



Mesterséges intelligencia előadássorozat

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (<http://aima.cs.berkeley.edu>) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (<http://ai.berkeley.edu>).

These slides are based on the AIMA book (<http://aima.cs.berkeley.edu>) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (<http://ai.berkeley.edu>).



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Mesterséges Intelligencia és Rendszertervezés Tanszék



Valószínűségi hálók

Feltételes függetlenségek,
kompakt reprezentáció, következtetés

Előadó: Dr. Hullám Gábor



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Mesterséges Intelligencia és Rendszertervezés Tanszék



Problémamegoldás



Tudásreprezentáció következtetés



Döntések

Megerősítéses tanulás

Felügyelt tanulás

3



Ajánló rendszerek



Valószínűségi háló (Bayes-háló)

... egy gráf, ahol

1. Csomópontok: valószínűségi változók egy halmaza

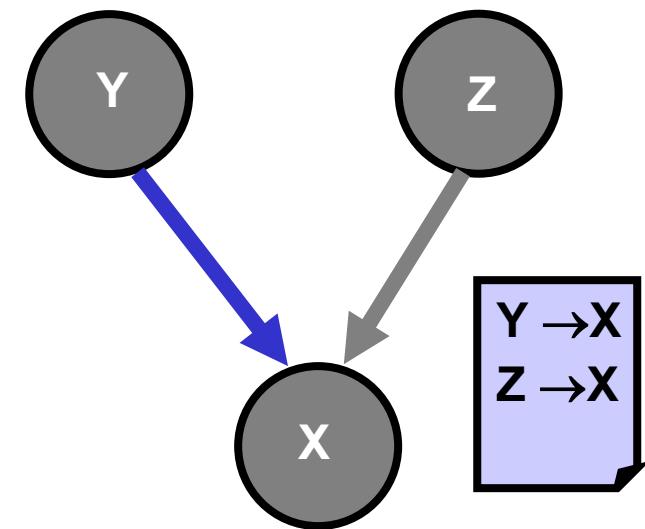
2. Csomópontok között: irányított élek halmaza:

Az Y csomópontot az X csomóponttal összekötő nyíl jelentése: az Y-nak közvetlen befolyása van az X-re

3. minden csomópontnál: feltételes valószínűségi tábla

jelentése: szülők hatása a csomópontra $P(X | \text{Szülők}(X))$

4. A gráf nem tartalmaz irányított kört (= irányított, körmentes gráf = DAG).



A valószínűségi hálók szemantikája

Valószínűségi változó = egy állítás a problémáról

Pl. $X = \text{HMG szint magas}$ (két érték: I/N), vagy
 $X = \text{HMG szint}$ (több érték: Magas / Közepes / Alacsony)

Feltételes függetlenség

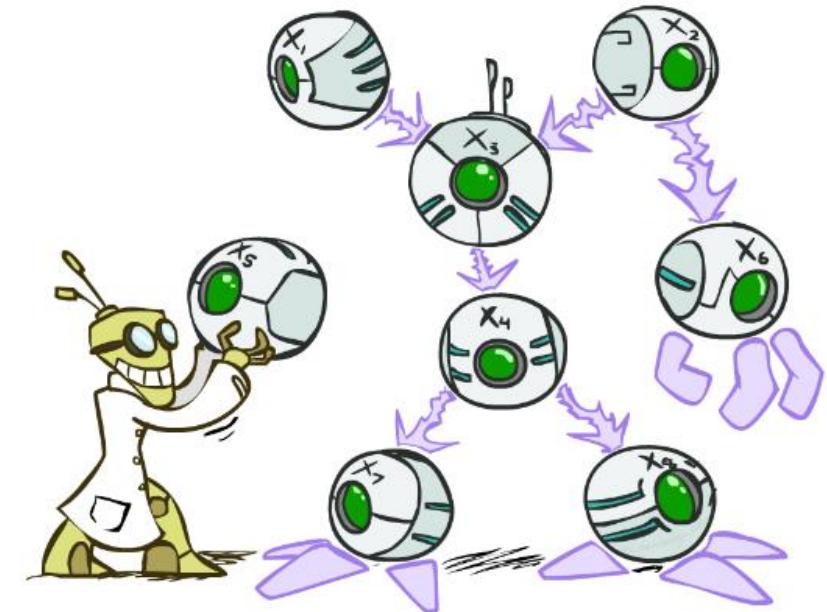
Ha a szülő (szülői feltétel) ismert, nem érdekes az ős:

$$P(X_i | X_{i-1}, \dots, X_1) = P(X_i | \text{Szülők}(X_i)), i=1 \dots n,$$

ha $\text{Szülők}(X_i) \subseteq \{ X_{i-1}, \dots, X_1 \}.$

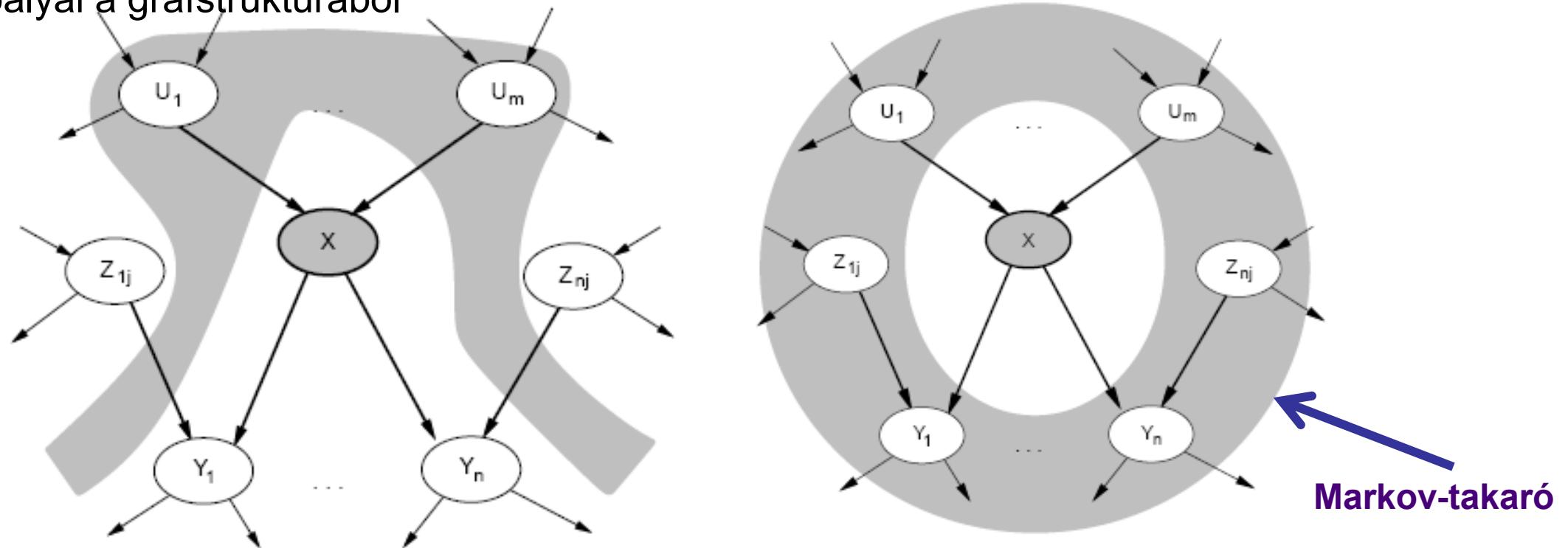
Ez utóbbi könnyen teljesíthető a csomópontok olyan sorszámozásával, ami konzisztens a gráf implicit részleges rendezésével.

$$P(X_i | \text{Szülők}(X_i), \text{Ősök}(X_i)) = P(X_i | \text{Szülők}(X_i))$$



Lokális (topológiai) szemantika

- a. minden csomópont (X) feltételesen független a nem leszármazottjaitól (Z), ha a **szülői** adottak (U).
- b. minden csomópont (X) feltételesen független minden mástól, ha a **Markov-takarója** adott (szülői+gyerekei+gyerekeinek szülői).
- c. **d-elválasztás**: a feltételes függetlenségek és feltételes függőségek olvasásának szabályai a gráfstruktúrából

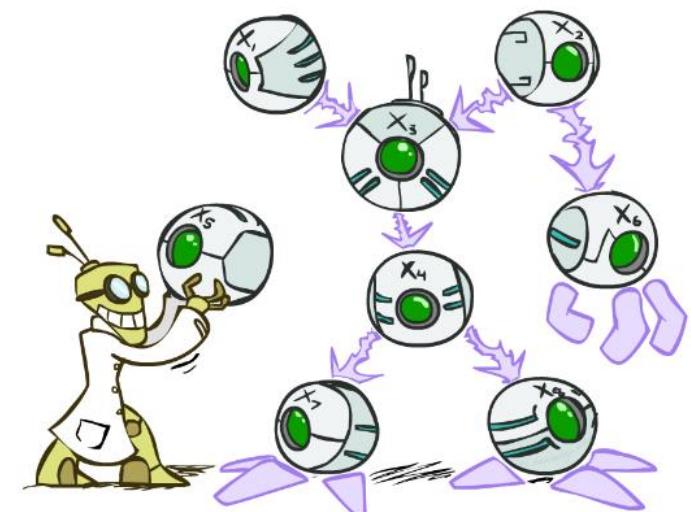


A valószínűségi hálók szemantikája

- (1) a háló = **együttes valószínűségi eloszlás** egy leírása,
- (2) a háló = **feltételes függetlenségekről** szóló állítások együttese.

A két szemlélet **ekvivalens**

- az első abban segít, hogy hogyan **hozzunk létre** egy hálót
- a második abban, hogy hogyan **tervezzünk** következtetési eljárásokat.



Az együttes valószínűségi eloszlásfüggvény leírása

A valószínűségi hálóban található információk alapján:
az együttes valószínűségi eloszlás bármely bejegyzése kiszámítható.

Egy bejegyzés értéke (globális szemantika):

$$P(X_1 \dots X_n) = \prod_{i=1 \dots n} P(X_i | \text{Szülők}(X_i)), i=1 \dots n$$

- Az együttes valószínűségi eloszlás minden bejegyzése felbontható a FVT megfelelő elemeinek a szorzatára.
- **FVT-k: az együttes valószínűségi eloszlás dekomponált leírása.**

Feltételes valószínűségi tábla – FVT

Egy sor a táblázatban az egyes csomóponti értékek feltételes valószínűsége az adott sorhoz tartozó **szülői feltétel** esetén

Szülői feltétel: a szülő csomópontok értékeinek egy lehetséges kombinációja (**egyfajta elemi esemény a szülők között**).

Általánosabban, ha a változó **bináris**, és ha n **bináris** szülője van:

2ⁿ -1 valószínűség adható meg a feladat alapján.

Szülő nélküli csomópont: a változó egyes értékeinek a priori valószínűségei (ha bináris, akkor elég csak egyiket megadni).

