



Mesterséges intelligencia előadássorozat

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (<http://aima.cs.berkeley.edu>) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (<http://ai.berkeley.edu>).

These slides are based on the AIMA book (<http://aima.cs.berkeley.edu>) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (<http://ai.berkeley.edu>).



Valószínűségi hálók

Feltételes függetlenségek,
kompakt reprezentáció, következtetés

Előadó: Dr. Hullám Gábor



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

Villamosmérnöki és Informatikai Kar

Mesterséges Intelligencia és Rendszertervezés Tanszék



Problémamegoldás



Tudásreprezentáció következtetés



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2

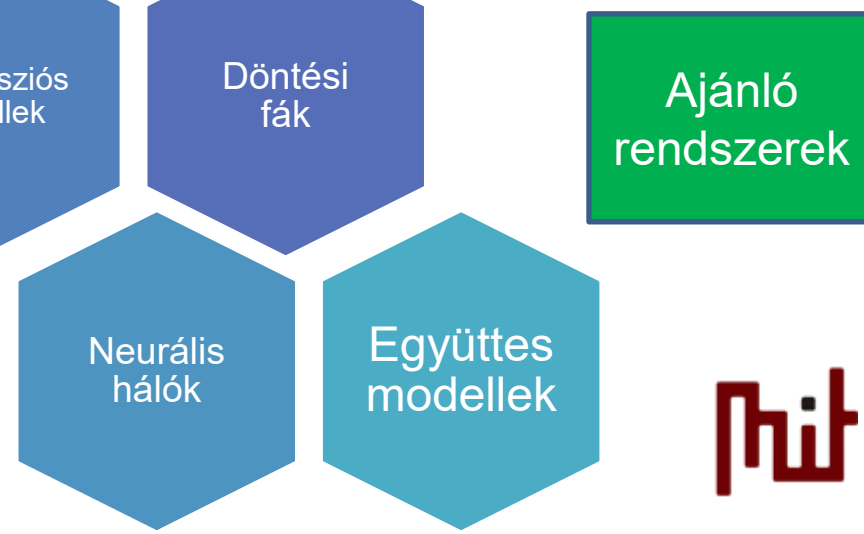
Döntések



Megerősítéses tanulás

Felügyelt tanulás

3



Valószínűségi háló (Bayes-háló)

... egy gráf, ahol

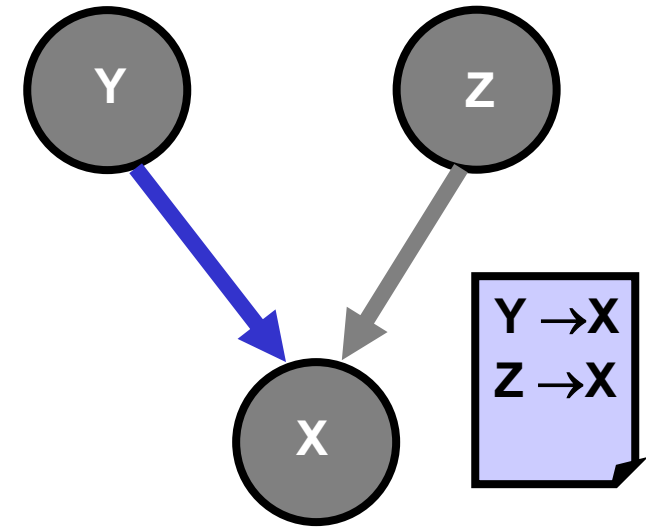
1. **Csomópontok: valószínűségi változók egy halmaza**

2. Csomópontok között: **irányított élek halmaza:**

Az Y csomópontot az X csomóponttal összekötő nyíl jelentése: az *Y-nak közvetlen befolyása* van az X-re

3. Minden csomópontnál: **feltételes valószínűségi tábla**

jelentése: szülők hatása a csomópontra $P(X \mid \text{Szülők}(X))$



4. A gráf nem tartalmaz irányított kört (= **irányított, körmentes gráf = DAG**).

A valószínűségi hálók szemantikája

Valószínűségi változó = egy állítás a problémáról

Pl. X = HMG szint magas (két érték: I/N), vagy

X = HMG szint (több érték: Magas / Közepes / Alacsony)

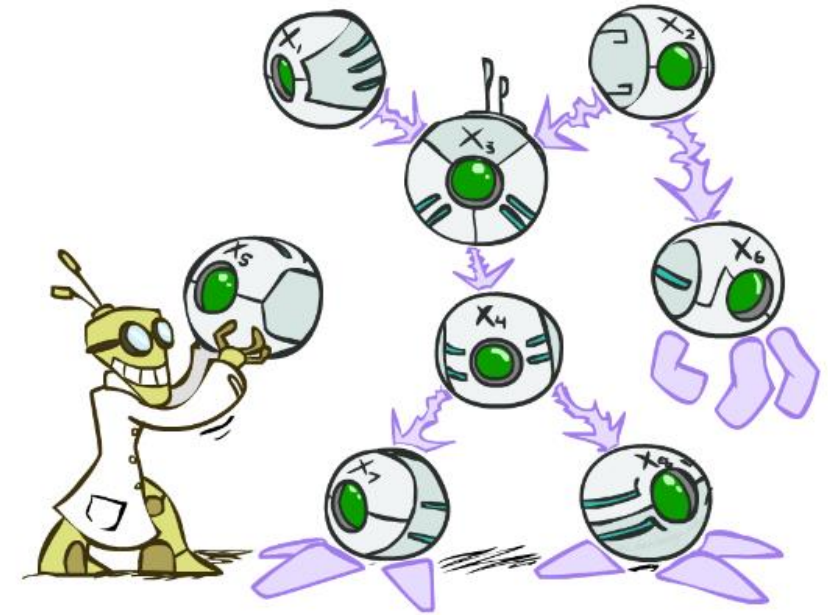
Feltételes függetlenség

Ha a szülő (szülői feltétel) ismert, nem érdekes az ősz:

$$P(X_i | X_{i-1}, \dots, X_1) = P(X_i | \text{Szülő}(X_i)), i=1 \dots n, \\ \text{ha } \text{Szülő}(X_i) \subseteq \{ X_{i-1}, \dots, X_1 \}.$$

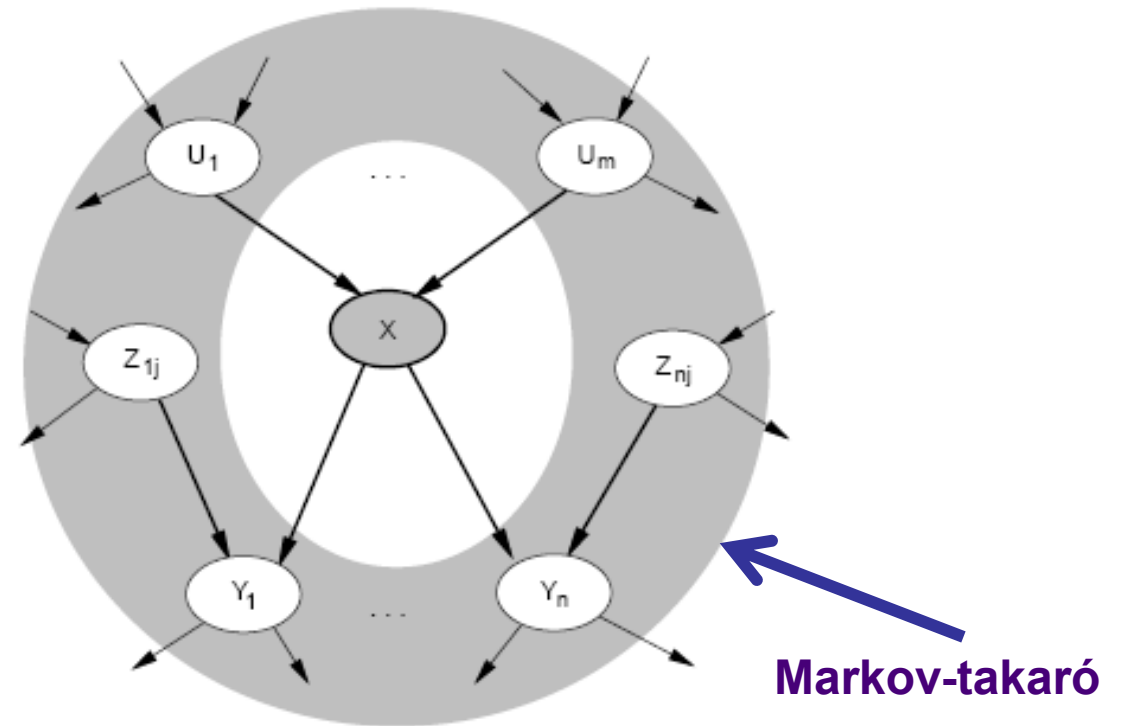
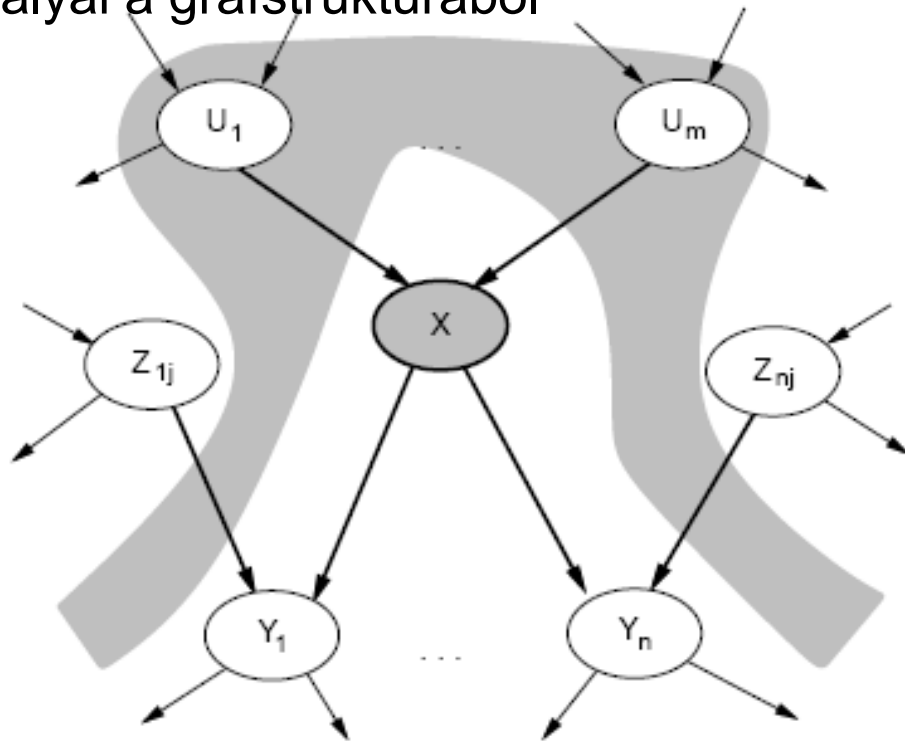
Ez utóbbi könnyen teljesíthető a csomópontok olyan sorszámozásával, ami konzisztens a gráf implicit részleges rendezésével.

