Mesterséges intelligencia előadássorozat

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (http://aima.cs.berkeley.edu) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (http://ai.berkeley.edu).

These slides are based on the AIMA book (http://aima.cs.berkeley.edu) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (http://ai.berkeley.edu).

Valószínűségi hálók

Következtetés

Előadó: Dr. Hullám Gábor
Előadás anyaga: Dr. Antal Péter

Problémamegoldás

Keresés

Kényszer kielégítés

Keresés ellenséges térben

Heurisztikák

Tudásreprezentáció következtetés

Ontológia

Logika

Való-színűségi hálók

Bizony-talanság kezelése

Döntések

Hasznosság

Döntési hálók

Megerősítéses tanulás

Szekvenciális döntések

Markov véletlen folyamat

Felügyelt tanulás

Regressziós modellek

Döntési fák

Neurális hálók

Együttes modellek

Ajánló rendszerek

Következtetés valószínűségi hálókban

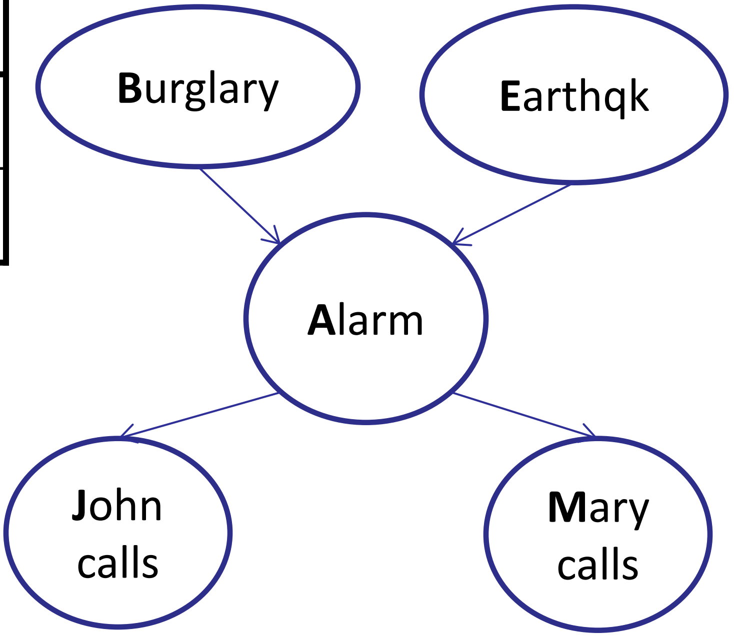
P(lekérdezés | evidencia) ?

- **egzakt** – „egyszerű” hálónál egyszerű,
  „bonyolult” hálónál bonyolult

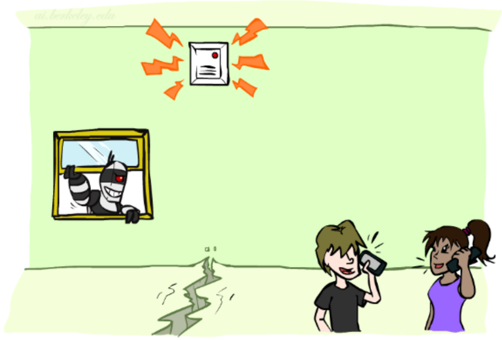
- **közelítő** – „bonyolult” háló esetén is egyszerű

Example: Alarm Network

B	P(B)
+b	0.001
-b	0.999



E	P(E)
+e	0.002
-e	0.998



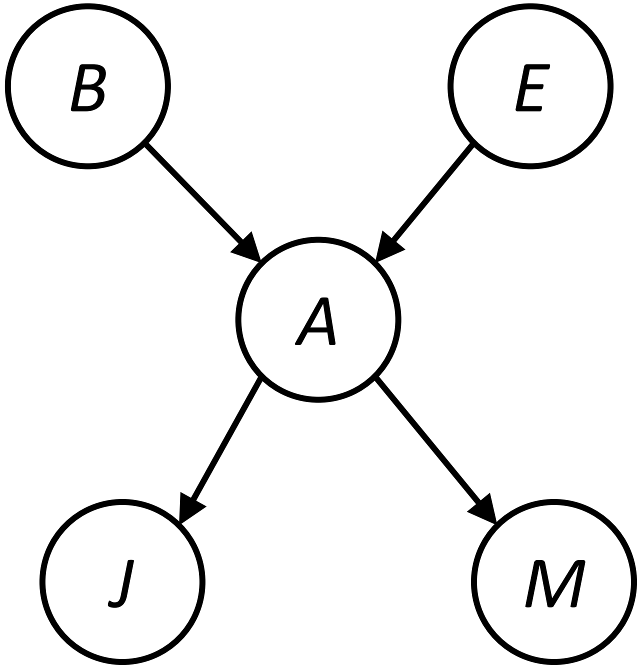
A	J	P(J|A)
+a	+j	0.9
+a	-j	0.1
-a	+j	0.05
-a	-j	0.95

A	M	P(M|A)
+a	+m	0.7
+a	-m	0.3
-a	+m	0.01
-a	-m	0.99

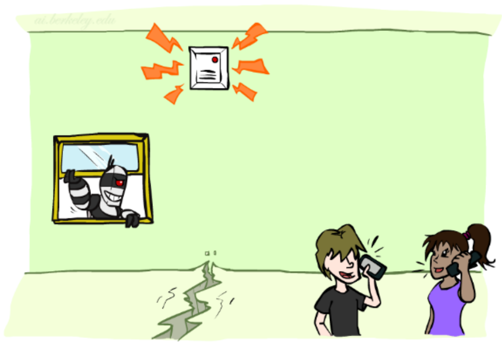
B	E	A	P(A|B,E)
+b	+e	+a	0.95
+b	+e	-a	0.05
+b	-e	+a	0.94
+b	-e	-a	0.06
-b	+e	+a	0.29
-b	+e	-a	0.71
-b	-e	+a	0.001
-b	-e	-a	0.999

Example: Alarm Network

B	P(B)
+b	0.001
-b	0.999



E	P(E)
+e	0.002
-e	0.998



A	J	P(J|A)
+a	+j	0.9
+a	-j	0.1
-a	+j	0.05
-a	-j	0.95

A	M	P(M|A)
+a	+m	0.7
+a	-m	0.3
-a	+m	0.01
-a	-m	0.99

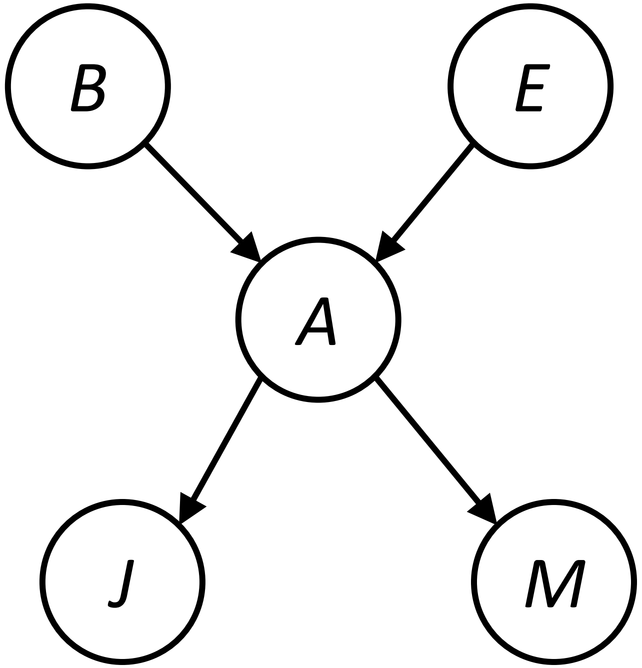
B	E	A	P(A|B,E)
+b	+e	+a	0.95
+b	+e	-a	0.05
+b	-e	+a	0.94
+b	-e	-a	0.06
-b	+e	+a	0.29
-b	+e	-a	0.71
-b	-e	+a	0.001
-b	-e	-a	0.999

$$P(+b, -e, +a, -j, +m) =$$

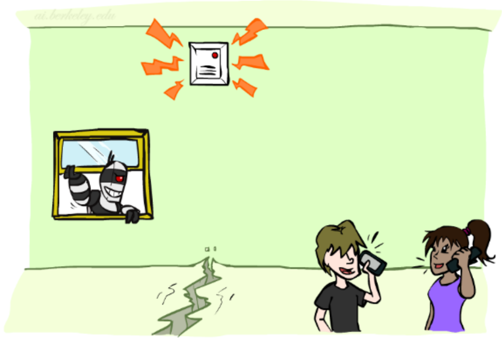
$$P(+b)P(-e)P(+a| + b, -e)P(-j| + a)P(+m| + a) =$$

Example: Alarm Network

B	P(B)
+b	0.001
-b	0.999



E	P(E)
+e	0.002
-e	0.998



A	J	P(J|A)
+a	+j	0.9
+a	-j	0.1
-a	+j	0.05
-a	-j	0.95

A	M	P(M|A)
+a	+m	0.7
+a	-m	0.3
-a	+m	0.01
-a	-m	0.99

B	E	A	P(A|B,E)
+b	+e	+a	0.95
+b	+e	-a	0.05
+b	-e	+a	0.94
+b	-e	-a	0.06
-b	+e	+a	0.29
-b	+e	-a	0.71
-b	-e	+a	0.001
-b	-e	-a	0.999

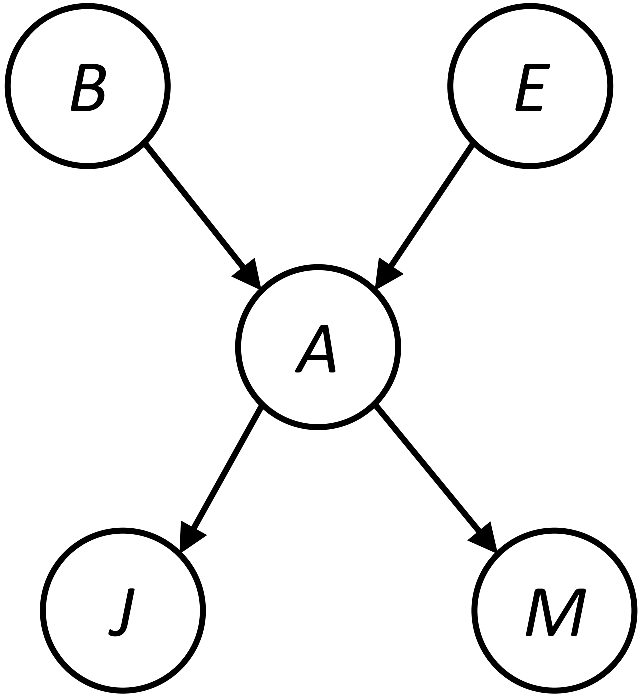
$$P(+b, -e, +a, -j, +m) =$$

$$P(+b)P(-e)P(+a| + b, -e)P(-j| + a)P(+m| + a) =$$

$$0.001 \times 0.998 \times 0.94 \times 0.1 \times 0.7$$

Következtetés Bayes-hálóban felsorolással

- Korlátlan idő esetén a BN-ekben történő következtetés egyszerű
- Emlékeztető a következtetésre példa szerinti számbavétellel:

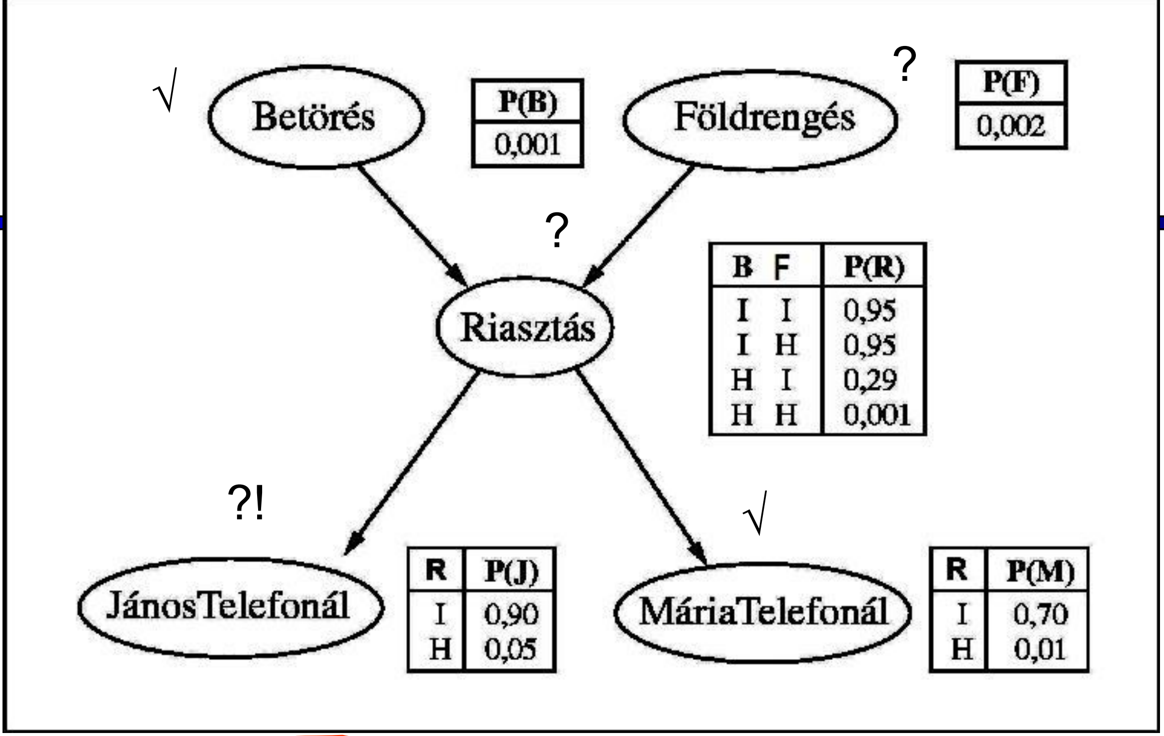


$$P(B \mid +j, +m) \propto_B P(B, +j, +m)$$

$$= \sum_{e,a} P(B, e, a, +j, +m)$$

$$= \sum_{e,a} P(B)P(e)P(a|B,e)P(+j|a)P(+m|a)$$

$$= P(B)P(+e)P(+a|B,+e)P(+j|+a)P(+m|+a) + P(B)P(+e)P(-a|B,+e)P(+j|-a)P(+m|-a)$$
$$P(B)P(-e)P(+a|B,-e)P(+j|+a)P(+m|+a) + P(B)P(-e)P(-a|B,-e)P(+j|-a)P(+m|-a)$$