Tömörség és a csomópontok sorrendje

Egy valószínűségi háló gyakran sokkal **tömörebb**, mint az együttes valószínűségi eloszlásfüggvény.

A valószínűségi háló tömörsége a **lokálisan strukturált** (vagy **ritka**) rendszerek egy példája.

Lokálisan strukturált rendszer: egy komponense csak korlátos számú más komponenssel van kapcsolatban közvetlenül, függetlenül a komponensek teljes számától.

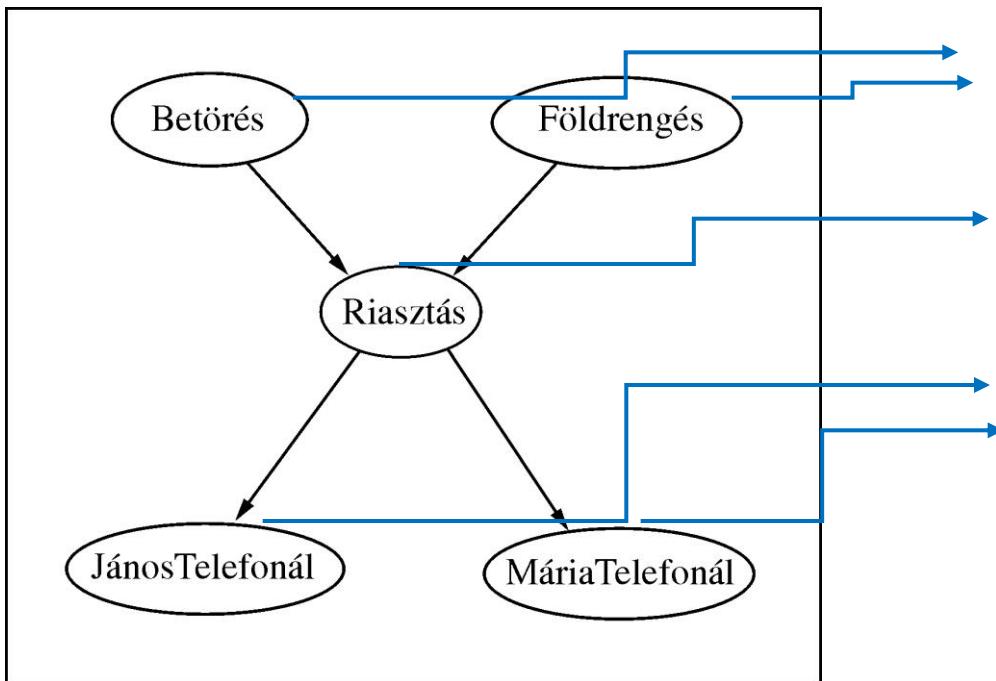
Lokális struktúrák: **inkább a lineáris, mint az exponenciális komplexitás** növekedés.

Tömörség és a csomópontok sorrendje

Valószínűségi háló n változóból: legtöbb esetben egy változót csak k számú más változó befolyásol, bináris változók = $n \times 2^k$ érték. Együttes valószínűségi eloszlás = $2^n - 1$ érték.

Példa: 20 cs.pont ($n = 20$), max. 5 szülője legyen ($k = 5$), valószínűségi háló: **640** érték, együttes valószínűségi eloszlás: > **egy millió**.

A gyakorlatban előforduló információcsökkenés amiatt lép fel, hogy a valós problémák igen strukturáltak, amit a hálók könnyűszerrel képesek kihasználni.



Bayes háló:

$$2 \times 1 \text{ db a priori}$$

+

$$1 \times 4 \text{ db szülői feltétel}$$

+

$$2 \times 2 \text{ db szülői feltétel}$$

$$= 2 + 4 + 4 = \mathbf{10 \text{ db}}$$

Együttes eloszlás:

5 változó

$$= 2^5 - 1 = \mathbf{31 \text{ db valószínűség}}$$

Általános eset:

Mi van, pl. ha

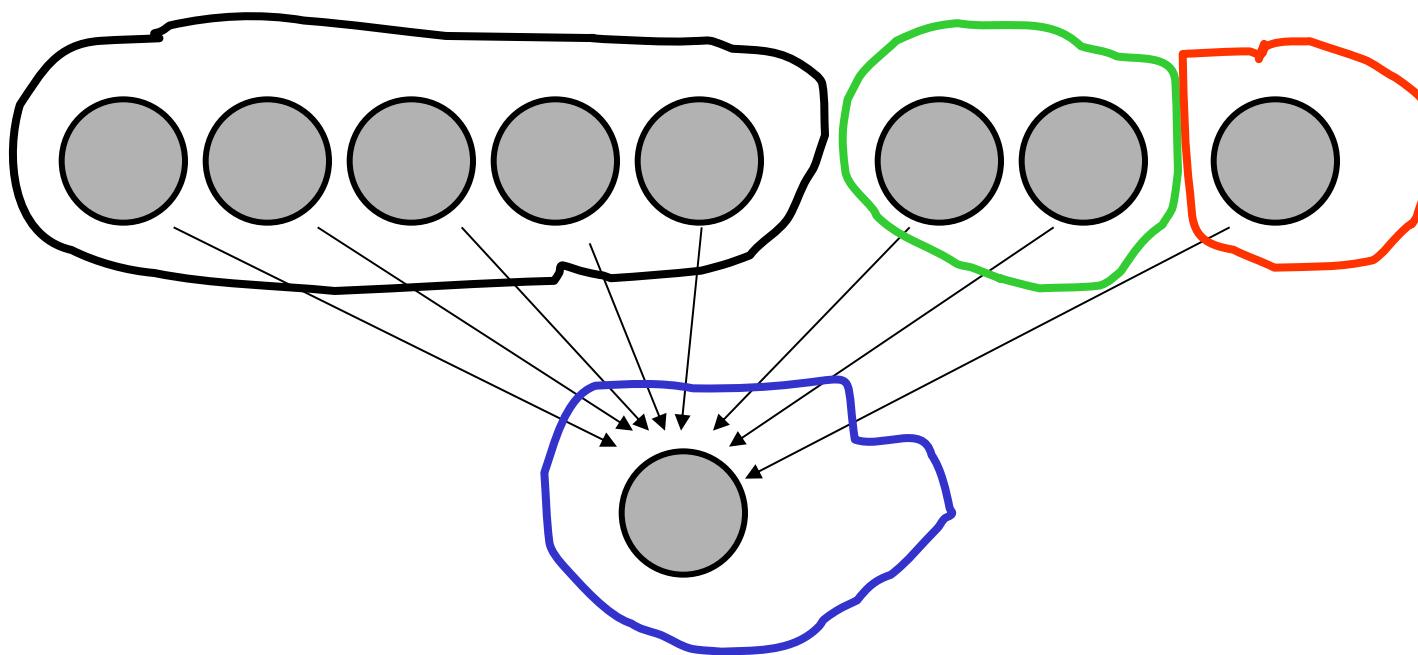
5 db szülő csomópont bináris értékű

2 db szülő csomópont 3-as értékű

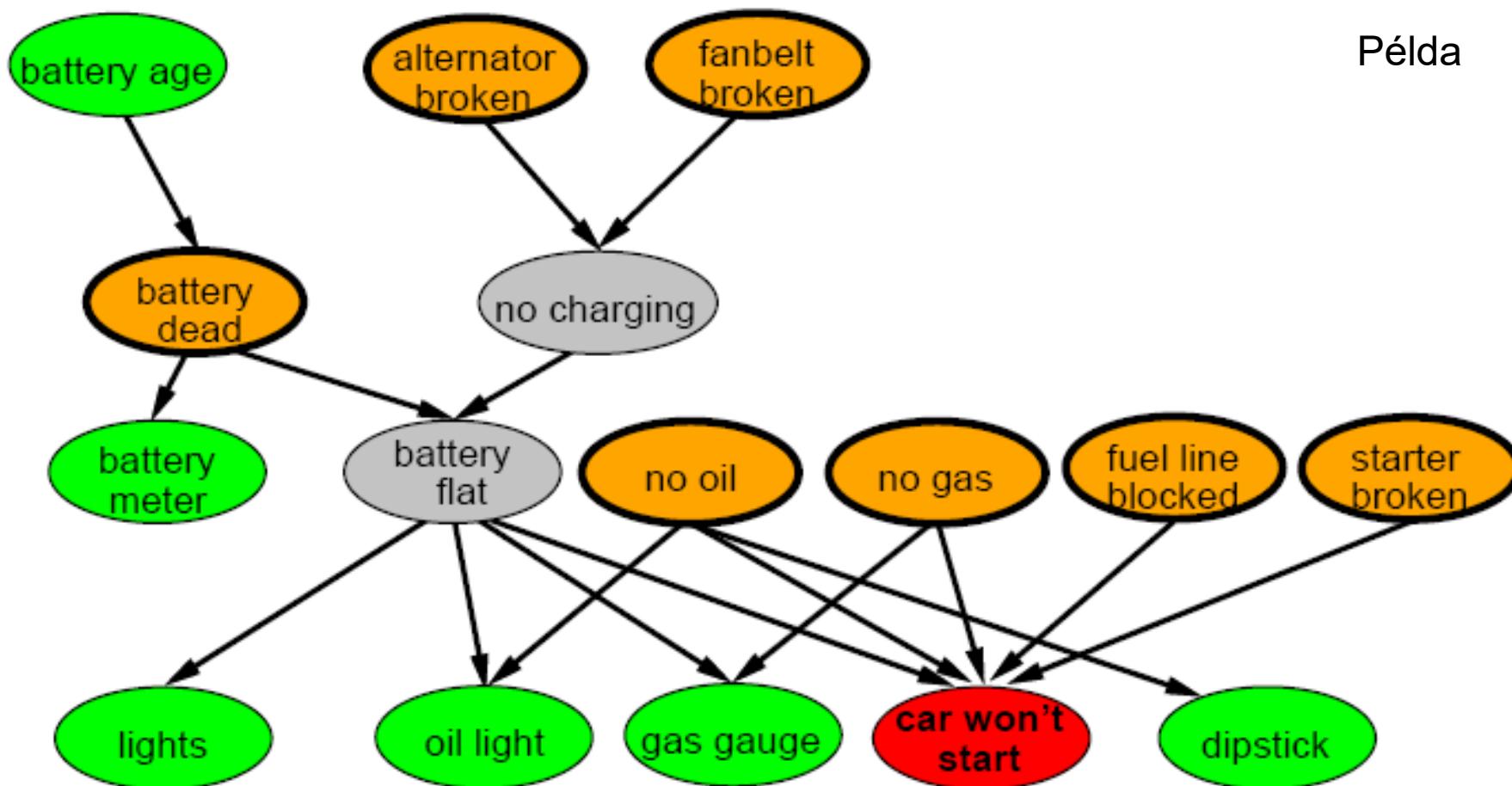
1 db szülő csomópont 4-es értékű és

az eredmény csomópont egy 5-ös értékű

változó?