$$P(X_i | \text{Szülő}(X_i), \text{Ősök}(X_i)) = P(X_i | \text{Szülő}(X_i))$$



Lokális (topológiai) szemantika

- a. Minden csomópont (X) feltételesen független a nem leszármazottjaitól (Z), ha a **szülők** adottak (U).
- b. Minden csomópont (X) feltételesen független minden mástól, ha a **Markov-takarója** adott (szülők+gyerekei+gyerekeinek szülők).
- c. **d-elválasztás**: a feltételes függetlenségek és feltételes függőségek kiolvasásának szabályai a gráfstruktúrából

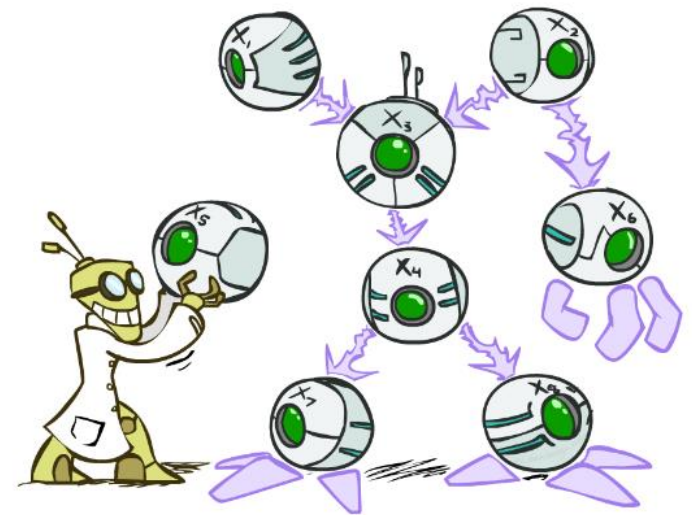


A valószínűségi hálók szemantikája

- (1) a háló = **együttes valószínűségi eloszlás** egy leírása,
- (2) a háló = **feltételes függetlenségekről szóló állítások** együttese.

A két szemlélet **ekvivalens**

- az első abban segít, hogy hogyan **hozzunk létre** egy hálót
- a második abban, hogy hogyan **tervezzünk** következtetési eljárásokat.



Az együttes valószínűségi eloszlásfüggvény leírása

A valószínűségi hálóban található információk alapján:
az együttes valószínűségi eloszlás bármely bejegyzése kiszámítható.

Egy bejegyzés értéke (globális szemantika):

$$P(X_1 \dots X_n) = \prod_{i=1 \dots n} P(X_i | \text{Szülők}(X_i)), i=1 \dots n$$

- Az együttes valószínűségi eloszlás minden bejegyzése felbontható a FVT megfelelő elemeinek a szorzatára.
- **FVT-k: az együttes valószínűségi eloszlás dekomponált leírása.**

Feltételes valószínűségi tábla – FVT

Egy sor a táblázatban az egyes csomóponti értékek feltételes valószínűsége az adott sorhoz tartozó **szülői feltétel** esetén

Szülői feltétel: a szülő csomópontok értékeinek egy lehetséges kombinációja (**egyfajta elemi esemény a szülők között**).

Általánosabban, ha a változó **bináris**, és ha n **bináris** szülője van:

$2^n - 1$ valószínűség adható meg a feladat alapján.

Szülő nélküli csomópont: a változó egyes értékeinek a priori valószínűségei (ha bináris, akkor elég csak egyiket megadni).

Tömörség és a csomópontok sorrendje

Egy valószínűségi háló gyakran sokkal **tömörebb**, mint az együttes valószínűségi eloszlásfüggvény.

A valószínűségi háló tömörsége a **lokálisan strukturált** (vagy **ritka**) rendszerek egy példája.

Lokálisan strukturált rendszer: egy komponense csak korlátozott számú más komponenssel van kapcsolatban közvetlenül, függetlenül a komponensek teljes számától.

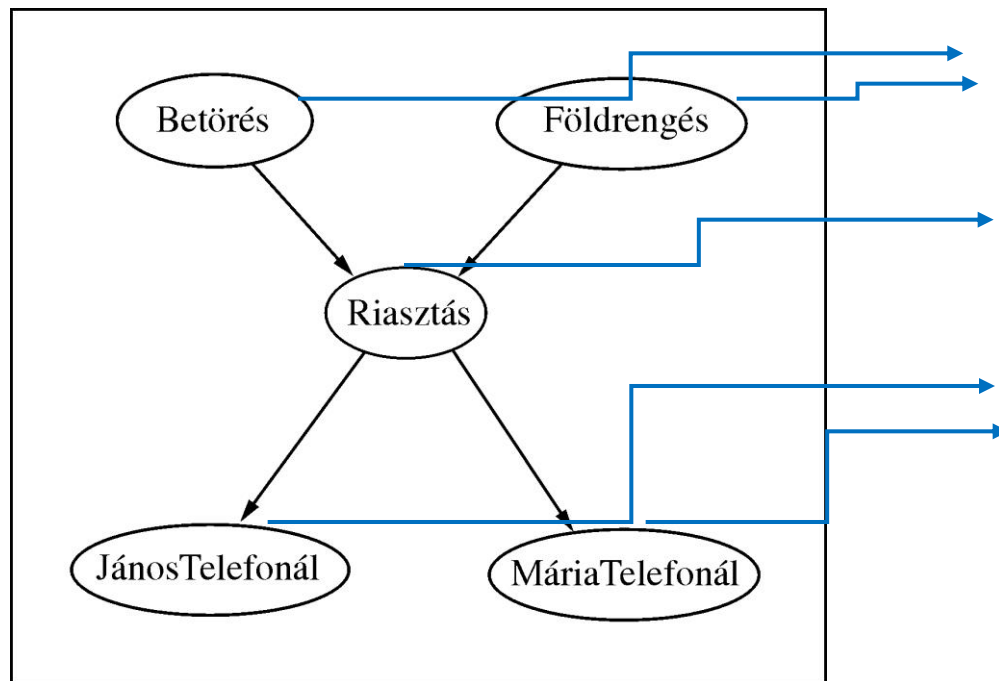
Lokális struktúrák: **inkább a lineáris, mint az exponenciális komplexitás** növekedés.

Tömörség és a csomópontok sorrendje

Valószínűségi háló n változóból: legtöbb esetben egy változót csak k számú más változó befolyásol, bináris változók = $n \times 2^k$ érték. Együttes valószínűségi eloszlás = $2^n - 1$ érték.

Példa: 20 cs.pont ($n = 20$), max. 5 szülője legyen ($k = 5$), valószínűségi háló: 640 érték, együttes valószínűségi eloszlás: > egy millió.

A gyakorlatban előforduló információcsökkenés miatt lép fel, hogy a valós problémák igen strukturáltak, amit a hálók könnyűszerrel képesek kihasználni.



Bayes háló:

2 x 1 db a priori

+

1 x 4 db szülői feltétel

+

2 x 2 db szülői feltétel

= 2 + 4 + 4 = **10 db**

Együttes eloszlás:

5 változó

= $2^5 - 1$ = **31 db** valószínűség

Általános eset:

Mi van, pl. ha

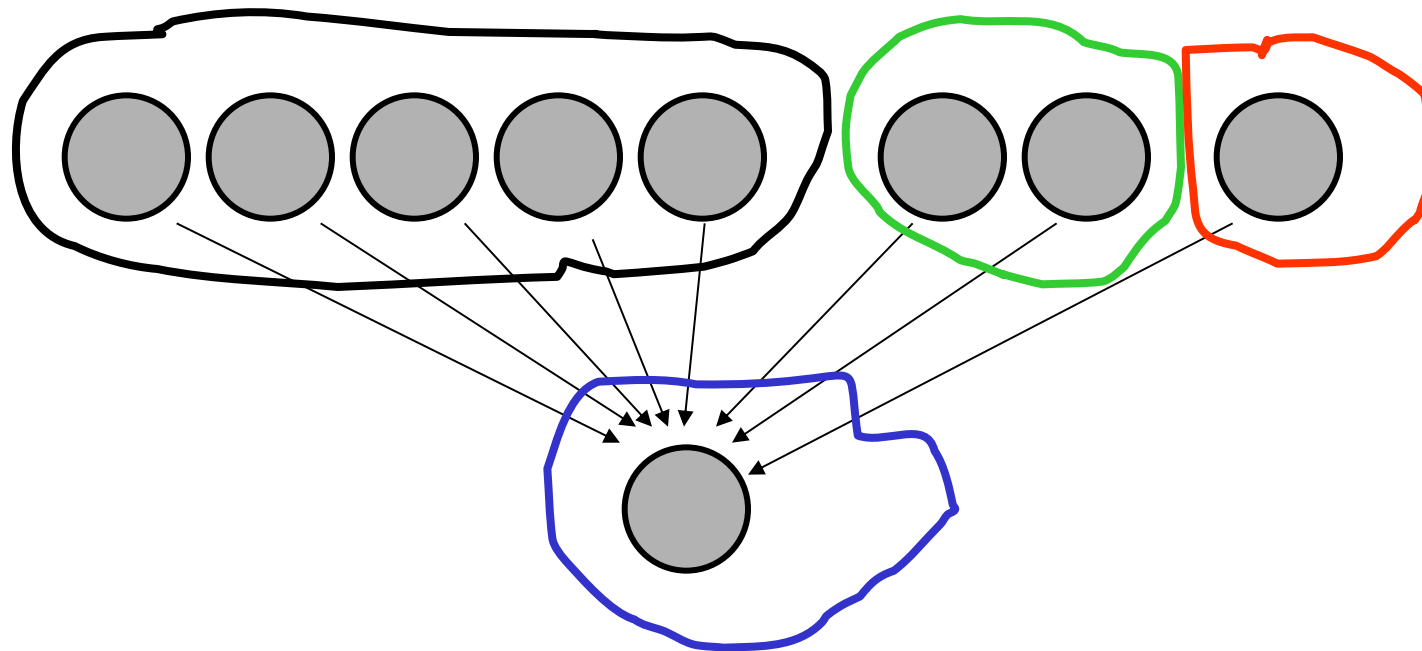
5 db szülő csomópont bináris értékű

2 db szülő csomópont 3-as értékű

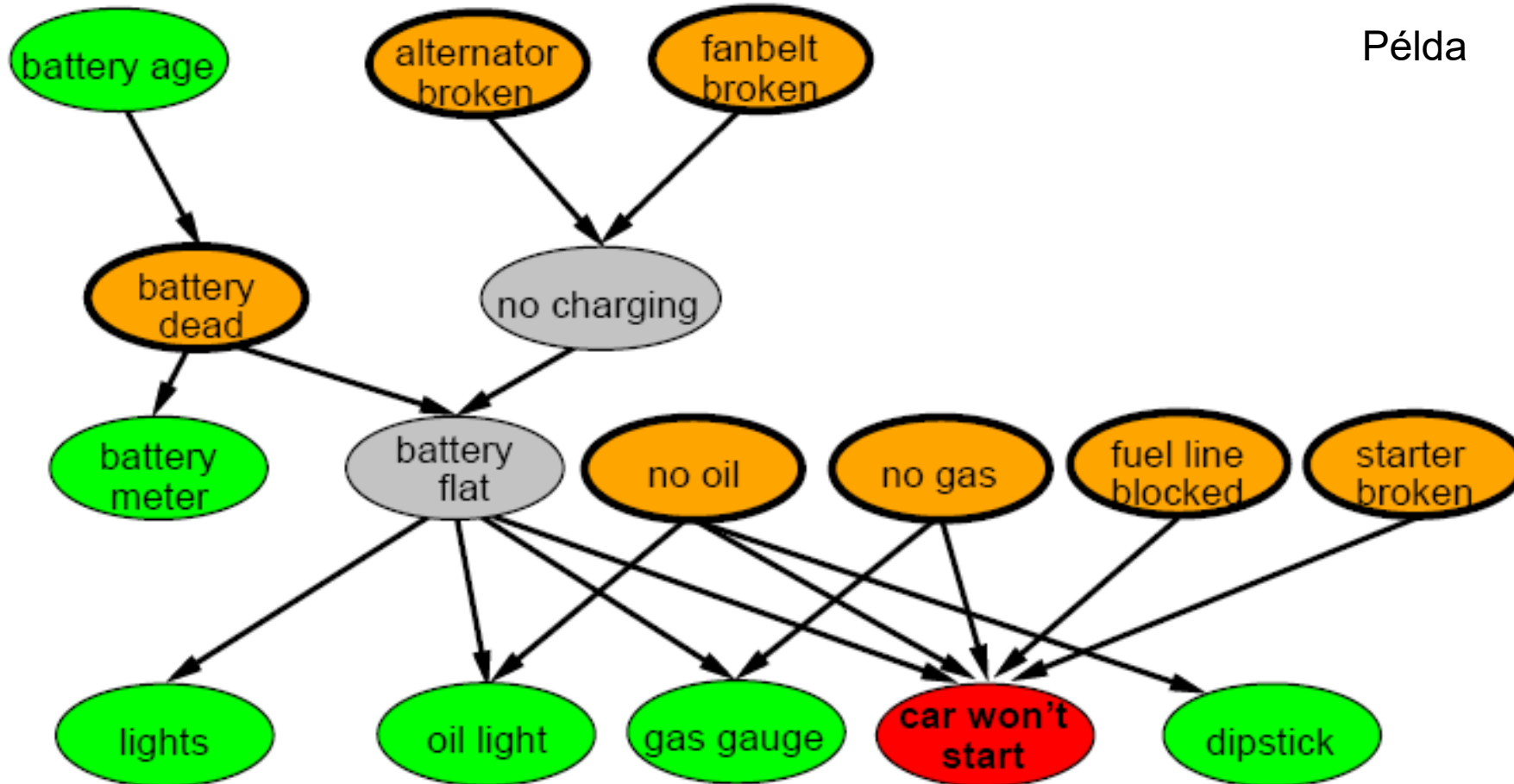
1 db szülő csomópont 4-es értékű és

az eredmény csomópont egy 5-ös értékű

változó?

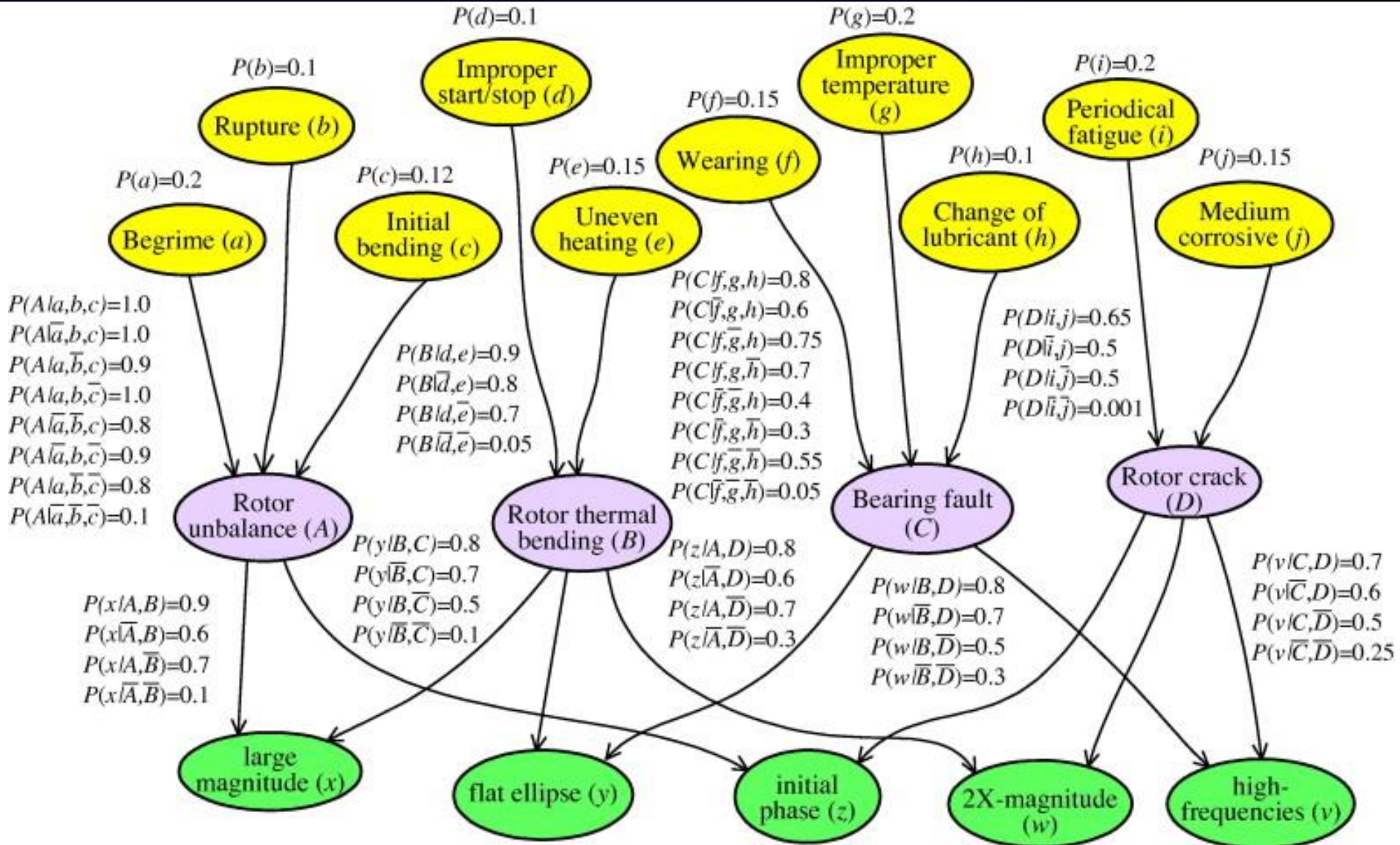


Példa

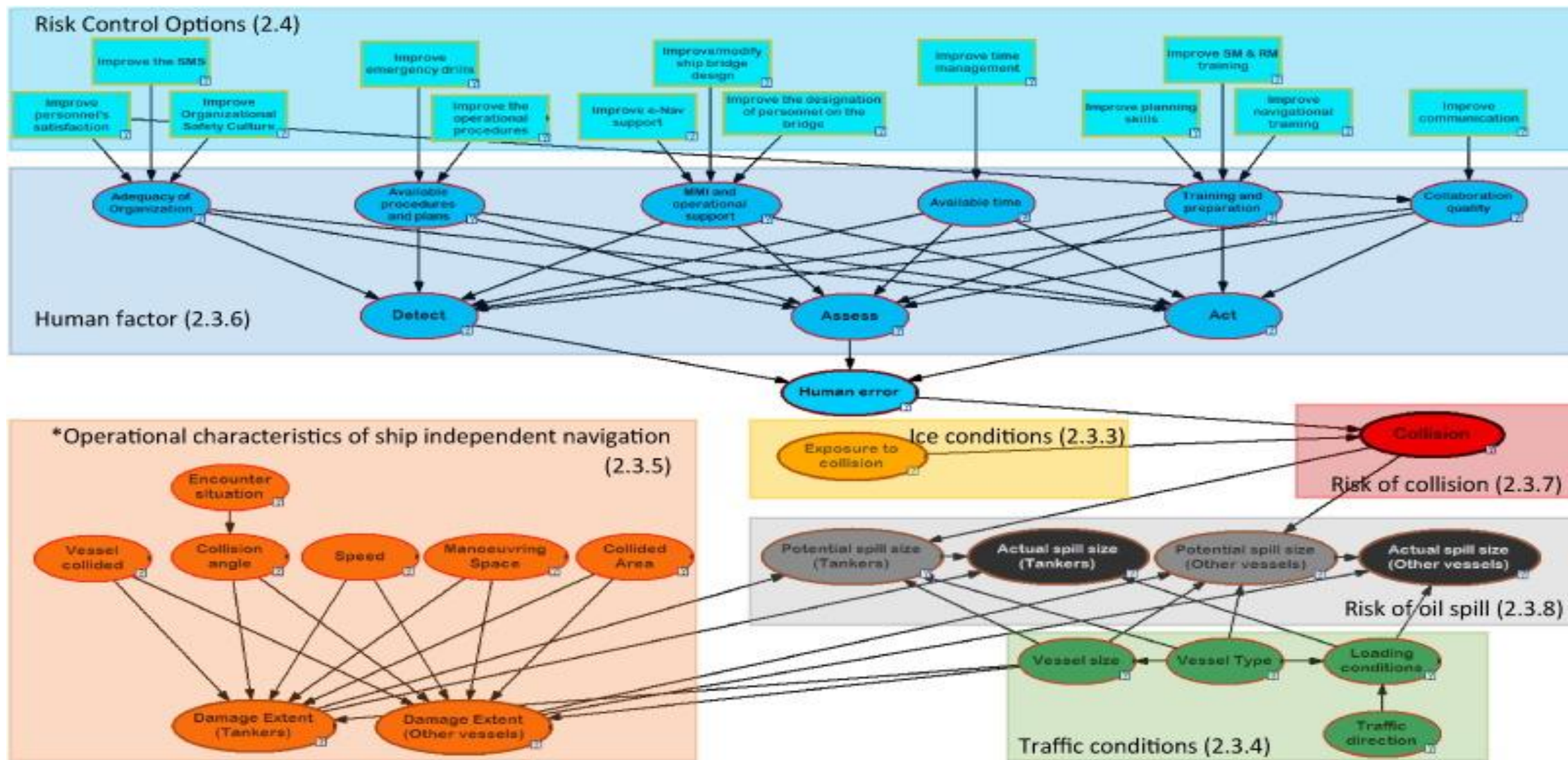


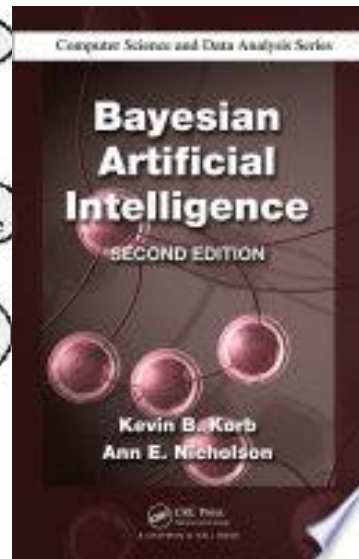
16 (bináris) változó = $2^{16}-1 = 16383$ valószínűség
háló = $7 + 4 \times 2 + 4 \times 4 + 1 \times 32 = 63$ valószínűség (x 260)