Összegzés rejtett változókra

Pl. $P(J|M\neg B) = ?$
$= P(JM\neg B)/P(M\neg B)$

$P(JM\neg B) =$
$\Sigma_{rf}\, P(JM\neg B\ r\ f)$

$P(M\neg B) =$
$\Sigma_{rfj}\, P(M\neg B\ r\ f\ j)$

$P(J\, M\neg B\ \ R\ \ F) = P(J|R)\, P(M|R)\, P(R|\neg BF)\, P(\neg B)\, P(F) = \ldots.$
$P(J\, M\neg B\ \neg R\ \ F) = P(J|\neg R)\, P(M|\neg R)\, P(\neg R|\neg BF)\, P(\neg B)\, P(F) = \ldots.$
$P(J\, M\neg B\ \ R\ \neg F) = P(J|R)\, P(M|R)\, P(R|\neg B\neg F)\, P(\neg B)\, P(\neg F) = \ldots.$
$P(J\, M\neg B\ \neg R\ \neg F) = P(J|\neg R)\, P(M|\neg R)\, P(\neg R|\neg B\neg F)\, P(\neg B)\, P(\neg F) = \ldots.$

$P(M\neg B\ \ J\ \ R\ \ F) = P(J|R)\, P(M|R)\, P(R|\neg BF)\, P(\neg B)\, P(F) = \ldots.$
$P(M\neg B\ \ J\ \ R\neg F) = P(J|R)\, P(M|R)\, P(R|\neg B\neg F)\, P(\neg B)\, P(\neg F) = \ldots.$
$P(M\neg B\ \ J\neg R\ \ F) = P(J|\neg R)\, P(M|\neg R)\, P(\neg R|\neg BF)\, P(\neg B)\, P(F) = \ldots..$
$P(M\neg B\ \ J\neg R\neg F) = P(J|\neg R)\, P(M|\neg R)\, P(\neg R|\neg B\neg F)\, P(\neg B)\, P(\neg F) = \ldots.$
$P(M\neg B\neg J\ \ R\ \ F) = P(\neg J|R)\, P(M|R)\, P(R|\neg BF)\, P(\neg B)\, P(F) = \ldots..$
$P(M\neg B\ \neg J\ \ R\neg F) = P(\neg J|R)\, P(M|R)\, P(R|\neg B\neg F)\, P(\neg B)\, P(\neg F) = \ldots..$
$P(M\neg B\ \neg J\neg R\ \ F) = P(\neg J|\neg R)\, P(M|\neg R)\, P(\neg R|\neg BF)\, P(\neg B)\, P(F) = \ldots..$
$P(M\neg B\ \neg J\neg R\neg F) = P(\neg J|\neg R)\, P(M|\neg R)\, P(\neg R|\neg B\neg F)\, P(\neg B)\, P(\neg F) = \ldots.$

Következtetés felsorolással (balról jobbra)

$P(B \mid J\ M) = P(b=\text{Igaz} \mid j=\text{Igaz}\ m=\text{Igaz}) = ?$

$P(B \mid J\ M) = \alpha \sum_f \sum_r P(B\ f\ r\ J\ M)$

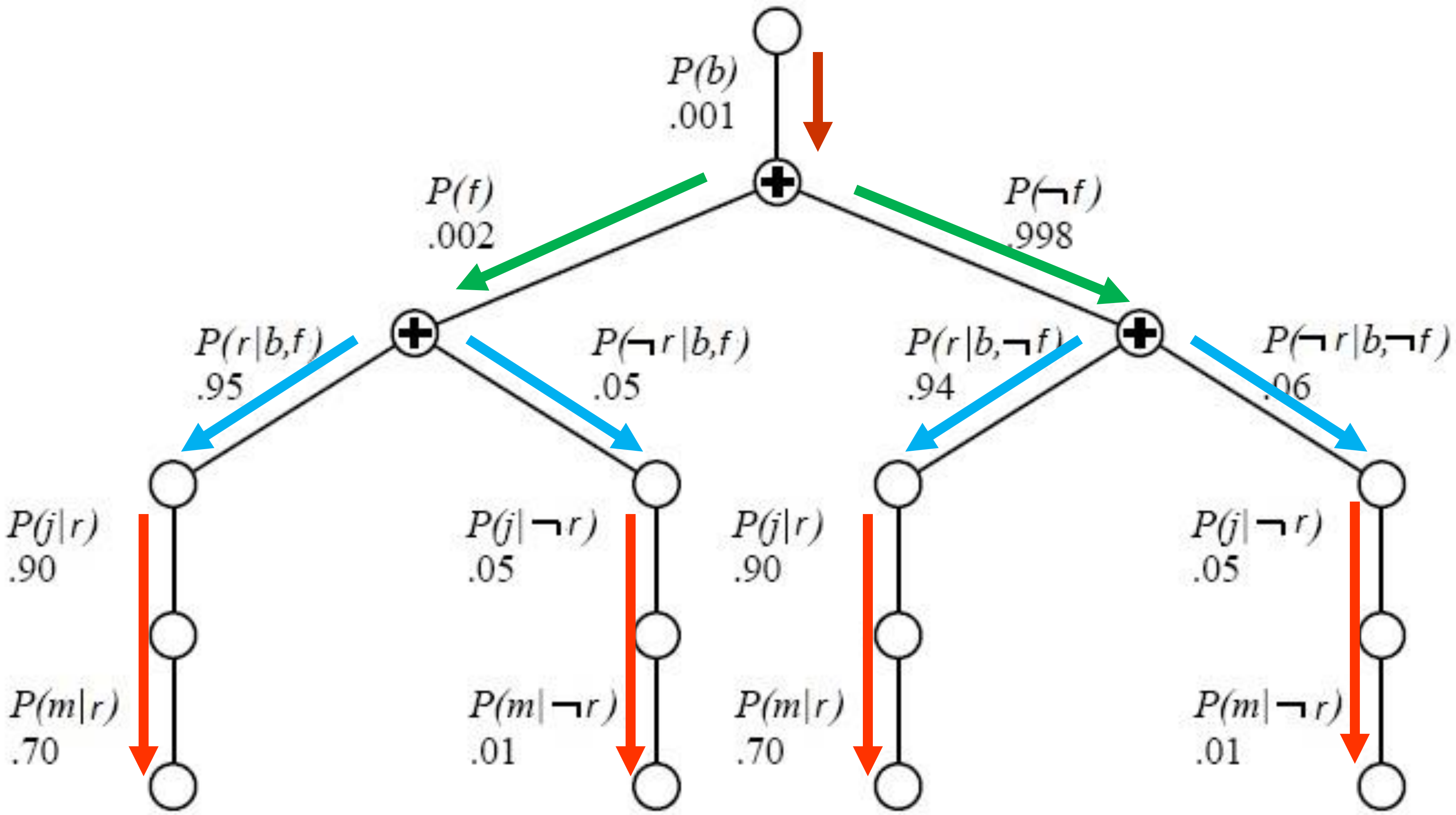
$= \alpha \sum_f \sum_r P(B)\ P(f)\ P(r \mid B\ f)\ P(J \mid r)\ P(M \mid r)$

$= \alpha\ P(B) \sum_f P(f) \sum_r P(r \mid B\ f)\ P(J \mid r)\ P(M \mid r)$

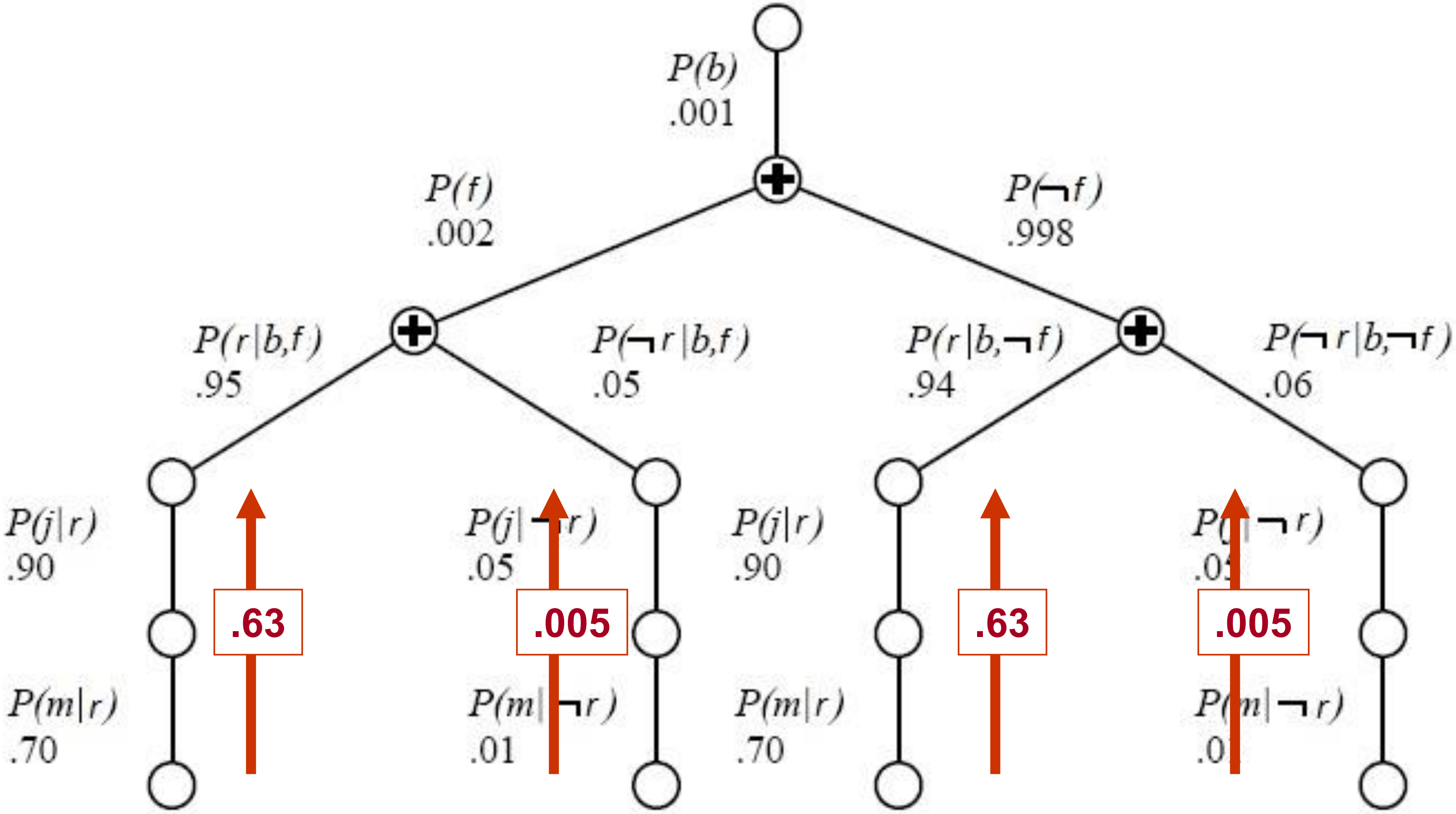
és pl. $P(F \mid J\ M) = \alpha \sum_b \sum_r P(F\ b\ r\ J\ M) = \ldots$

$P(B \mid J\ M) \geq P(F \mid J\ M)$?

