



VIMIAC16 2025/26/I.

Döntések jellemzése

Előadó: Dr. Hullám Gábor

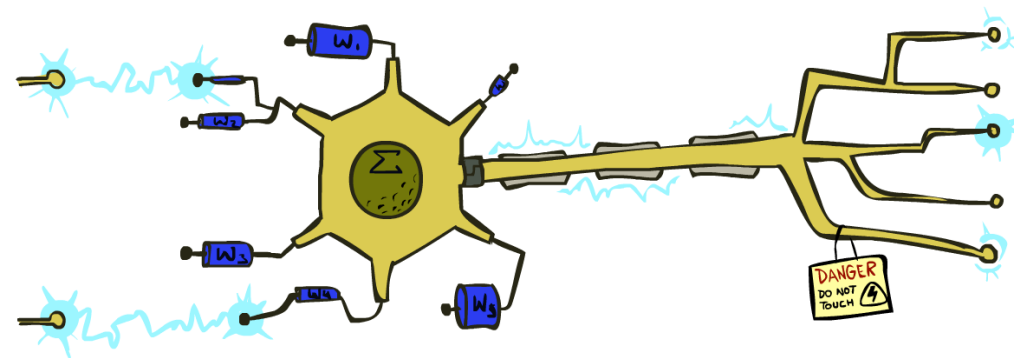
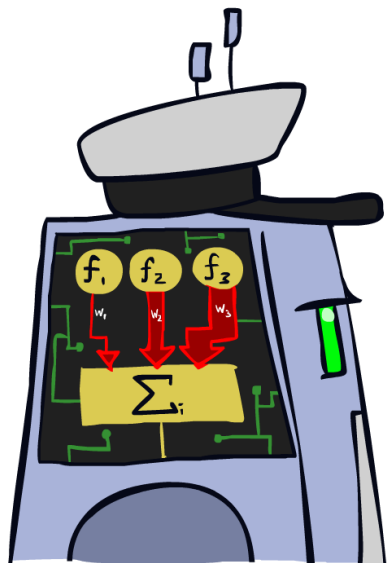
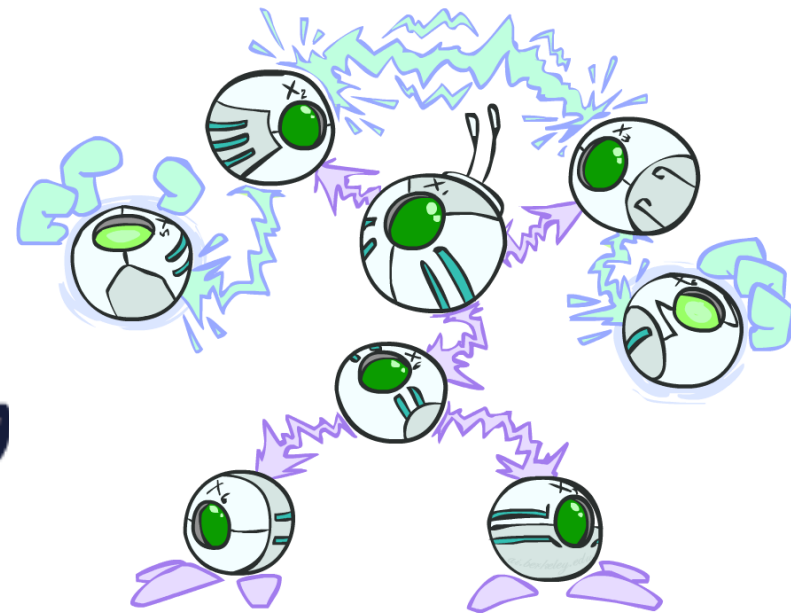


Artificial intelligence lectures

Az előadás diái az AIMA könyvre épülve (<http://aima.cs.berkeley.edu>) készültek a University of California, Berkeley mesterséges intelligencia kurzusának anyagainak felhasználásával (<http://ai.berkeley.edu>).

These slides are based on the AIMA book (<http://aima.cs.berkeley.edu>) and were adapted from the AI course material of University of California, Berkeley (<http://ai.berkeley.edu>).

Döntések jellemzése



Döntések

Jó döntést szeretnénk hozni!

De mi a jó döntés?

- Általában nincs tökéletesen jó döntés, csak az egyik jobb, a másik rosszabb!
- Ahhoz, hogy össze tudjunk hasonlítani két alternatívát (döntési módszert), kell legyen a döntés jóságát jellemző (skalár) mérőszámunk
- **Először a döntések minősítésével, értékelésével foglalkozunk**
- Alapvetően bináris (jó/rossz, igaz/hamis, beteg/egészséges, ártatlan/bűnös) döntéseken mutatjuk be a módszereket

Bináris döntések értékelése

Kétértékű függvény \Rightarrow osztályozás = bináris döntés

igazi állapot $f(x)$
tény

feltételezett állapot $h(x)$
hipotézis, döntés

helyzet

paciens **beteg**
 $f(x) = I$

felismerjük
 $h(x) = I$

kezeljük, helyesen teszünk
Valós Pozitív, True Positive TP

paciens **egészséges**
 $f(x) = H$

felismerjük
 $h(x) = H$

nem kezeljük, most is jól teszünk
Valós Negatív, True Negative TN

Bináris döntések értékelése

igazi állapot $f(x)$ tény	feltételezett állapot $h(x)$ hipotézis, döntés	helyzet
paciens beteg $f(x) = I$	nem ismerjük fel $h(x) = H$	nem kezeljük, nem járunk el jól Hamis Negatív, False Negative: FN, („elnezett támadás”, <u>2. típusú hiba</u>)
paciens egészséges $f(x) = H$	nem ismerjük fel $h(x) = I$	kezeljük fölöslegesen, nem járunk el jól Hamis Pozitív, False Positive: FP, („hamis riadó”, <u>1. típusú hiba</u>)

Konfúziós mátrix

paciens **beteg**

$$f(x) = I$$

nem ismerjük fel
Hamis Negatív,
 $h(x) = H$

nem kezeljük, nem járunk el jól
False Negative: FN,
(„elnezett támadás”, 2. típusú hiba)

paciens **egészséges**

$$f(x) = H$$

nem ismerjük fel
Hamis Pozitív,
 $h(x) = I$

kezeljük fölöslegesen, nem járunk el jól
False Positive: FP,
(„hamis riadó”, 1. típusú hiba)

Tények - Valóság

Döntés - Modell

	Beteg	Egész- séges
Beteg	TP	FP
Egész- séges	FN	TN

Jósági mutatók

true positive rate (TPR)

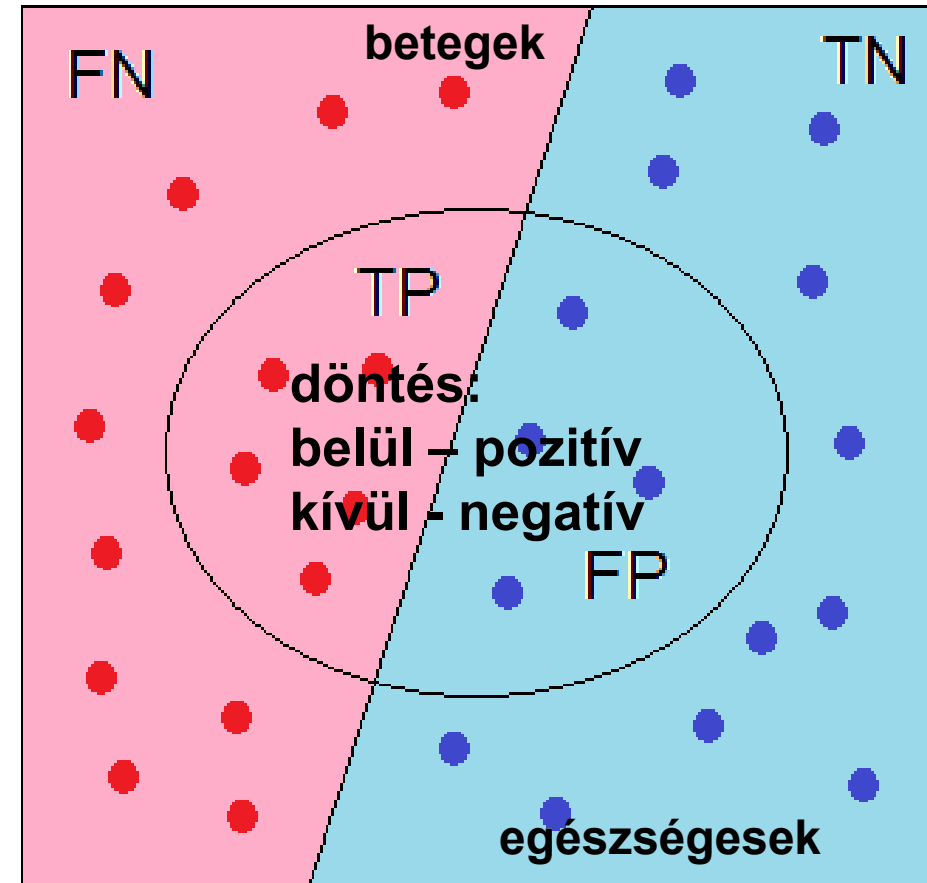
valódi pozitív arány,
érzékenység
(hit rate, **recall**, **sensitivity**)