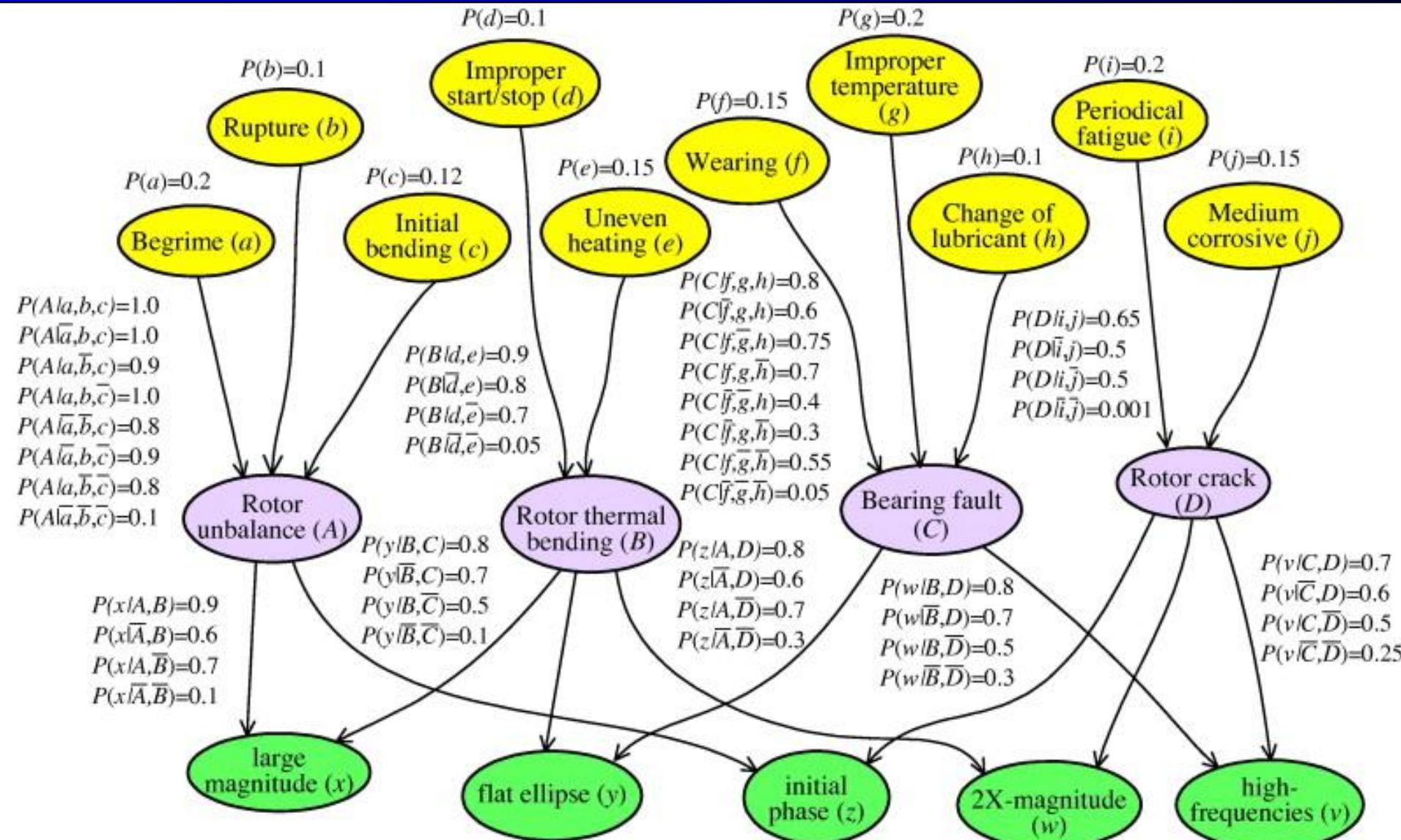


Példa

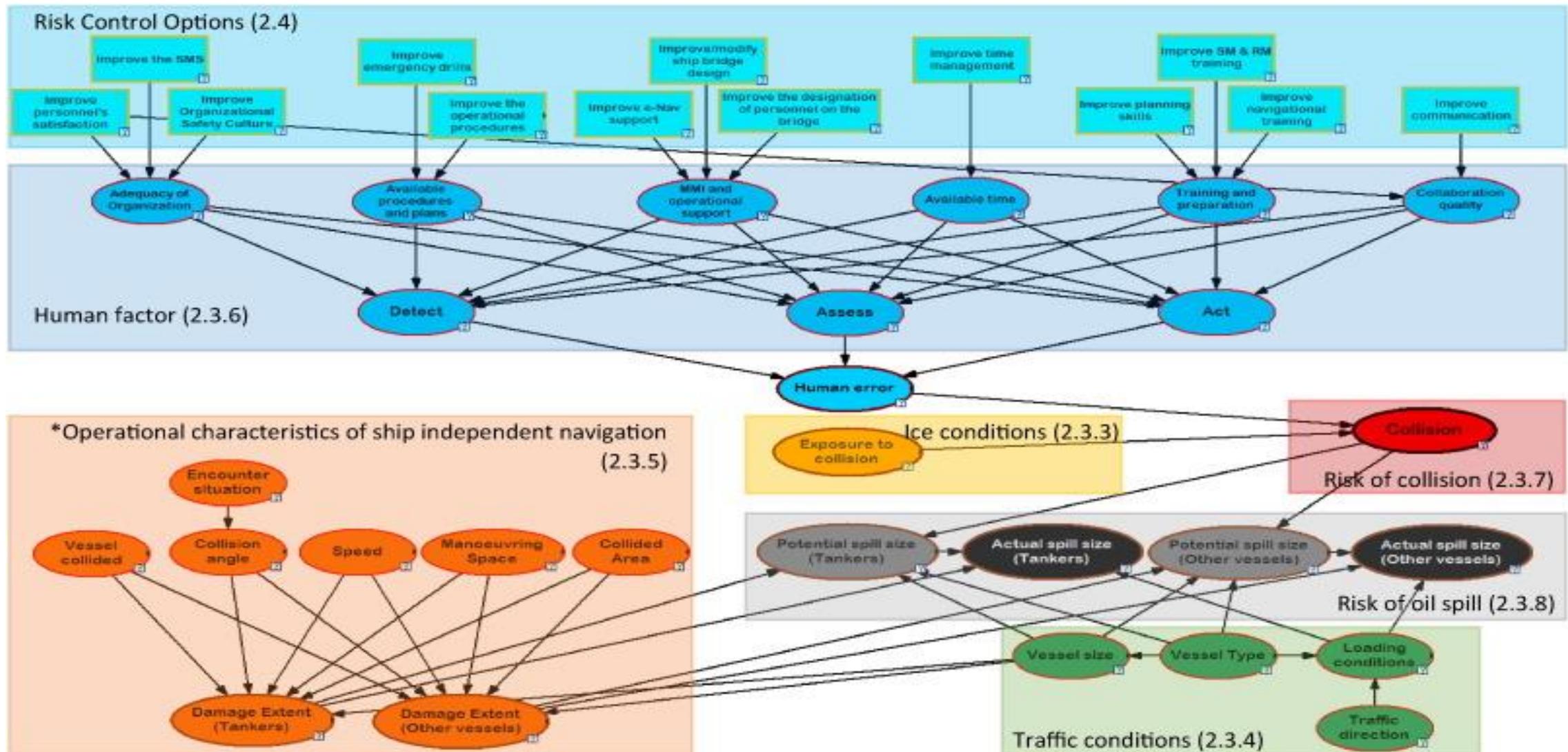


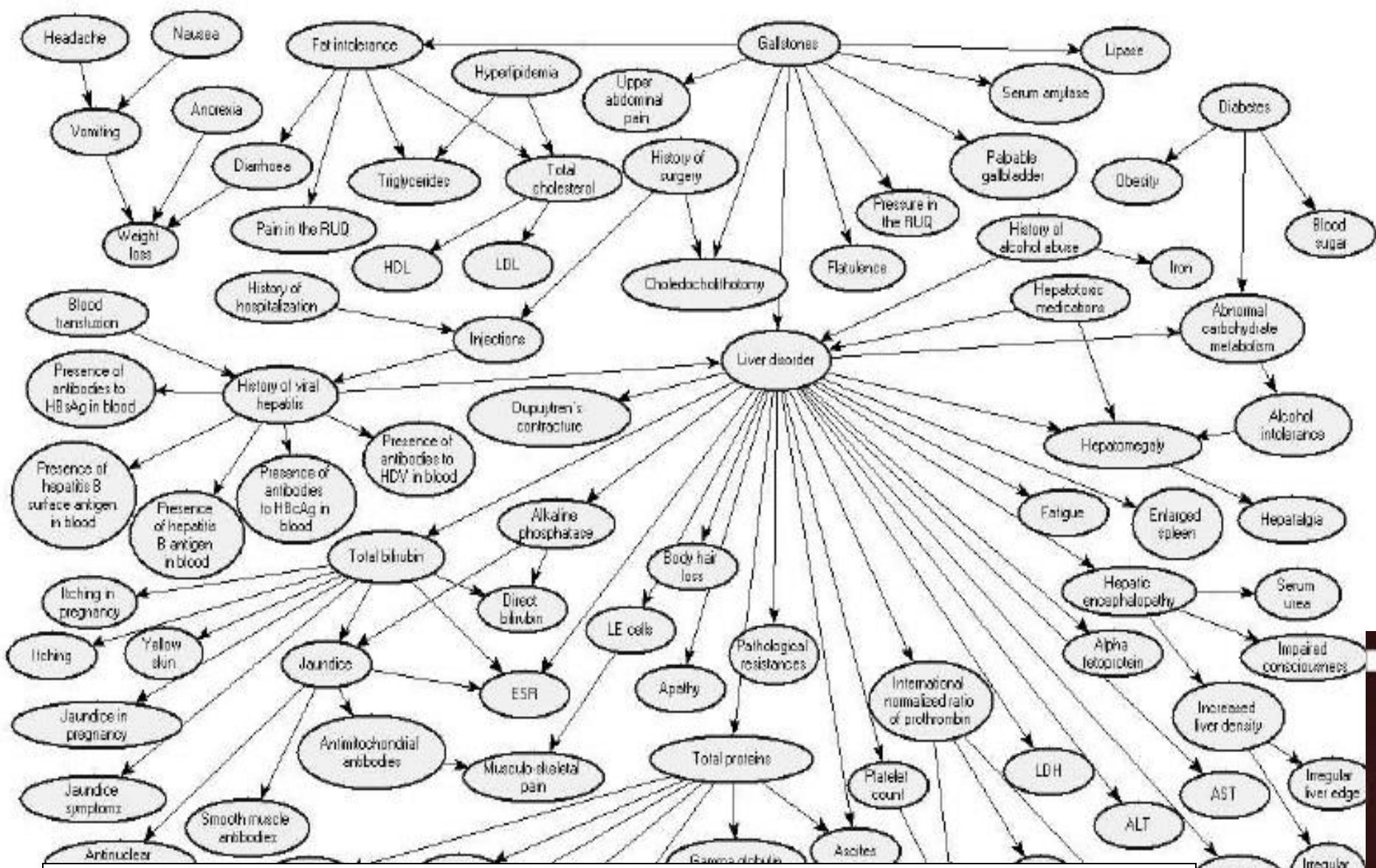
16 (bináris) változó = $2^{16}-1 = 16383$ valószínűség
háló = $7 + 4 \times 2 + 4 \times 4 + 1 \times 32 = 63$ valószínűség (x 260)