Hibamodellezés és következtetés

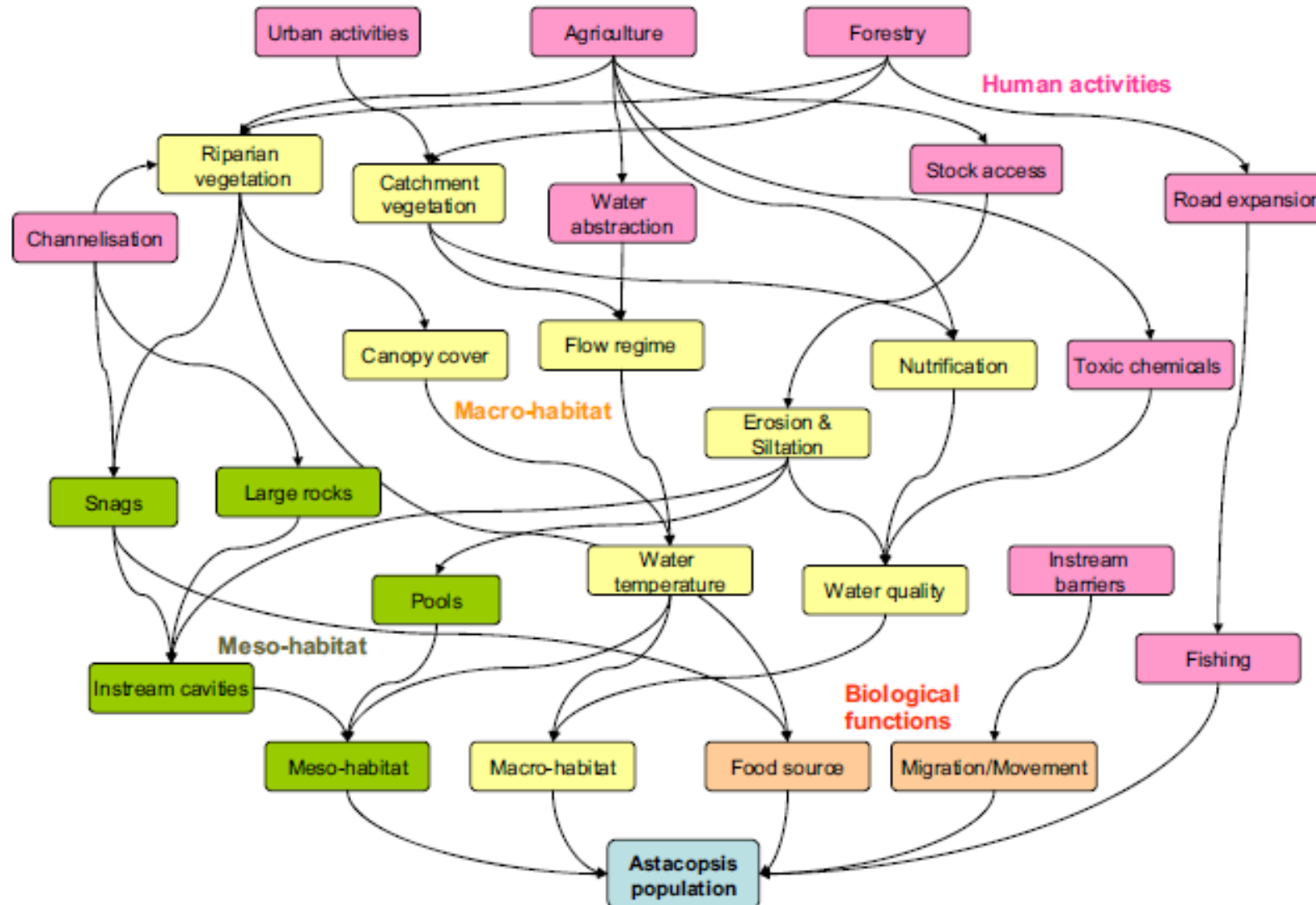


Kockázatmodellezés



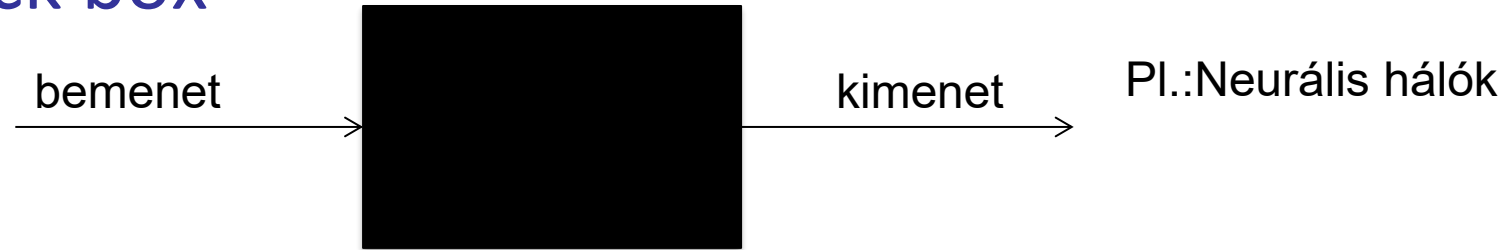


Biológiai és környezeti folyamatok modellezése



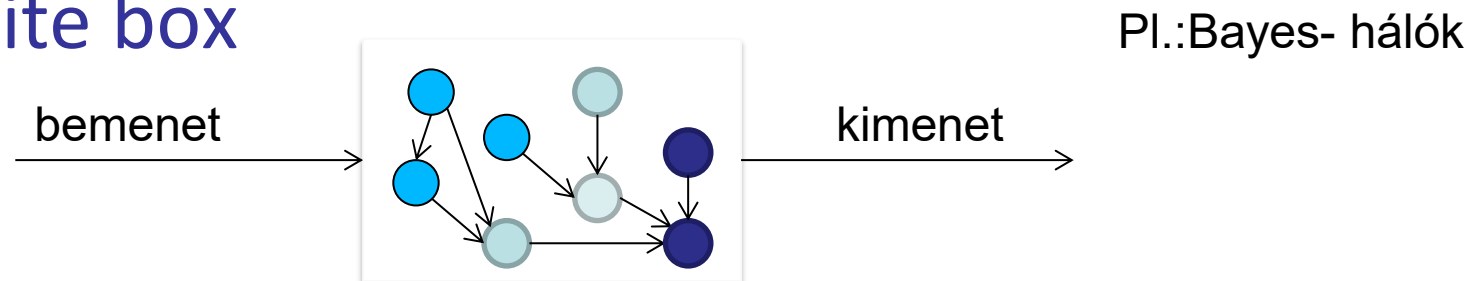
Modelltípusok - kitérő

- Black box



A modell belső működését nem / nehezen lehet értelmezni

- White box



A modell belső működése értelmezhető

ALARM Network Példa

Otthonunkban egy új **riasztót** szereltünk fel.

- Ez megbízhatóan észleli a **betöréseket**, de kisebb **földrengés** esetén is jelez.
- Két szomszédunk, **János** és **Mária**, megígérték, hogy **felhívnak** a munkahelyünkön, ha meghallják a riasztónkat.
- János mindig felhív, ha szól a riasztó, de néha összekeveri a telefoncsörgést a riasztó csengésével és ekkor is telefonál.
- Mária viszont, mivel szereti hangosan hallgatni a zenét, néha meg sem hallja a riasztót.

Mi tehát a hívások bekövetkezte vagy hiánya alapján szeretnénk megbecsülni a betörés valószínűségét.

(Bináris) változók (tények):