$$\text{TPR} = \text{TP} / \text{P} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$

true negative rate (TNR)

valódi negatív arány, specificitás
(**specificity**)

$$\text{TNR} = \text{TN} / \text{N} = \text{TN} / (\text{TN} + \text{FP})$$



Jósági mutatók

true positive rate (TPR)

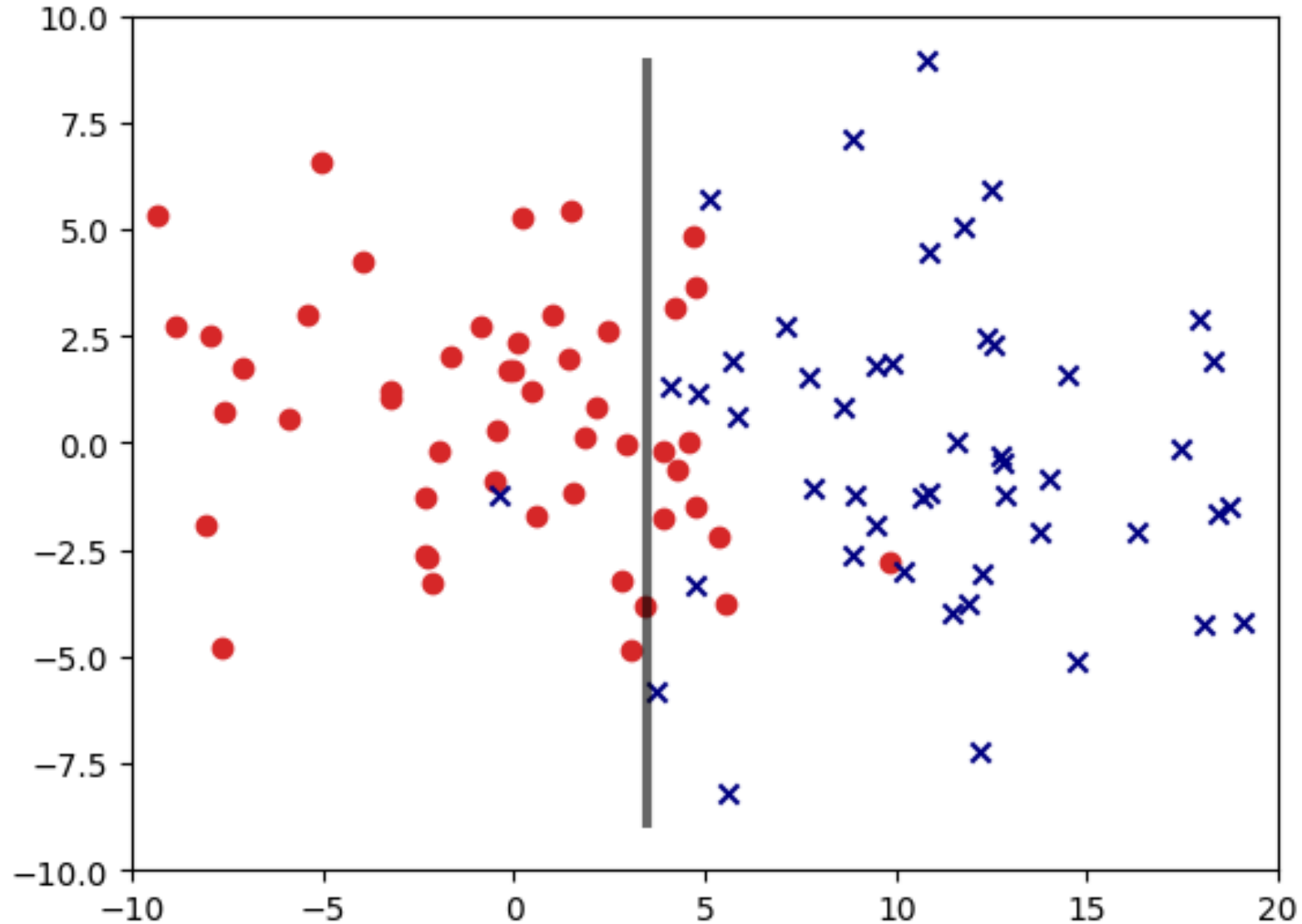
valódi pozitív arány,
érzékenység
(hit rate, **recall**, **sensitivity**)

$$\text{TPR} = \text{TP}/P = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$

true negative rate (TNR)

valódi negatív arány, specificitás
(**specificity**)

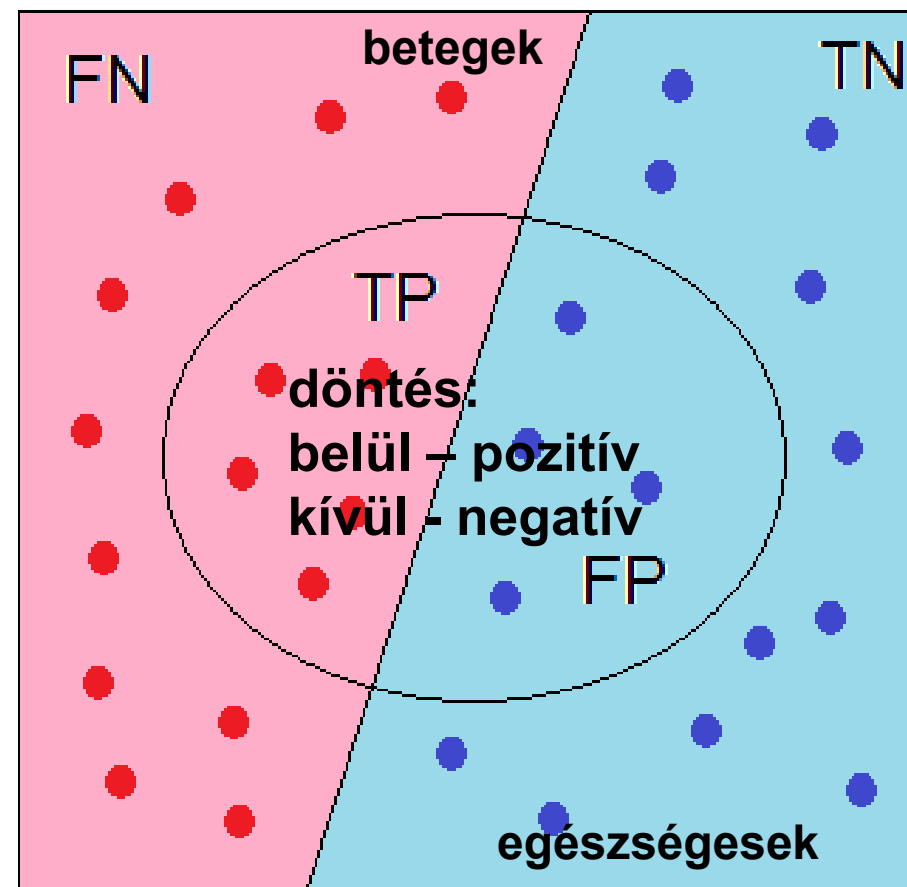
$$\text{TNR} = \text{TN}/N = \text{TN} / (\text{TN} + \text{FP})$$