Hibamodellezés és következtetés



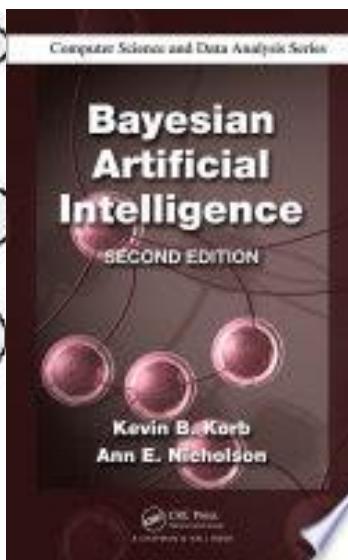
Kockázatmodellezés



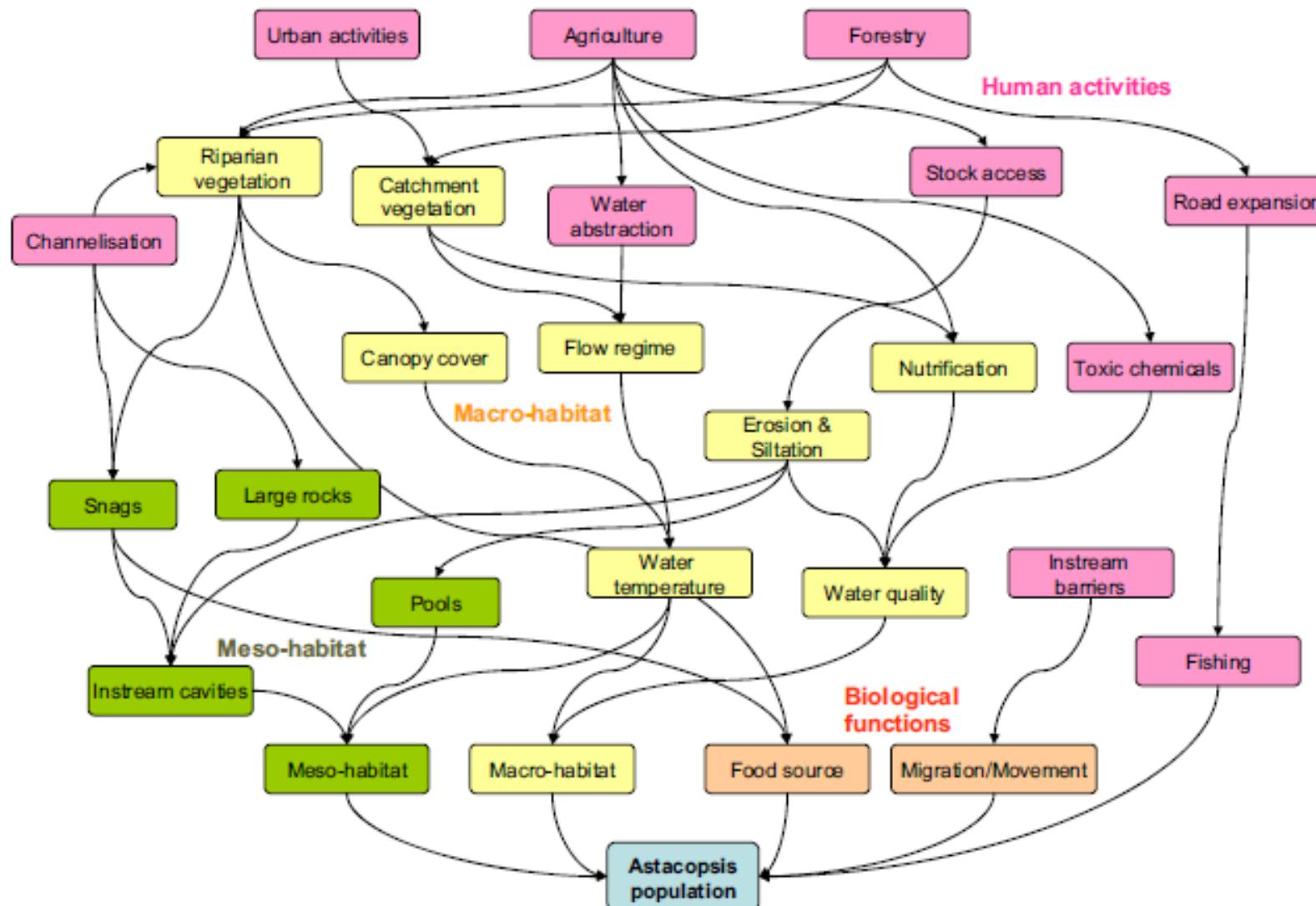


Májdianázis

A. Onisko et al., Extension of the HEPAR II Model to Multiple-Disorder Diagnosis (2000)

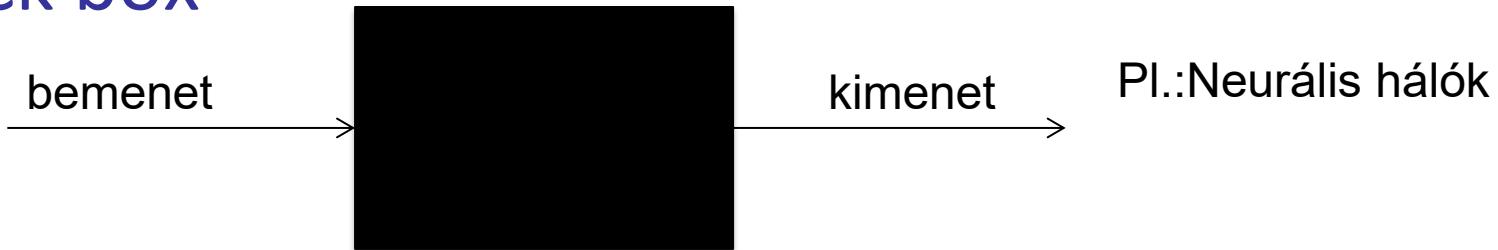


Biológiai és környezeti folyamatok modellezése



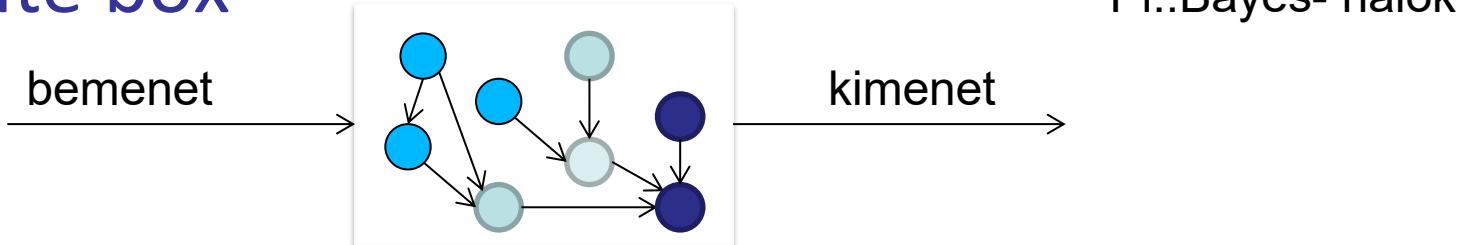
Modelltípusok - kitérő

- Black box



A modell belső működését nem / nehezen lehet értelmezni

- White box



A modell belső működése értelmezhető

ALARM Network Példa

Otthonunkban egy új **riasztót** szereltünk fel.

- Ez megbízhatóan észleli a **betöréseket**, de kisebb **földrengés** esetén is jelez.
- Két szomszédunk, **János** és **Mária**, megígérték, hogy **felhívnak** a munkahelyükön, ha meghallják a riasztónkat.
- János minden felhív, ha szól a riasztó, de néha összekeveri a telefoncsörgést a riasztó csengésével és ekkor is telefonál.
- Mária viszont, mivel szereti hangosan hallgatni a zenét, néha meg sem hallja a riasztót.

Mi tehát a hívások bekövetkezte vagy hiánya alapján szeretnénk megbecsülni a betörés valószínűségét.

(Bináris) változók (tények):