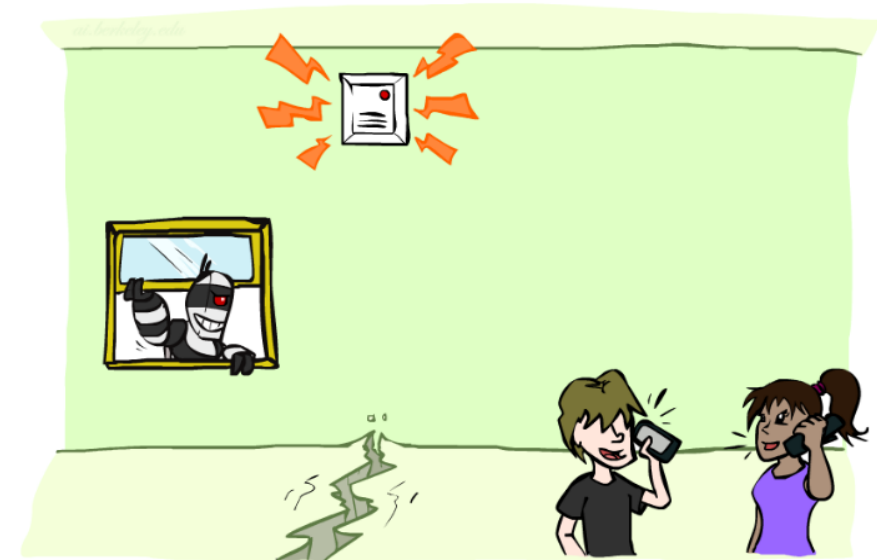
Betörés (megtörtént): Igen/ Nem

Földrengés (megtörtént): Igen/ Nem

Riasztás (megszólalt): Igen/ Nem

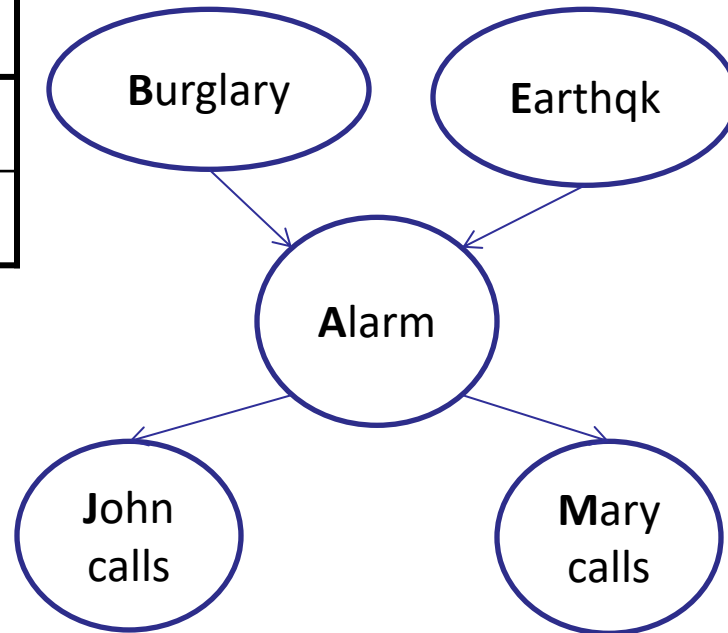
János telefonál(t-e): Igen/ Nem

Mária telefonál(t-e): Igen/ Nem

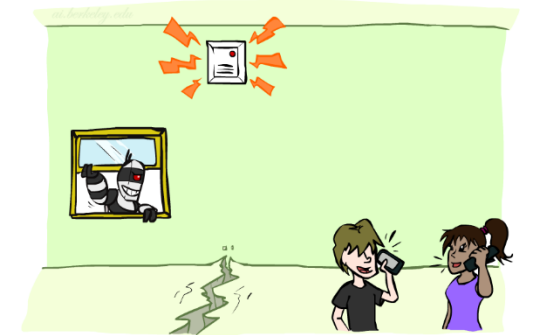


Alarm Network

B	P(B)
+b	0.001
-b	0.999



E	P(E)
+e	0.002
-e	0.998



A	J	P(J A)
+a	+j	0.9
+a	-j	0.1
-a	+j	0.05
-a	-j	0.95

A	M	P(M A)
+a	+m	0.7
+a	-m	0.3
-a	+m	0.01
-a	-m	0.99

B	E	A	P(A B,E)
+b	+e	+a	0.95
+b	+e	-a	0.05
+b	-e	+a	0.94
+b	-e	-a	0.06
-b	+e	+a	0.29
-b	+e	-a	0.71
-b	-e	+a	0.001
-b	-e	-a	0.999

Háló topológiája = egy absztrakt tudásbázis

általános ok-okozati* folyamatokat ír le az adott problémakörben.

- A betöréses háló esetén a topológia azt mutatja, hogy a betörés és a földrengés közvetlenül hat a riasztóra, befolyásolja megszólalásának valószínűségét,
- ellenben János vagy Mária hívásának bekövetkezése csak magán a riasztón múlik
- azaz a háló tartalmazza azt a feltevést, hogy ők közvetlenül nem vesznek észre sem a betöréseket, sem a földrengéseket.



* Egy tipikus tervezési folyamat esetében.

Az általános eljárás egy háló fokozatos megépítésére

1. Határozzuk meg a problémát leíró változókat (miről érdemes beszélni).
2. Határozzunk meg **egy sorrendet**.
3. Ameddig maradt még érintetlen változó:
 - a) Válasszuk a következő X_i változót és adjunk egy csomópontot a háléhoz.
 - b) Legyen a $Szülők(X_i)$ a csomópontok azon **minimális halmaza**, amik már szerepelnek a hálóban és a feltételes függetlenség tulajdonságát teljesítik – húzzuk be a kapcsolatokat.
 - c) Definiáljuk X_i csomópont feltételes valószínűségi tábláját.

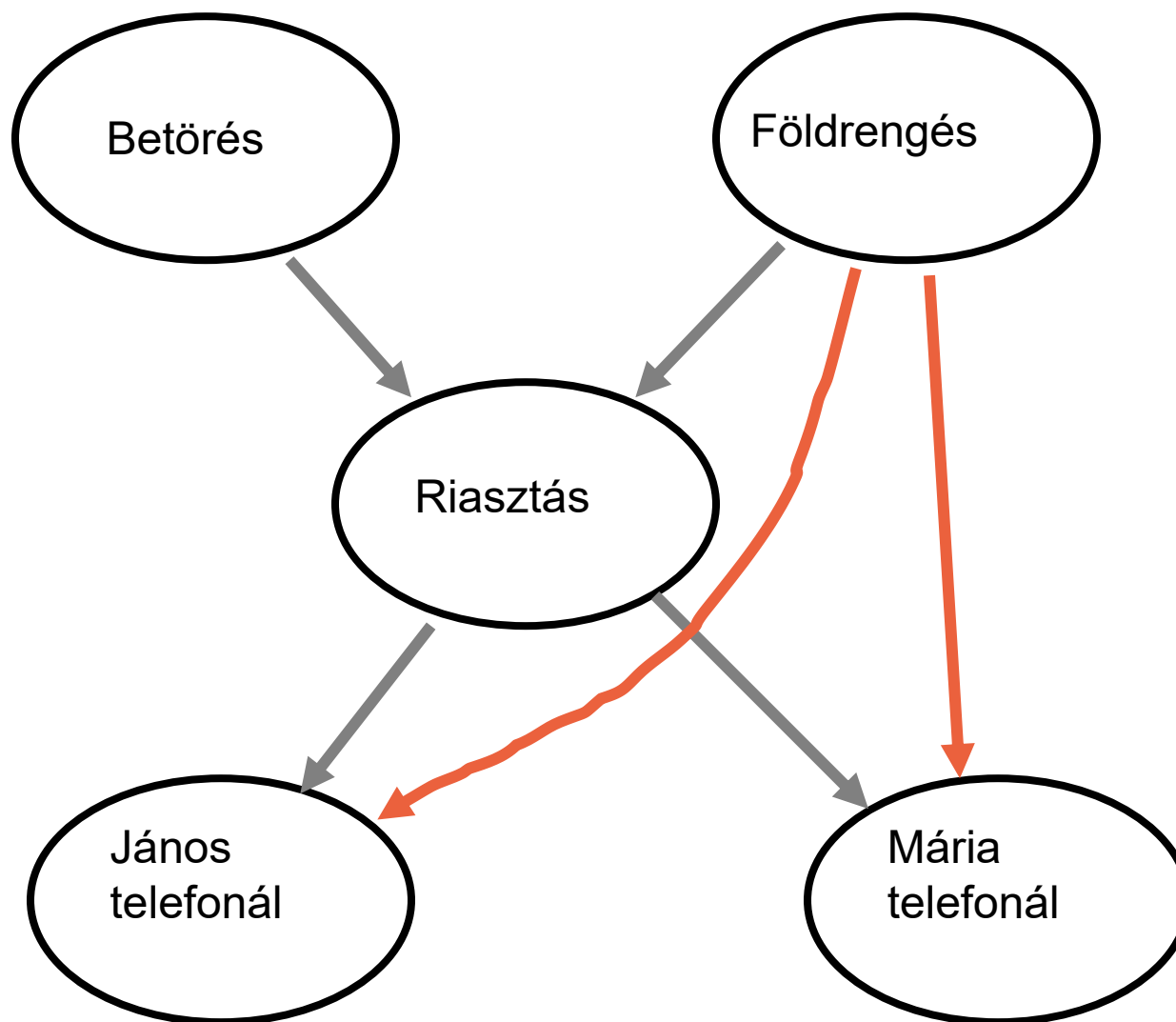
Mindegyik csomópontot csak korábbi csomóponthoz csatlakoztathatunk
= a háló körmentes lesz.

Tömörség és a csomópontok sorrendje

- Bizonyos tárgytartományokban létezhetnek olyan **jelentéktelennek tűnő függőségek**, amiket feltétlenül modellezni kell egy új kapcsolat felvételével.
- De ha ezek a függőségek ténylegesen jelentéktelenek, akkor lehet, hogy nem éri meg a háló komplexitását megnövelni a pontosság kismértékű növelésének érdekében.

Pl.:

hogya földrengés van, akkor Mária és János akkor sem telefonálna, ha hallanák a riasztót, mivel feltételezik, hogy a földrengés okozta.



$$2 + 4 + 2 + 2 \\ = 10 \text{ (eddig)}$$

$$2 + 4 + 4 + 4 \\ = 14$$

Megéri-e?

Tömörség és a csomópontok sorrendje

A konstrukciós eljárás működése miatt előbb a „közvetlen befolyásoló”-at kell a hálózathoz adni, ha azt szeretnénk, hogy szülőknek tudjuk őket választani az általuk befolyásolt csomópontnál.

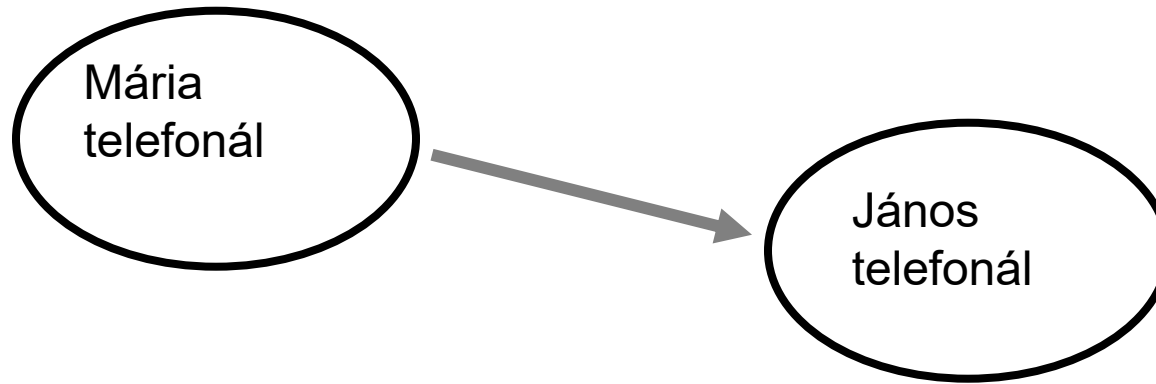
Ezért a helyes sorrend a csomópontok hozzáadásánál: először az „alapvető okokat” adjuk a hálózathoz, majd a változókat, amiket befolyásolnak, és ezt addig folytatjuk, amíg el nem érjük a „leveleket”, amiknek már nincs közvetlen okozati hatása más változókra (azaz a kauzalitás sorrendjében).

Mi történik, ha történetesen egy rossz sorrendet választunk?