Jósági mutatók

false positive rate (FPR)
hamis pozitív arány
(false alarm rate, fall-out)

$$\text{FPR} = \text{FP}/N = \text{FP} / (\text{FP} + \text{TN})$$



Jósági mutatók

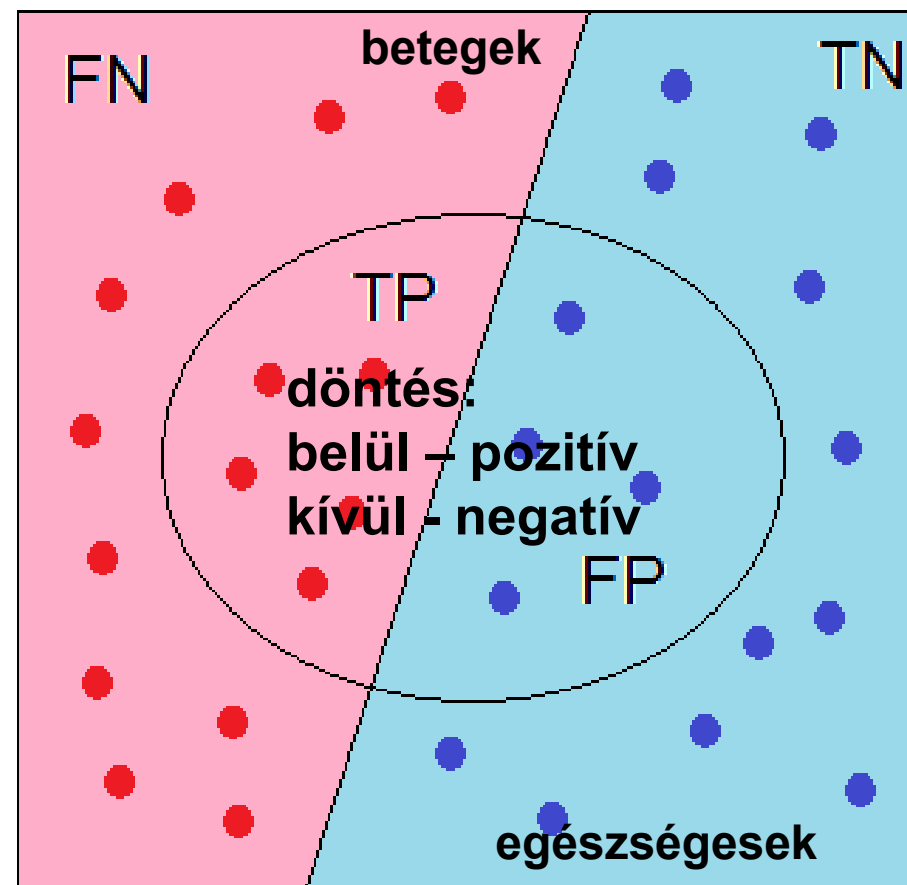
Positive predictive value (PPV)

Precizitás (**precision**)

$$\text{PPV} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FP})$$

Negative predictive value (NPV)

$$\text{NPV} = \text{TN} / (\text{TN} + \text{FN})$$



Jósági mutatók – precision/recall

Positive predictive value (PPV)

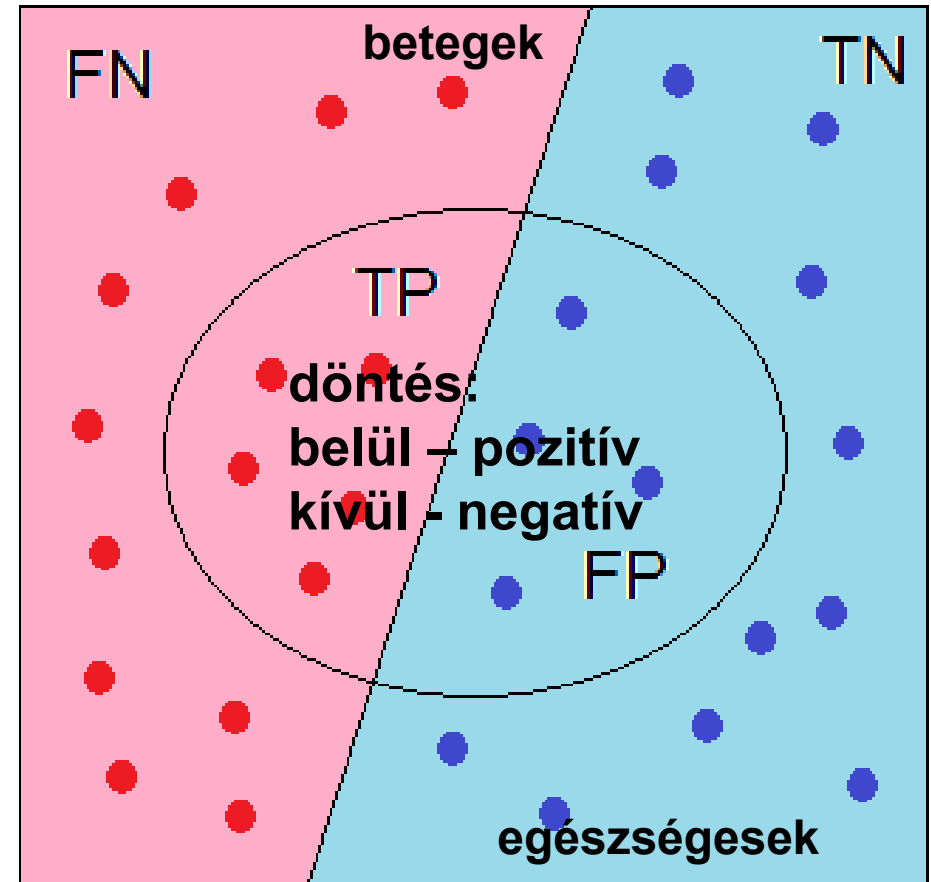
Precizitás (**precision**)

$$\text{PPV} = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FP})$$

true positive rate (TPR)

(**recall**, sensitivity)

$$\text{TPR} = \text{TP} / P = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$



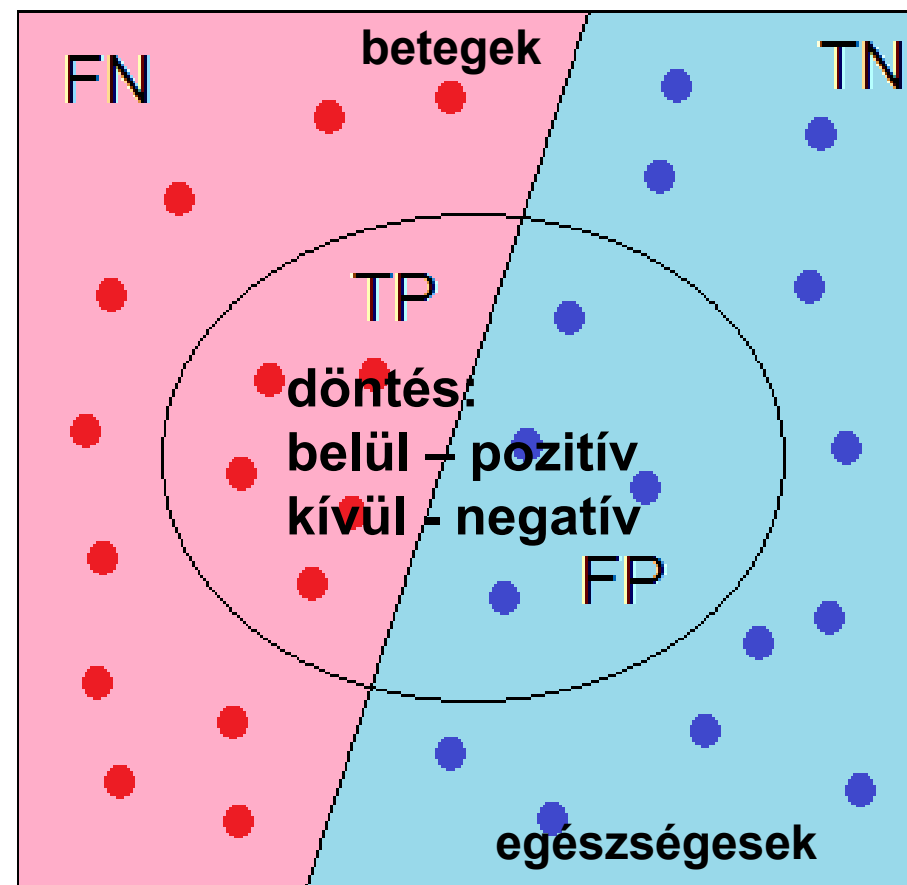
Jósági mutatók

Accuracy (ACC)