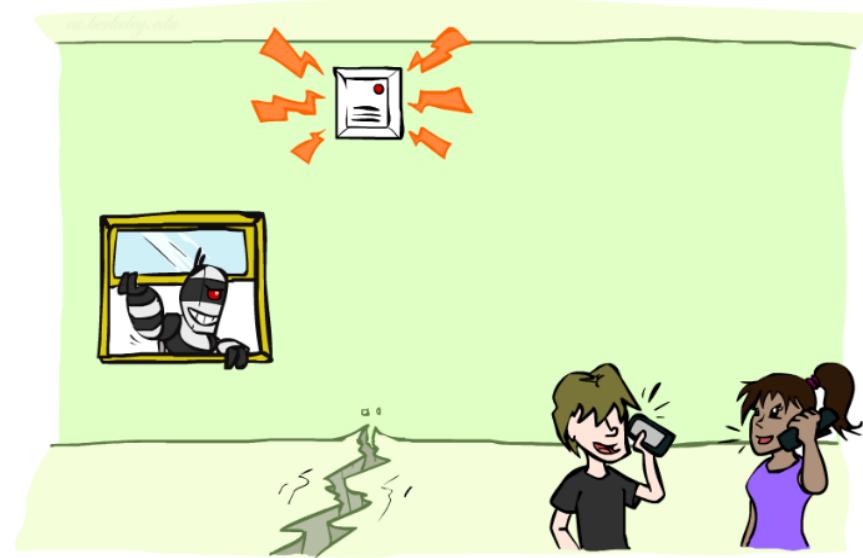
Betörés (megtörtént): Igen/ Nem

Földrengés (megtörtént): Igen/ Nem

Riasztás (megszólalt): Igen/ Nem

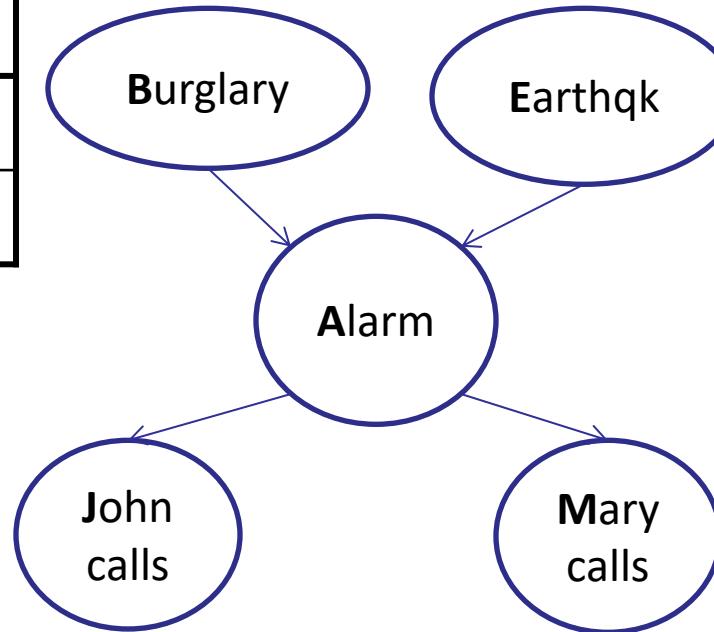
János telefonál(t-e): Igen/ Nem

Mária telefonál(t-e): Igen/ Nem



Alarm Network

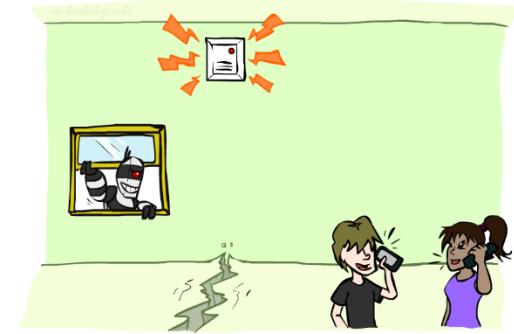
B	P(B)
+b	0.001
-b	0.999



A	J	P(J A)
+a	+j	0.9
+a	-j	0.1
-a	+j	0.05
-a	-j	0.95

A	M	P(M A)
+a	+m	0.7
+a	-m	0.3
-a	+m	0.01
-a	-m	0.99

E	P(E)
+e	0.002
-e	0.998



B	E	A	P(A B,E)
+b	+e	+a	0.95
+b	+e	-a	0.05
+b	-e	+a	0.94
+b	-e	-a	0.06
-b	+e	+a	0.29
-b	+e	-a	0.71
-b	-e	+a	0.001
-b	-e	-a	0.999

Háló topológiája = egy absztrakt tudásbázis

általános ok-okozati* folyamatokat ír le az adott problémakörben.

- A betöréses háló esetén a topológia azt mutatja, hogy a betörés és a földrengés közvetlenül hat a riasztóra, befolyásolja megszólalásának valószínűségét,
- ellenben János vagy Mária hívásának bekövetkezése csak magán a riasztón múlik
- azaz a háló tartalmazza azt a feltevést, hogy ők közvetlenül nem vesznek észre sem a betöréseket, sem a földrengéseket.



* Egy tipikus tervezési folyamat esetében.

Az általános eljárás egy háló fokozatos megépítésére

1. Határozzuk meg a problémát leíró változókat (miről érdemes beszélni).
2. Határozzunk meg **egy sorrendet**.
3. Ameddig maradt még érintetlen változó:
 - a) Válasszuk a következő X_i változót és adjunk egy csomópontot a hálóhoz.
 - b) Legyen a $Szülők(X_i)$ a csomópontok azon **minimális halmaza**, amik már szerepelnek a hálóban és a feltételes függetlenség tulajdonságát teljesítik – húzzuk be a kapcsolatokat.
 - c) Definiáljuk X_i csomópont feltételes valószínűségi tábláját.

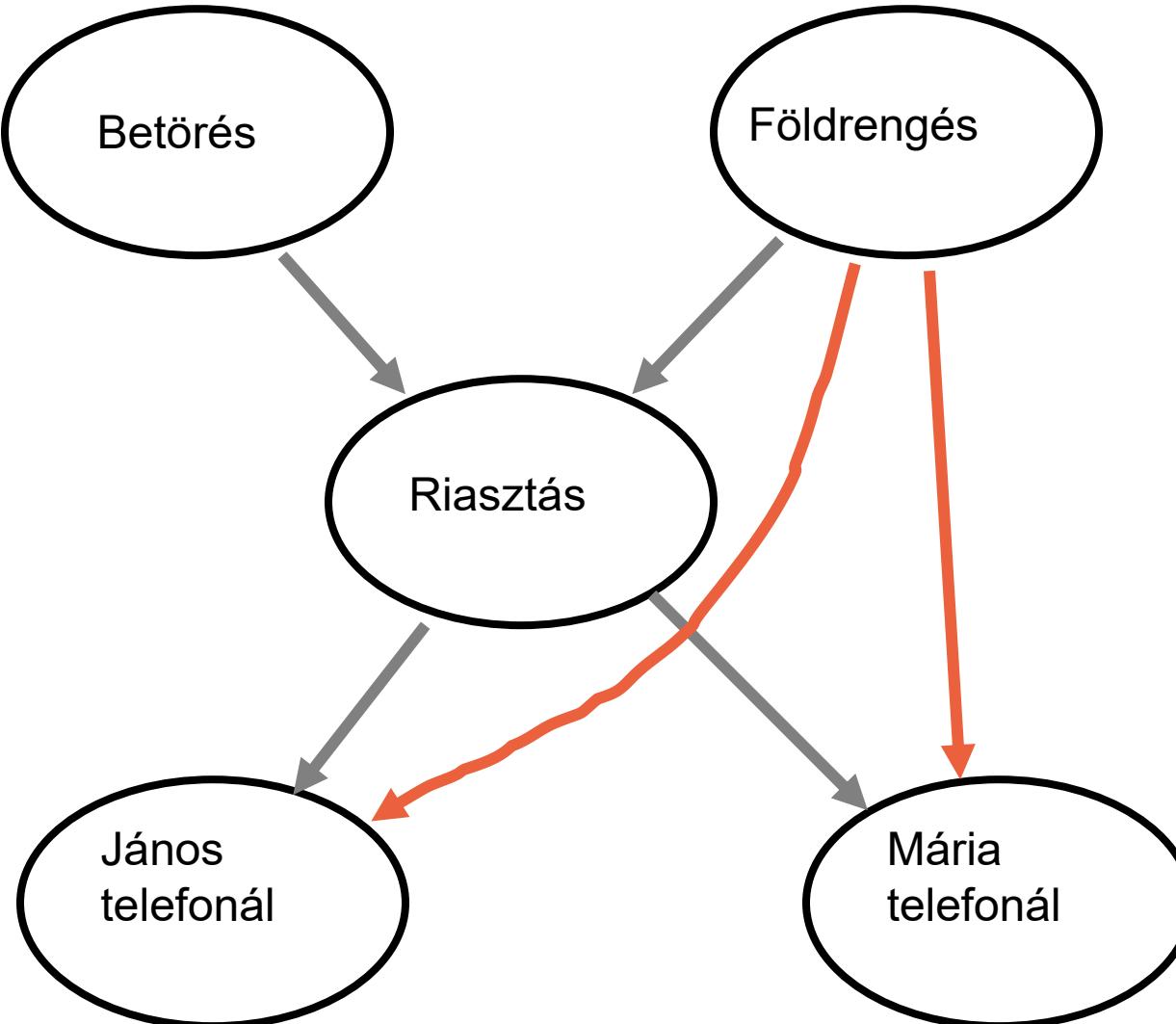
Mindegyik csomópontot csak korábbi csomóponthoz csatlakoztathatunk = a háló körmentes lesz.

Tömörség és a csomópontok sorrendje

- Bizonyos tárgytartományokban létezhetnek olyan **jelentéktelennek tűnő függőségek**, amiket feltétlenül modellezni kell egy új kapcsolat felvételével.
- De ha ezek a függőségek ténylegesen jelentéktelenek, akkor lehet, hogy nem éri meg a háló komplexitását megnövelni a pontosság kismértékű növelésének érdekében.

Pl.:

hogyha földrengés van, akkor Mária és János akkor sem telefonálna, ha hallanák a riasztót, mivel feltételezik, hogy a földrengés okozta.



$$\begin{aligned} & 2 + 4 + 2 + 2 \\ & = 10 \text{ (eddig)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 + 4 + 4 + 4 \\ & = 14 \end{aligned}$$

Megéri-e?

Tömörség és a csomópontok sorrendje

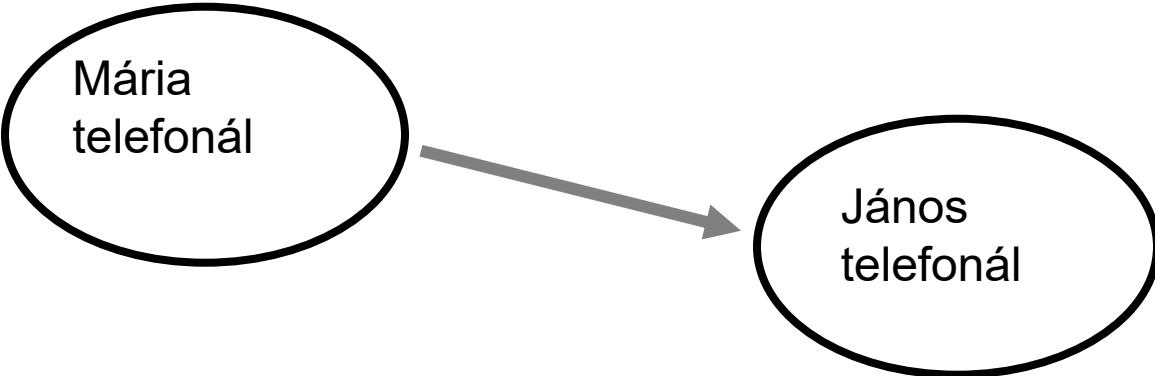
A konstrukciós eljárás működése miatt előbb a „közvetlen befolyásolók”-at kell a hálóhoz adni, ha azt szeretnénk, hogy szülőknek tudjuk őket választani az általuk befolyásolt csomópontnál.

Ezért a helyes sorrend a csomópontok hozzáadásánál:
először az „alapvető okokat” adjuk a hálóhoz, majd a változókat, amiket befolyásolnak, és ezt addig folytatjuk, amíg el nem érjük a „leveleket”, amiknek már nincs közvetlen okozati hatása más változókra (azaz a kauzalitás sorrendjében).