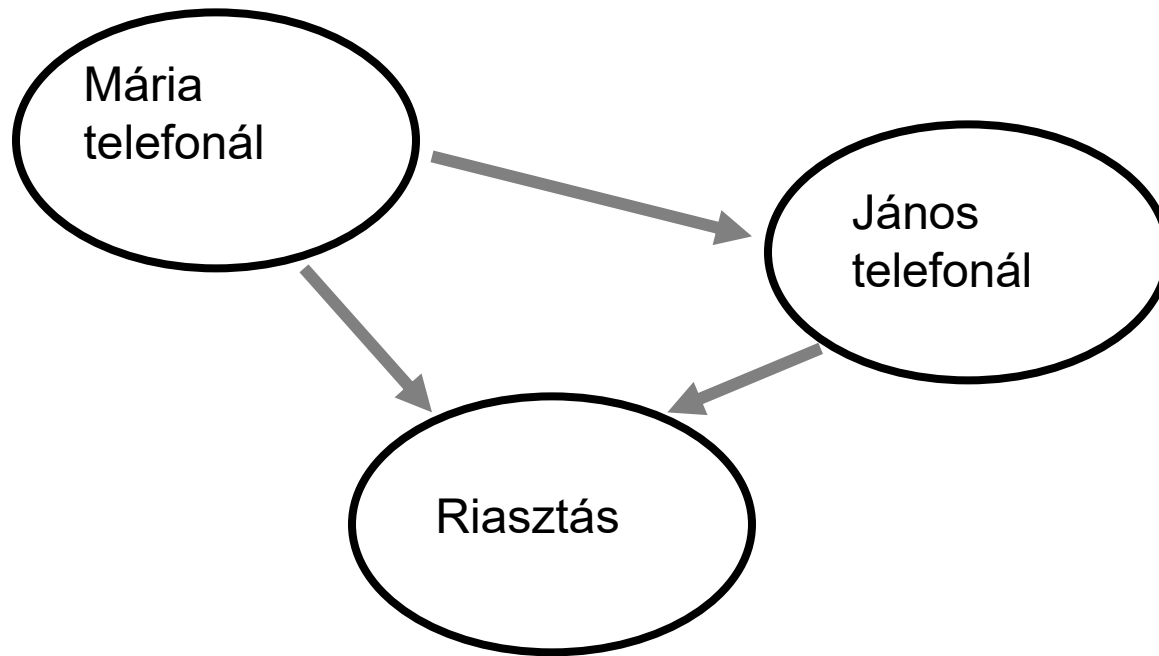
pl.

MáriaTelefonál → JánosTelefonál → Riasztás → Betörés → Földrengés.

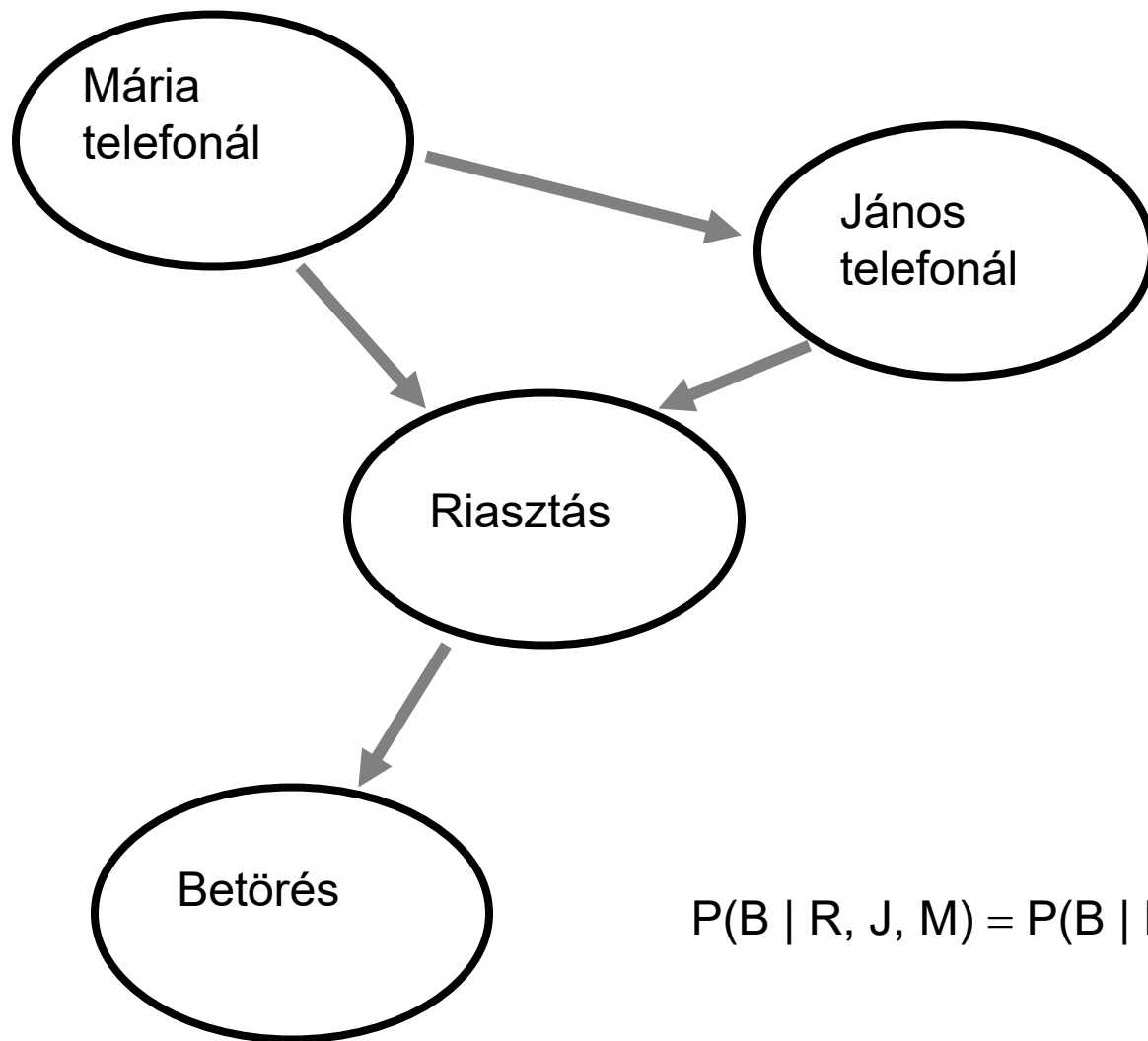
Mária
telefonál



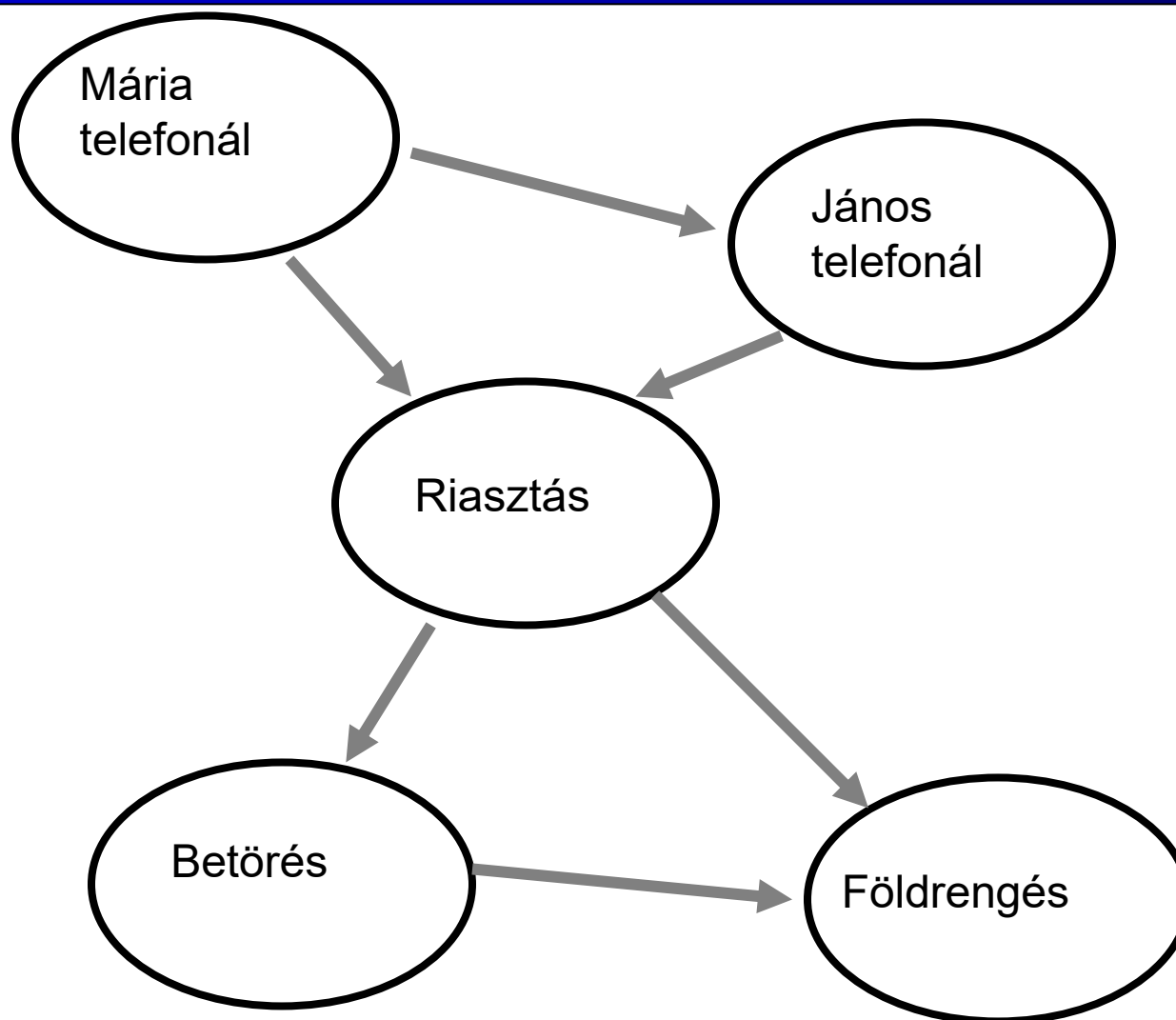
$P(J \mid M) = P(J)$? Nem (azaz van nyíl)



$P(R \mid J, M) = P(R \mid J)?$ $P(R \mid J, M) = P(R)?$ Nem



$P(B \mid R, J, M) = P(B \mid R)?$ Igen



$$\begin{aligned} &1 + 2 + 4 \\ &+ 2 + 4 \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$P(F \mid B, R, J, M) = \underset{\text{Igen}}{P(F \mid B, R)}? = \underset{\text{Nem}}{P(F \mid R)}?$$

Mi történik, ha történetesen egy nagyon rossz sorrendet választunk?