Találati arány, pontosság

$$ACC = \frac{TP+TN}{TP+FP+TN+FN}$$

$$= \frac{TP+TN}{P+N}$$



Jósági mutatók

Az ábrán vázolt esetben:

Döntéseink:

TP = 5, TN = 11,
FP = 4, FN = 10

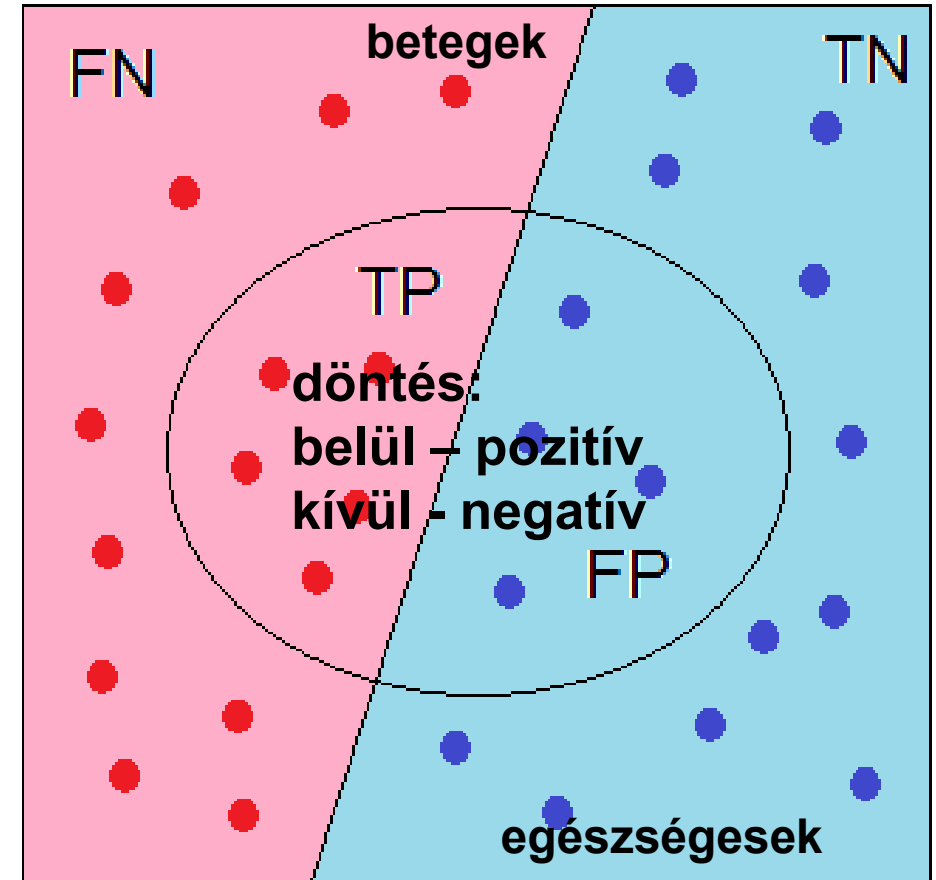
Tények: P = 15, N = 15

TPR = $TP / (TP + FN) = 5/15 = 0.33$

FPR = $FP / (FP + TN) = 4/15 = 0.27$

TNR = $TN / (FP + TN) = 11/15 = 0.73$

ACC = $(TP + TN) / (P + N) = 1/2 = 0.5$



Összefoglaló táblázat

true positive (TP)

eqv. with hit

true negative (TN)

eqv. with correct rejection

false positive (FP)

eqv. with false alarm, Type I error

false negative (FN)

eqv. with miss, Type II error

sensitivity or true positive rate (TPR)

eqv. with hit rate, recall

$$TPR = \frac{TP}{P} = \frac{TP}{TP + FN}$$

specificity (SPC) or true negative rate (TNR)

$$SPC = \frac{TN}{N} = \frac{TN}{FP + TN}$$

precision or positive predictive value (PPV)

$$PPV = \frac{TP}{TP + FP}$$

negative predictive value (NPV)

$$NPV = \frac{TN}{TN + FN}$$

fall-out or false positive rate (FPR)

$$FPR = \frac{FP}{N} = \frac{FP}{FP + TN} = 1 - SPC$$

false discovery rate (FDR)

$$FDR = \frac{FP}{FP + TP} = 1 - PPV$$

miss rate or false negative rate (FNR)

$$FNR = \frac{FN}{P} = \frac{FN}{FN + TP} = 1 - TPR$$

accuracy (ACC)

