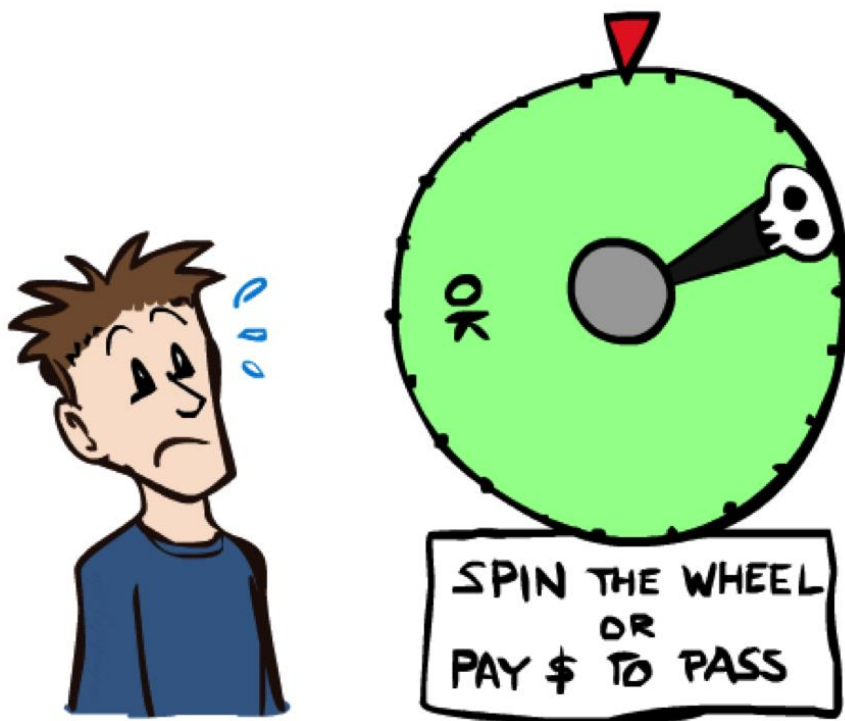
# Emberi hasznosságfüggvények



- Normalizált hasznosságok:  $u+ = 1.0$ ;  $u- = 0.0$ .
- **Mikromort**: a halál egymilliomod esélye
- **QALY-k**: a minőség-igazított életevek, hasznosak orvosi döntéseknél, melyek jelentős kockázattal járnak
- Megjegyzés: a viselkedés invariáns pozitív lineáris transzformáció alatt
  - $U_0(x) = k_1 U(x) + k_2$
- Ha csak determinisztikus nyeremények vannak (nincsenek szerencsejátékok), akkor csak a hasznosságok sorrendje meghatározható



# Emberi hasznosságfüggvények

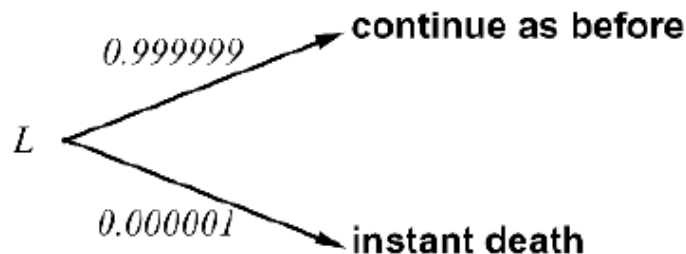


- Standard megközelítés a hasznosságok értékeléshez:
- Hasonlítsa össze az  $A$  nyereményt egy  $L_p$  szerencsejátékkal, ahol a
  - A lehetséges legjobb nyereményt  $p$  valószínűséggel kapjuk
  - A lehetséges legrosszabb nyereményt  $1-p$  valószínűséggel kapjuk
- Állítsa a  $p$  szerencsejáték valószínűségét közömbösségig:

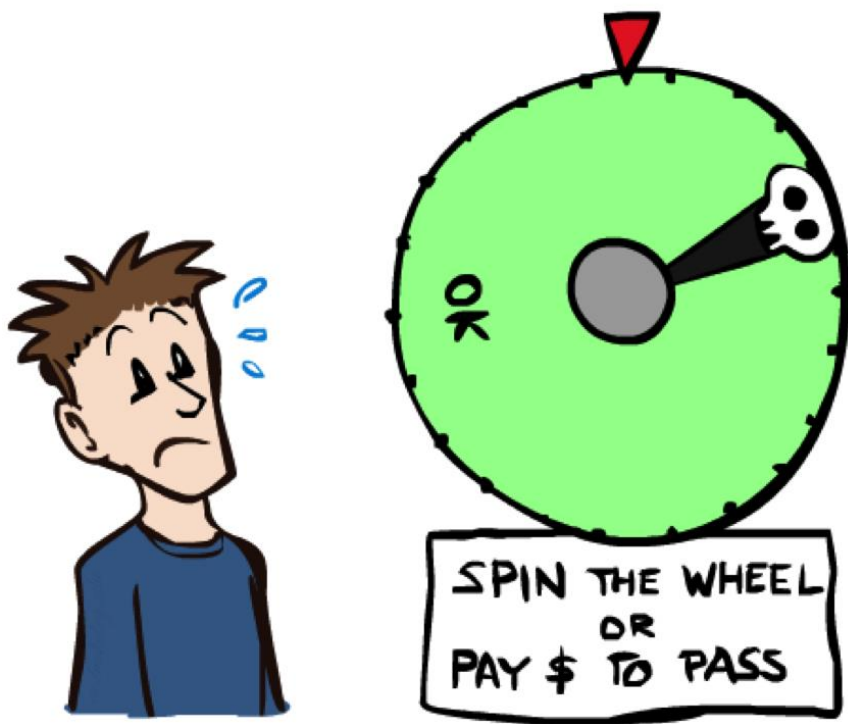
$A \sim L_p$

Az eredményül adódó  $p$  a  $[0,1]$  tartománybeli hasznossággal lesz egyenértékű