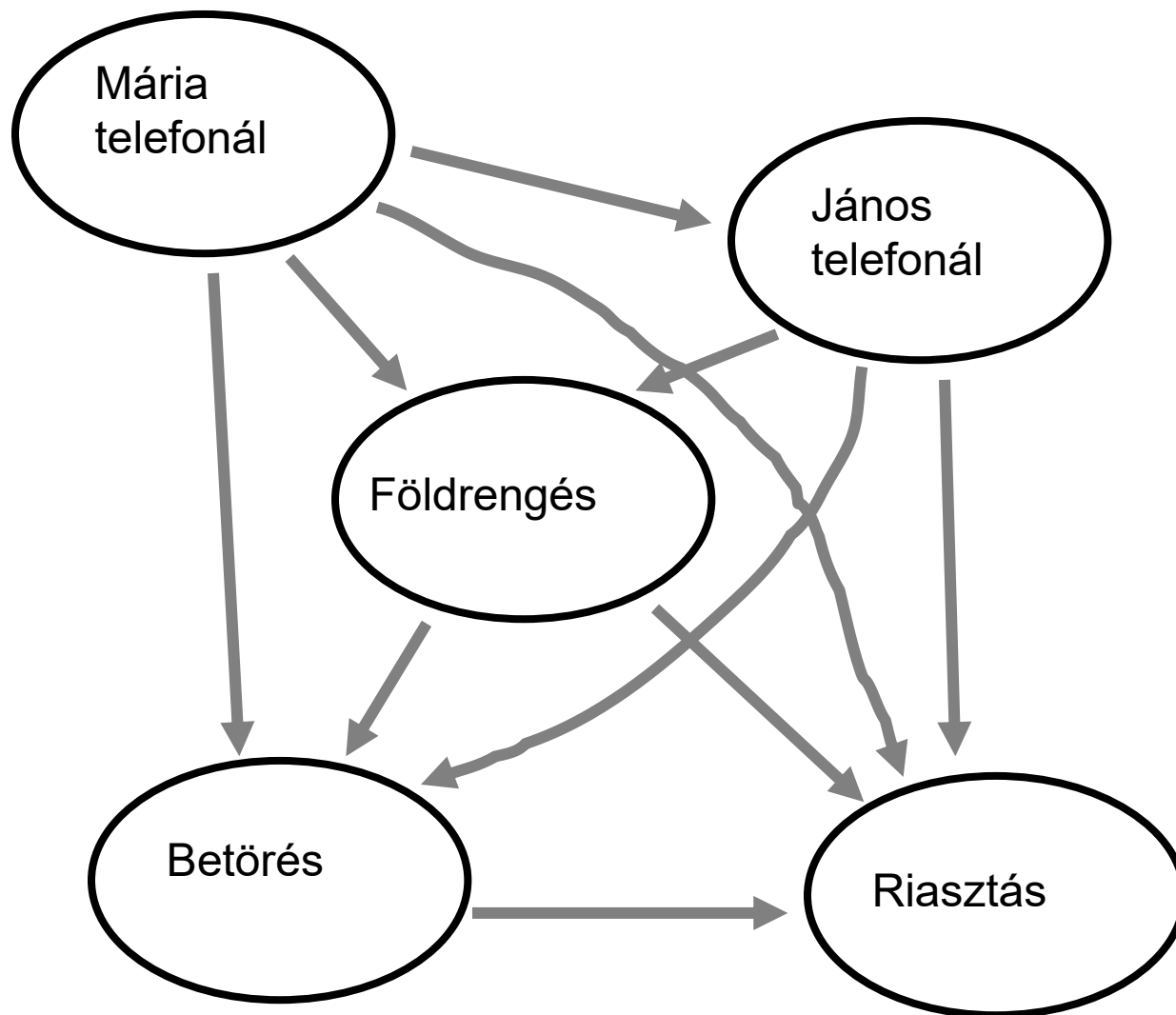
MáriaTelefonál

JánosTelefonál

Földrengés.

Riasztás

Betörés



$$\begin{aligned} &1 + 2 + 4 \\ &+ 8 + 16 \\ &= 31 \\ &= 2^5 - 1 \end{aligned}$$

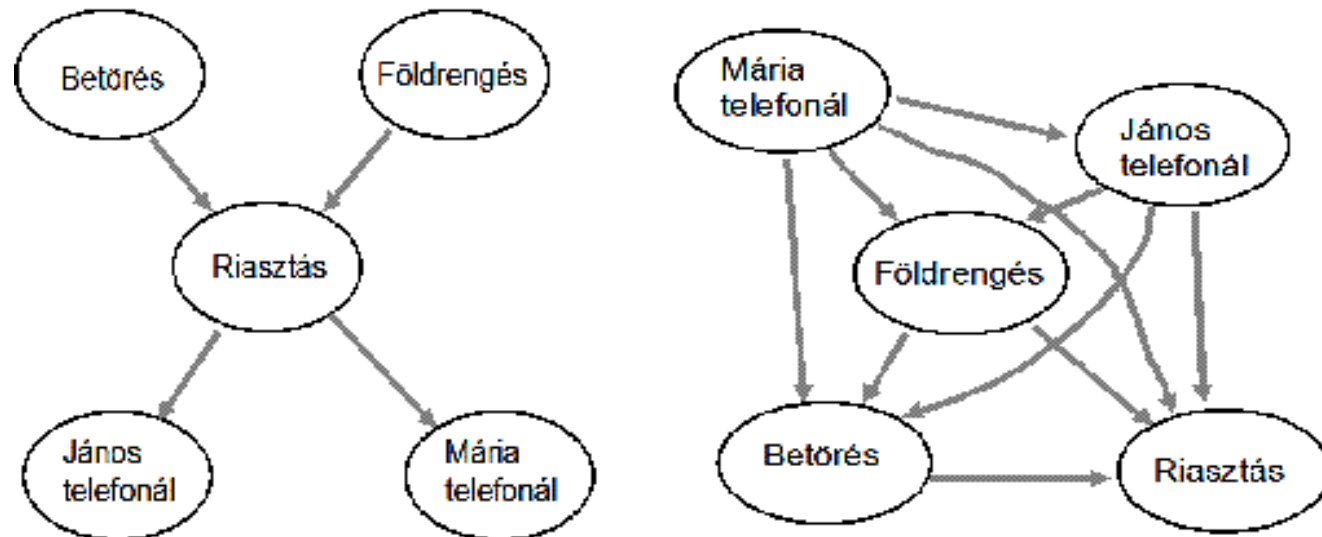
Sok valószínűség (elméletileg exponenciális számú)

De a legrosszabb következmény:
néhány kapcsolat furcsa viszonyt reprezentál, ami nehéz és
nem természetes valószínűségi ítéleteket igényel, pl.

$P(\text{Földrengés} \mid \text{Mária ...}, \text{János ...}) ?$

$P(\text{Betörés} \mid \text{Földrengés}) ? \dots \dots \dots$

Okozati (kauzális) modell: kevesebb, megbízhatóbb érték, az értékeket gyakran könnyebb elérni



Következtetés valószínűségi hálókbán

Az alapvető feladat:

kiszámítani az **a posteriori** valószínűséget a **lekérdezéses változókra**, ha a **tény** ill. **bizonyíték (evidencia)** változóknak az értékei adottak:

$$P(\text{Lekérdezéses} \mid \text{Bizonyíték})$$

A riasztós példában, pl.:

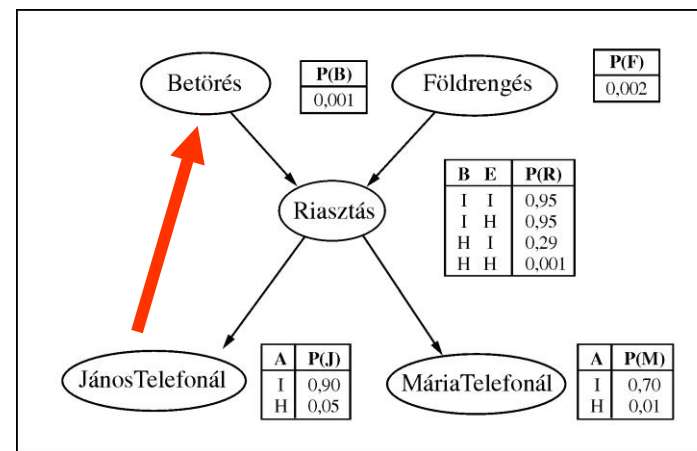
$$P(\text{Betörés} \mid \text{MáriaTelefonál és JánosTelefonál})$$

Általában az ágens az érzékeléséből (vagy egyéb következtetésből) kap értékeket a tény változókhoz, és más változók lehetséges értékeiről kérdez, hogy el tudja dönteni milyen cselekvéseket végezzen.

Következtetés valószínűségi hálókbán

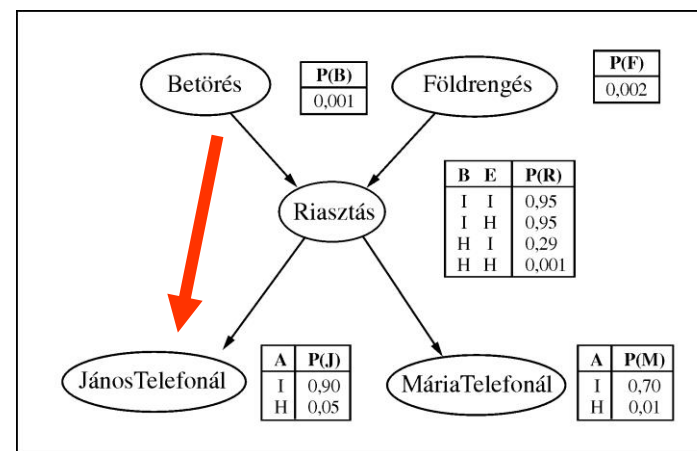
Diagnosztikai következtetés (hatásról az okra)

Ha adott a *JánosTelefonál*, akkor
kiszámíthatjuk pl., hogy
 $P(\text{Betörés} \mid \text{JánosTelefonál}) = 0,016$.



Okozati következtetés (okról a hatásra)

Ha adott a *Betörés*, akkor
kiszámíthatjuk pl., hogy
 $P(\text{JánosTelefonál} \mid \text{Betörés}) = 0,67$.



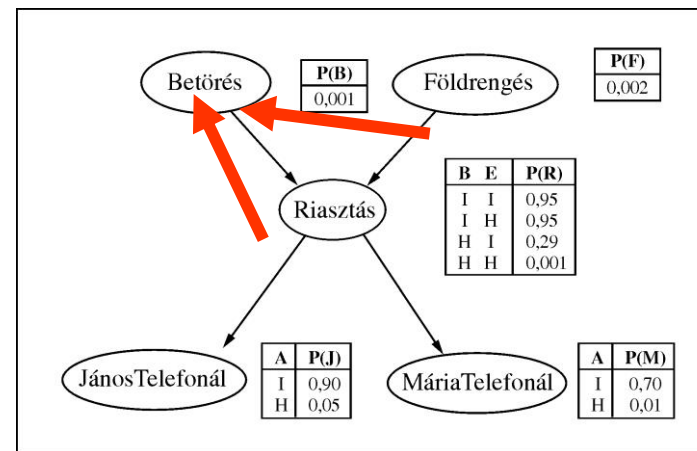
Okok közötti következtetés

(következtetés egy közös hatás okai között)

Ha adott a *Riasztás*,
akkor $P(\text{Betörés} \mid \text{Riasztás}) = 0.376$.

Ha azonban hozzávesszük azt a tényt is,
hogy a *Földrengés* igaz,
akkor $P(\text{Betörés} \mid \text{Riasztás}, \text{Földrengés}) = 0.003$.