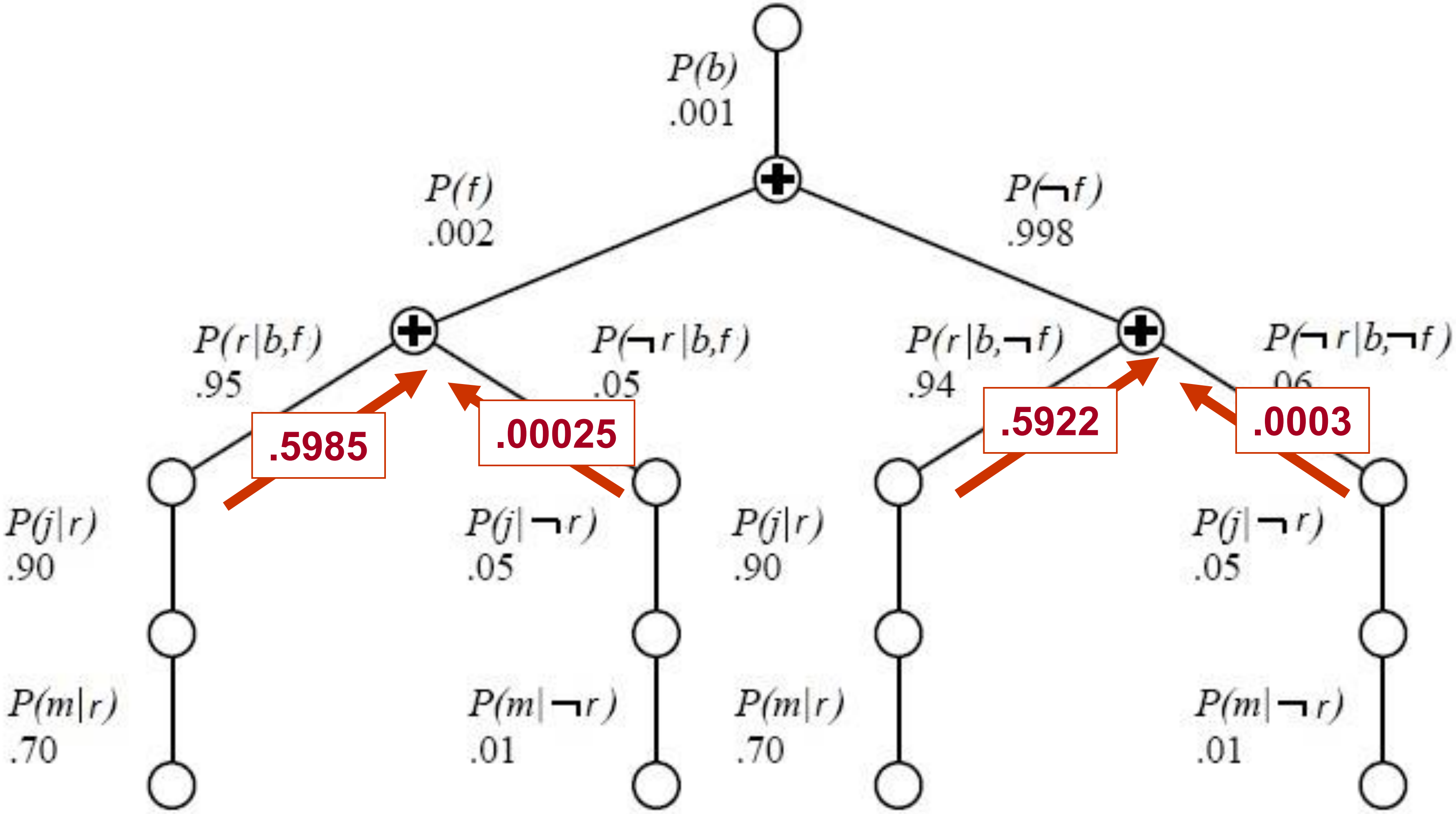
$$P(B \mid J\ M) = \alpha\ P(B)\ \Sigma_f\ P(f)\ \Sigma_r\ P(r \mid B\ f)\ P(J \mid r)\ P(M \mid r)$$



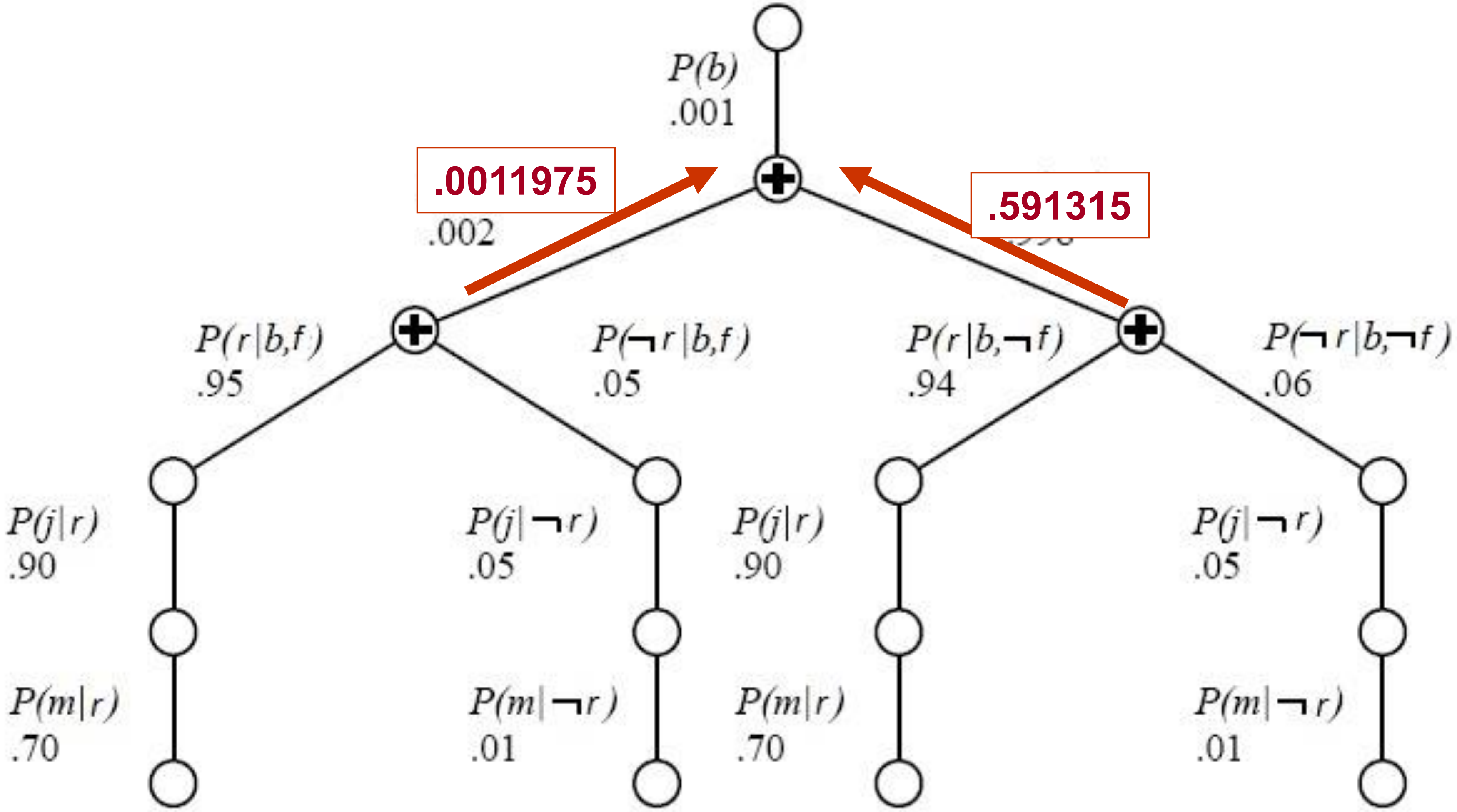
$$P(B \mid J\, M) = \alpha\, P(B)\, \Sigma_f\, P(f)\, \Sigma_r\, P(r \mid B\, f)\, P(J \mid r)\, P(M \mid r)$$



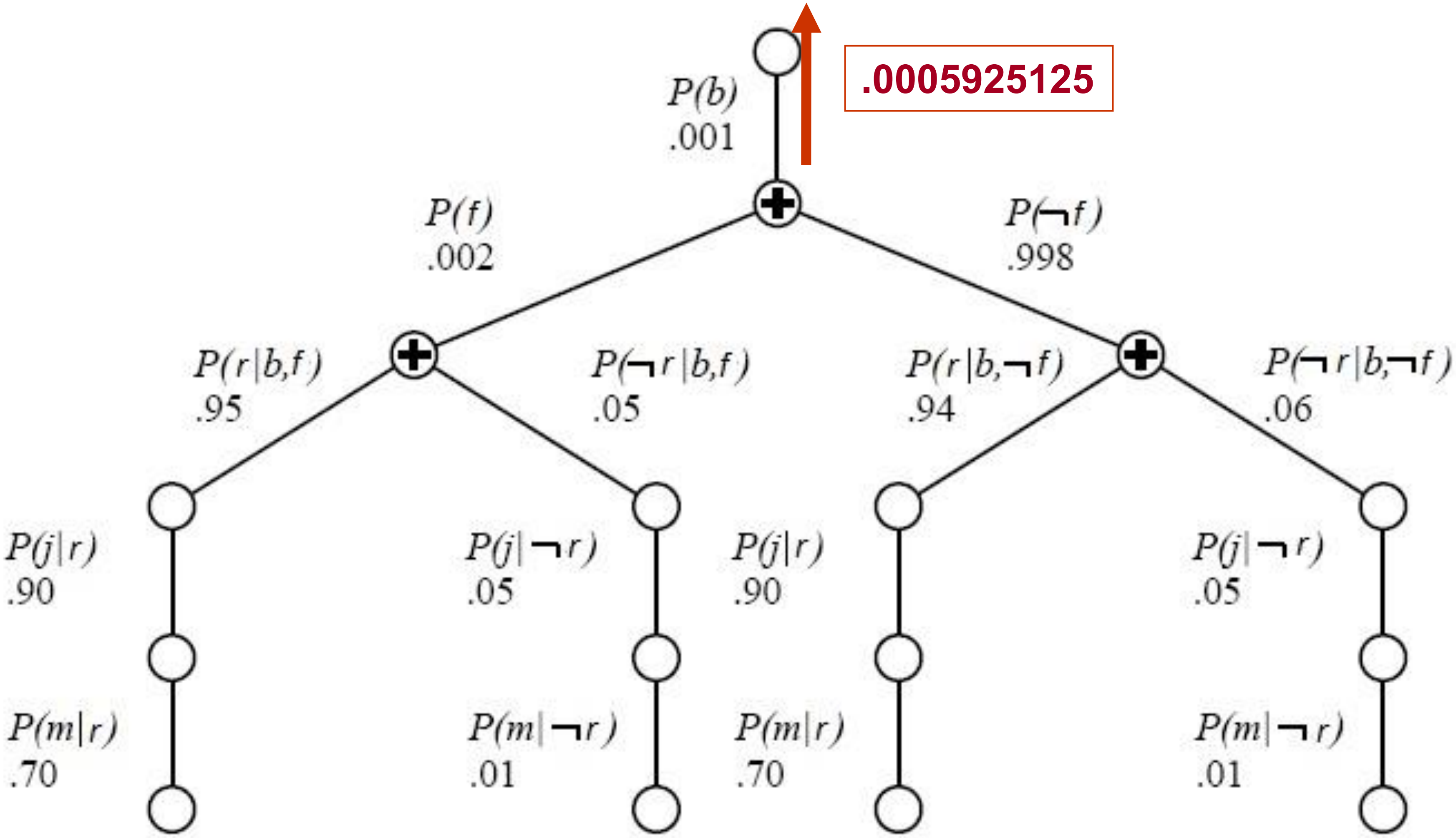
$P(B \mid J\ M) = \alpha\ P(B)\ \Sigma_f\ P(f)\ \Sigma_r\ P(r \mid B\ f)\ P(J \mid r)\ P(M \mid r)$



$$P(B \mid J\ M) = \alpha\ P(B)\ \Sigma_f\ P(f)\ \Sigma_r\ P(r \mid B\ f)\ P(J \mid r)\ P(M \mid r)$$



$$P(B \mid J\ M) = \alpha\ P(B)\ \Sigma_f\ P(f)\ \Sigma_r\ P(r \mid B\ f)\ P(J \mid r)\ P(M \mid r)$$



Irreleváns változók eliminálása

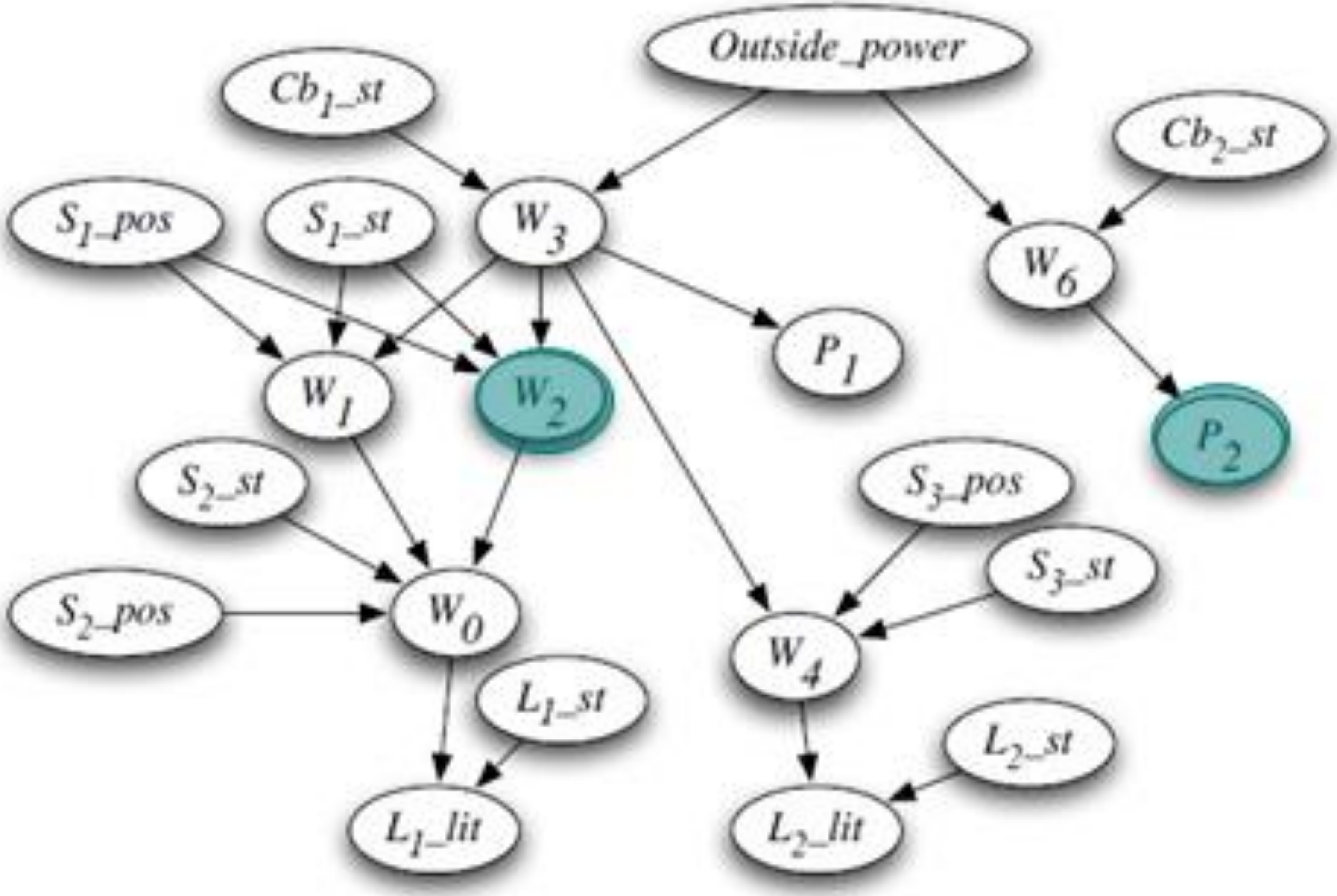
$$P(J \mid B) = \alpha\, P(B)\, \Sigma_f\, P(f)\, \Sigma_r\, P(r \mid B\, f)\, P(J \mid r)\, \underbrace{\Sigma_m\, P(m \mid r)}_{=1}$$