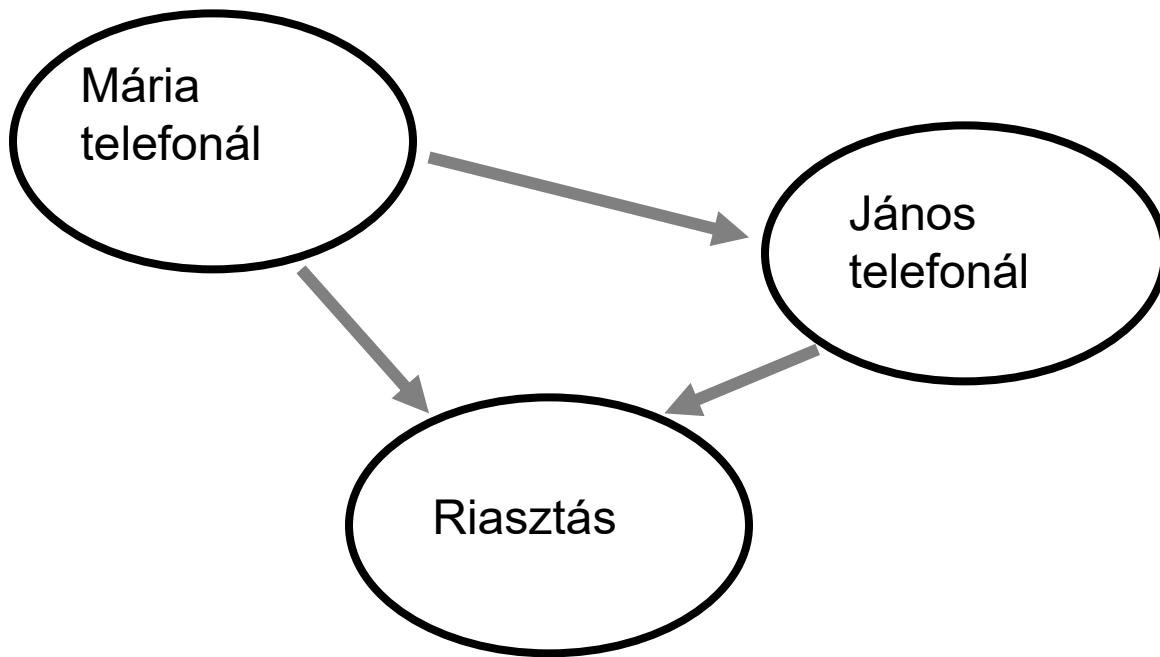
**Mi történik, ha történetesen egy rossz sorrendet választunk?
pl.**

Mária Telefonál → János Telefonál → Riasztás → Betörés → Földrengés.

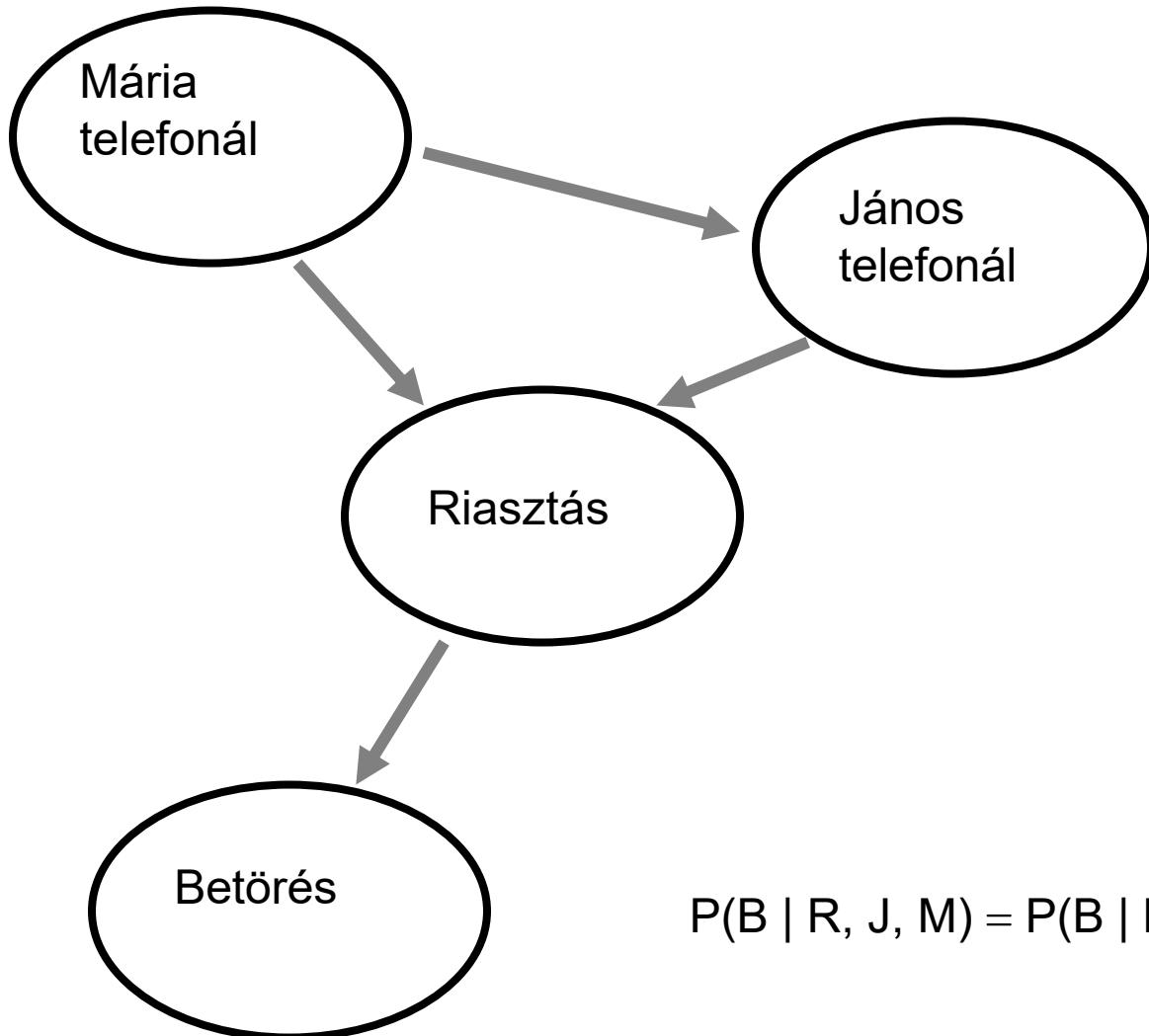
Mária
telefonál



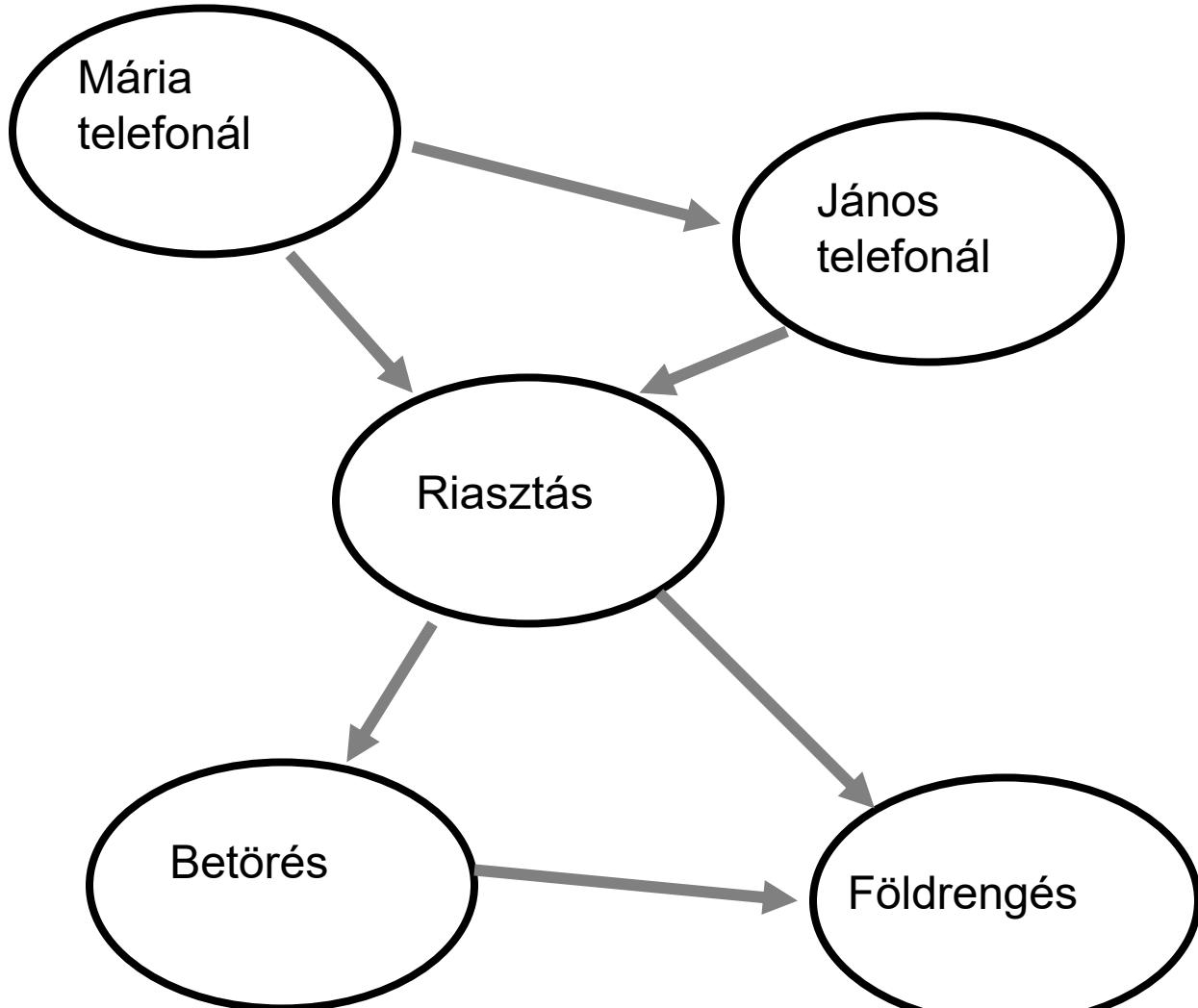
$P(J | M) = P(J)?$ NEM (azaz van nyíl)



$$P(R | J, M) = P(R | J)? \quad P(R | J, M) = P(R)? \quad \text{Nem}$$



$$P(B | R, J, M) = P(B | R)? \quad \text{Igen}$$



$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 4 \\ + 2 + 4 \\ \hline = 13 \end{array}$$

Mi történik, ha történetesen egy nagyon rossz sorrendet választunk?