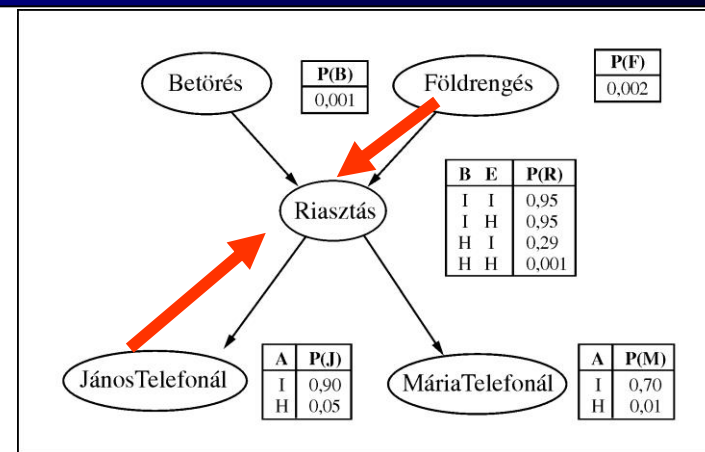
Bár a betörések és a földrengések függetlenek, az egyik jelenléte a másik valószínűségét csökkenti.
Ez a fajta következtetési mód a **kimagyarázás**.



Következtetés valószínűségi hálókbán

(a fentiek kombinált használata).

Ha a *JánosTelefonál* okozat igaz és a *Földrengés* ok hamis, akkor



$$P(\text{Riasztás} \mid \text{JánosTelefonál}, \neg \text{Földrengés}) = 0,03.$$

Ez a diagnosztikai és okozati következtetés együttes felhasználása.

Hasonlóan,

$$P(\text{Betörés} \mid \text{JánosTelefonál}, \neg \text{Földrengés}) = 0,017.$$

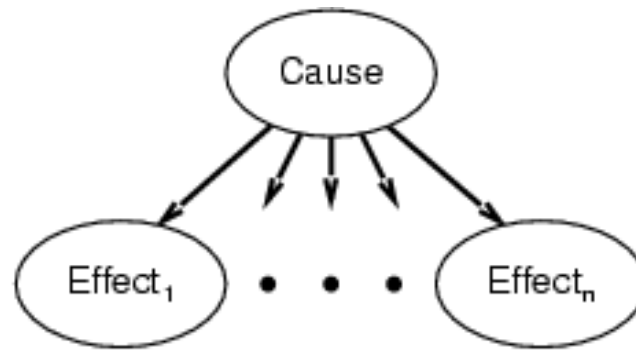
Ez a diagnosztikai és az okok közötti következtetés kombinálása.

Érzékenységi vizsgálat elvégzése, annak érdekében, hogy megértsük, hogy a modell mely vonatkozásának van a legnagyobb hatása a lekérdezéses változókra nézve.

Naiv Bayes-hálók

Feltevéssek:

- 1.) Kétféle csomópont lehetséges: a „**ok**” és „**következmény**”.
- 2.) A **következmények** egymástól feltételesen függetlenek egymástól feltéve az **okot**.



Naiv Bayes-hálók

Változók (csomópontok)

Flu (Influenza):

Fever (Láz):

Coughing (Köhögés):

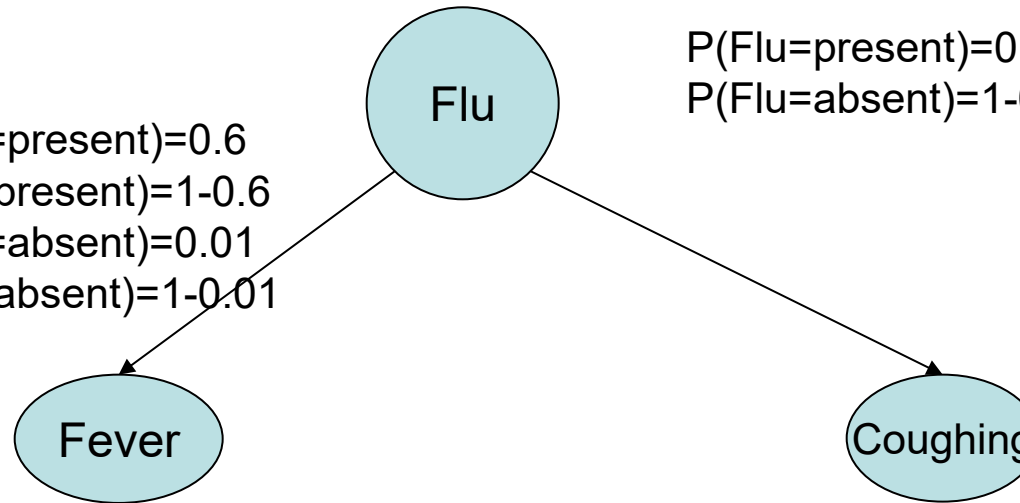
{jelen, nincs jelen}

{jelen, nincs jelen}

{jelen, nincs jelen}

Modell

$P(\text{Fever}=\text{present}|\text{Flu}=\text{present})=0.6$
 $P(\text{Fever}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{present})=1-0.6$
 $P(\text{Fever}=\text{present}|\text{Flu}=\text{absent})=0.01$
 $P(\text{Fever}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{absent})=1-0.01$



$P(\text{Flu}=\text{present})=0.001$
 $P(\text{Flu}=\text{absent})=1-0.001$

$P(\text{Coughing}=\text{present}|\text{Flu}=\text{present})=0.3$
 $P(\text{Coughing}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{present})=1-0.3$
 $P(\text{Coughing}=\text{present}|\text{Flu}=\text{absent})=0.02$
 $P(\text{Coughing}=\text{absent}|\text{Flu}=\text{absent})=1-0.02$

Naiv Bayes-hálók

Együttes valószínűség-eloszlás dekompozíciója:

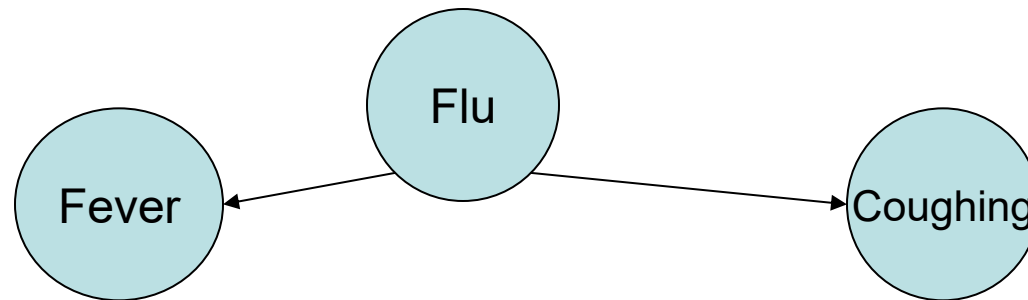
$$\begin{aligned} P(Y, X_1, \dots, X_n) &= P(Y) \prod_i P(X_i | Y, X_1, \dots, X_{i-1}) && // \text{lánc szabály miatt} \\ &= P(Y) \prod_i P(X_i | Y) && // \text{naiv BN feltevés} \\ &&& 2n+1 \text{ paraméter} \end{aligned}$$

Diagnosztikus következtetés:

$$P(Y | x_{i1}, \dots, x_{ik}) = P(Y) \prod_j P(x_{ij} | Y) / P(x_{i1}, \dots, x_{ik})$$

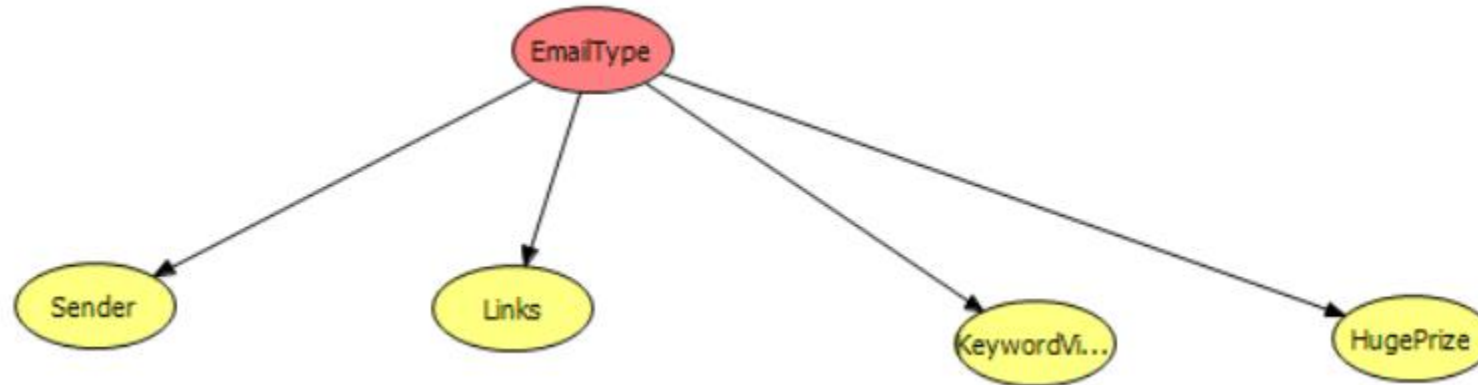
$$p(\text{Flu} = \text{present} \mid \text{Fever} = \text{absent}, \text{Coughing} = \text{present})$$

$$\propto p(\text{Flu} = \text{present}) p(\text{Fever} = \text{absent} \mid \text{Flu} = \text{present}) p(\text{Coughing} = \text{present} \mid \text{Flu} = \text{present})$$



Gyakorlati példa: SPAM filter

- SPAM filter
 - SPAM: yes/no [suspicious..]
 - Attributes
 - Sender, subject, link, attachment,..



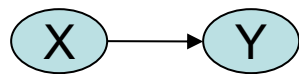
A valószínűségi hálók szemantikája – oksági kapcsolatok

- (1) a háló = **együttes valószínűségi eloszlás** egy leírása,
- (2) a háló = **feltételes függetlenségekről szóló állítások** együttese.
- (3) a háló = **okási kapcsolatok** együttese.

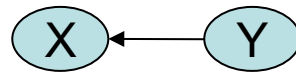
FONTOS: okási kapcsolat \neq asszociációs kapcsolat

Reichenbach's Common Cause Principle:

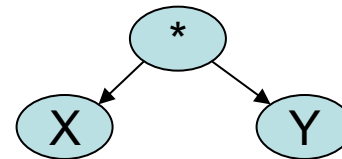
„a correlation between events X and Y indicates either that X causes Y , or that Y causes X , or that X and Y have a common cause.”



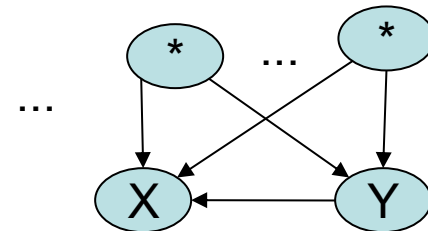
X okozza Y -t



Y okozza X -et



Létezik közös ok
(pure confounding)



Y okozza X -et,
de emellett számos más
változónak is van zavaró
hatása

„ X és Y asszociált”



$D(X, Y)$