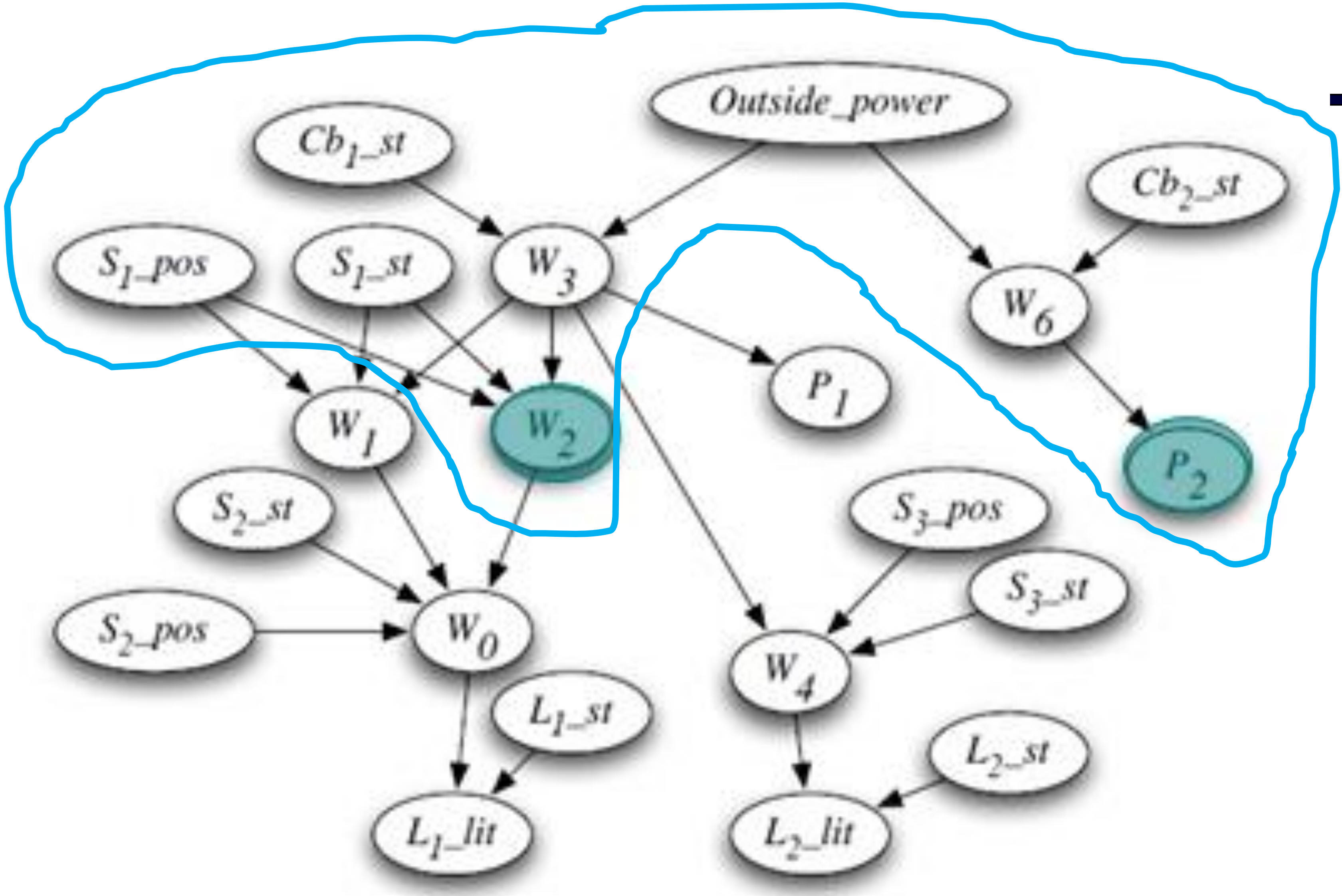
P(*JánosTelefonál*|*Betörés*) lekérdezés eredményét nem változtatja meg a *MáriaHív* eltávolítása a hálóból.

Általában, bármely **levél** csomópontot eltávolíthatunk, ami **nem célváltozó** vagy **nem bizonyíték** változó.

Eltávolítás után lehetnek újabb levélcsomópontok, amelyek szintén irrelevánsak lehetnek.

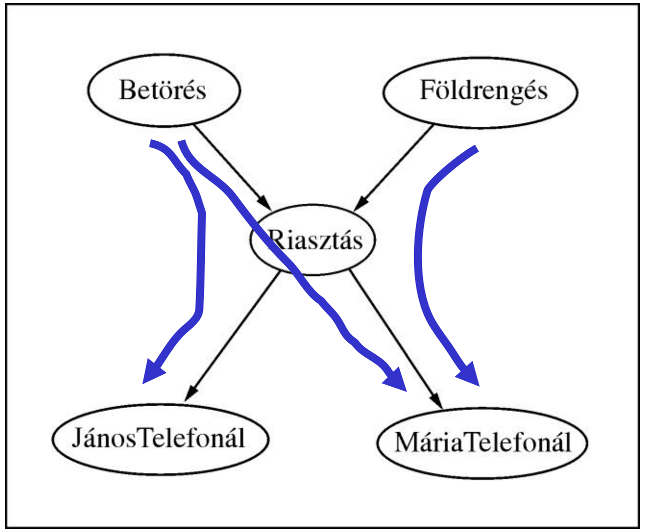
Minden változó, ami nem őse a célváltozónak, vagy egy bizonyíték változónak irreleváns a lekérdezésre. A változó elimináló algoritmus ezért az összes ilyen változót eltávolíthatja a lekérdezés kiértékelése előtt.


Outside_power
Cb1_st
Cb2_st
S1_pos
S1_st
W3
W6
W1
W2
P1
P2
S2_st
S3_pos
S3_st
S2_pos
W0
W4
L1_st
L2_st
L1_lit
L2_lit

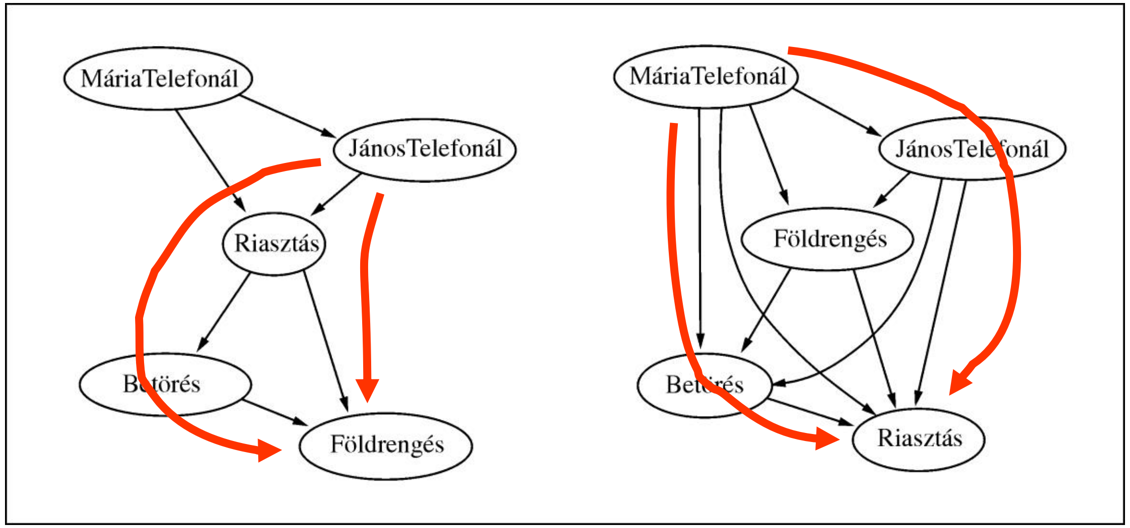

Outside_power
Cb_1_st
Cb_2_st
S_1_pos
S_1_st
W_3
W_6
P_1
W_1
W_2
P_2
S_2_st
S_3_pos
S_2_pos
W_0
S_3_st
W_4
L_1_st
L_2_st
L_1_lit
L_2_lit

Az egzakt következtetés komplexitása

egyszeresen összekötött,
bármely két csp. között legfeljebb egyetlen egy irányítatlan út van



többszörösen összekötött
bármely két csomópont között több az út



Algoritmusok lekérdezések megválaszolására

A.) egyszeresen összekötött, fa gráf (polytree)

- létezik lineáris komplexitású algoritmus

B.) többszörösen összekötött

- nem létezik zárt alakú (rekurzív) algoritmus

➢ vagy a komplexitás megugrik (l. előbb), vagy csak közelítő módszerek maradnak

Algoritmusok lekérdezések megválaszolására

A számítás rekurzív hívásokból áll, X-ből indulva,
a hálóban minden lehetséges úton haladva (fel/le).

A rekurzió leáll a:

- ténycsomópontokon,
- gyökércsomópontokon (szülő nélküli csomópont) és
- levélcsomópontokon (gyermek nélküli csomópont).

Az algoritmus lineáris a háló csomópontjainak számában.

Ez csak azért lehetséges, mert a háló fa gráf.

Következtetés többszörösen összekötött hálókban

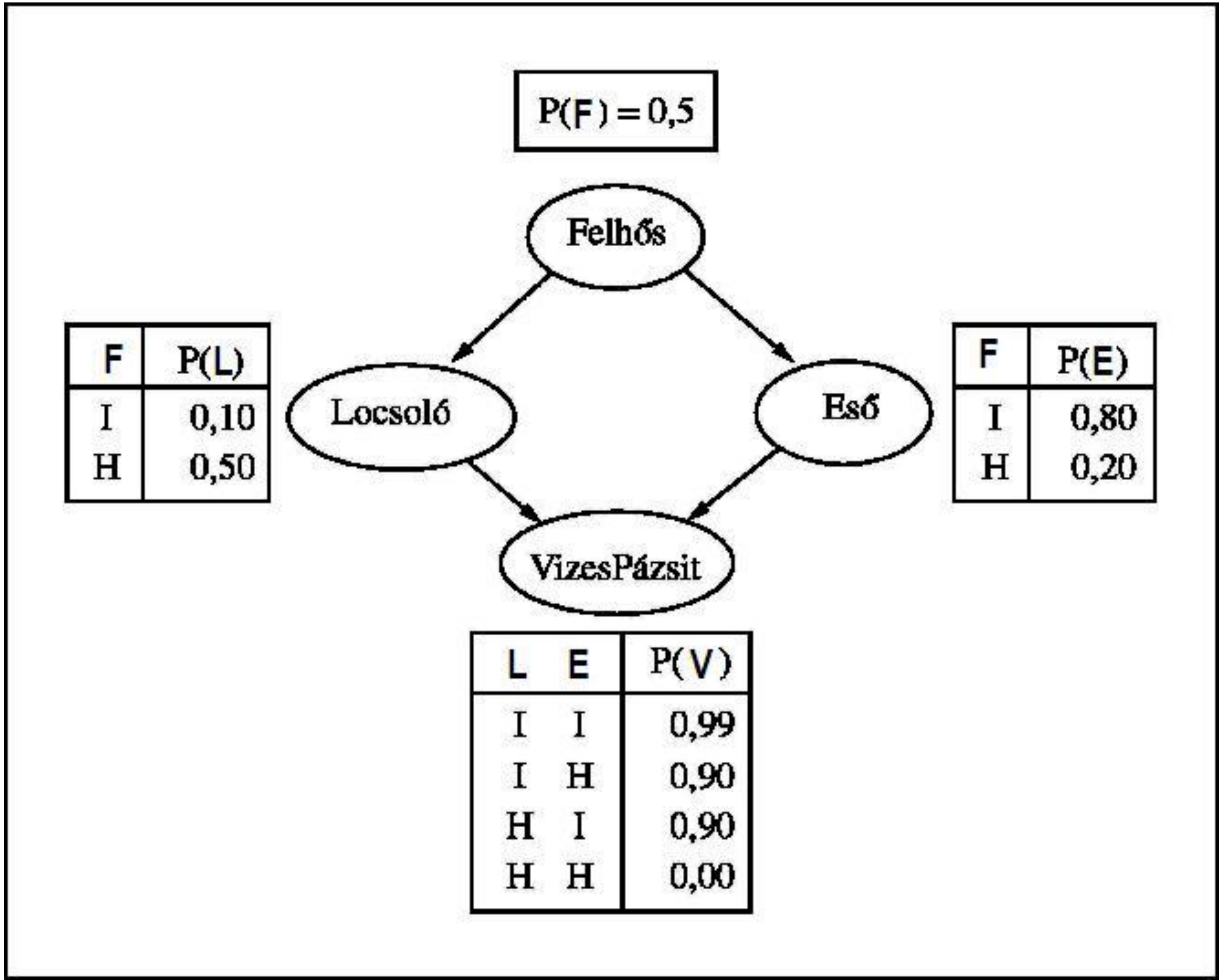
Csoportosító, összevonó eljárások:

- Átalakítják a hálót a valószínűségek szempontjából ekvivalens (de más topológiájú) fa gráffá, a nem megfelelő csomópontokat összevonva (majd lineáris).