$$ACC = \frac{TP + TN}{P + N}$$

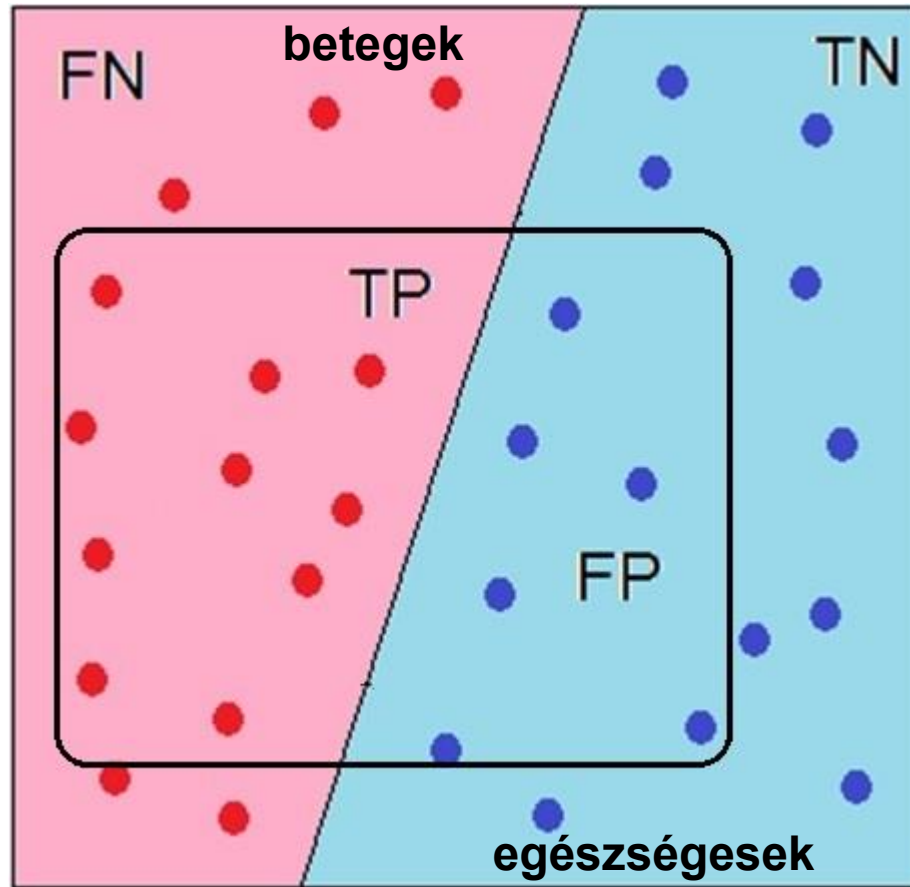
F1 score

is the harmonic mean of precision and sensitivity

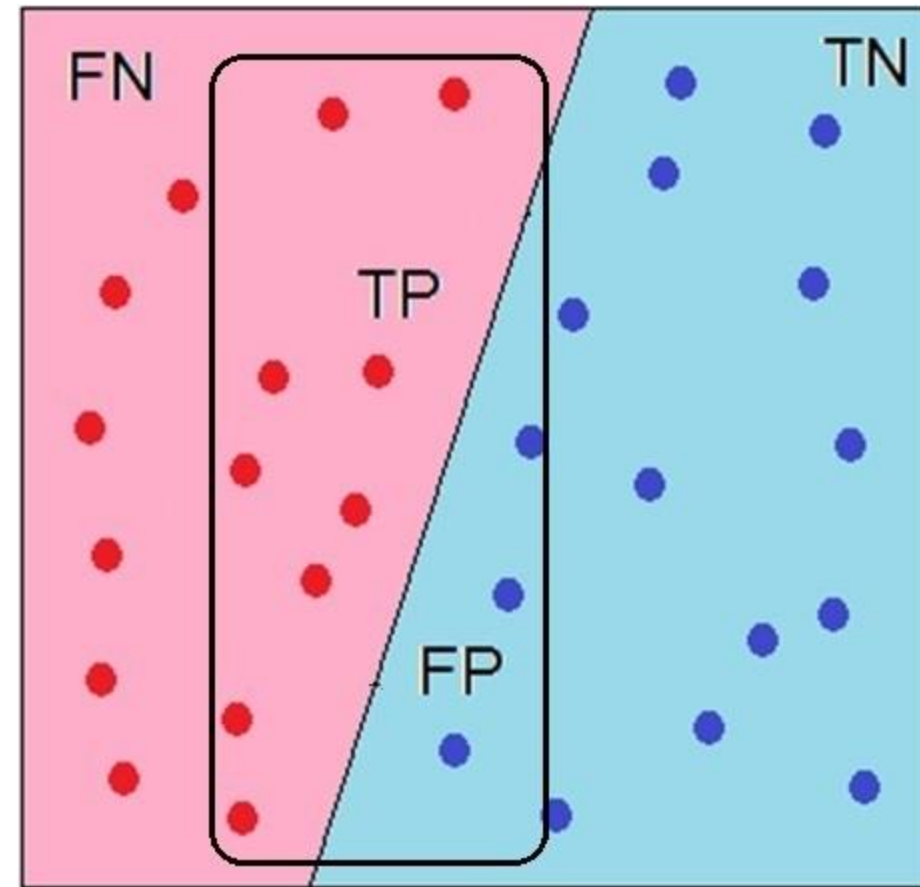
$$F1 = \frac{2TP}{2TP + FP + FN}$$

Néhány más javaslatra is kipróbáltuk...

Melyik jobb?

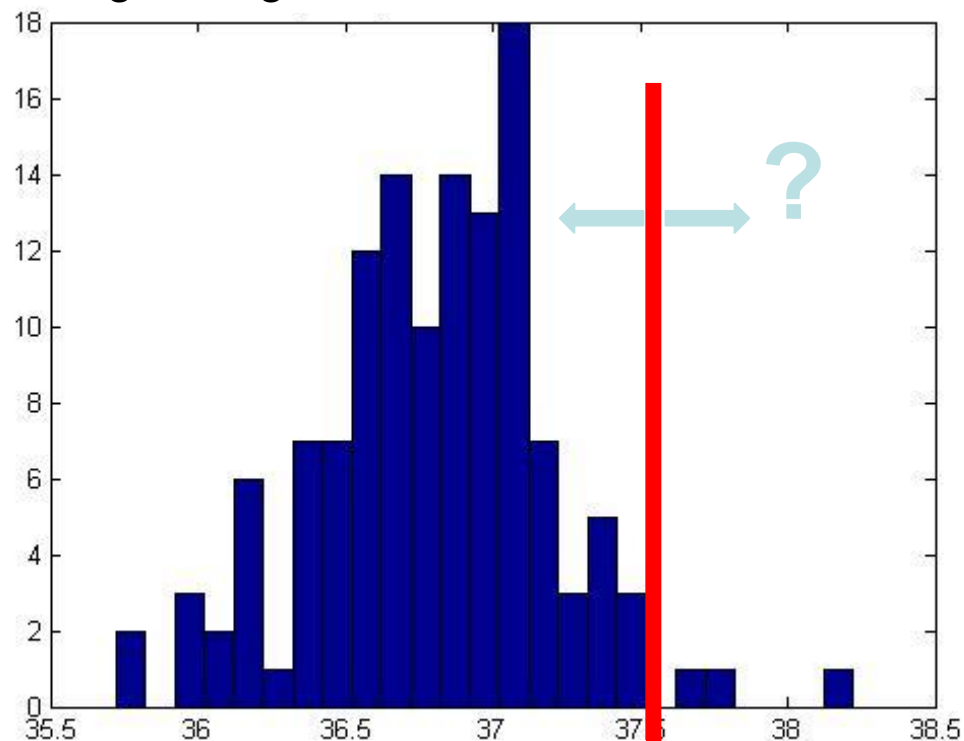


TP = 10, TN = 9, FP = 6, FN = 5

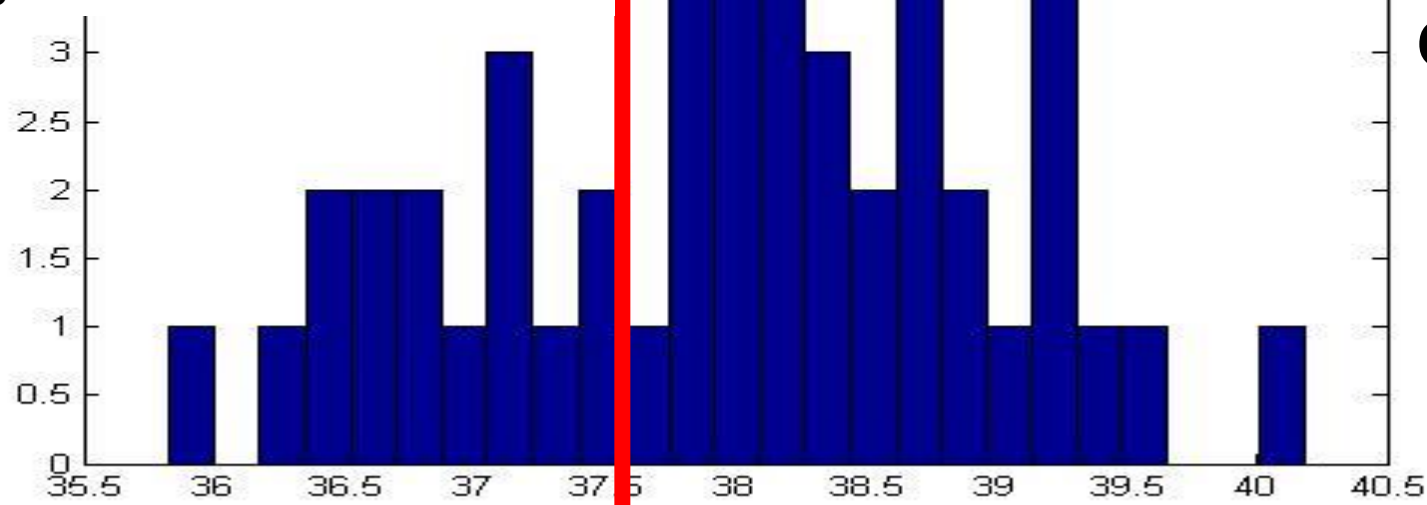


TP = 9, TN = 12, FP = 3, FN = 6

Egészséges emberek testhőmérséklete



Beteg emberek testhőmérséklete

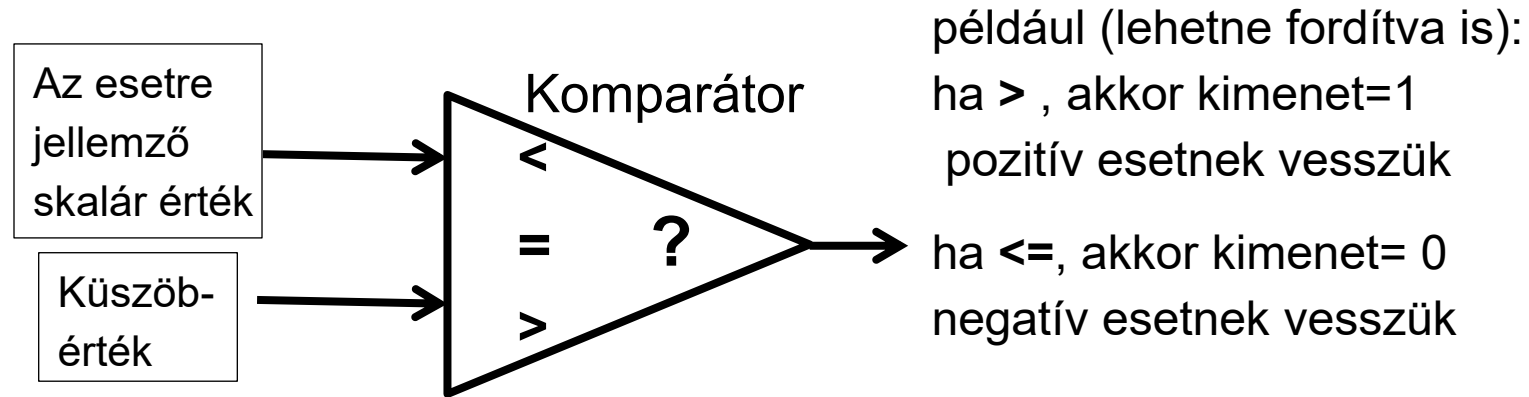


Probléma:

- döntést kell hoznunk, egy numerikus paraméter értéke alapján arról, hogy milyen esettel állunk szemben
- pl. testhőmérséklet alapján, hogy egészséges vagy beteg?

Cél: rájönni, mi a teszt (optimális) küszöb értéke.

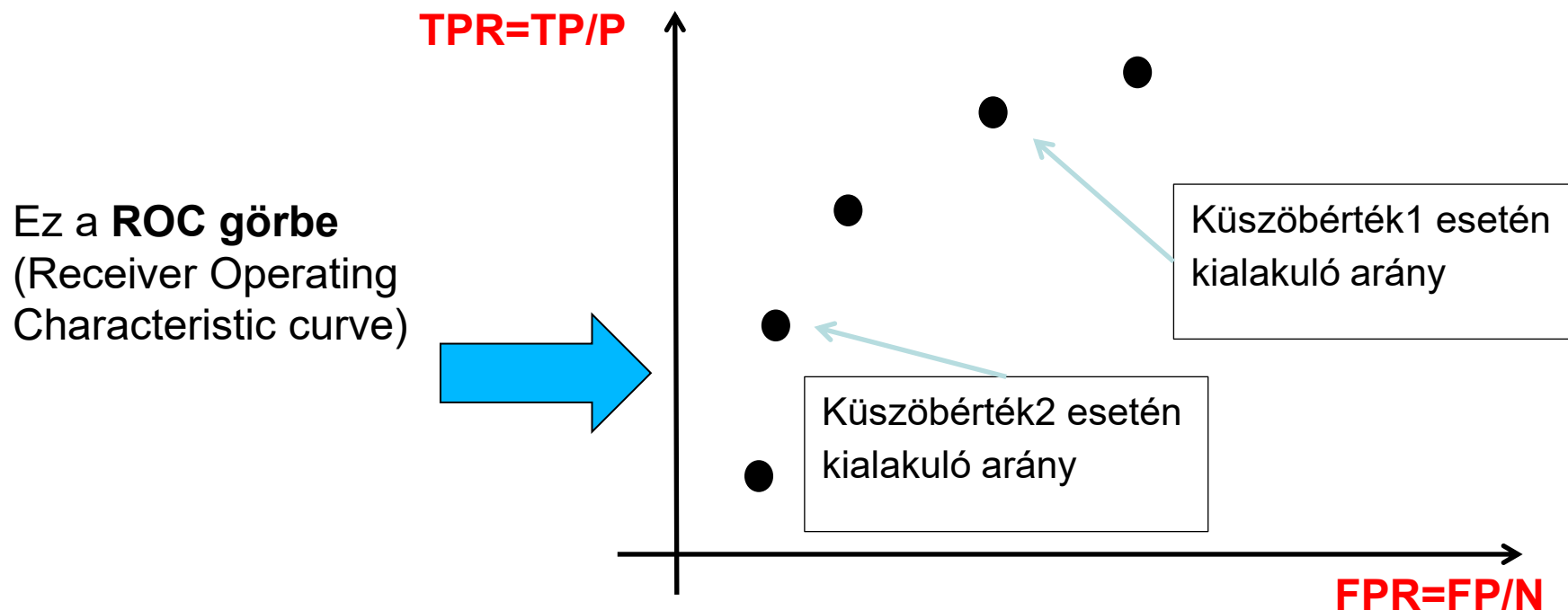
Döntésünk modellje



Példa:

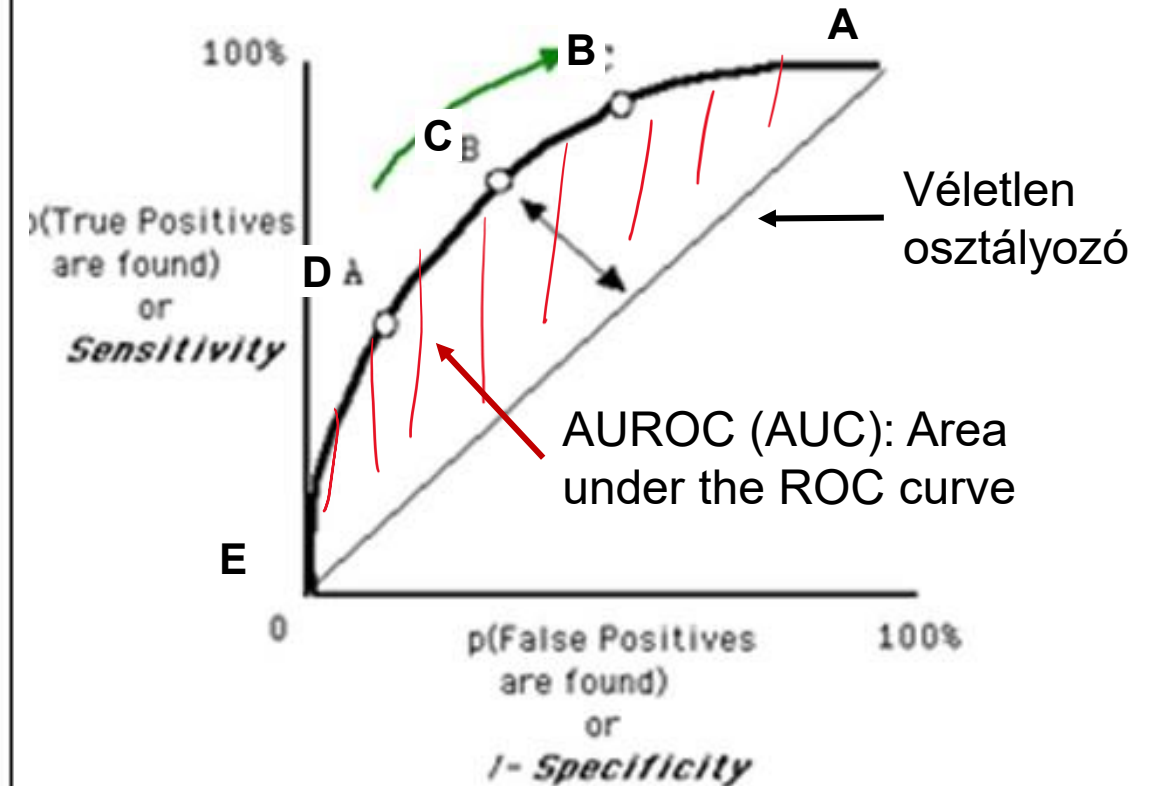
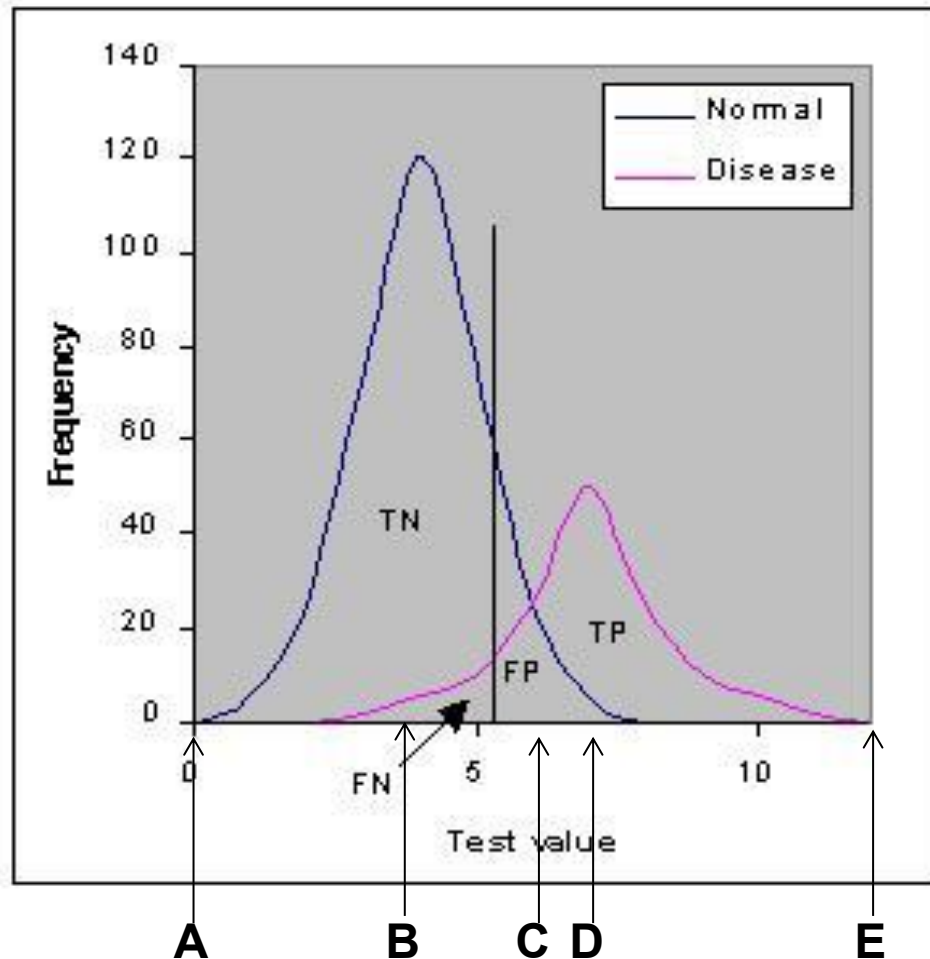
Ha a mért testhőmérséklet 38°C küszöbnél nagyobb, akkor láz (betegség), ha kisebb vagy egyenlő, akkor nem lázas (egészséges).