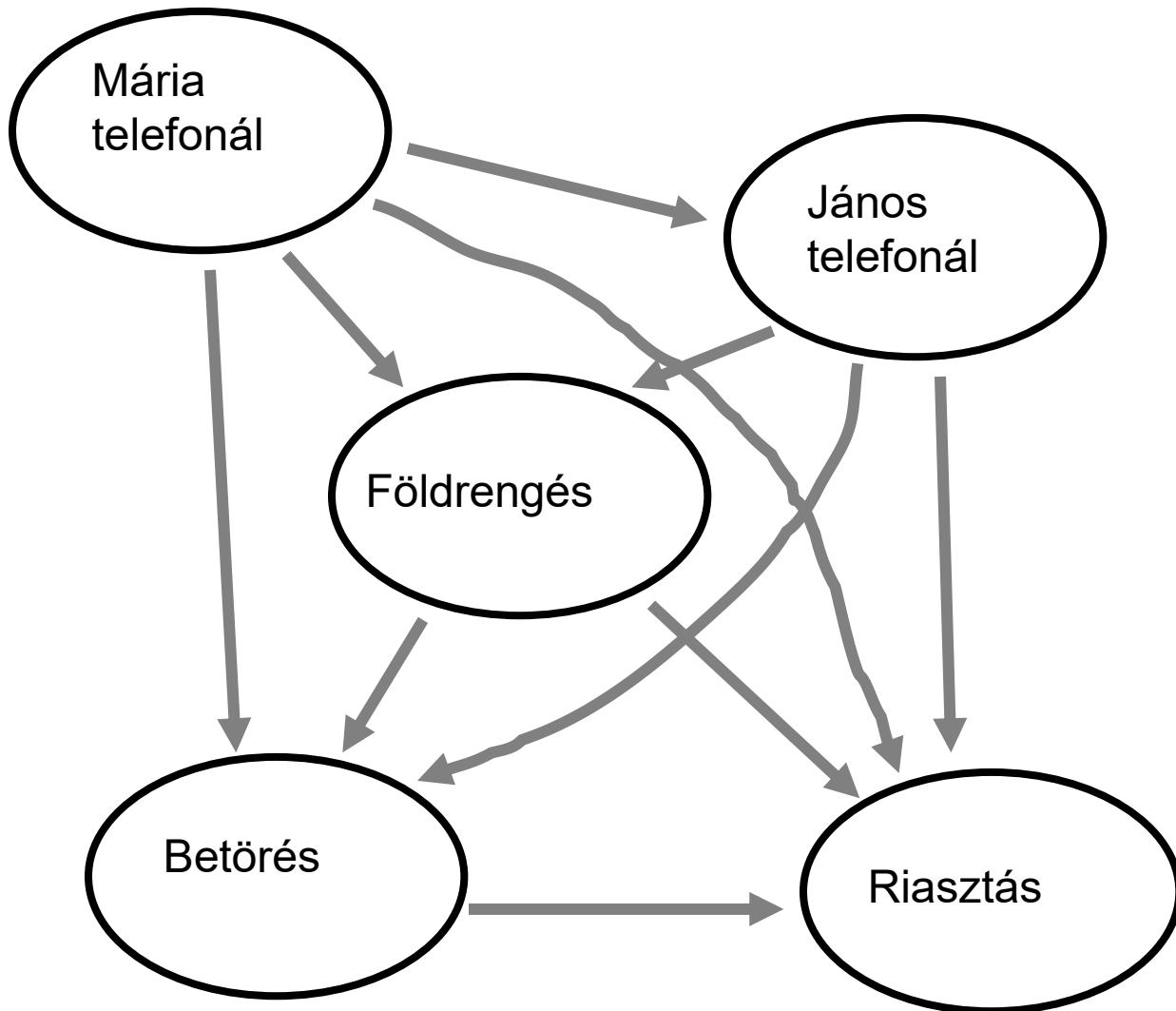
Mária Telefonál

János Telefonál

Földrengés.

Riasztás

Betörés



$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 4 \\ & + 8 + 16 \\ & = 31 \\ & = 2^5 - 1 \end{aligned}$$

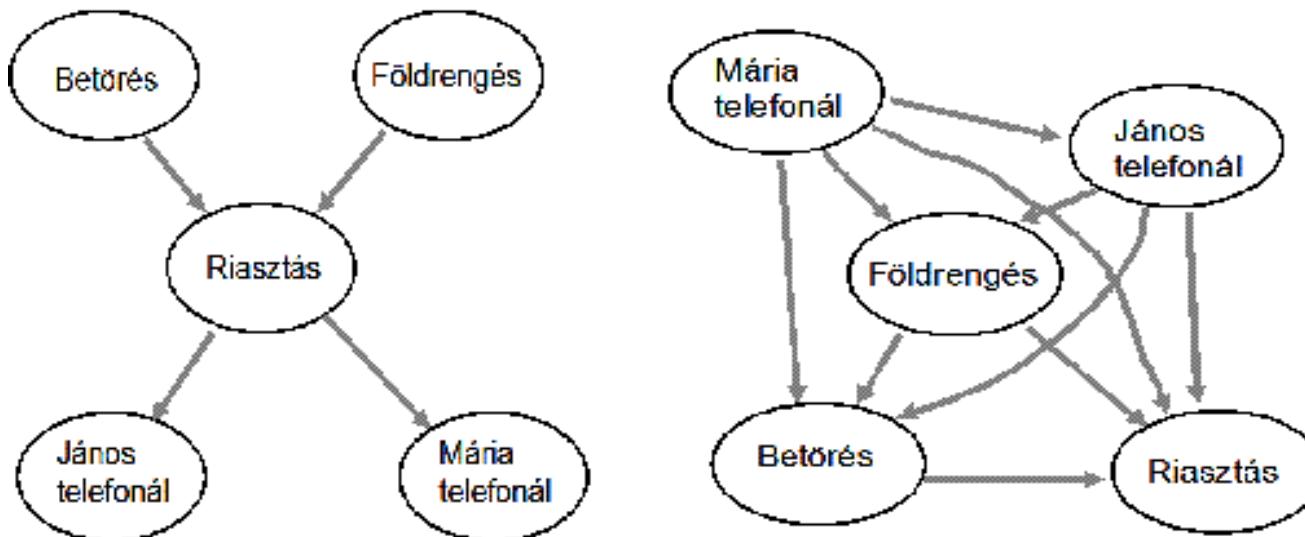
Sok valószínűség (elméletileg exponenciális számú)

De a legrosszabb következmény:
néhány kapcsolat furcsa viszonyt reprezentál, ami nehéz és
nem természetes valószínűsségi ítéleteket igényel, pl.

$P(\text{Földrengés} | \text{Mária ..., János ...}) ?$

$P(\text{Betörés} | \text{Földrengés}) ? \dots \dots \dots$

Okozati (kauzális) modell: kevesebb, megbízhatóbb érték, az értékeket gyakran könnyebb elérni



Következtetés valószínűségi hálókban

Az alapvető feladat:

kiszámítani az **a posteriori** valószínűséget a **lekérdezéses változókra**, ha a **tény ill. bizonyíték (evidencia) változóknak** az értékei adottak:

$$P(\text{Lekérdezéses} \mid \text{Bizonyíték})$$

A riasztós példában, pl.:

$$P(\text{Betörés} \mid \text{Mária Telefonál és János Telefonál})$$

Általában az ágens az érzékelésből (vagy egyéb következtetésből) kap értékeket a tény változókhöz, és más változók lehetséges értékeiről kérdez, hogy el tudja dönteni milyen cselekvéseket végezzen.

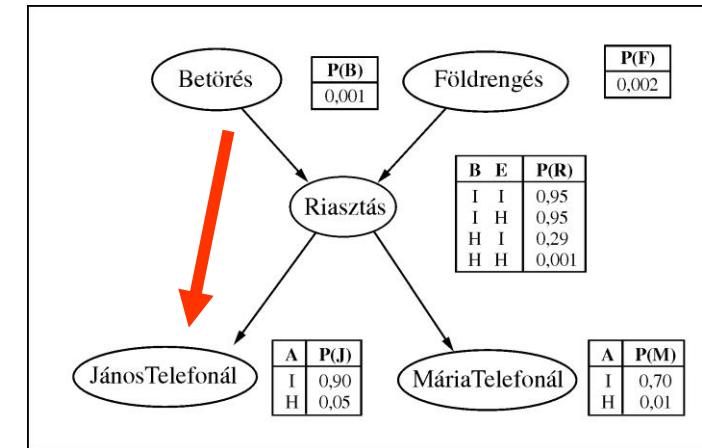
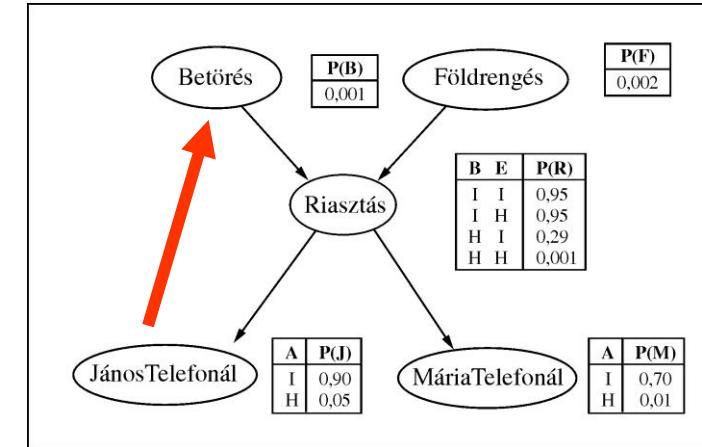
Következtetés valószínűségi hálókban

Diagnosztikai következtetés (hatásról az okra)

Ha adott a *JánosTelefonál*, akkor kiszámíthatjuk pl., hogy $P(\text{Betörés} | \text{JánosTelefonál}) = 0,016$.

Okozati következtetés (okról a hatásra)

Ha adott a *Betörés*, akkor kiszámíthatjuk pl., hogy $P(\text{JánosTelefonál} | \text{Betörés}) = 0,67$.



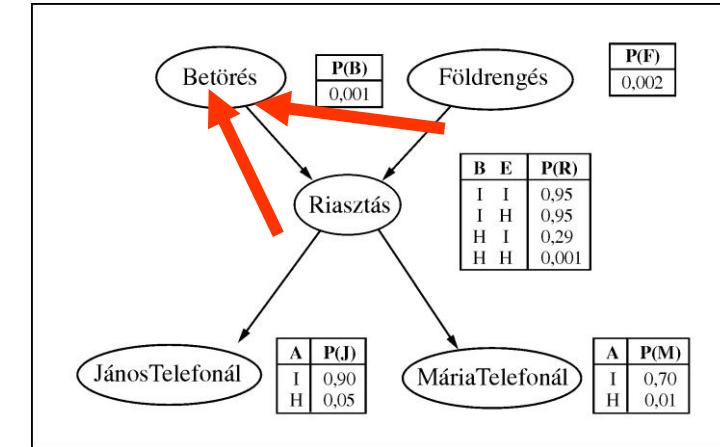
Okok közötti következtetés

(következtetés egy közös hatás
okai között)

Ha adott a *Riasztás*,
akkor $P(\text{Betörés} | \text{Riasztás}) = 0.376$.

Ha azonban hozzávesszük azt a tényt is,
hogy a *Földrengés* igaz,
akkor $P(\text{Betörés} | \text{Riasztás}, \text{Földrengés}) = 0.003$.