Sztochasztikus szimulációs eljárások:

- A tárgytartomány nagyon nagy számú konkrét modelljét generálják le, ami konzisztens a valószínűségi háló általdefiniált eloszlással.
- Ez alapján az egzakt eredmények közelítését adják.

Eredeti háló

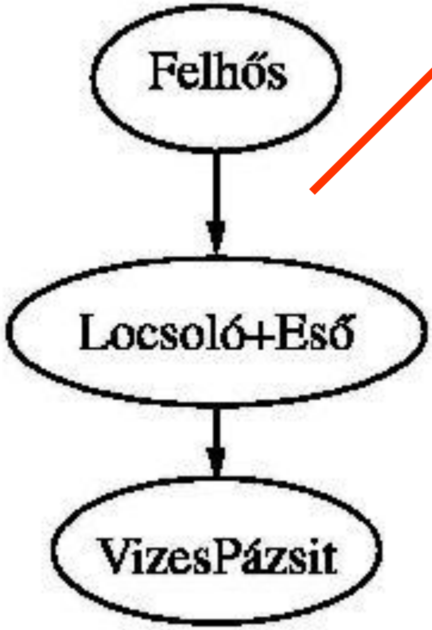


(9 érték)

Összevonás

(Összevonás növeli értékek számát)

P(F) = 0,5



F	P(L+E=x) II	IH	HI	HH
I	0,10	0,40	0,10	~~0,40~~
H	0,40	0,10	0,40	~~0,10~~

(11 érték)

L+E	P(V)
I I	0,99
I H	0,90
H I	0,90
H H	0,00

Következtetés egyszerűbb, de az összevonás exponenciális is lehet, ügyes összevonás komplexitásba kerül.

Közvetlen logikai mintavételezés: sztochasztikus szimuláció

Ismételten **leszimuláljuk** a háló által leírt világot
(háló = véletlen számgenerátor, elemi eseményeket sorsol)
a kérdéses valószínűségeket a megfelelő események előfordulási gyakoriságával becsüljük meg.

Minden szimulációs ciklusban:
- a gyökér csomópontok értékeinek véletlen sorsolása az a priori valószínűségeinek megfelelően

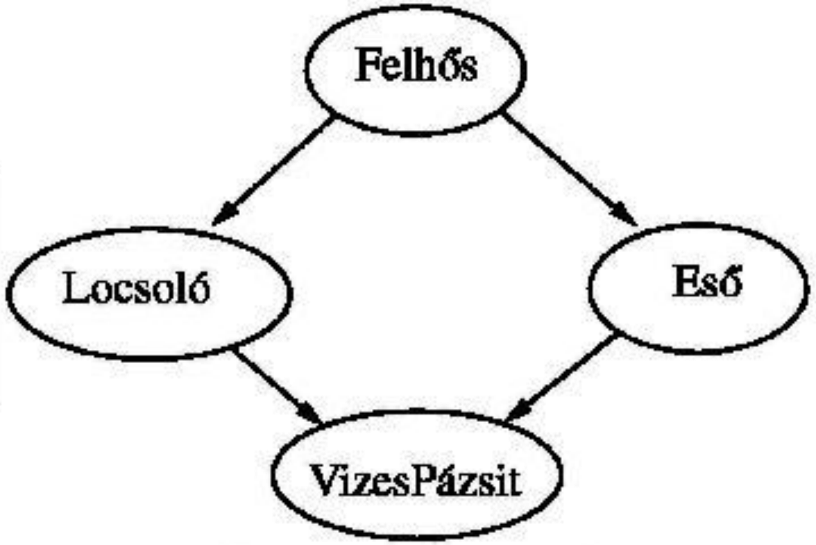
- ez szülői feltétel a gyerek csomópontok számára, a gyerek sorsolásához a valószínűséget a szülői feltételhez rendelt FVT-ból választjuk

- ugyanezt tesszük lefelé haladva a hálóban

A P(X) megbecsüléséhez a folyamatot sokszor megismételjük, és kiszámítjuk az esemény relatív frekvenciáját.