Modell értékelése különböző „munkapontokban”



ROC: Vevő működési karakterisztika

Receiver Operating Characteristic



A küszöb fölött betegek tekintjük, alatta egészségesnek

AUC – kompakt jósági mutató

true positive rate (**TPR**)

$$\text{TPR} = \text{TP}/P = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$

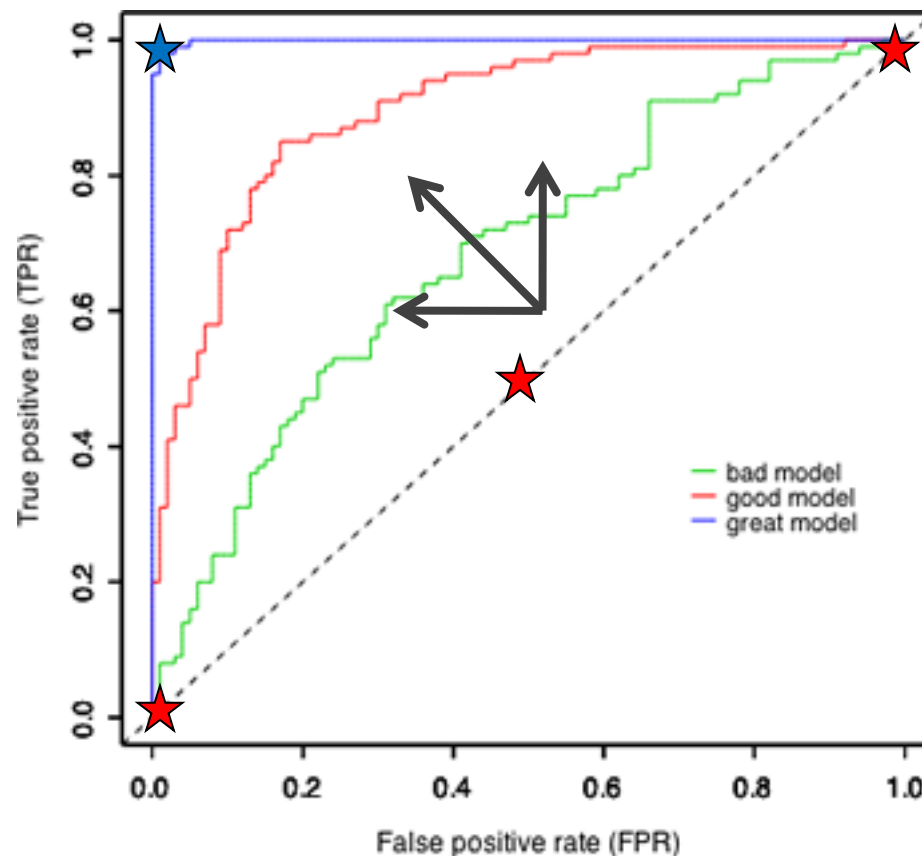
false positive rate (**FPR**)

$$\text{FPR} = \text{FP}/N = \text{FP} / (\text{FP} + \text{TN})$$

ROC: Vevő működési
karakterisztika

**Receiver Operating
Characteristic (curve)**

AUC: Görbe alatti terület
Area **U**nder **C**urve



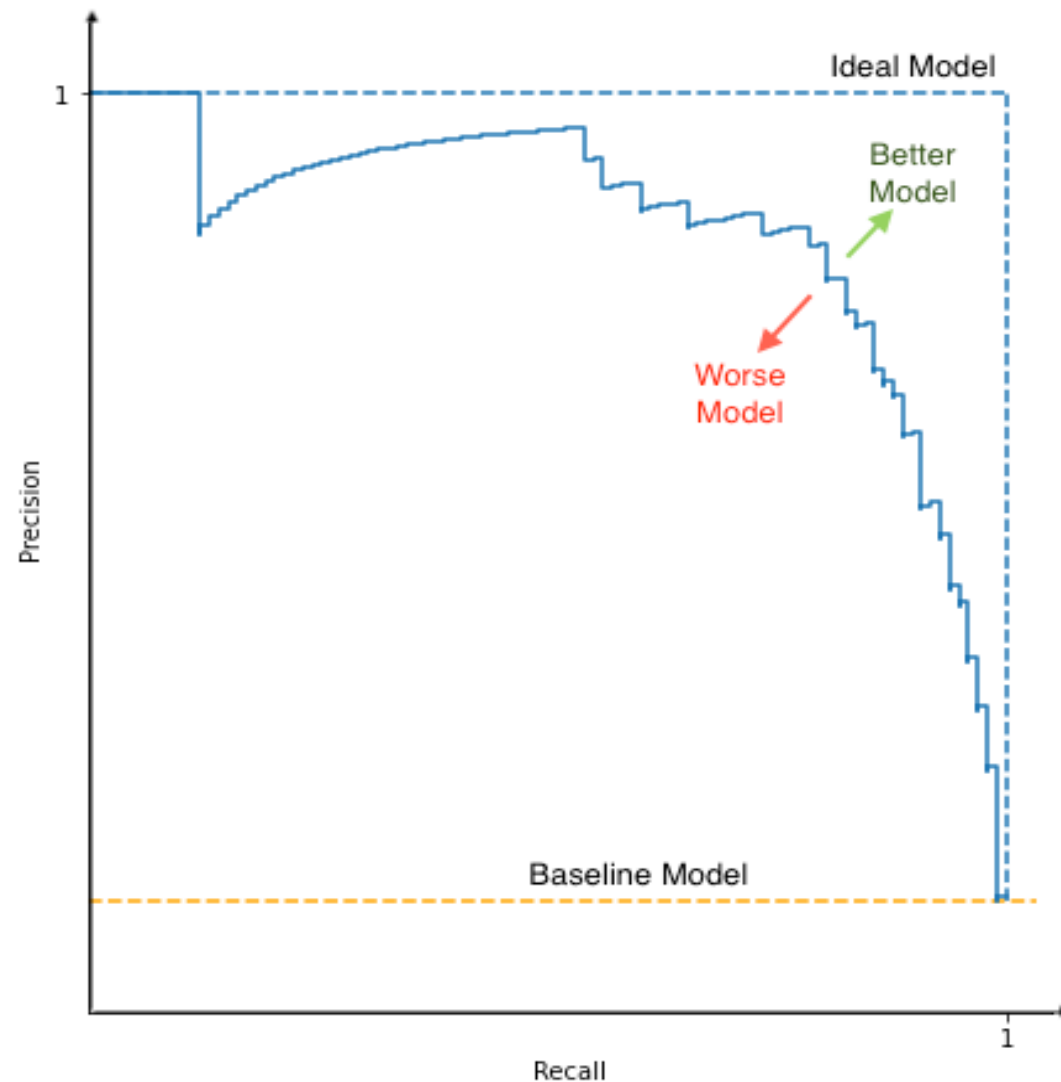
AUPR – kompakt jósági mutató

true positive rate
(**TPR=recall**)