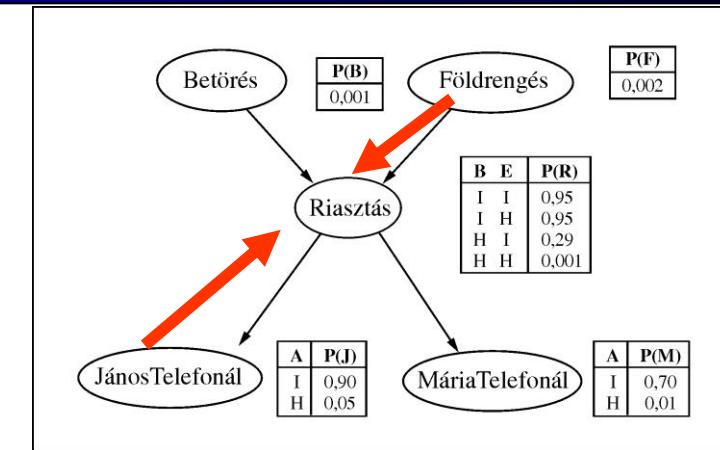
Bár a betörések és a földrengések függetlenek, az egyik jelenléte a másik valószínűségét csökkenti.
Ez a fajta következtetési mód a **kimagyarázás**.



Következtetés valószínűségi hálókban

(a fentiek kombinált használata).

Ha a *JánosTelefonál* okozat igaz és a *Földrengés* ok hamis, akkor



$$P(\text{Riasztás} \mid \text{JánosTelefonál}, \neg\text{Földrengés}) = 0,03.$$

Ez a diagnosztikai és okozati következtetés együttes felhasználása.

Hasonlóan,

$$P(\text{Betörés} \mid \text{JánosTelefonál}, \neg\text{Földrengés}) = 0,017.$$

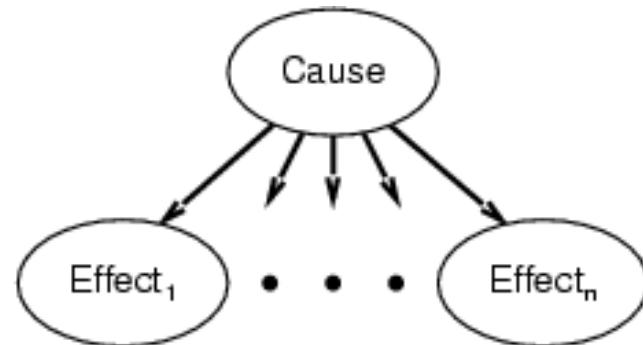
Ez a diagnosztikai és az okok közötti következtetés kombinálása.

Érzékenységi vizsgálat elvégzése, annak érdekében, hogy megértsük, hogy a modell mely vonatkozásának van a legnagyobb hatása a lekérdezéses változókra nézve.

Naiv Bayes-hálók

Feltevések:

- 1.) Kétféle csomópont lehetséges: a „ok” és „következmény”.
- 2.) A következmények egymástól feltételesen függetlenek egymástól feltéve az okot.



Naiv Bayes-hálók

Változók (csomópontok)

Flu (Influenza):

{jelen, nincs jelen}

Fever (Láz):

{jelen, nincs jelen}

Coughing (Köhögés):

{jelen, nincs jelen}

Modell

$$P(\text{Fever}=\text{present}|\text{Flu}=\text{present})=0.6$$

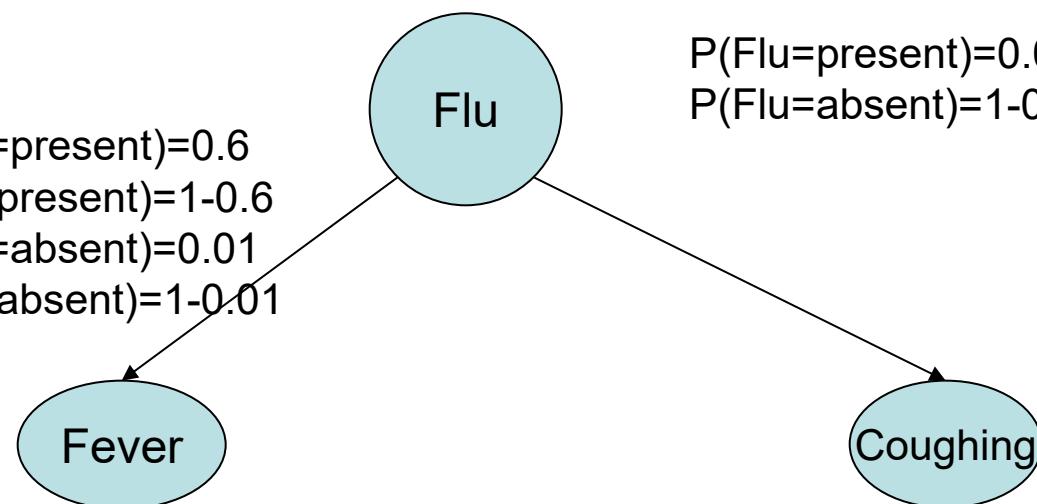
$$P(\text{Fever}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{present})=1-0.6$$

$$P(\text{Fever}=\text{present}|\text{Flu}=\text{absent})=0.01$$

$$P(\text{Fever}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{absent})=1-0.01$$

$$P(\text{Flu}=\text{present})=0.001$$

$$P(\text{Flu}=\text{absent})=1-0.001$$



$$P(\text{Coughing}=\text{present}|\text{Flu}=\text{present})=0.3$$

$$P(\text{Coughing}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{present})=1-0.3$$

$$P(\text{Coughing}=\text{present}|\text{Flu}=\text{absent})=0.02$$

$$P(\text{Coughing}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{absent})=1-0.02$$

Naiv Bayes-hálók

Együttes valószínűség-eloszlás dekompozíciója:

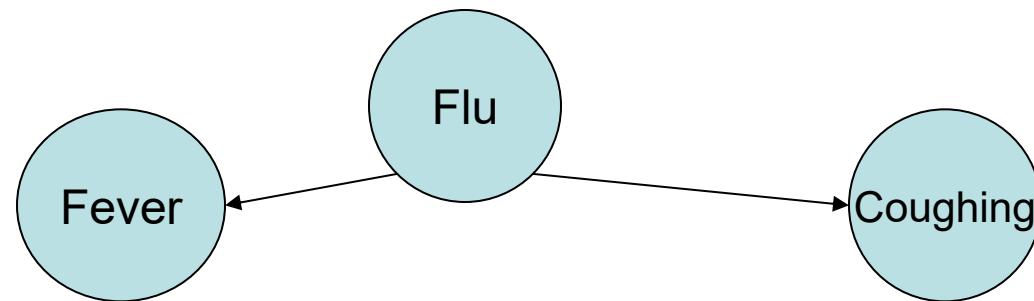
$$\begin{aligned} P(Y, X_1, \dots, X_n) &= P(Y) \prod_i P(X_i | Y, X_1, \dots, X_{i-1}) \quad // \text{lánc szabály miatt} \\ &= P(Y) \prod_i P(X_i | Y) \quad // \text{naiv BN feltevés} \\ &\quad 2n+1 \text{ paraméter} \end{aligned}$$

Diagnosztikus következtetés:

$$P(Y | x_{i1}, \dots, x_{ik}) = P(Y) \prod_j P(x_{ij} | Y) / P(x_{i1}, \dots, x_{ik})$$

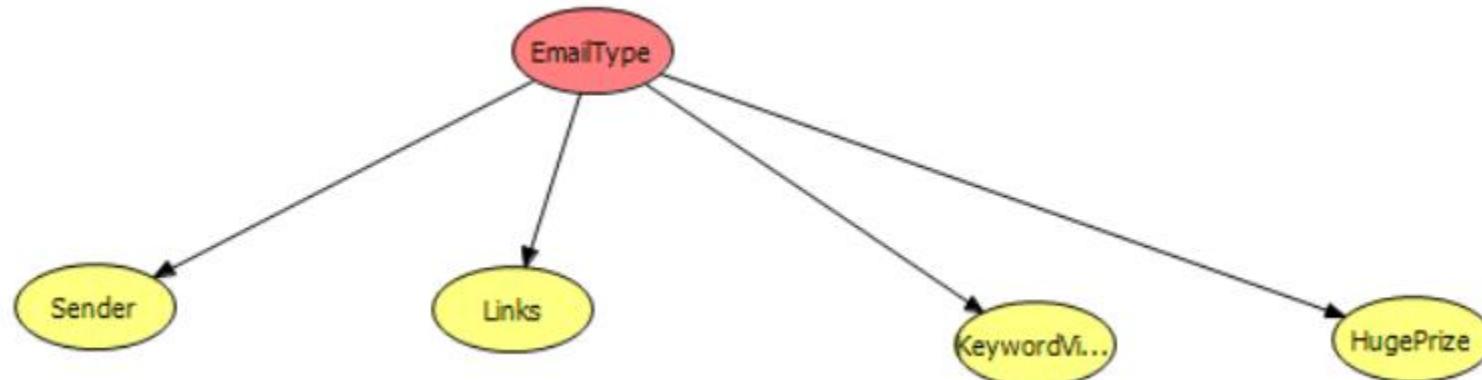
$$p(Flu = present | Fever = absent, Coughing = present)$$

$$\propto p(Flu = present) p(Fever = absent | Flu = present) p(Coughing = present | Flu = present)$$



Gyakorlati példa: SPAM filter

- SPAM filter
 - SPAM: yes/no [suspicious..]
 - Attributes
 - Sender, subject, link, attachment,..



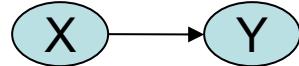
A valószínűségi hálók szemantikája – oksági kapcsolatok

- (1) a háló = **együttes valószínűségi eloszlás** egy leírása,
- (2) a háló = **feltételes függetlenségekről szóló állítások** együttese.
- (3) a háló = **oksági kapcsolatok** együttese.

FONTOS: oksági kapcsolat \neq asszociációs kapcsolat

Reichenbach's Common Cause Principle:

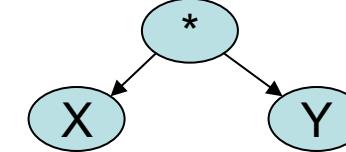
„a correlation between events X and Y indicates either that X causes Y, or that Y causes X, or that X and Y have a common cause.”



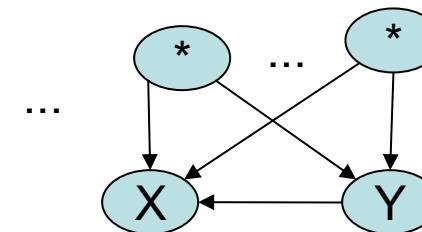
X okozza Y-t



Y okozza X-et



Létezik közös ok
(pure confounding)



Y okozza X-et,
de emellett számos más
változónak is van zavaró
hatása

„X és Y asszociált”

$D(X, Y)$