Sztochasztikus szimuláció

Sorsolás → $P(F) = 0,5$



F	P(L)
I	0,10
H	0,50

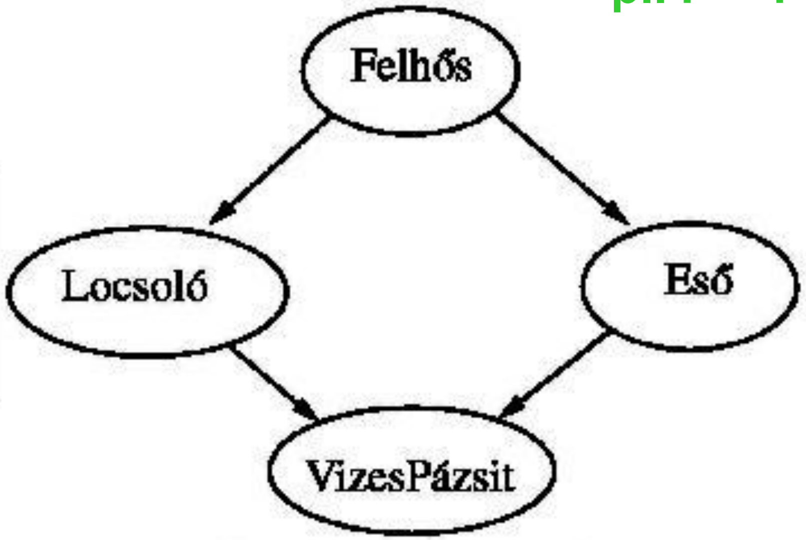
F	P(E)
I	0,80
H	0,20

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

Sztochasztikus szimuláció – 1. lépés

Sorsolás → P(F) = 0,5

pl. F = 1

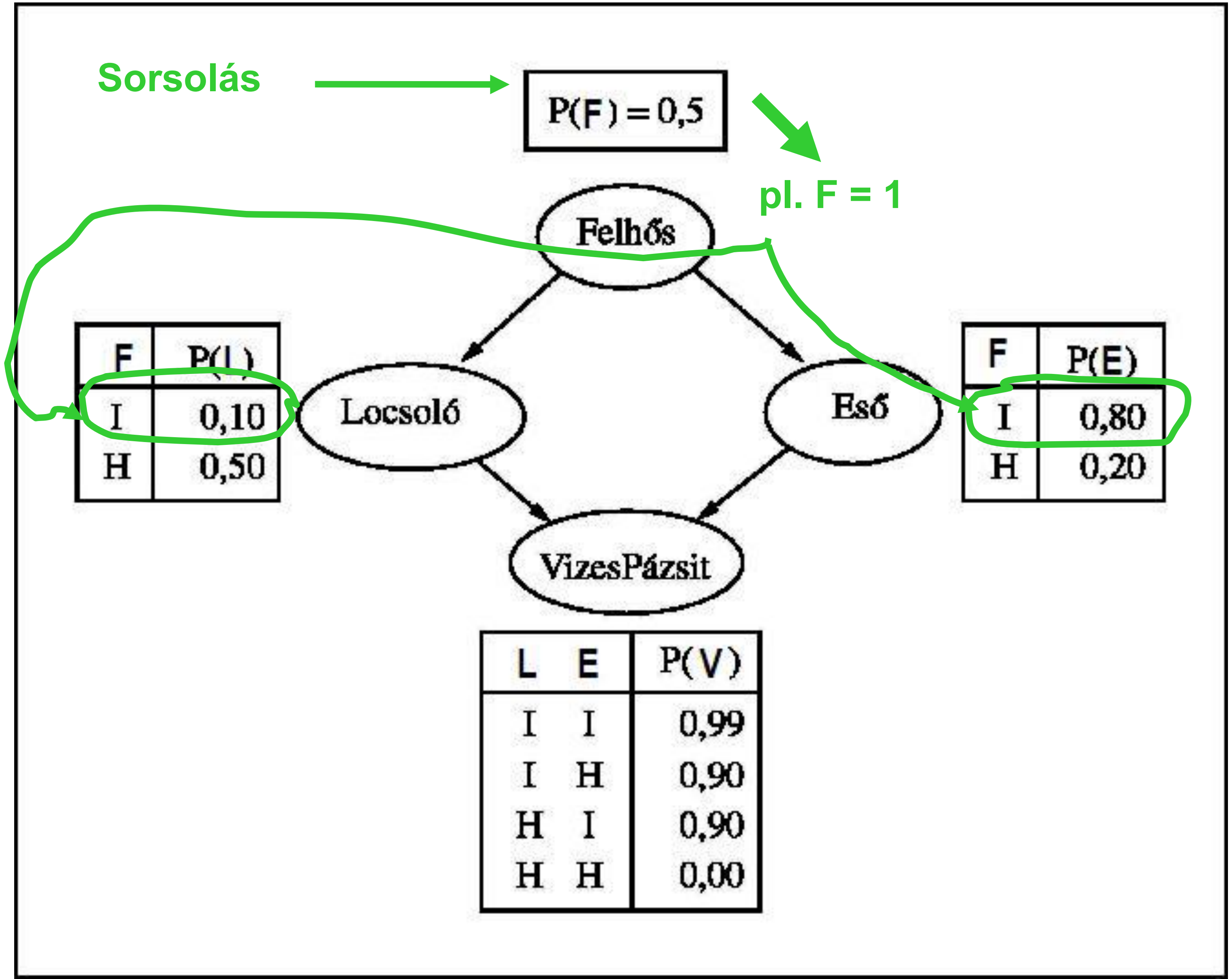


F	P(L)
I	0,10
H	0,50

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

Sztochasztikus szimuláció – 3. lépés

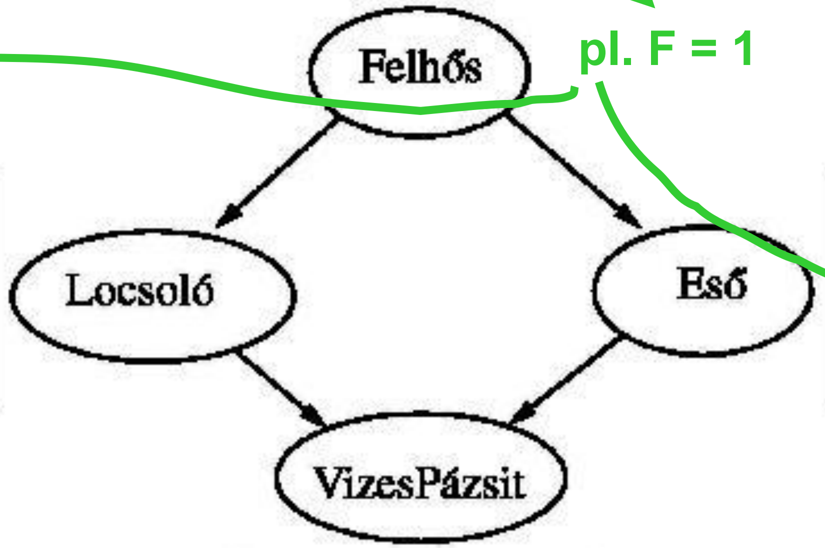


Sorsolás

P(F) = 0,5

pl. F = 1

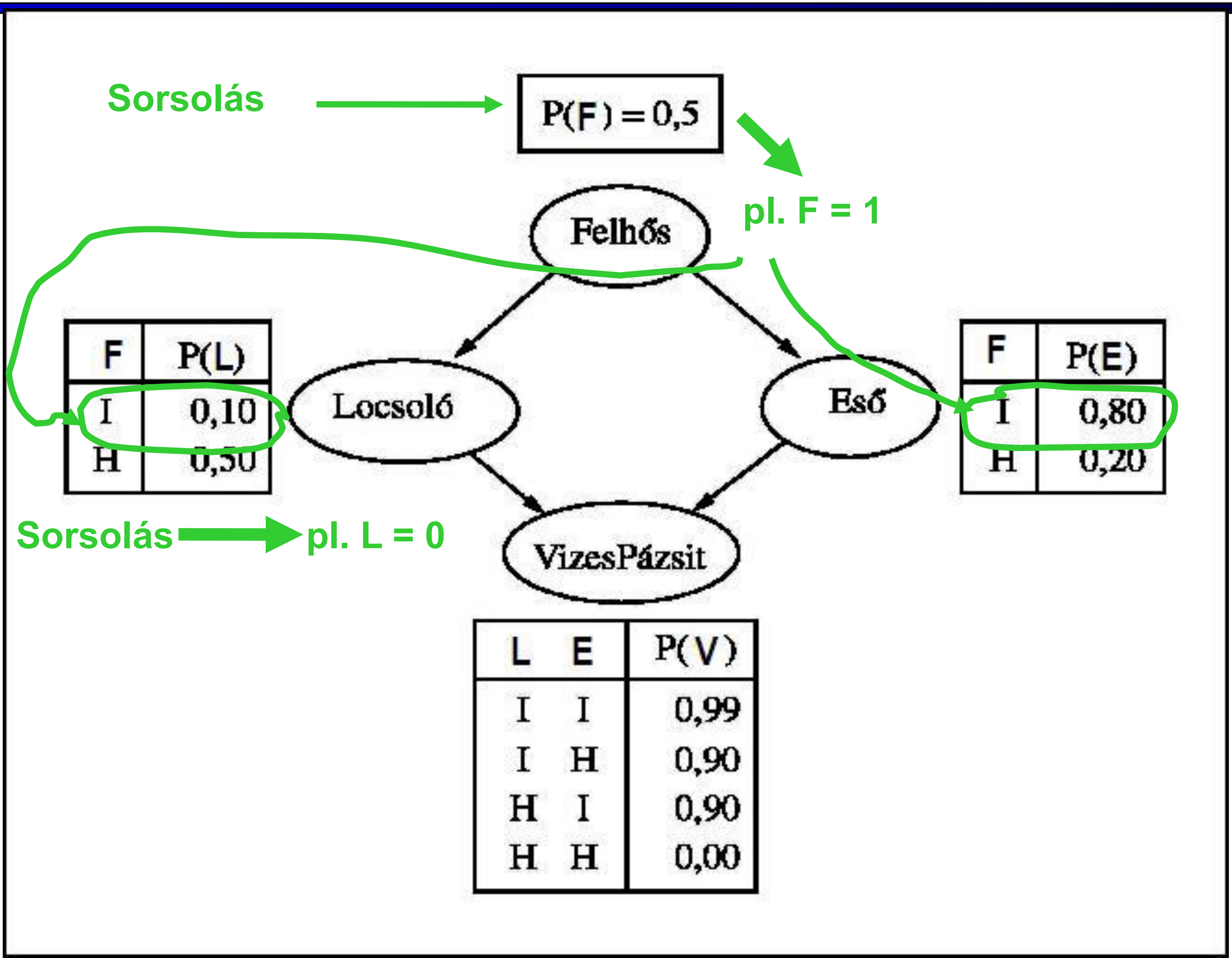
F	P(L)
I	0,10
H	0,50

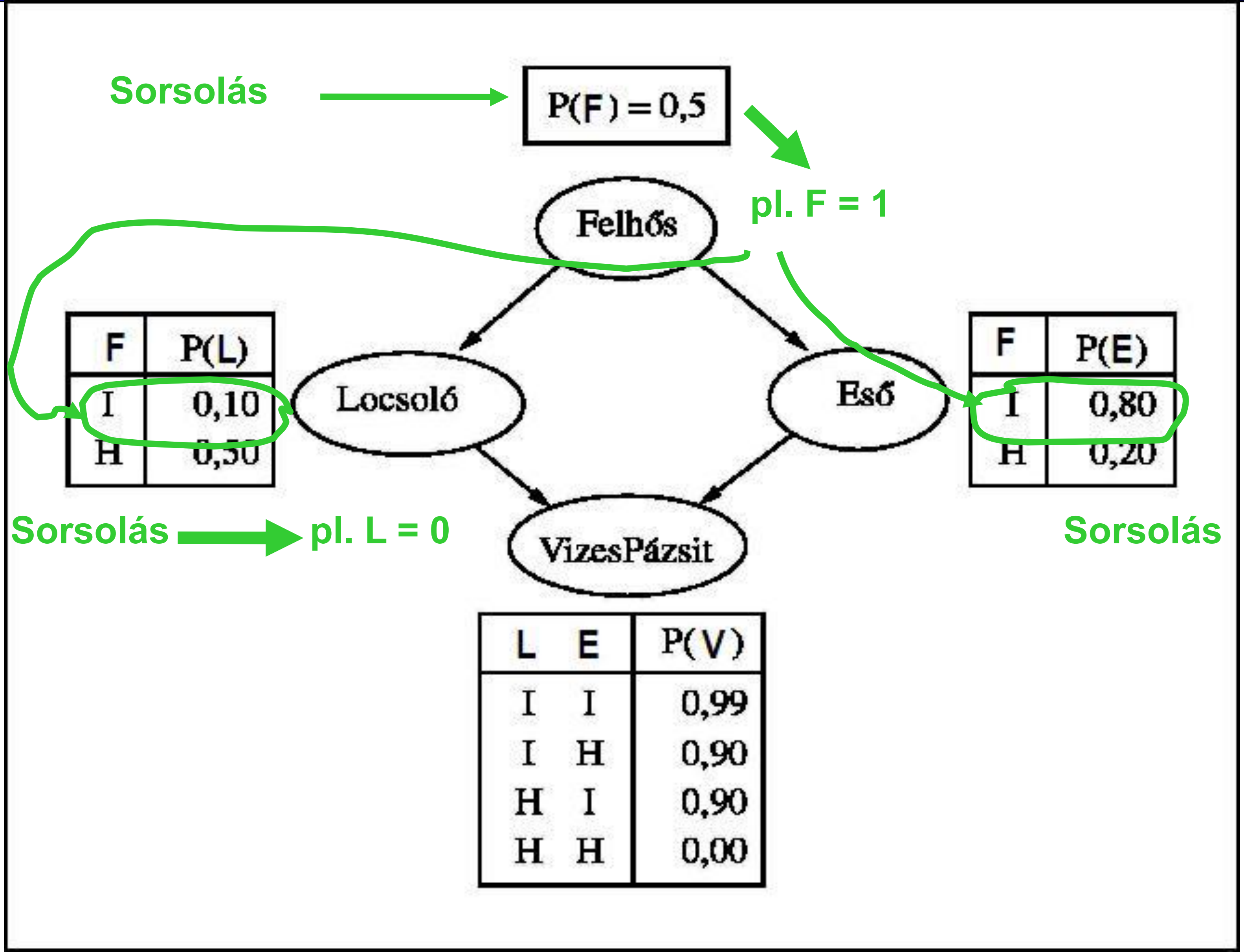


F	P(E)
I	0,80
H	0,20

Sorsolás

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00


Sorsolás
P(F) = 0,5
pl. F = 1
Felhős
F
P(L)
I
0,10
H
0,50
Locsoló
Eső
F
P(E)
I
0,80
H
0,20
Sorsolás
pl. L = 0
VizesPázsit
L E P(V)
I I 0,99
I H 0,90
H I 0,90
H H 0,00