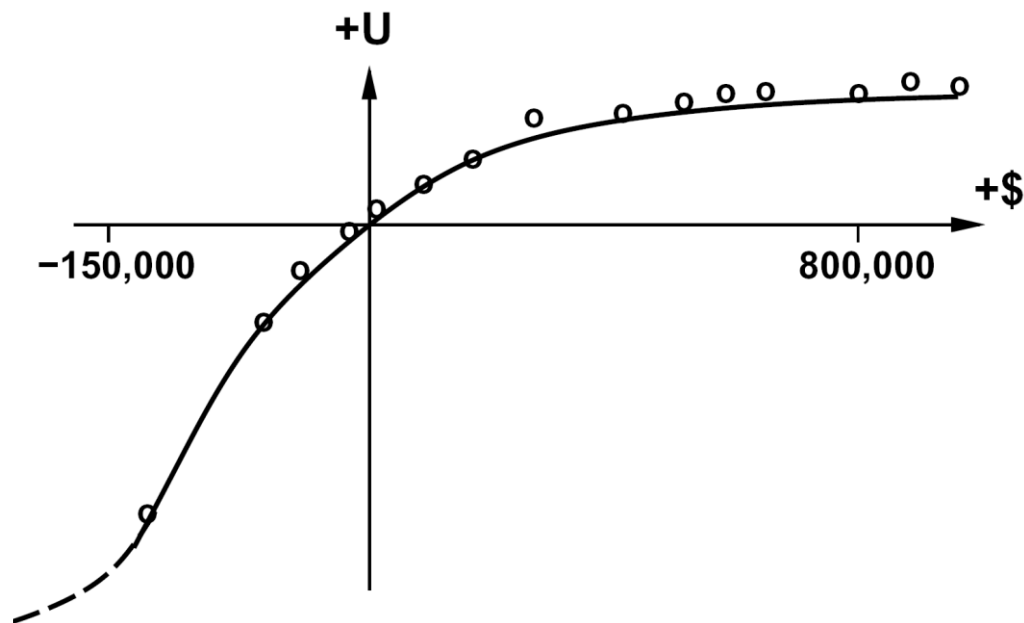
pay \$30 ~



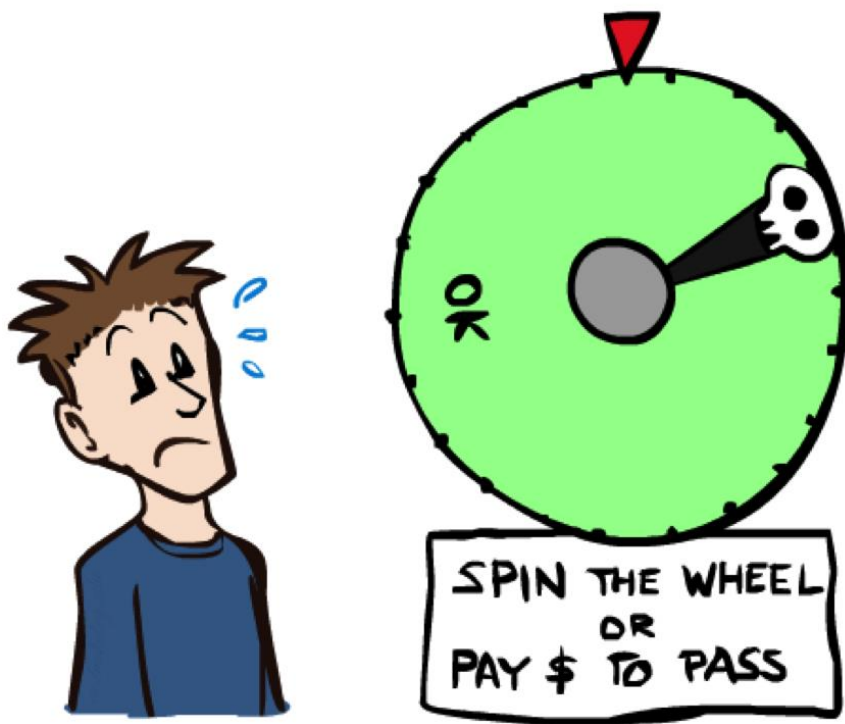
# Emberi hasznosságfüggvények



- A pénz nem viselkedik hasznosságfüggvényként, de a pénz birtoklása/adósság tekinthető hasznosságként