$$\text{TPR} = \text{TP}/P = \text{TP} / (\text{TP} + \text{FN})$$

positive predictive value
(**PPV=precision**)

$$\text{PPV} = \text{TP}/(\text{TP} + \text{FP})$$



A tévedéseknek különböző lehet a költsége

1. típusú hiba hamis negatív (FN)
– azt hisszük egészséges (H_0), pedig beteg (T_1)

költség: C_{01} későn vesszük észre a bajt

2. típusú hiba hamis pozitív (FP)
– azt hisszük beteg (H_1), pedig egészséges (T_0)

költség: C_{10} feleslegesen kezeljük az egészségest

legtöbbször a hamis negatív a rosszabb: $C_{01} \gg C_{10}$

A helyes döntéseknek is van költsége

valós negatív (TN)

– azt hisszük egészséges (H_0), valóban az (T_0)

költség: C_{00} vizsgálatot végeztünk (ennek is van költsége)

valós pozitív (TP)

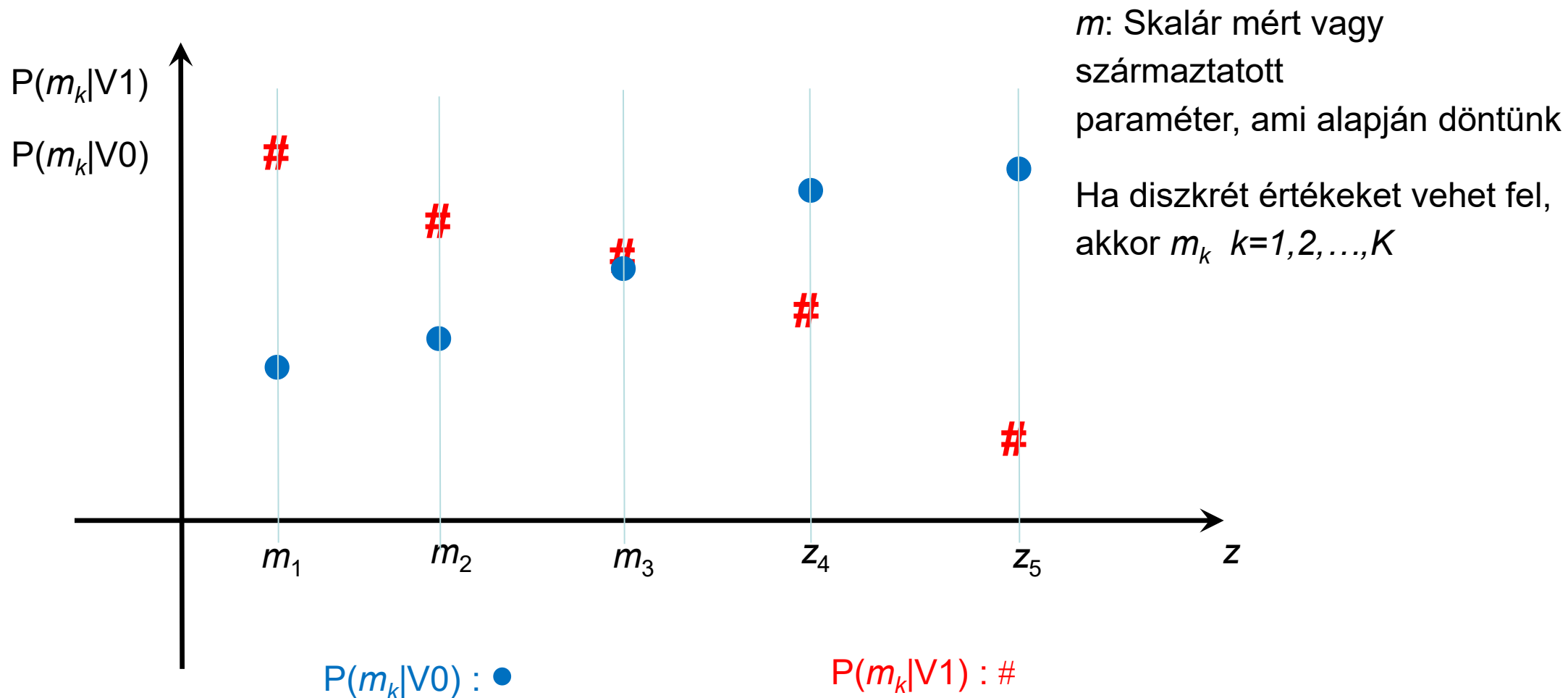
– azt hisszük beteg (H_1), valóban az (T_1)

költség: C_{11} vizsgálatot végeztünk + kezelünk kell

tehát négyféle költség befolyásolja a döntést:

C_{00} , C_{11} , C_{01} , C_{10}

Példa: döntés költségek mellett



Hogyan becsülhetjük meg ezeket az arányokat?

Döntés költségek mellett

- Ha a modellünk úgy dönt, hogy m_k esetén a besorolás **pozitív**, akkor a költség:
- $K_{poz} = C_{10} * N_0 * p(m_k|V_0) + C_{11} * N_1 * p(m_k|V_1) =$
- $= C_{10} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$

Döntés költségek mellett

- Ha a modellünk úgy dönt, hogy m_k esetén a besorolás **negatív**, akkor a költség:
- $K_{neg} = C_{00} * N_0 * p(m_k|V_0) + C_{01} * N_1 * p(m_k|V_1) =$
- $= C_{00} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$

Döntés költségek mellett

- Melyik esetben kisebb a költség? $K_{poz} <? K_{neg}$
- $K_{poz} = C_{10} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$
- $K_{neg} = C_{00} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$
- $C_{10} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$
 $< C_{00} * f_0 * N * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * N * p(m_k|V_1)$
- $C_{10} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * p(m_k|V_1)$
 $< C_{00} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * p(m_k|V_1)$

Döntés költségek mellett

- Melyik esetben kisebb a költség? $K_{poz} <? K_{neg}$
- $$C_{10} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{11} * f_1 * p(m_k|V_1) < C_{00} * f_0 * p(m_k|V_0) + C_{01} * f_1 * p(m_k|V_1)$$
- $$C_{10} * f_0 * p(m_k|V_0) - C_{00} * f_0 * p(m_k|V_0) < C_{01} * f_1 * p(m_k|V_1) - C_{11} * f_1 * p(m_k|V_1)$$
- $$(C_{10} - C_{00}) * f_0 * p(m_k|V_0) < (C_{01} - C_{11}) * f_1 * p(m_k|V_1)$$
- Ha ez fennáll, akkor $K_{poz} < K_{neg}$, azaz a pozitív döntés költsége kisebb, vagyis K_{poz} mellett döntünk minden m_k esetén.

Döntés költségek mellett

- Ellenkező esetben, akkor $K_{poz} > K_{neg}$, azaz a negatív döntés költsége kisebb, vagyis K_{neg} mellett döntünk minden m_k esetén.
- A döntésünk nagy mértékben azon múlik, hogy jól becsüljük-e meg az egyes költségeket
- Ha C_{01} nagy, akkor egész más alakul ki, mint ha C_{10} -et vesszük nagynak.