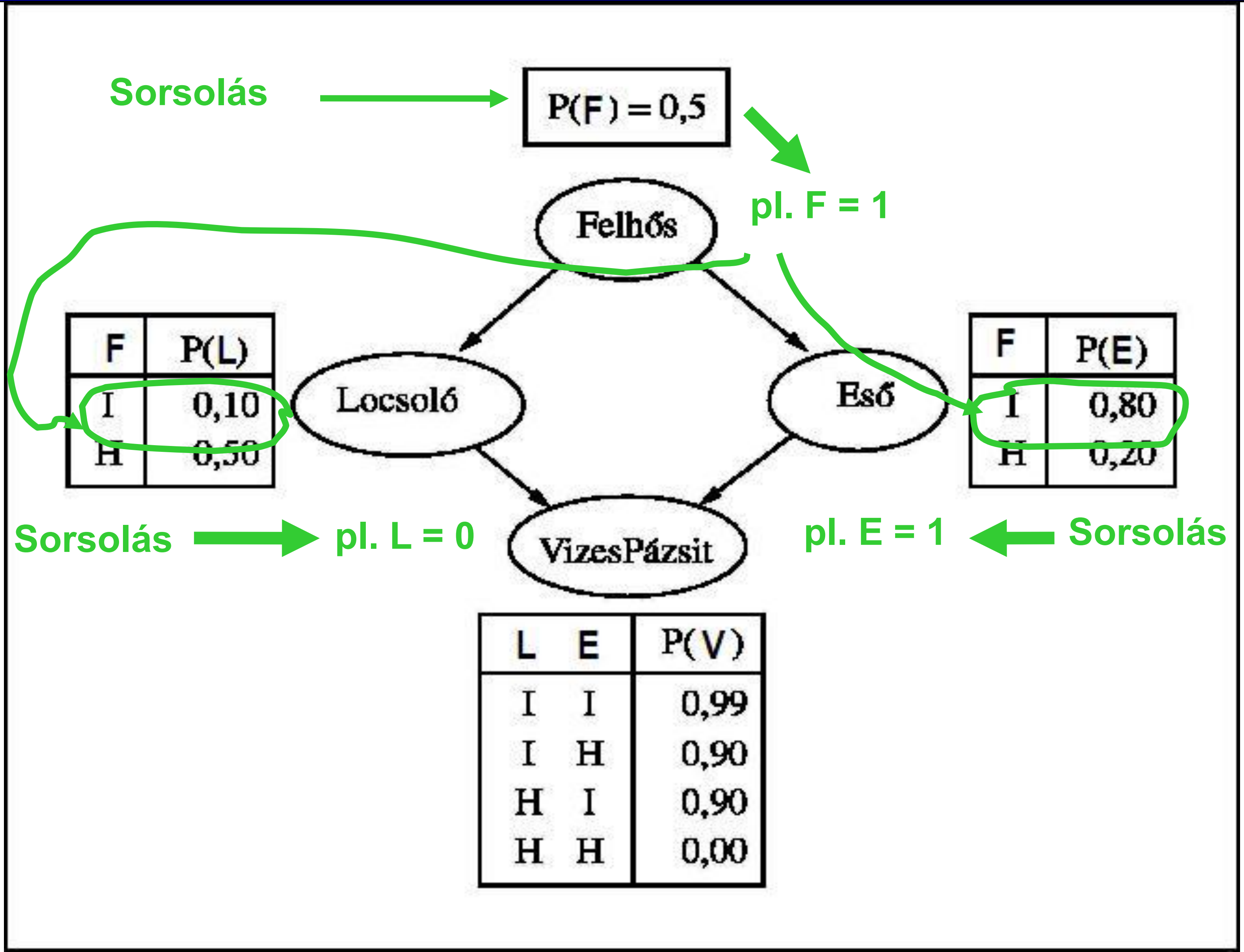


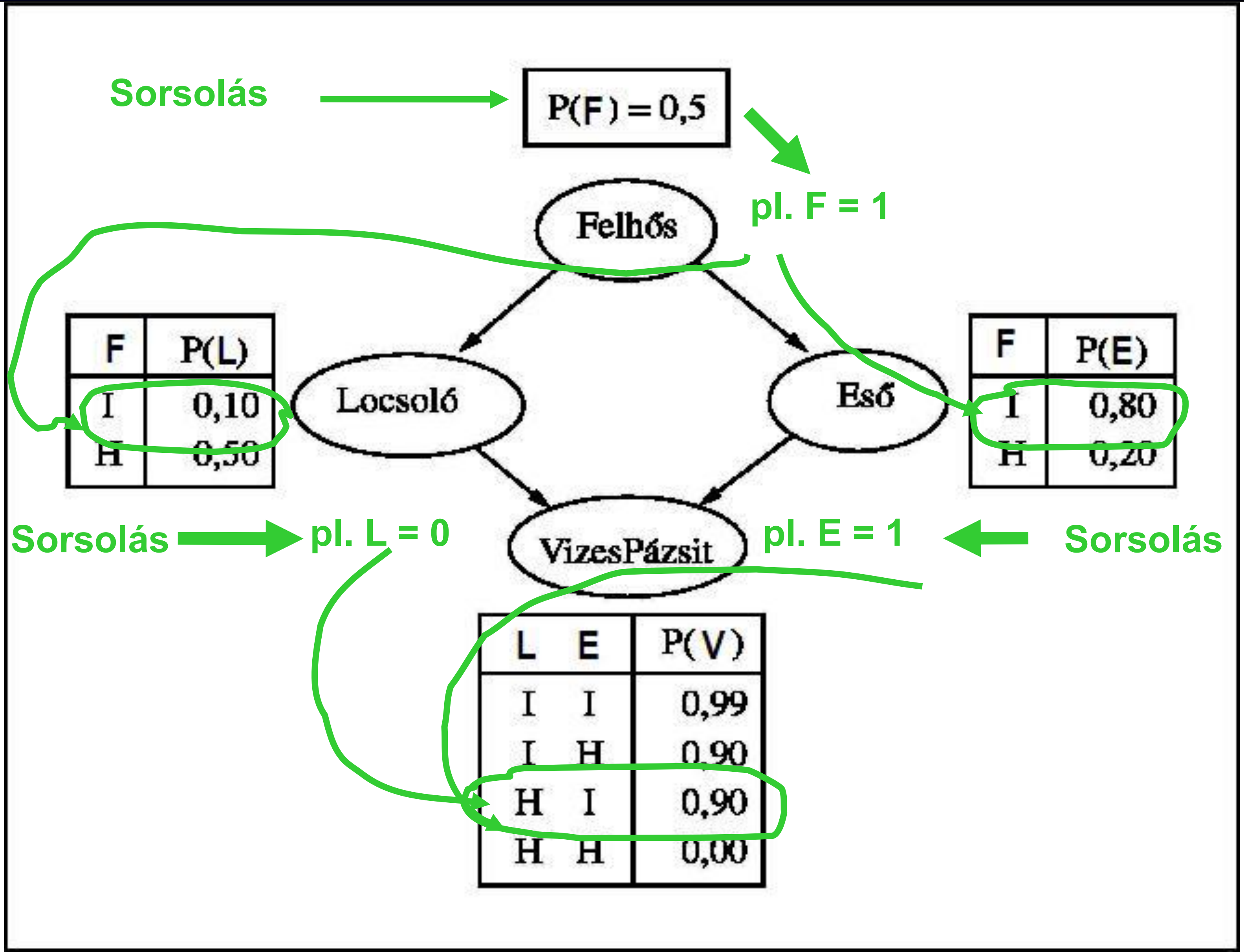
$P(F) = 0,5$

F	P(L)
I	0,10
H	0,50

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

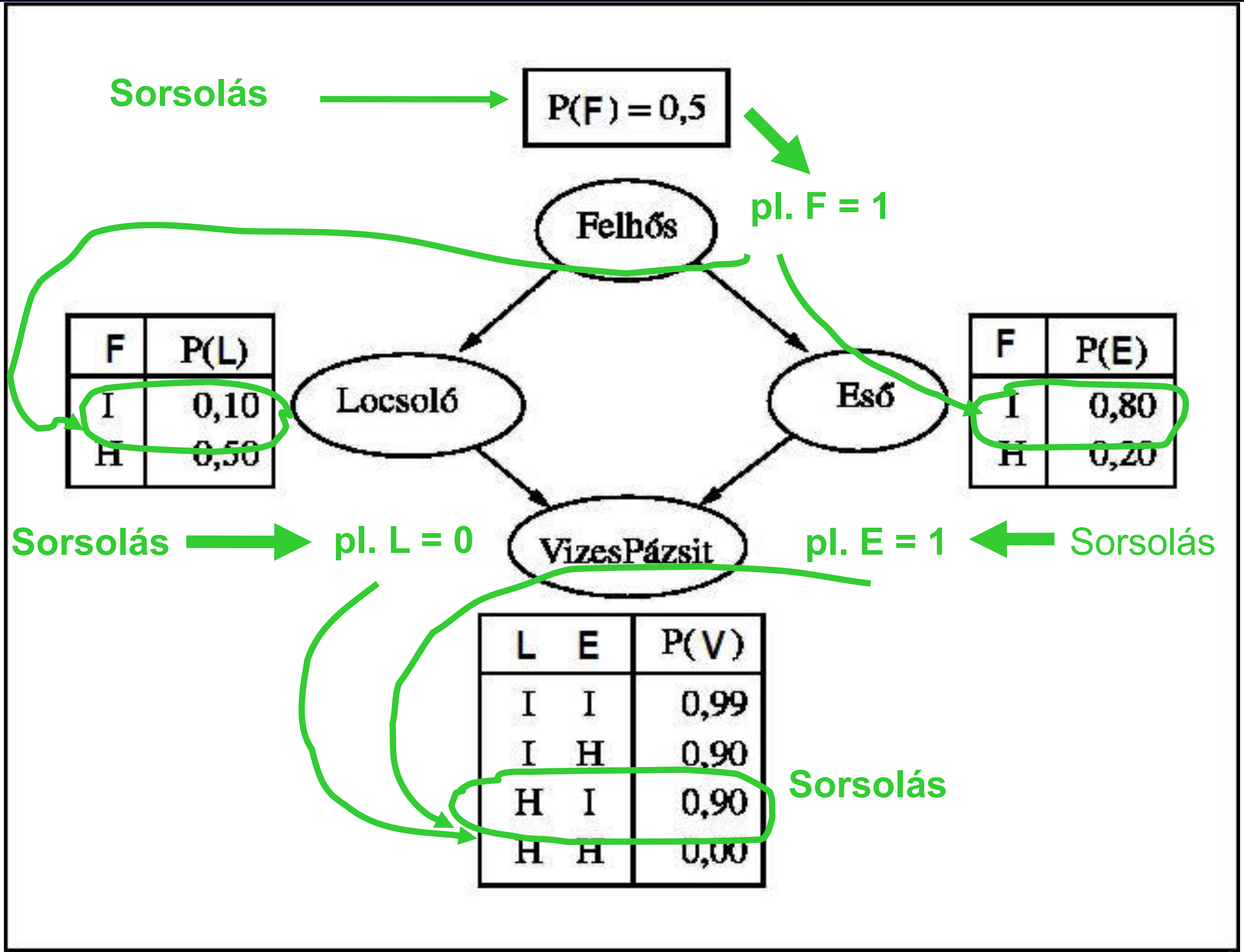

Sorsolás
P(F) = 0,5
pl. F = 1
Felhős
F | P(L)
I | 0,10
H | 0,50
Locsoló
Eső
F | P(E)
I | 0,80
H | 0,20
Sorsolás
pl. L = 0
VizesPázsit
pl. E = 1
Sorsolás
L | E | P(V)
I | I | 0,99
I | H | 0,90
H | I | 0,90
H | H | 0,00

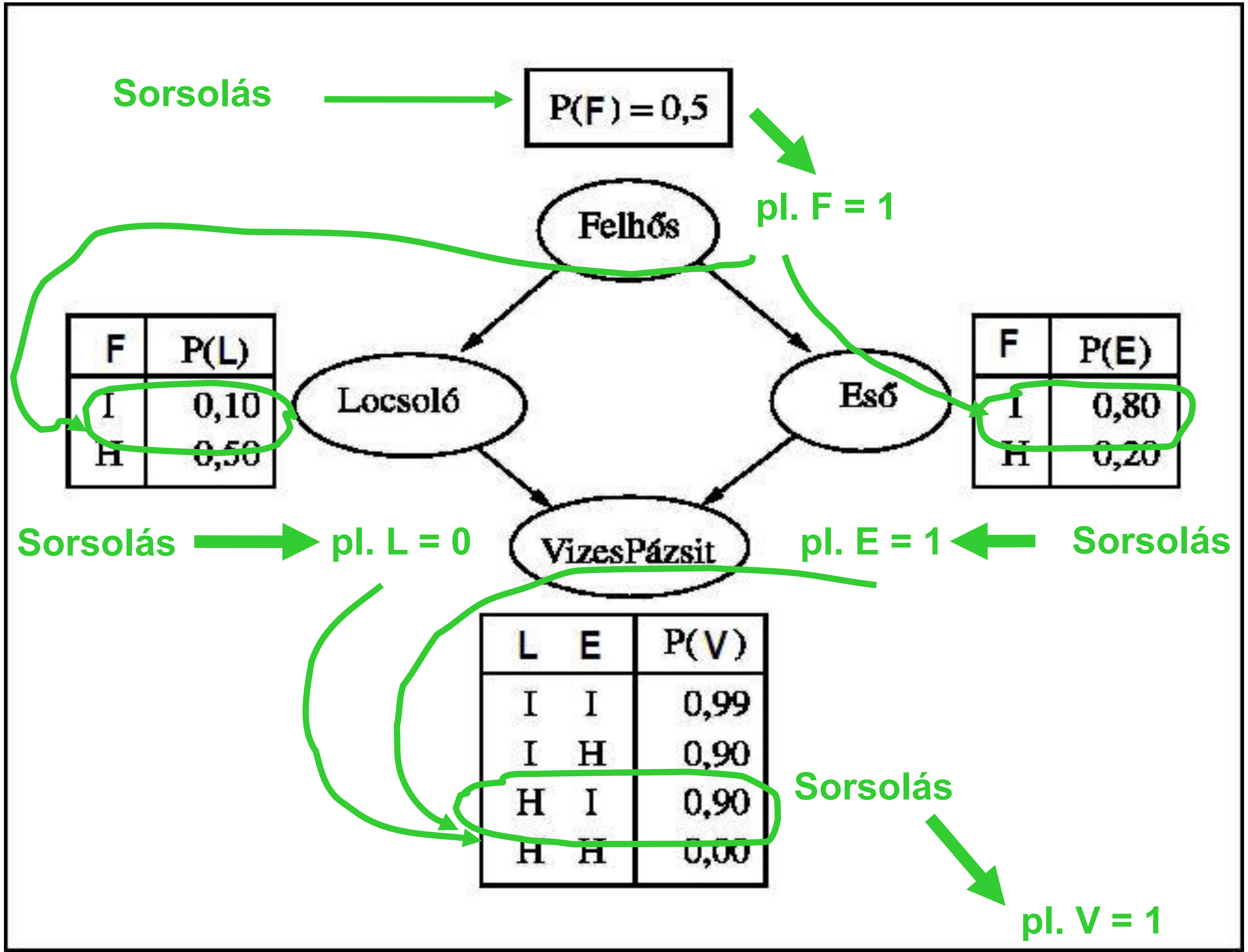


F	P(L)
I	0,10
H	0,50

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00


Sorsolás
P(F) = 0,5
pl. F = 1
Felhős
F | P(L)
I | 0,10
H | 0,50
Locsoló
Eső
F | P(E)
I | 0,80
H | 0,20
Sorsolás
pl. L = 0
VizesPázsit
pl. E = 1
Sorsolás
L E | P(V)
I I | 0,99
I H | 0,90
H I | 0,90
H H | 0,00
Sorsolás


Sorsolás
P(F) = 0,5
pl. F = 1
Felhős
F P(L)
I 0,10
H 0,50
Locsoló
Eső
F P(E)
I 0,80
H 0,20
Sorsolás
pl. L = 0
VizesPázsit
pl. E = 1
Sorsolás
L E P(V)
I I 0,99
I H 0,90
H I 0,90
H H 0,00
Sorsolás
pl. V = 1

Elutasító logikai mintavételezés

Először a háló által megadott a priori eloszlásból generál mintákat, majd elutasítja azokat, amelyek nem illeszkednek a bizonyítékhoz.

Sorsolások száma = *Locsoló* = *Igaz* N_L (nincs elutasítva)
Locsoló = *Igaz* és *Eső* = *Igaz* N_{LE}

P(*Eső* | *Locsoló*) $\leftarrow N_{LE} / N_L$

Az elutasító mintavétel legnagyobb hibája, hogy nagyon sok mintát utasít el.

Az **e** bizonyítékkal konzisztens minták aránya exponenciálisan egyre kevesebb, ahogy a bizonyítékváltozók száma nő (**több feltétel = egyre ritkább esemény**), így az eljárás egyszerűen használhatatlan komplex problémákban.

A fő probléma: ha az érdekes események igen ritkán fordulnak elő.

Pl. a következő értéket szeretnénk tudni:

$$P(Eső \mid VizesPázsit \wedge Locsoló)$$

Mivel az *VizesPázsit* $\wedge$ *Locsoló* ritkán fordul elő a világban, a szimuláció során a legtöbb menetben más értékeket kapunk ezekre a tény változókra, és ezeket az eseteket nem tudjuk felhasználni.

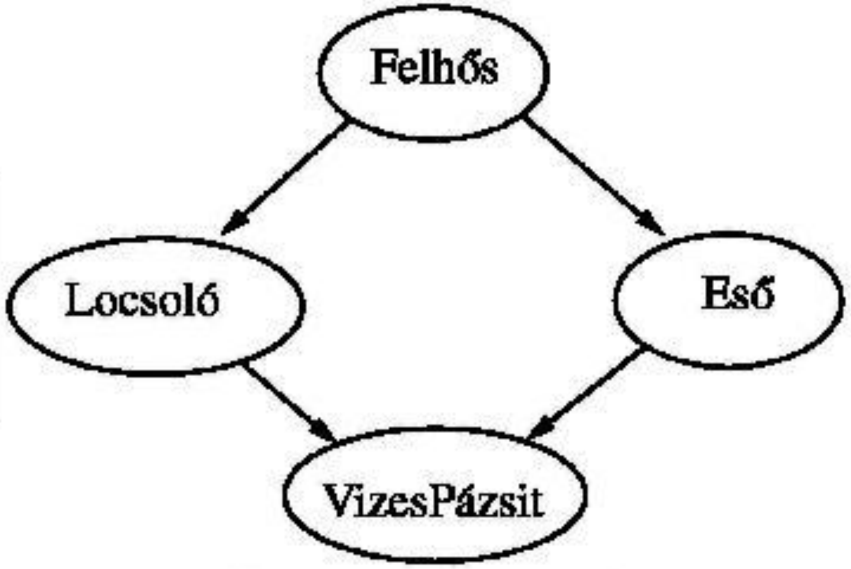
Valószínűségi súlyozás

- Amikor tény változóhoz érünk, ahelyett, hogy véletlenül választanánk egy értéket (a feltételes valószínűségek alapján), mindig a tény változó adott kívánt értékét választjuk
  (= a ritka esemény **mindig** forduljon elő!)
- de felhasználjuk a feltételes valószínűségét, hogy az mennyire is valószínű.

az így kapott hozzájárulás a relatív frekvenciához nem 1, hanem kis valószínűség, a likelihood értékek szorzata

Példa: *P(Eső | VizesPázsit, Locsoló)*

Sorsolás → $P(F) = 0{,}5$



F	P(L)
I	0,10
H	0,50

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

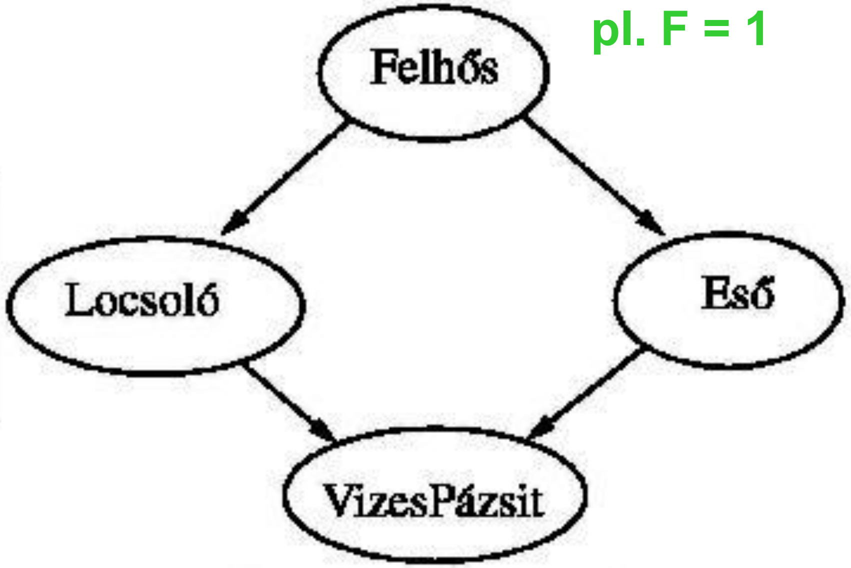
L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