# Emberi hasznosságfüggvények

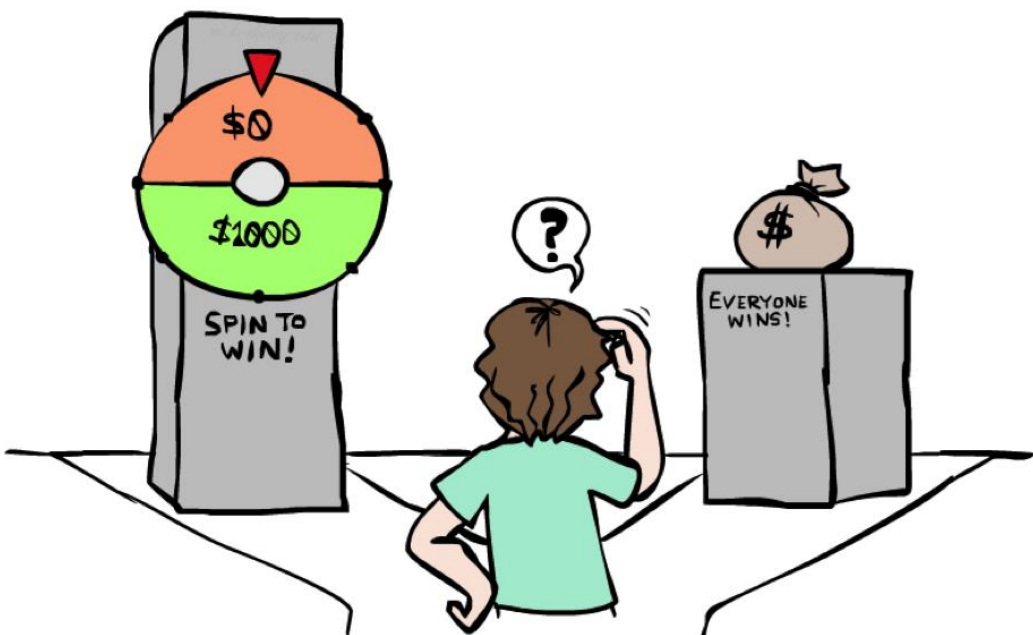


- Adott lottón  $L = [p, \$ X; (1-p), \$ Y]$

Várható monetáris érték

- $EMV(L): p X + (1-p) Y$
- $U(L) = p U(\$ X) + (1-p) U(\$ Y)$
- Általában  $U(L) < U(EMV(L))$
- Ebben az értelemben az emberek **kockázatkerülők**
- Adósság esetén az emberek **kockázatvállalók**

# Emberi hasznosságfüggvények



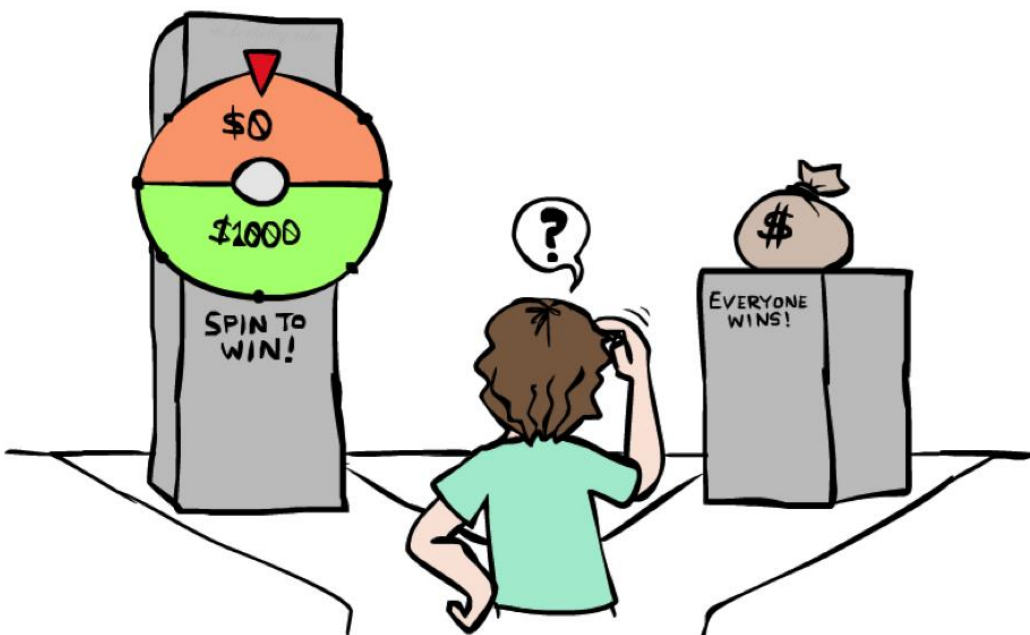
Tekintsük az alábbi nyereményjátékot:  
[0.5, \$1000; 0.5, \$0]

- Mi a várható monetáris értéke? (500 \$)
- Mi a bizonyossági egyenérték (certainty equivalent)?

Az elfogadható pénzérték a szerencsejáték helyett

- Ez 400 dollár a legtöbb ember számára
- A 100 dolláros különbség a biztosítási díj

# Emberi hasznosságfüggvények



Tekintsük az alábbi sorsjátékot:  
[0.5, \$1000; 0.5, \$0]

- Létezik a biztosítási ipar, mert az emberek fizetni fognak a kockázat csökkentésért
- Ha mindenki **kockázatsemleges** lenne, nem lenne szükség biztosításra!
- Win-win: az egyén inkább a 400 dollárt választja és a biztosítótársaság pedig inkább a szerencsejátékot (hasznossági görbékük lapos és sok szerencsejátékot játszanak)