$W = 1$

Példa: *P(Eső | VizesPázsit, Locsoló)*

Sorsolás → P(F) = 0,5

pl. F = 1



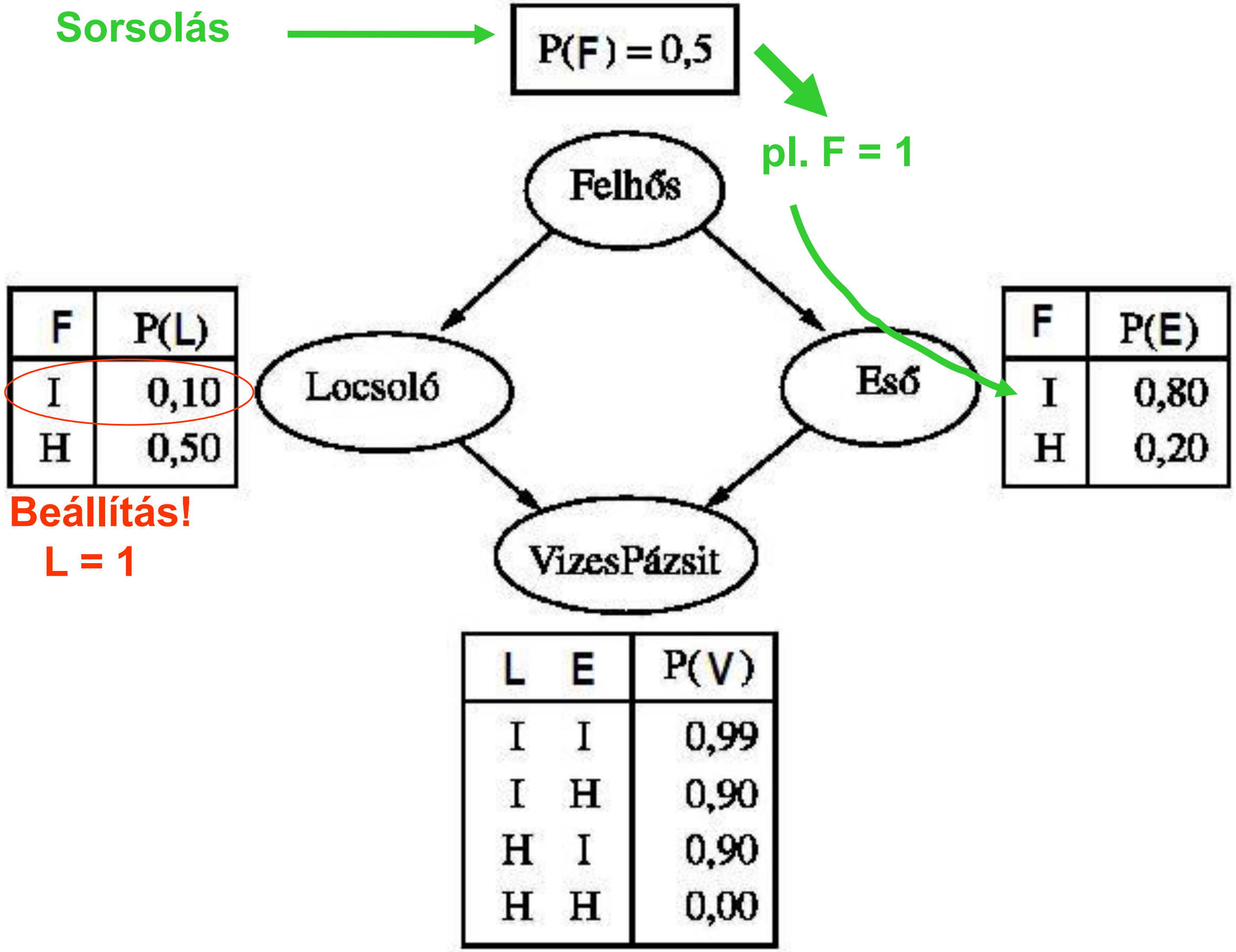
F	P(L)
I	0,10
H	0,50

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

W = 1

Példa: *P(Eső | VizesPázsit, Locsoló)*



F	P(L)
I	0,10
H	0,50

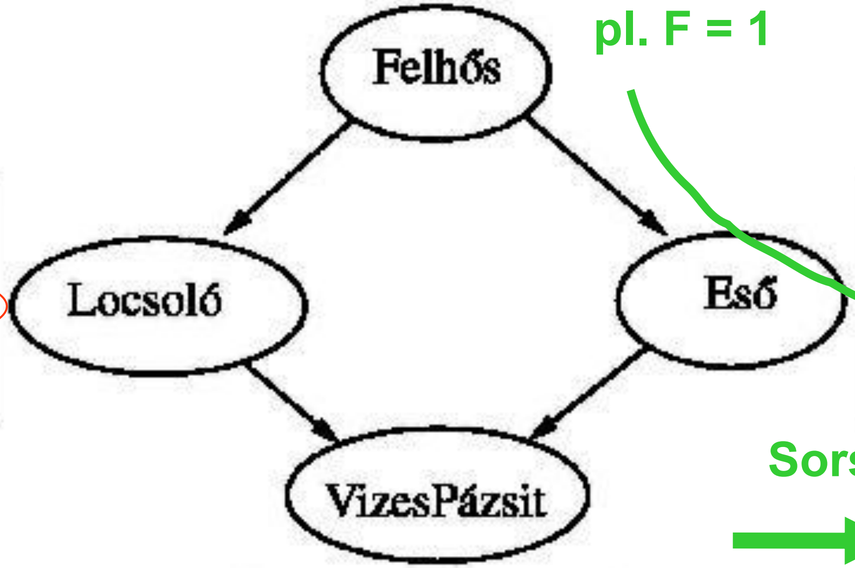
F	P(E)
I	0,80
H	0,20

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

$W \leftarrow W \times P(Locsoló=igaz|Felhős=igaz) = 0,1.$

Példa: *P(Eső | VizesPázsit, Locsoló)*

Sorsolás → $P(F) = 0,5$ → pl. F = 1



F	P(L)
I	0,10
H	0,50

Beállítás!
L = 1

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

Sorsolás
→ pl. E = 1

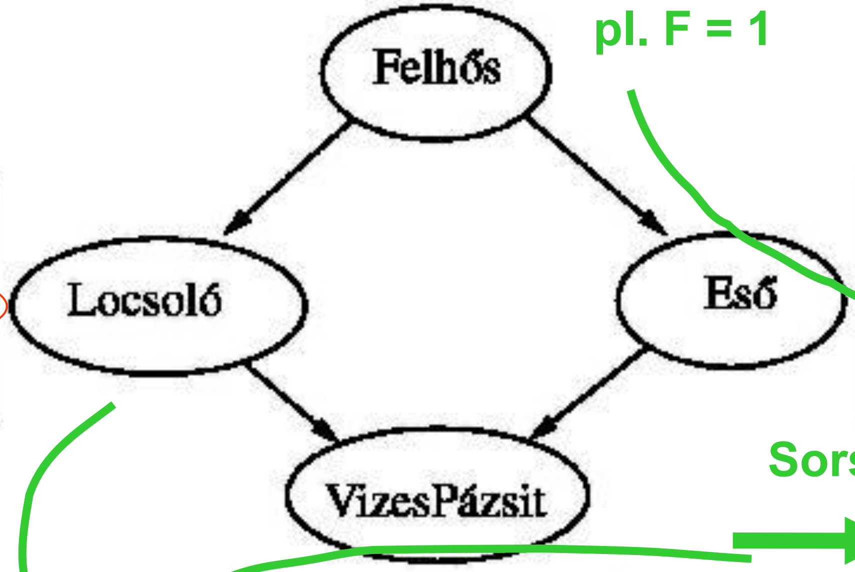
L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

$W \leftarrow W \times P(Locsoló=igaz|Felhős=igaz) = 0,1.$

Példa: *P(Eső | VizesPázsit, Locsoló)*

Sorsolás → P(F) = 0,5

pl. F = 1



F	P(L)
I	0,10
H	0,50

Beállítás!
L = 1

F	P(E)
I	0,80
H	0,20

Sorsolás

pl. E = 1

L	E	P(V)
I	I	0,99
I	H	0,90
H	I	0,90
H	H	0,00

Beállítás V = 1

[F *igaz*, L *igaz*, E *igaz*, V *igaz*]

W←W × P(VizesPázsit=igaz|Locsoló=igaz, Esős=igaz) = 0,099.

Valószínűségi súlyozás

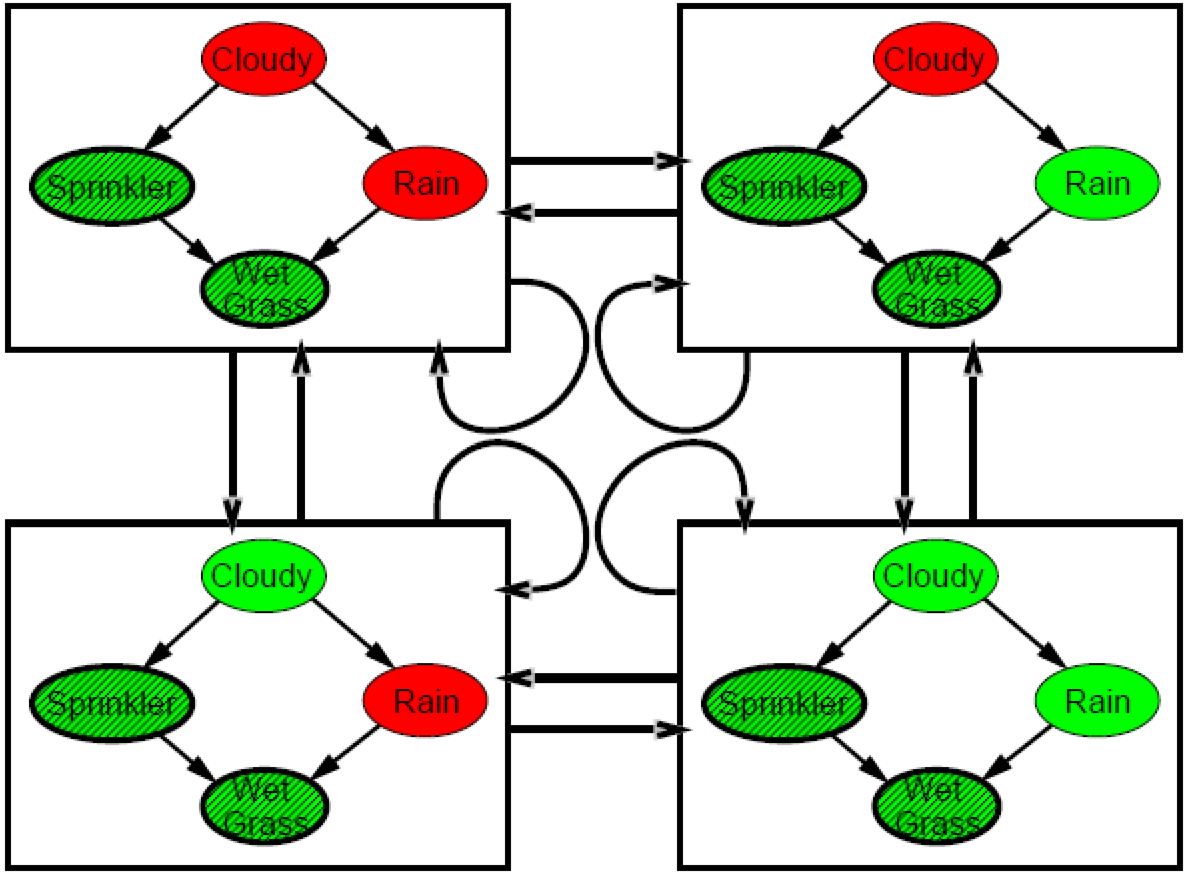
- valószínűségi súlyozás az összes generált mintát felhasználja
- a teljesítménye leromlik, amint a bizonyíték változók száma növekszik (a legtöbb mintának nagyon kis súlya lesz és így a súlyozott becslést főként a minták azon töredéke határozza meg, amelyek egy elenyésző valószínűségnél jobban illeszkednek a bizonyítékokhoz)

- **gyorsabban konvergál**, mint a logikai mintavételezés
- **igen nagy méretű** valószínűségi hálókat is képes kezelni
- probléma: pontos valószínűség kis valószínűségű eseményekre = **hosszú idő**
- egy adott pontossághoz szükséges futási idő **fordítottan arányos** az esemény valószínűségével

Kritikus események: … egy nukleáris reaktor leolvadása egy adott napon $P \cong 0$, de nagy különbség van 10^{-5} és 10^{-10} között, így ekkor is pontos értékeket kell kapnunk

Markov Chain Monte Carlo (MCMC) mintavételezés (változók értékkészletén)

With $Sprinkler = true, WetGrass = true$, there are four states:



Wander about for a while, average what you see

Adapted from AIMA